



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

Studio delle oscillazioni di neutrini atmosferici con  
telescopi Cherenkov per neutrini di altissima energia

Candidato  
Veronica Nicosia

Relatore  
Antonio Capone

Dipartimento di Fisica - La Sapienza  
Laurea Triennale in Fisica e Astrofisica

Anno Accademico 2010/2011

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>1 Neutrini e oscillazione</b>	<b>4</b>
1.1 La fisica dell'oscillazione dei neutrini . . . . .	4
1.1.1 Oscillazione tra due sapori . . . . .	5
1.1.2 Oscillazione tra tre sapori . . . . .	6
<b>2 Sorgenti di neutrini</b>	<b>8</b>
2.1 Neutrini solari . . . . .	8
2.1.1 Il problema dei neutrini solari . . . . .	9
2.2 Neutrini atmosferici . . . . .	12
2.2.1 Problema dei neutrini atmosferici . . . . .	12
2.2.2 Studio di neutrini atmosferici con grandi apparati . . . . .	14
<b>3 Misure di oscillazioni di <math>\nu_{atm}</math> con telescopi Cherenkov per neutrini di altissima energia</b>	<b>15</b>
3.1 Effetto Cherenkov . . . . .	16
3.2 ANTARES: Apparato sperimentale . . . . .	17
3.3 Ricostruzione della traccia del muone in ANTARES . . . . .	18
3.4 Analisi dati in ANTARES . . . . .	19
3.5 IceCube Neutrino Observatory . . . . .	23
<b>Conclusione</b>	<b>24</b>
Probabilità di transizione . . . . .	25
Bibliografia . . . . .	26

# Introduzione

Il neutrino è una particella elementare di spin semintero (*pari ad*  $1/2$ ) che appartiene alla famiglia dei fermioni. È un leptone neutro, poiché non possiede carica, ed ha una massa molto piccola, tanto che solo con esperimenti recenti è stato possibile definire che sia diversa da zero. Data l'assenza di carica il neutrino non è soggetto a interazione elettromagnetica. Non è soggetto ad interazione nucleare forte, ma solo ad interazione debole, oltre quella gravitazionale. Tali caratteristiche ne hanno reso complicata per lungo tempo l'osservazione.

Ipotizzato nel 1930 dal fisico Wolfgang Pauli in seguito allo studio del decadimento  $\beta$  del neutrone  $n \rightarrow p + e^- + X$ , dove  $X$  è una particella dalla massa trascurabile e non interagente con la materia. Lo spettro in energia dell'elettrone prodotto era compatibile con un decadimento *a tre corpi*. La particella *non visibile* nel decadimento trasportava *l'energia mancante* dell'evento, a tale sconosciuta particella Pauli diede il nome neutrone.

Il neutrone, così come lo conosciamo oggi, fu scoperto dal fisico James Chadwick nel 1932, e fu Enrico Fermi nel 1934 a battezzare l'elusiva particella con il nome di *neutrino*. La prima evidenza sperimentale dell'interazione di neutrini con la materia si ebbe nel 1956, quando i fisici Clyde Cowan e Frederick Reines osservarono le interazioni dei neutrini prodotti dal reattore a fissione nucleare di Savannah River, negli Stati Uniti.

Oggi sappiamo che i neutrini esistono in tre diversi autostati dell'interazione debole. Tali neutrini portano rispettivamente il *sapore debole* elettronico, muonico e tauonico e formano tre *famiglie* associate, ognuno, al rispettivo leptone carico  $e$ ,  $\mu$  e  $\tau$ . Ipotizziamo inoltre che ognuno di tali neutrini sia ottenuto da una combinazione lineare, con opportune costanti, di tre autostati di massa  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$ . Tale ipotesi è stata confermata dagli esperimenti di *oscillazione* di neutrino, ovvero il fenomeno della spontanea trasformazione di un neutrino di un *sapore debole* in un altro.

Il fenomeno dell'*oscillazione* fu ipotizzato dal fisico italiano Bruno Pontecorvo nel 1957, assumendo l'esistenza di una massa per tali particelle, seppur molto piccola. La prima evidenza sperimentale del fenomeno dell'oscillazione di neutrini solari si deve all'esperimento Homestake di Raymond Davis, che misurò un deficit di neutrini solari nel rivelatore, rispetto al flusso di neutrini prodotti dal Sole secondo le previsioni del *Modello Solare Standard*.

L'oscillazione tra due o tre sapori è caratterizzata dalla probabilità di oscillazione, che esprime la proporzione di neutrini di un dato sapore che, percorrendo la distanza di oscillazione  $L$ , cambiano il proprio autostato. Tale fenomeno è stato osservato per i neutrini solari, che sono prodotti dalle reazioni di fusione

termonucleare nel Sole, e per i neutrini atmosferici, prodotti dall'interazione tra i raggi cosmici e le particelle presenti nell'atmosfera terrestre, per i neutrini prodotti nelle reazioni nucleari che avvengono nei reattori e negli acceleratori sulla Terra.

Studiando il fenomeno associato alle differenti sorgenti di neutrini è possibile stimare sperimentalmente alcuni parametri di questo fenomeno come le differenze di massa  $\Delta m_{12}^2$ ,  $\Delta m_{23}^2$  e  $\Delta m_{13}^2$  e i tre angoli di mescolamento associati alle matrici di mescolamento  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  e  $\theta_{23}$ . Il caso più semplice da trattare è quello dell'oscillazione tra due sapori, definita dalla matrice unitaria  $2 \times 2$  di mescolamento

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

che dipende dal solo angolo di mescolamento  $\theta$ .

Nel caso di oscillazioni tra tre sapori la trattazione si complica, poiché la matrice di mescolamento è una matrice unitaria  $3 \times 3$  a cui è associato un unico angolo di fase, ma tre angoli di mescolamento e tre differenze di massa. Una trattazione semplificata nel caso di oscillazione a tre sapori sarà possibile assumendo una gerarchia tra le differenze di massa, tali che sia possibile distinguere le lunghezze di oscillazione in *brevi* e *lunghe*.

La dissertazione si concentrerà sul fenomeno di oscillazione dei neutrini atmosferici rivelati con telescopi a luce Cherenkov, con particolare attenzione ai risultati misurabili dall'esperimento Antares. Nel capitolo 1 si esporrà la teoria relativa al fenomeno dell'oscillazione, definendo la matrice di mescolamento ed i casi di oscillazione tra due e tre sapori.

Il capitolo 2 tratterà i casi delle oscillazioni di neutrini atmosferici, solari e prodotti dai reattori ed acceleratori. Per ogni tipologia di sorgente di neutrini saranno brevemente illustrati i risultati ottenuti dai principali esperimenti che ne hanno permesso l'osservazione e i valori di differenze quadratiche di masse ed angoli di mescolamento stimati con tali esperimenti.

Il capitolo 3 tratterà l'osservazione di oscillazioni di neutrini atmosferici in apparati come ANTARES ed IceCube, telescopi a luce Cherenkov posti uno nelle profondità del Mar Mediterraneo, l'altro nei ghiacci dell'Antartide, ottimizzati per l'osservazione di muoni e neutrini ad alta energia. Saranno illustrati gli apparati sperimentali, l'effetto Cherenkov alla base del meccanismo di rivelazione ed i risultati ottenibili.

Scopo della dissertazione è dunque esporre il fenomeno dell'oscillazione dei neutrini, illustrando in che modo sarà possibile effettuare misure di oscillazione di neutrini atmosferici con telescopi a luce Cherenkov.

# Capitolo 1

## Neutrini e oscillazione

### 1.1 La fisica dell'oscillazione dei neutrini

I neutrini sono caratterizzati non propriamente da una massa, bensì da *autostati di sapore debole*  $\nu_f$  con  $f = e, \mu, \tau$ . Seguendo la proposta di Pontecorvo possiamo immaginare che tali autostati deboli siano esprimibili come combinazioni lineari di autostati di massa  $\nu_j$  per  $j = 1, 2, 3$ . Ovviamente gli *autostati deboli* caratterizzano l'interazione dei neutrini con la materia, gli autostati di massa la loro propagazione nello spazio-tempo. L'autostato di sapore debole per un tempo generico  $t$  sarà allora definito come:

$$|\nu_f(t)\rangle = \sum_j U_{f,j} |\nu_j(t)\rangle \quad (1.1)$$

dove  $U_{f,j}$  è una matrice unitaria  $3 \times 3$ , detta matrice di mescolamento, che gode della proprietà:

$$|\langle \nu_f | \nu_j \rangle|^2 = |U_{f,j}|^2. \quad (1.2)$$

Fissiamo ora l'autostato di sapore a tempo  $t = 0$  e scriviamo esplicitamente la sommatoria:

$$|\nu_f(0)\rangle = U_{f1} |\nu_1(0)\rangle + U_{f2} |\nu_2(0)\rangle + U_{f3} |\nu_3(0)\rangle. \quad (1.3)$$

La propagazione degli autostati di massa nel vuoto avverrà in modo indipendente per ciascuno di essi, con autofunzione:

$$|\nu_j(t)\rangle = e^{-E_j t} |\nu_j(0)\rangle. \quad (1.4)$$

Ad ogni autostato di massa è associata dunque un'energia  $E_j$ , con  $j = 1, 2, 3$ . Supposto che l'impulso  $p$  di  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$  sia comune e noto possiamo scrivere per l'energia:

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}, \quad (1.5)$$

ne consegue che ai tre autostati di massa sia associata una evoluzione nel tempo differente. Con tre famiglie si avranno due  $\Delta m_{ij}^2$  indipendenti, con  $\Delta m_{13}^2 = \Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2$ . Per descrivere quantitativamente l'evoluzione nel tempo dell'autostato del neutrino  $\nu_f$  sarà possibile definire il coefficiente di correlazione al tempo fra l'autostato iniziale e quello al tempo  $t$ .

$$\begin{aligned} C(t) &= \langle \nu_f(0) | \nu_f(t) \rangle \\ &= \sum_j \langle \nu_j | U_{f,j}^* U_{f,j} | \nu_j \rangle e^{-iE_j t} = \\ &= \sum_j |U_{f,j}|^2 e^{-iE_j t}. \end{aligned}$$

Si può definire allora la probabilità di trovare il  $\nu_f$  al tempo  $t$  come evoluzione dell'autostato iniziale con l'espressione:

$$P(\nu_f \rightarrow \nu_f) = |\langle \nu_f(0) | \nu_f(t) \rangle|^2 = \sum_j |U_{f,j}|^2, \quad (1.6)$$

dove  $\sum_j |U_{f,j}|^2$  esprime la probabilità che dall'istante iniziale al tempo  $t$  il neutrino non cambi sapore. È allora possibile definire la probabilità di oscillazione dei neutrini, ad esempio assumendo uno schema in cui esistono solo due neutrini, quello elettronico e quello muonico, che un neutrino  $\nu_e$  oscilli in un neutrino  $\nu_\mu$  con probabilità:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_e). \quad (1.7)$$

Tali equazioni riassumono fisicamente il fenomeno di oscillazione tra autostati di sapore differenti.

### 1.1.1 Oscillazione tra due sapori

L'oscillazione tra neutrini di due sapori differenti è il caso più semplice da trattare. Consideriamo ad esempio la coppia  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ , l'oscillazione tra i due sapori sarà definita dalla matrice  $2 \times 2$  di mescolamento e i nuovi autostati di sapore saranno funzione dell'angolo di mescolamento  $\theta$  e degli autostati di massa  $\nu_1$  e  $\nu_2$ .

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

Definiti i due autostati di sapore al tempo  $t=0$  come:

$$\begin{cases} |\nu_e \rangle = \cos \theta |\nu_1 \rangle + \sin \theta |\nu_2 \rangle \\ |\nu_\mu \rangle = -\sin \theta |\nu_1 \rangle + \cos \theta |\nu_2 \rangle, \end{cases}$$

è possibile scriverne l'evoluzione temporale. Ciò che si vuole ottenere è l'espressione esplicita della probabilità di oscillazione nel caso di due sapori, in funzione delle masse dei neutrini  $\nu_1$  e  $\nu_2$  e dell'angolo di mescolamento, partendo dalla definizione di probabilità data nella 1.7. Si ottiene in tal modo:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2 \left[ \frac{\Delta m_{12}^2 t}{4E} \right]. \quad (1.8)$$

Una trattazione estesa del procedimento che permette di ricavare l'espressione 1.8 è in Appendice. La probabilità che un  $\nu_e$  oscilli in un  $\nu_\mu$  discende allora dalla 1.8 e vale:

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \\ &= 1 - |\langle \nu_e(0) | \nu_e(t) \rangle|^2 = \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2 \left[ \frac{\Delta m_{12}^2 t}{4E} \right]. \end{aligned}$$

Nota tale probabilità è allora possibile definire la lunghezza di oscillazione nel vuoto percorsa da tali particelle, nell'ipotesi che viaggino alla velocità della luce  $c = 3 \times 10^8 \text{ kms}^{-1}$ . Nel sistema delle unità naturali dove  $c = 1$  e  $\hbar = 1$  avremo che tale lunghezza è espressa in chilometri, mentre l'energia del neutrino è espressa in GeV e il quadrato della differenza di massa in  $eV^2$ .

Il valore della lunghezza di oscillazione sarà quindi:

$$L \approx ct = \frac{4\pi E \hbar c}{\Delta m_{12}^2} \approx \frac{2.48E}{\Delta m_{12}^2}, \quad \text{con } \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (1.9)$$

Tale relazione quindi lega energia, differenza quadratica delle masse e la lunghezza di oscillazione. Quest'ultimo parametro, che ricorre anche nell'argomento del seno nella probabilità di oscillazione definita tra  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ , permette di stimare dunque la distanza che un neutrino, ad esempio elettronico, deve percorrere prima che sia possibile osservarne l'oscillazione.

### 1.1.2 Oscillazione tra tre sapori

L'oscillazione di neutrini a 2 sapori nel vuoto è il caso particolare del fenomeno di oscillazione di tali particelle. Se consideriamo il caso più generale a 3 sapori ciò che varia è la matrice di mescolamento, una matrice unitaria  $3 \times 3$ , che assume la forma:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

dove  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . Nel sistema a tre sapori gli autostati di sapore debole saranno la combinazione lineare di tutti e 3 i possibili autostati di massa e i coefficienti saranno funzione degli angoli di mescolamento tra i tre differenti autostati. Il parametro  $\delta$  è un angolo di fase che è comune a tutti e tre i possibili autostati di sapore, poiché i tre autostati di massa  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  e  $\nu_3$  hanno impulso  $p = p_1 = p_2 = p_3$ .

La definizione di probabilità associata alla matrice di oscillazione a tre sapori è in genere complicata, ma può essere semplificata notevolmente ipotizzando una gerarchia delle masse tale che, ad esempio:

$$m_3 \gg m_2 > m_1. \quad (1.10)$$

In questo caso si avrà:

$$|\Delta m_{13}^2| \approx |\Delta m_{23}^2| \gg |\Delta m_{12}^2|, \quad (1.11)$$

che comporta l'esistenza di due differenti lunghezze di oscillazione, una *lunga* legata alla  $\Delta m_{12}^2$  e due *brevi* per le  $\Delta m_{13}^2$  e  $\Delta m_{23}^2$ , che sono circa uguali tra loro. La semplificazione ha permesso di stimare sperimentalmente le due possibili differenze quadratiche di massa ed i tre angoli di mescolamento  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  e  $\theta_{12}$ . Per le *brevi* oscillazioni la probabilità è definita dalla seguente espressione:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 4|U_{\alpha 3}|^2|U_{\beta 3}|^2 \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E} \right). \quad (1.12)$$

L'espressione della probabilità così definita ricorda quella già ricavata per l'oscillazione a due sapori, infatti si ha un'unica frequenza di oscillazione che è legata alla differenza quadratica delle masse  $|\Delta m_{13}^2| \approx |\Delta m_{23}^2|$ . L'ampiezza della probabilità allora dipenderà solamente dagli elementi della terza colonna della matrice di mescolamento, tali che le oscillazioni possibili saranno:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = s_{23}^2 \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \quad (1.13)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = c_{23}^2 \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \quad (1.14)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = c_{13}^2 \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right). \quad (1.15)$$

L'angolo di mescolamento  $\theta_{13}$  è molto piccolo ed è stimato tale che  $\theta_{13} < 10^\circ$ , ne consegue che il  $\sin\theta_{13} \approx 0$ , dunque l'unica probabilità di oscillazione non trascurabile sarà quella espressa dalla 1.15 per l'oscillazione dal neutrino  $\nu_\mu$  al neutrino  $\nu_\tau$ .

La definizione di probabilità varia invece nel caso di oscillazioni *lunghe*, poiché definita la probabilità di sopravvivenza del neutrino elettronico:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \approx c_{13}^4 P + s_{13}^4, \quad (1.16)$$

dove  $P$  è la probabilità di oscillazione, che per  $\Delta m_{12}^2$  vale:

$$P = 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}\right). \quad (1.17)$$

Dato il piccolo valore di  $\theta_{13}$  si avrà che  $\sin\theta_{13} \approx 0$  e  $\cos\theta_{13} \approx 1$ . Quindi la probabilità di sopravvivenza  $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$  calcolata in un sistema a *tre sapori* viene a coincidere con la  $P$  calcolata nel caso con soli due neutrini  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ .

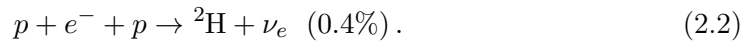
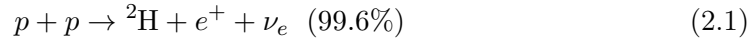


## Capitolo 2

# Sorgenti di neutrini

### 2.1 Neutrini solari

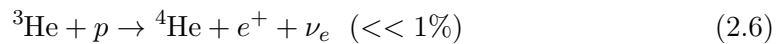
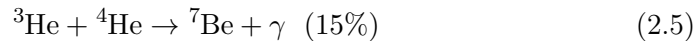
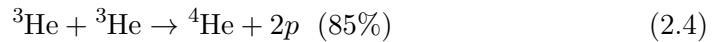
I neutrini solari sono prodotti dai processi di fusione termonucleare che avvengono nei nuclei delle stelle ed in particolare nel Sole. Le reazioni a catena che avvengono nei nuclei stellari sono principalmente legate alla catena protone protone, o catena p-p, e alla catena carbonio azoto e ossigeno, CNO, a seconda degli elementi di partenza. Nel caso della catena p-p le reazioni nucleari iniziano dalla collisione tra due protoni. Le reazioni possibili con relativa percentuale saranno:



L'interazione tra due protoni genera dunque un nucleo di deuterio, isotopo dell'idrogeno, e positrone ed un neutrino elettronico. La successiva reazione coinvolge il deuterio che interagisce con un protone, producendo un nucleo di elio-3 ed un fotone  $\gamma$ :



Le catene poi si divide in differenti rami partendo dall'interazione di nuclei di elio-3, di protoni e di nuclei di elio saranno:



Dalla 2.4 discende il ramo *p-p I* la 2.4, dalla 2.5 i rami *p-p II* e *p-p III* la 2.5 e dalla 2.6 il ramo *p-p IV*. Dai rami che discendono dalla formazione del  ${}^7\text{Be}$ , il ramo *p-p II* è dominante e si verifica il 99,9 % delle volte:



mentre il ramo *p-p III* si verifica lo 0,1%:



Conoscendo tali reazioni è possibile stimare dal Modello Solare Standard il flusso di neutrini solari che dovrebbero raggiungere la Terra in funzione dell'energia di produzione.

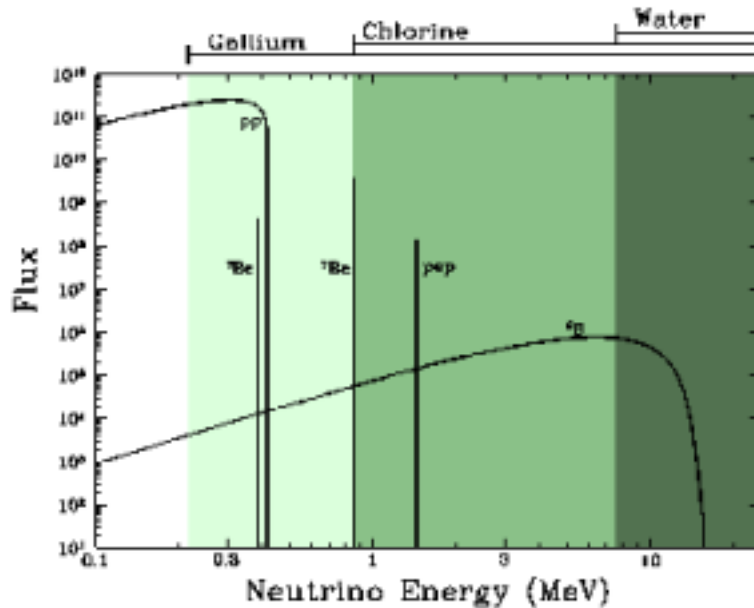


Figura 2.1: Flusso di neutrini solari in funzione dell'energia associata alla reazione di produzione nel ciclo p-p

L'immagine mostra la reazione di provenienza dei neutrini solari osservati in funzione dell'energia e la tipologia di rivelazione piú efficiente in funzione dell'energia associata ai neutrini.

### 2.1.1 Il problema dei neutrini solari

I primi esperimenti per determinare l'esattezza del Modello Solare Standard mostrò una discrepanza tra il flusso di neutrini dal Sole e quello registrato a terra. Il primo esperimento che evidenziò un deficit di neutrini solari è Homestake, realizzato nel 1954 da John Bahcall e Raymond Davis, un rivelatore costituito da 615 tonnellate di percloroetilene  $C_2Cl_4$  posto a 1500 metri di profondità nell'omonima miniera nel Sud Dakota, negli Stati Uniti.

Per rivelare i  $\nu_e$  Davis ha utilizzato come bersaglio il  $^{37}C$  che produce la reazione  $\nu_e + ^{37}C \rightarrow ^{37}Ar + e^-$ , che ha un energia di soglia  $E_\nu = 814$  keV. Secondo le previsioni di Bahcall la frequenza di eventi di interazione di neutrini solari doveva essere di  $R_{\nu,SSM} \approx 7.9 \pm 2.6$  SNU<sup>1</sup>, ma l'esperimento Homestake rivelò una frequenza pari a  $R_\nu \approx 2.1 \pm 0.9$  SNU, circa un terzo del valore previsto. L'osservazione del deficit di neutrini portò la prima evidenza sperimentale del fenomeno dell'oscillazione di neutrini ipotizzata circa 10 anni prima da Bruno Pontecorvo, definendo così il problema dei neutrini solari. L'esperimento dunque non rivelò i neutrini oscillati in  $\nu_\mu, \nu_\tau$ , ma solo il deficit di  $\nu_e$ .

GALLEX è uno degli altri esperimenti che ha rivelato il deficit di neutrini solari, confermando i dati di Homestake. Il rivelatore posto nei Laboratori del

<sup>1</sup> 1SNU o Solar neutrino unit = 1 evento  $\times 10^{-36}$  atomi  $\times s^{-1}$

Gran Sasso, in Italia, attivo dal 1991 al 1997, era costituito da 101 tonnellate di gallio  $^{71}\text{Ga}$  sfruttando la reazione  $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow ^{71}\text{Ge} + e^-$  con energia di soglia  $E_\nu = 233$  keV. L'esperimento misurò una frequenza di eventi pari a  $R_\nu \approx 77.5 \pm 8$  SNU, mentre a tale energia di soglia la frequenza di interazioni di neutrino prevista dal Modello solare standard è di  $R_{\nu,SSM} \approx 129 \frac{\pm 8}{-6}$  SNU. Anche in questo caso è evidente una significativa discrepanza tra il flusso di neutrini previsto e quello rivelato.

Un altro rivelatore al gallio era SAGE, esperimento nato dalla collaborazione tra Russia e Stati Uniti attivo che confermò i risultati di GALLEX. Attivo dal 1990 al 2001 il rivelatore ha preso dati durante un intero ciclo solare della durata di circa 22 anni. La tecnica di rivelazione usata è analoga a quella di GALLEX, con energia di soglia  $E_\nu = 233$  keV e un rate di neutrini  $R_\nu \approx 70.8 \frac{\pm 5.3}{-5.2} (stat) \frac{\pm 3.7}{-3.2} (sist)$  SNU. Il rate rivelato indica ancora un deficit di neutrini compatibile entro gli errori con i risultati ottenuti da Gallex.

Altri esperimenti che hanno confermato il deficit di neutrini solari sono Kamiokande e Super-Kamiokande, due esperimenti posti a 1000 metri di profondità nella miniera di Kamioka in Giappone, caratterizzati da un rivelatore a luce Cherenkov, capace di misurare la direzione degli elettroni prodotti nell'interazione  $\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$  e selezionare, su basi statistiche, i  $\nu_e$  provenienti dal Sole. I dati raccolti da Kamiokande tra il 1987 e il 1995 hanno permesso l'osservazione di un intero ciclo solare. Per l'energia di soglia  $E_\nu = 7.5$  MeV il flusso di neutrini solari previsto era  $\Phi_{\nu,SSM} \approx 5.69 \pm 0.91 \times 10^6 \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , mentre si è ottenuto un flusso  $\Phi_\nu \approx 2.80 \pm 0.19 (stat) \pm 0.33 (sist) \times 10^6 \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

Super-Kamiokande, basato sullo stesso schema di funzionamento di Kamiokande ma più grande, fornì nel 1998 la prima evidenza del deficit per reazioni con energia di soglia  $E_\nu = 5.5$  MeV, ed ha osservato un flusso di neutrini solari pari a  $\Phi_\nu \approx 2.32 \pm 0.04 (stat) \pm 0.05 (sist) \times 10^6 \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Anche in questo caso è evidente un deficit di neutrini solari.

Se questi esperimenti hanno messo in evidenza il *problema dei neutrini solari*, è SNO l'esperimento che per primo ha dimostrato in modo definitivo il fenomeno dell'oscillazione dei neutrini. L'esperimento Sudbury Neutrino Observatory è stato attivo dal 1996 al 2001, era un rivelatore a luce Cherenkov costituito da 1000 tonnellate di acqua pesante ( $D_2O$ ) in grado di rivelare le interazioni deboli a corrente carica  $CC^2$ , a corrente neutra  $NC^3$ , e lo scattering elastico  $ES$  di neutrino su un elettrone atomico:

$$\nu_e + ^2\text{H} \rightarrow p + p + e^- \quad CC \quad (2.12)$$

$$\nu_f + ^2\text{H} \rightarrow p + n + \nu_f \quad NC \quad (2.13)$$

$$\nu_f + e^- \rightarrow \nu_f + e^- \quad ES. \quad (2.14)$$

Nel caso di 2.12 SNO misurava il flusso di neutrini elettronici che giunti al rivelatore non erano stati soggetti all'oscillazione, mentre nella 2.13 e nella 2.14 si osservò per la prima volta l'interazione dei neutrini risultato dell'oscillazione in differenti autostati di sapore. Il flusso teorico previsto dal Modello solare standard per l'energia di soglia  $E_\nu = 6.5$  MeV è di  $\Phi_\nu \approx 5.69 \pm 0.91 \times 10^6 \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , mentre i flussi misurati in SNO erano di:

<sup>2</sup> Sono le interazioni mediate dal bosone  $W^\pm$     <sup>3</sup> Sono le interazioni deboli mediate dal bosone  $Z^0$

$$\Phi_{CC}(\nu_e) \approx 1.76 \frac{+0.06}{-0.05} (stat) \pm 0.09 (sist) \times 10^6 cm^{-2} s^{-1} \quad (2.15)$$

$$\Phi_{NC}(\nu_f) \approx 5.09 \frac{+0.44}{-0.43} (stat) \frac{+0.46}{-0.43} (sist) \times 10^6 cm^{-2} s^{-1} \quad (2.16)$$

$$\Phi_{ES}(\nu_f) \approx 2.39 \pm 0.34 (stat) \frac{+0.16}{-0.14} (sist) \times 10^6 cm^{-2} s^{-1} \quad (2.17)$$

I valori misurati nel caso di interazioni CC sono relativi al solo flusso di neutrini elettronici e confermano l'esistenza di un deficit di neutrini elettronici solari, mentre il flusso di neutrini rivelato per le interazioni NC dimostrò che circa due neutrini elettronici solari su tre cambiavano il loro sapore in muonico o tauonico durante il tragitto dal Sole fino al rivelatore. I risultati di SNO sono riassumibili con  $\Delta m_{12}^2 \approx \Delta m_{\odot}^2 = (7.59 \pm 0.21) \times 10^{-5} eV^2$  e  $\tan^2 \theta_{12} \approx \tan^2 \theta_{\odot} = 0.47 \pm 0.06$ .

I nuclei stellari sono paragonabili a dei reattori nucleari, dunque per verificare i parametri relativi alla massa e all'angolo individuati da SNO è stato ideato e realizzato l'esperimento KamLAND, costituito da 1000 tonnellate di olio minerale scintillatore liquido posto nella miniera di Kamioka, in Giappone. In tale posizione l'esperimento si trova ad essere circondato da una decina di reattori nucleari distanti mediamente tra i 100 ed i 200 km. KamLAND ha osservato un deficit di antineutrini  $\bar{\nu}_e$  prodotti dal decadimento  $\beta$  nel reattore ed ha permesso la stima per energie di soglia  $E_{\bar{\nu}} \approx 0.5 MeV$  di  $\Delta m_{\odot}^2 \approx 8 \frac{+0.6}{-0.4} \times 10^{-5} eV^2$  e  $\theta_{\odot} \approx (33.9 \frac{+2.4}{-2.2})^{\circ}$ , parametri che confermano i risultati ottenuti con SNO per i neutrini solari.

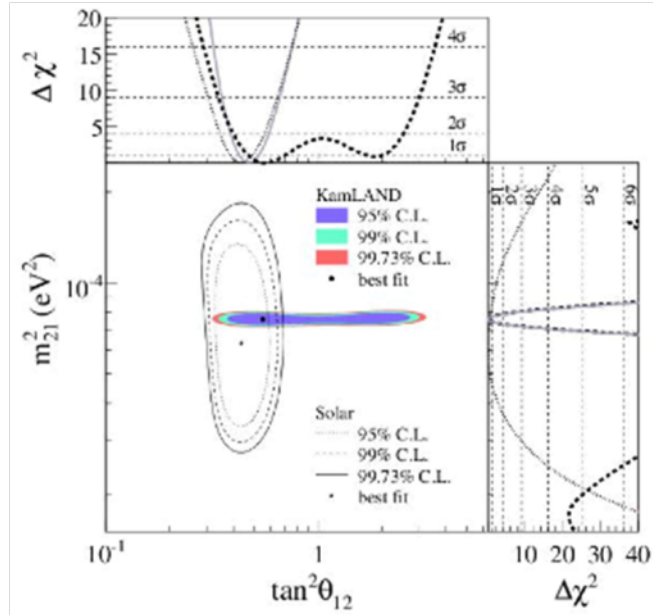


Figura 2.2: Best fit dei parametri per i neutrini solari

Utilizzando tutti i risultati ottenuti dai vari esperimenti sensibili ai *neutrini solari* si ricava la migliore stima, *best fit* rappresentato in figura assieme ai risultati di KamLAND, dei parametri  $\Delta m_{\odot}^2 = (7.59 \pm 0.21) \times 10^{-5}$  e  $\tan^2 \theta_{\odot} = 0.47 \pm 0.06$ , cioè  $\theta_{\odot} \approx (34.4 \pm 1.6)^{\circ}$

## 2.2 Neutrini atmosferici

I neutrini atmosferici sono prodotti nell'interazione tra i raggi cosmici ed i nuclei atomici presenti nell'alta atmosfera. Queste interazioni, che avvengono nella parte di atmosfera tra i 10 ed i 20 km di altezza, innescano *sciami adronici*, in cui adroni carichi prodotti nell'interazione possono o interagire nuovamente o decadere dando luogo a:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.18)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (2.19)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.20)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \quad (2.21)$$

generando un conseguente flusso di neutrini atmosferici. Le energie tipiche associate a neutrini e antineutrini elettronici e muonici così generati vanno dal GeV ( $10^9 eV$ ) a centinaia di TeV ( $10^{14} \div 10^{15} eV$ ). I neutrini atmosferici interagenti in un apparato possono essere classificati in neutrini provenienti dall'*alto*, cioè che percorrono la sola atmosfera prima di arrivare al rivelatore, e neutrini provenienti dal *basso*, che prima di arrivare al rivelatore attraversano l'atmosfera e la Terra.

I neutrini dall'alto dunque percorrono distanze  $L \approx 10$  km, mentre i neutrini dal basso percorrono distanze dell'ordine  $L \approx 10^4 km$ . Lo studio dei prodotti degli sciami adronici ha permesso di stimare il flusso previsto a terra dei neutrini  $\nu_\mu$  e  $\nu_e$  prodotti. Tale valore aspettato è compatibile con i risultati sperimentali ottenuti con neutrini dall'alto. I flussi di neutrini dal basso mostrano invece un *deficit* di  $\nu_\mu$ .

### 2.2.1 Problema dei neutrini atmosferici

Il deficit di neutrini muonici dal basso definisce il *problema dei neutrini atmosferici* e fornisce un'ulteriore evidenza del fenomeno dell'oscillazione di neutrini. A differenza del caso dei neutrini solari però non sono i  $\nu_e$  a variare autostato di sapore, ma il canale dominante di oscillazione è  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ .

La prima evidenza sperimentale di oscillazioni di neutrini atmosferici del tipo  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  si ebbe nel 1998 con i dati raccolti da Super-Kamiokande, che hanno permesso di stimare nel 2004 un  $\Delta m_{atm}^2 \in [1.9 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-3}] eV^2$  e  $\sin^2 2\theta_{atm} > 0.90$ .

Nel 1998 l'esperimento MACRO, situato nei Laboratori nazionali del Gran Sasso, studiò le interazioni di neutrini atmosferici con range di energie  $E_\nu \in [3, 50]$  GeV che permisero di stimare, per  $\sin^2 2\theta_{atm} = 1$ , il valore della differenza quadratica di massa pari a  $\Delta m_{atm}^2 \approx 2.3 \times 10^{-3} eV^2$ .

I valori di  $\Delta m^2$  e di angolo stimati con SK e MACRO per i  $\nu_{atm}$  sono molto maggiori dei parametri stimati per i  $\nu_\odot$ , tali che  $\Delta m_{atm}^2 \approx \Delta m_{23}^2$  e  $\theta_{atm} \approx \theta_{23}$ , con  $\Delta m_{23}^2 \gg \Delta m_{12}^2$ .

Così come nel caso dei neutrini solari lo studio delle oscillazioni di neutrini da reattori ha permesso un'indagine complementare, nello stesso intervallo di

energie, così i neutrini da acceleratore, con energie comparabili a quelle dei neutrini atmosferici, hanno permesso di compiere uno studio con esperimenti dedicati (*MINOS, K2K, T2K*), realizzati con condizioni sperimentali più controllabili. Con tali esperimenti, ancora in corso, si spera di verificare la gerarchia delle masse con  $\Delta m_{13}^2 \approx \Delta m_{23}^2$  e dell'angolo di mescolamento  $\theta_{13}$ .

Gli esperimenti che hanno osservato l'oscillazione di neutrini provenienti da acceleratori di particelle sono MINOS, K2K e T2K. MINOS è un esperimento iniziato nel 2006 che utilizza scintillatori per rivelare i flussi di neutrini prodotti dall'acceleratore Fermilab, in Minnesota. I rivelatori di MINOS sono due, il primo detto *Close detector* è posto ad  $L_1 = 1$  km dal Fermilab, il *Far detector* è Soudan II a  $L_2 \approx 735$  km dall'acceleratore. L'esperimento confronta il numero di interazioni di neutrino misurate nel close detector e nel far detector, entrambi illuminati dallo stesso fascio con  $\langle E_\nu \rangle \approx 30 GeV$ .

Il risultato riportato per un flusso interagente di protoni sulla targhetta di  $1.27 \times 10^{20}$  protoni mostra un deficit di  $\nu_\mu$  nel far detector: se il numero di eventi atteso era di  $336 \pm 4.4$ , il numero di eventi effettivamente osservati è stato di 215. Appare dunque evidente che nel far detector sia stato osservato un deficit di neutrini e ciò ha permesso di stimare un  $\Delta m_{23}^2 = (2.32_{-0.08}^{+0.12}) \times 10^{-3} eV^2$  e per l'angolo  $\sin^2(2\theta_{23}) > 0.90$ .

K2K è un esperimento giapponese in cui i neutrini prodotti dall'acceleratore di particelle Kek vengono inviati al rivelatore Super-Kamiokande posto a 250 Km di distanza. Il numero di neutrini muonici osservati è stato di 112 eventi contro un valore atteso di  $158.1_{-8.6}^{+9.2}$  eventi in assenza di oscillazione. L'esperimento si è concentrato sull'oscillazione a 2 sapori dei neutrini  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ , permettendo di stimare un range per la massa di  $\Delta m_{23}^2 \in [1.9, 3.5] \times 10^{-3} eV^2$  con valore di best fit di  $\Delta m^2 = 2.8 \times 10^{-3} eV^2$ .

La conferma dei parametri stimati con MINOS e K2K è arrivata dall'esperimento T2K, che ha rivelato con Super-Kamiokande i neutrini prodotti dall'acceleratore di Tokai posto a 295 Km di distanza. T2K ha rivelato 6 eventi di oscillazione di  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  dal fascio di  $1.43 \times 10^{20}$  protoni su bersaglio, ed ha stimato  $\sin^2 2\theta_{13} \in [0.03, 0.28]$  per un best fit al valore  $\sin^2 2\theta_{13} > 0.84$ , mentre il range di massa è stato stimato  $\Delta m_{23}^2 \in [2.1, 3.1] \times 10^{-3} eV^2$ .

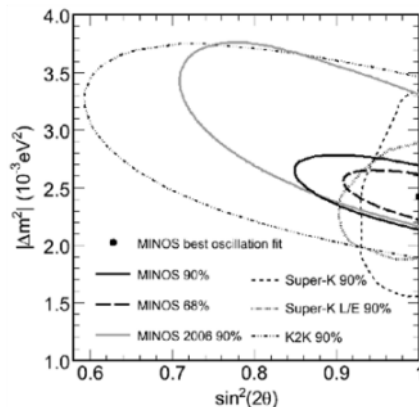


Figura 2.3: Best fit per i neutrini atmosferici

In figura 2.3 sono rappresentati graficamente i risultati per  $\Delta m_{atm}^2$  e  $\sin^2 \theta_{atm}$  ottenuti da MINOS, K2K, Super-Kamiokande.

### 2.2.2 Studio di neutrini atmosferici con grandi apparati

Lo studio delle oscillazioni di neutrini ha richiesto che gli apparati sperimentali fossero posti in miniere, come Kamiokande, Super-Kamiokande o Minos, o comunque in luoghi sotterranei come il Gran Sasso, in Italia, affinché la crosta terrestre esplicasse il suo efficace ruolo di schermo delle particelle di origine atmosferica che giungono a terra che, avendo energie simili a quelle dei neutrini ma flussi molto maggiori, ne ‘oscurino’ la rivelazione. Per lo stesso motivo gli apparati destinati allo studio di neutrini di origine astrofisica devono essere protetti dalla radiazione di origine atmosferica.

L’osservazione di neutrini di origine astrofisica inoltre richiede ampie superfici di esposizione per i rivelatori, superfici che non possono essere raggiunte facilmente se poste in miniere o in montagne.

Per lo studio di neutrini astrofisici sono stati costruiti apparati Cherenkov di enormi dimensioni, quali ANTARES e IceCube, capaci di rivelare tracce di muoni con  $E_\mu > 10^{20} GeV$ . Tali apparati quindi sono in grado di rivelare neutrini atmosferici di cui permettono di studiare le proprietà con alta statistica.

## Capitolo 3

# Misure di oscillazioni di $\nu_{atm}$ con telescopi Cherenkov per neutrini di altissima energia

ANTARES<sup>1</sup> e IceCube Neutrino Observatory sono un telescopi Cherenkov destinati allo studio dei neutrini provenienti da sorgenti galattiche. La costruzione dell'esperimento ANTARES, il cui progetto fu presentato nel 1997, inizia nel 2001 ed è stata ultimata nel 2008.

Situato nel Mar Mediterraneo a 40 km a largo di Tolone, in Francia, e a 2475 metri di profondità, costituisce un esempio di grande apparato sperimentale per la rivelazione del flusso di neutrini di alta energia, con un'elevata superficie di rivelazione. IceCube Neutrino Observatory è un telescopio Cherenkov per neutrini di altissima energia situato nei ghiacci antartici che svolge un ruolo complementare ad ANTARES nello studio di neutrini astrofisici ed atmosferici.

Gli esperimenti permettono lo studio delle oscillazioni di neutrini atmosferici del tipo *long baseline* poiché misurano le interazioni dei neutrini prodotti, nell'emisfero australe ANTARES e in quello boreale IceCube, che prima di giungere al rivelatore tali particelle attraversano il diametro terrestre, una distanza  $L \approx 12500$  km.

ANTARES ed IceCube, per essere protetti dal flusso di particelle di origine atmosferica, sono realizzati in modo tale da avere la massima efficienza di rivelazione per neutrini provenienti rispettivamente dall'emisfero australe e da quello boreale, che giungono da sotto il detector. Gli esperimenti comunque hanno una buona capacità anche di osservare tracce provenienti dall'alto, dall'atmosfera sovrastante.

ANTARES ed IceCube possono essere utilizzati per l'osservazione del fenomeno di oscillazione di neutrini atmosferici. Le misure effettuate con entrambi gli esperimenti potrebbero dunque confermare i risultati ottenuti per  $\Delta m_{atm}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{atm}$  da esperimenti quali Super-Kamiokande e MACRO.

---

<sup>1</sup> Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch



### 3.1 Effetto Cherenkov

I telescopi ANTARES ed IceCube sono basati sulla misura dei fotoni prodotti per *effetto Cherenkov* al transito di particelle cariche relativistiche nell'acqua, o nel ghiaccio, che circonda il rivelatore. Tali fotoni  $\gamma$  sono localizzati sulla superficie di un cono di apertura  $\theta_C$ . L'emissione di luce Cherenkov è legata agli effetti di polarizzazione e depolarizzazione del mezzo, fenomeni associati al passaggio della particella carica relativistica il cui passaggio genera nel mezzo una serie di onde sferiche, che viaggiano con la velocità di gruppo  $v_g = c/n$ , dove  $c$  è la velocità della luce ed  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo.

L'involuppo delle onde sferiche costituisce un fronte d'onda conico, che per semplice costruzione geometrica permette di determinare l'angolo di emissione della luce  $\theta_C$ , che vale:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{n\beta} \quad (3.1)$$

dove  $\beta$  è la velocità della particella in unità di  $c$ . Nel caso di ANTARES ed IceCube la velocità delle particelle è  $\beta \approx 1$ , perché si tratta di particelle relativistiche che viaggiano ad una velocità vicina a quella della luce nel vuoto. L'indice di rifrazione dell'acqua marina vale  $n = 1.35$ , quello nel ghiaccio antartico  $n = 1.33$ .

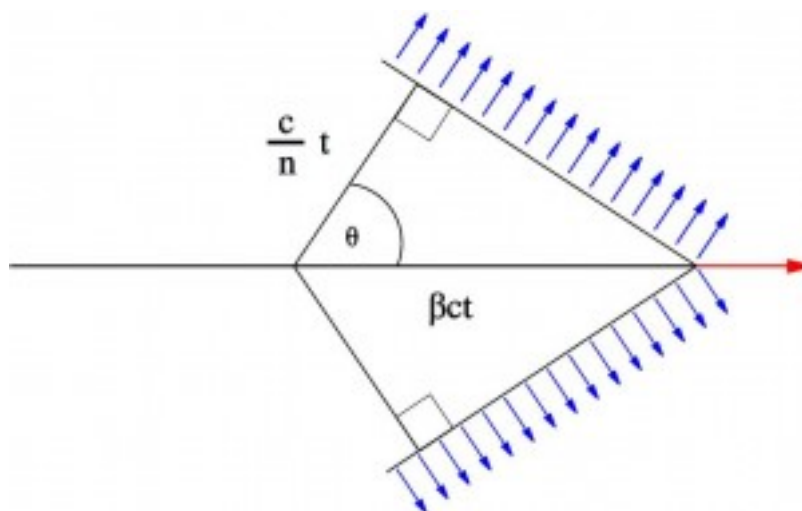


Figura 3.1: Effetto Cherenkov

Il numero di fotoni emessi in volo in funzione della distanza percorsa  $dx$  e della lunghezza d'onda  $d\lambda$  sarà:

$$\frac{d^2 N}{dx d\lambda} = 2\pi\alpha \sin^2 \theta / \lambda, \quad (3.2)$$

dove  $\alpha = \frac{1}{137}$  è la costante di struttura fine di Sommerfeld. Tali fotoni sono rivelati negli esperimenti con fotomoltiplicatori, PMT, la cui efficienza massima di rivelazione si ha per lunghezze d'onda  $\lambda_1 \in [400, 550] \text{ nm}$ , e dove è massima anche la trasparenza dell'acqua marina e del ghiaccio. In questo range di lunghezze d'onda sono emessi circa 200 fotoni per centimetro di traccia del muone. Nel caso di lunghezze d'onda  $\lambda_2 \ll 300 \text{ nm}$  i fotoni emessi non riescono a propagarsi e quindi

non contribuiscono al segnale. Nel caso di ANTARES il processo di assorbimento e scattering dei fotoni caratterizza la propagazione dei fotoni nell'acqua e per la rivelazione degli eventi che interessano nell'esperimento è necessario definire la lunghezza di assorbimento  $\lambda_a$  e la lunghezza di scattering  $\lambda_s$ , che è caratterizzata dalla funzione  $\beta(\theta)$ , che descrive la distribuzione angolare degli angoli di diffusione.

Nelle profonde acque del Mar Mediterraneo la finestra per un rivelatore a luce Cherenkov è quella delle lunghezze d'onda nel blu, finstra in cui la trasparenza è massima, con una distribuzione angolare di scattering tale che il valor medio del coseno dell'angolo vale  $\langle \cos \theta \rangle \approx 0.9$ .

Tale valor medio può subire variazioni in funzione delle correnti marine, delle stagioni e del particolato in sospensione nell'acqua. Nel corso dell'acquisizione ed elaborazione dati queste condizioni vengono tenute in conto per il calcolo degli errori sistematici legati alle misurazioni effettuate, errori che tengono inoltre conto di fenomeni quale la bioluminescenza, emissioni di luce legate alla presenza nelle acque del mare di particolari organismi quali il placton.

### 3.2 ANTARES: Apparato sperimentale

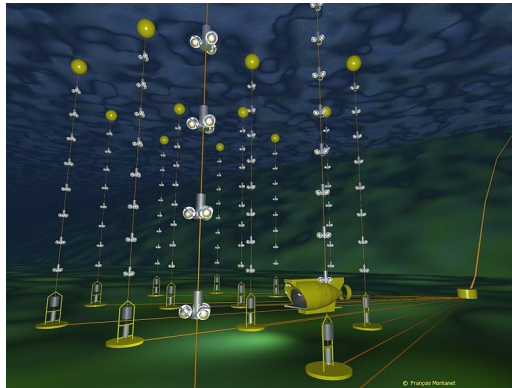


Figura 3.2: Telescopio Cherenkov ANTARES

Il telescopio è costituito da 12 stringhe distanti l'una dall'altra tra i 60 e gli 80 metri e ancorate al fondale marino. Le stringhe sono alte circa 400 metri e sono disposte in una spirale randomizzata. I *fotomoltiplicatori*, PMT, che rivelano la luce Cherenkov sono contenuti in *moduli ottici*, OM, sfere di quarzo che resistono ad una pressione fino ai 70 MegaPascal. Gli OM sono raggruppati in gruppi di tre negli *storey*, OMF, e posti in modo tale che i PMT puntino verso il basso con un angolo  $\alpha = 45^\circ$ . Undici stringhe presentano 25 OMF disposti a circa 14,5 metri l'uno dall'altro, mentre il primo storey dista 100 metri dal fondale marino.

La dodicesima stringa invece presenta 20 OMF e un sistema di rivelamento acustico, che assieme ad un sistema di LED e laser permette la calibrazione della strumentazione. L'apparato è quindi composto da un totale di 885 OM. Permette la rivelazione di particelle cariche con energie fino ai 10 PeV. L'apparato sperimentale invia le misurazioni effettuate ai centri di analisi dati in superficie attraverso cavi elettro-ottici.

### 3.3 Ricostruzione della traccia del muone in ANTARES

Per poter ricostruire la traccia del muone rivelato dal telescopio ANTARES è necessario fissare un sistema di riferimento, SC, di coordinate cartesiane ( $Oxyz$ ). Tale sistema ha l'origine  $O$  nel centro di gravità del detector, gli assi  $x$  e  $y$  orientati rispettivamente a nord e ad ovest e l'asse  $z$  verticale diretto verso la superficie.

La traccia del muone che si vuole osservare è caratterizzata dalla direzione, definita dall'angolo  $\theta$  rispetto alla verticale (*angolodizenith*), e dall'angolo  $\phi$ , angolo della proiezione della traccia nel piano  $xy$  rispetto a  $x$  (*angolodiazimuth*), e dal punto di intersezione con il piano passante per l'origine del sistema di riferimento al tempo  $t$ , per un totale di 5 parametri indipendenti.

Le informazioni a disposizione per la ricostruzione della traccia lasciata dal muone carico che passa all'interno del rivelatore consistono in una serie di *hit* raccolti dai PMT, ognuno dei quali è associato a informazioni spaziali, quali la posizione e l'orientazione rispetto al PMT, temporali  $t_i$ .

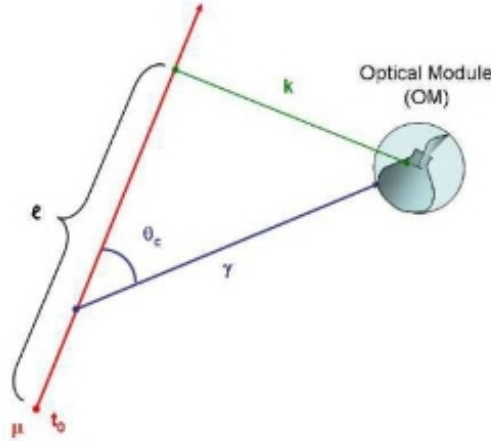


Figura 3.3: Ricostruzione della traccia di un muone in ANTARES

Fissata arbitrariamente la posizione  $(x_0, y_0, z_0)$  del muone all'istante iniziale  $t_0$ , il tempo aspettato di arrivo  $t_i^{exp}$  nella  $i$ -esima posizione, che corrisponde all' $i$ -esimo PMT, sarà:

$$t_i^{exp} = t_0 + \frac{1}{c} \left( l - \frac{k}{\tan \theta_C} \right) + \frac{1}{v_g} \left( \frac{k}{\sin \theta_C} \right) \quad (3.3)$$

dove  $l$  è la distanza percorsa dal muone nel rivelatore,  $k$  è la distanza del muone dal PMT,  $\theta_C$  è l'angolo di luce Cherenkov emesso dal fotone  $\gamma$ , che in acqua vale circa  $42^\circ$ , e  $v_g$  è la velocità di gruppo della luce nell'acqua. La differenza tra il tempo aspettato  $t_i^{exp}$  e il tempo misurato  $t_i^{mis}$  dal rivelatore, costituisce il tempo residuo  $r_i$ :

$$r_i = t_i^{mis} - t_i^{exp} \quad (3.4)$$

I tempi residui così determinati sono caratterizzati da una distribuzione di probabilità che permette la definizione di due possibili algoritmi statistici di ricostruzione, la variabile del  $\chi^2$  e la funzione di *maximum likelihood*:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (r_i)^2 \quad (3.5)$$

$$L = \prod_{i=1}^N f(r_i) \quad (3.6)$$

dove  $P(f(r_i))$  è la funzione di distribuzione della probabilità, *PDF*, associata all' $i$ -esimo PMT di osservare un fotone in ritardo di  $r_i$  rispetto al tempo misurato dal rivelatore Cherenkov. Tali equazioni sono non lineari, dunque la risoluzione richiederà l'utilizzo di metodi iterativi che possano minimizzare la variabile del  $\chi^2$  e massimizzare la funzione di *likelihood*.

La funzione  $f(r_i)$  in prima approssimazione può essere disaccoppiata in due funzioni: una funzione  $f_{i,1}$  della traccia e delle proprietà di propagazione, ed una funzione  $f_{i,3}$  che dipende dalla risposta angolare del modulo ottico:

$$f(r_i) = f_{i,1} \times f_{i,3} \quad (3.7)$$

La struttura di  $f_{i,1}$  è molto complicata ed è del tipo:

$$f_{i,1} = \left( \frac{a(ar^{(b-1)})e^{(-ar)}}{\Gamma(b)} \right) \otimes \frac{e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (3.8)$$

dove il primo termine tiene conto delle distribuzione di fotoni emessi lungo la traccia, mentre il secondo termine tiene conto della risposta temporale del fotomoltiplicatore. Le variabili  $a$  e  $b$  sono parametri che tengono conto dell'energia del muone e costituirebbero nell'algoritmo di ricostruzione della traccia una sesta variabile indipendente che complicherebbe ulteriormente le procedure di fitting.

L'eliminazione dell'energia come sesto parametro indipendente nella funzione di *likelihood* è effettuata fissando un valor medio dell'energia su un intero intervallo di energie possibili, oppure assegnando il valore di energia che più si avvicina all'energia prevista per l'evento osservato. Una parametrizzazione per  $f_{i,1}$  per intervalli di energie che va dai 10 ai 100 GeV è stata elaborata da Carloganu e Carr nel 1999, che hanno tenuto conto che lo spettro energetico dei neutrini è proporzionale a  $E^{-2}$ . Le tracce in tal modo ricostruite possono essere utilizzate per studiare il fenomeno delle oscillazioni dei neutrini.

### 3.4 Analisi dati in ANTARES

In ANTARES è possibile selezionare un campione pulito di neutrini atmosferici, con energia  $E_\nu > 20$  GeV, provenienti da sotto l'apparato e quindi tali da aver attraversato la Terra ed essersi propagati per distanze  $L$  dell'ordine di 10000 km.

Il fenomeno delle oscillazioni di neutrini può essere descritto in termini del rapporto  $E_\nu/L$ . In particolare la probabilità che un neutrino muonico *non oscilli* attraversando la Terra può essere espressa dalla relazione

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left( 1.27 \frac{\Delta m_{23}^2}{E_\nu} L \right). \quad (3.9)$$

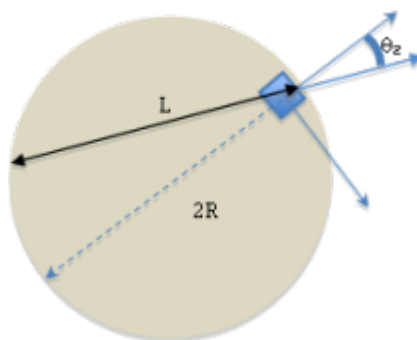


Figura 3.4: Ricostruzione di  $L$  in funzione dell'angolo di zenith

Utilizzando la relazione geometrica  $L = 2R \times \cos(\theta_z)$ , dove  $\theta_z$  è l'angolo del muone rispetto alla verticale (*angolo di zenith*),  $L$  il percorso del neutrino,  $R$  il raggio della terra, si può scrivere la probabilità di sopravvivenza nella forma:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left( 2.54 \times R \times \Delta m_{23}^2 \frac{\cos(\theta_z)}{E_\nu} \right). \quad (3.10)$$

Da tale espressione si possono ricavare i valori di  $E_\nu$  che rendono minima la probabilità di sopravvivenza, cioè che rendono l'argomento del seno  $2.54 \times R \times \Delta m_{23}^2 \frac{\cos(\theta_z)}{E_\nu} = \frac{\pi}{2}n$ . Assumendo  $\sin^2 2\theta_{23} = 1$  e  $\Delta m_{23}^2 = 2.32 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  il primo minimo ( $n = 1$ ) della  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$  si ha per  $E_\nu \approx 24 \text{ GeV}$ .

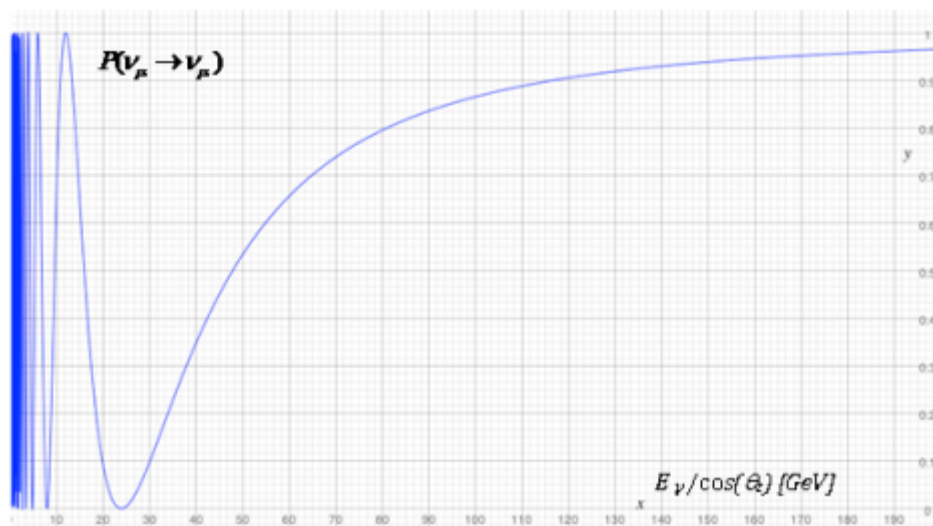


Figura 3.5: Probabilità di sopravvivenza dei neutrini muonici in funzione dell'energia con  $\cos \theta_z = 1$

Per elevati valori dell'energia ( $E_\nu > 500 \text{ GeV}$ ), e per i valori aspettati dei parametri che descrivono le oscillazioni dei neutrini atmosferici, la probabilità di sopravvivenza dei neutrini muonici è massima e pari ad 1. Le quantità osservabili in ANTARES sono l'angolo della traccia dei muoni rispetto allo zenith  $\theta_z$  e l'energia dei muoni.

L'energia dei muoni in ANTARES viene valutata tramite la misura del percorso in acqua dei muoni, per le tracce *contenute* nell'apparato, e tramite la misura dell'energia depositata in acqua dai fotoni emessi per *bremstrahlung* nel caso di muoni più energetici. Sappiamo infatti che la perdita di energia per ionizzazione di un muone in acqua può essere descritta dalla formula di Bethe-Bloch:

$$\left(\frac{dE_\mu}{dx}\right)_{Ion} \approx \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right], \quad (3.11)$$

con  $Z$  numero atomico ed  $A$  numero di massa del mezzo,  $m_e$  massa dell'elettrone,  $c$  la velocità della luce,  $\beta$  la velocità del muone e  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ .  $T_{max}$  è la massima energia cinetica trasferita nella collisione tra muone ed elettrone,  $I$  l'energia di eccitazione e  $\delta$  il termine di correzione degli effetti di densità.

La probabilità di emissione di fotoni per irraggiamento è descritta dalla:

$$\left(\frac{dE_\mu}{dx}\right)_{Brem} \propto \frac{Z^2}{A} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) \times E_\mu \quad (3.12)$$

La perdita totale di energia del muone è allora data da:

$$-\frac{dE_\mu}{dx} = a + b \times E_\mu, \quad (3.13)$$

con  $a$  costante legata al contributo di ionizzazione espressa in  $MeVcm^{-1}$  e  $b$  coefficiente angolare di parametrizzazione per i processi ad alta energia espresso in  $cm^{-1}$ .

Simulazioni con tecniche *MonteCarlo* permettono di simulare la distribuzione osservabile in ANTARES dell'energia dei muoni assumendoci conoscere lo spettro in energia dei neutrini atmosferici. In figura sono riportati come esempio i flussi di neutrini muonici previsti dai modelli più comunemente accettati.

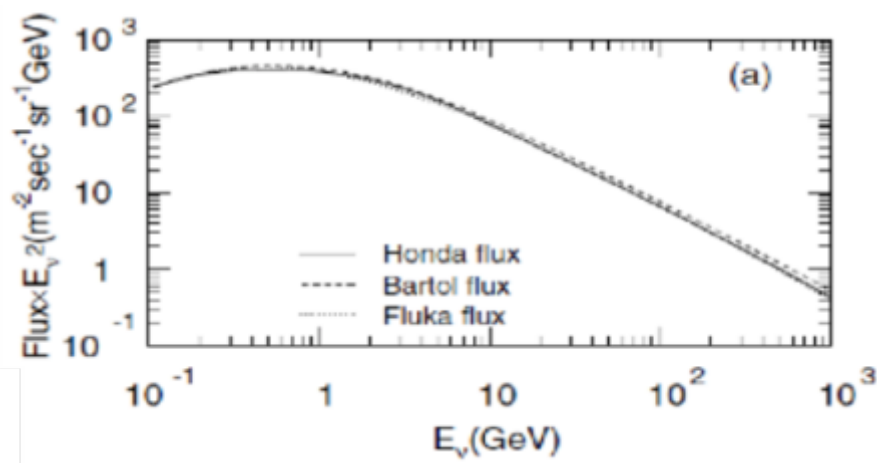


Figura 3.6: Flussi di neutrini muonici previsti dai modelli Honda, Bartol e Fluka in funzione dell'energia

Gli spettri in energia dei muoni prodotti nelle interazioni di tali neutrini e rivelati nel Telescopio sottomarino ANTARES saranno caratterizzati dalla efficienza di rivelazione che risulta essere quasi nulla per  $E_\mu < 20$  GeV.

In ANTARES un'analisi delle oscillazioni di neutrini atmosferici non è stata ancora finalizzata in quanto l'esperimento solo recentemente ha raccolto un numero sufficiente di eventi di neutrini *upgoing* per poter stimare i parametri dell'oscillazione con un errore statistico significativo. Sono stati però messi a punto vari criteri di analisi. Uno di questi criteri è basato sul fatto che il massimo dell'oscillazione è proprio atteso per  $E_\nu \approx 25$  GeV.

Per tale valore di  $E_\nu$  lo spettro in energia dei neutrini rivelati nell'apparato può essere confrontato con le distribuzioni attese in caso di *non oscillazione* (*curva rosa nella figura 3.7*) e nel caso di *oscillazione* (*curva rossa*) traendo dal fit ai dati sperimentali (*curva verde*) la miglior stima di  $\Delta m_{23}^2$  assumendo  $\sin^2 2\theta_{23} = 1$ . Gli eventi indicati in blu nella figura sono la stima del fondo di muoni atmosferici *downgoing* ai quali il programma di ricostruzione ha assegnato per errore la qualifica di *upgoing*.

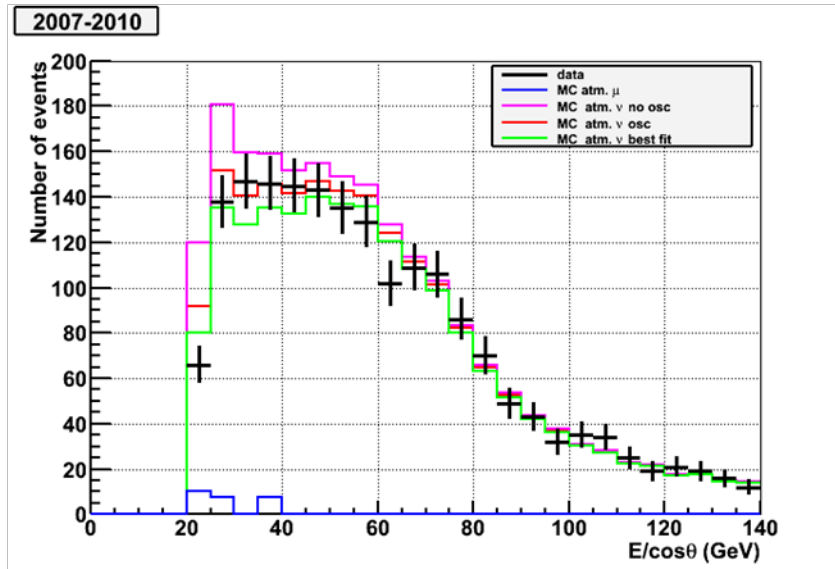


Figura 3.7: Analisi preliminare dei dati di ANTARES

Un fit ai dati sperimentali in figura, per  $\sin^2 2\theta_{23} = 1$ , fornisce come risultato *preliminare* il valore  $\Delta m_{23}^2 = (3.2^{+0.7}_{-1.1}) \times 10^{-3} eV^2$ , ben in accordo con il *best fit* ai dati noti fino ad oggi.

### 3.5 IceCube Neutrino Observatory

IceCube utilizza un sistema di fotomoltiplicatori, PMT, organizzati in moduli ottici digitali, DOM, e disposti su stringhe installate all'interno dei ghiacci. IceCube è realizzato con 80 stringhe disposte in una struttura esagonale con distanza media di 125 metri l'una dall'altra. Ogni stringa è dotata di 60 DOM posti alla distanza di circa 17 metri tra loro, per un totale di 4800 fotomoltiplicatori.

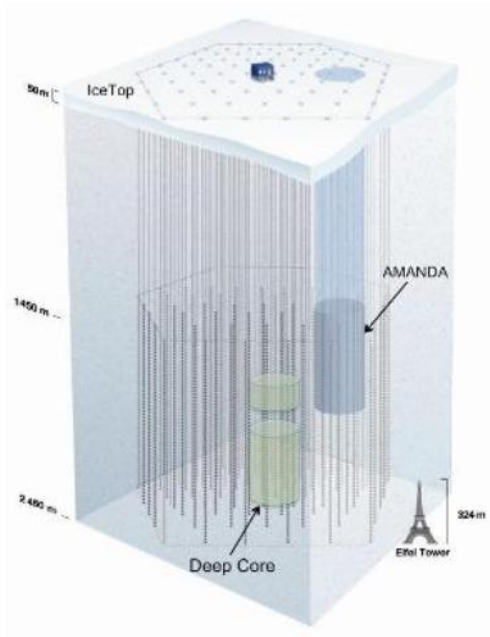


Figura 3.8: IceCube: apparato sperimentale

In tale configurazione il telescopio è in grado di rilevare particelle con energie superiori ai 30 GeV, ma uno studio più accurato delle oscillazione di neutrini atmosferici richiederebbe misure anche per energie inferiori ai 10 GeV. La possibilità di rivelare muoni di tali energie è permessa dall'inserimento nella struttura di un *Deep Core*, che ha aumentato di 5 volte la densità di rivelazione dell'apparato. Il *Deep Core* è costituito da un'aggiunta di 6 stringhe disposte attorno ad una delle stringhe di IceCube. Ogni stringa è dotata di 50 DOM poste a circa 7 metri tra loro ed altre 10 DOM poste a 10 metri l'una dall'altra.

Le tecniche di rivelazione sono dunque analoghe a quelle di ANTARES, così come analoghe sono le tecniche di ricostruzione della traccia del muone carico, che permette la ricostruzione dello spettro energetico del neutrino, e dell'analisi dati con alta statistica.



# Conclusioni

I neutrini sono particelle poco interagenti e difficili da rivelare, che interagiscono con la materia solo attraverso interazione debole ed interazione gravitazionale. Il fenomeno dell'oscillazione teorizzato dal fisico Bruno Pontecorvo ha permesso di ipotizzare che tali particelle fossero dotate di massa, seppur piccola. Sebbene non sia possibile determinare esplicitamente il valore della massa per i neutrini elettronico  $\nu_e$ , muonico  $\nu_\mu$  e tauonico  $\nu_\tau$ , il fenomeno di oscillazione tra neutrini di sapori differenti ha permesso di determinare le differenze quadratiche di massa  $\Delta m_{12}^2$ ,  $\Delta m_{13}^2$  e  $\Delta m_{23}^2$  e gli angoli di mescolamento  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$  e  $\theta_{23}$ .

Tali parametri possono essere stimati dai dati sperimentali visto che la probabilità di oscillazione, oltre a dipendere da  $\Delta m^2$  e da  $\theta$ , dipende dall'energia  $E_\nu$  del neutrino e dalla lunghezza di oscillazione, entrambe misurabili. I primi esperimenti con rivelatori per neutrini solari hanno osservato discrepanze tra il flusso di neutrini previsto dalle reazioni di produzione nel Sole e il flusso rivelato a terra. I deficit misurati di neutrini solari hanno messo in evidenza il *problema dei neutrini solari*; egualmente un *problema dei neutrini atmosferici* è stato evidenziato dall'osservazione di un deficit di neutrini muonici nei flussi di neutrini prodotti dall'interazione dei raggi cosmici con le particelle presenti nell'alta atmosfera.

I neutrini solari hanno evidenziato un  $\Delta m_{\odot}^2 \approx \Delta m_{12}^2$  ed un angolo  $\theta_{\odot} \approx \theta_{12}$ , legati ad energie  $E_\nu \propto keV \div MeV$ , mentre i neutrini atmosferici le cui  $E_\nu$  vanno da pochi GeV fino a centinaia di TeV hanno mostrato un  $\Delta m_{atm}^2 \approx \Delta m_{23}^2$  e un angolo  $\theta_{atm} \approx \theta_{23}$ , dove è stata verificata una gerarchia delle masse con  $\Delta m_{23}^2 \gg \Delta m_{12}^2$ .

ANTARES e IceCube sono due telescopi Cherenkov per lo studio di neutrini astrofisici con energie fino a centinaia di TeV. I due telescopi, che presentano analoghi sistemi di ricostruzione di tracce basati sulla rivelazione della luce emessa per effetto Cherenkov al passaggio di muoni relativistici in un mezzo trasparente (*acqua o ghiaccio*), rappresentano due esperimenti capaci di effettuare misure di oscillazione di neutrino *long baseline*, poiché possono rivelare neutrini atmosferici provenienti dal *basso* (*upgoing*), che hanno attraversato il diametro terrestre di 12740 km, o dall'*alto* (*downgoing*), dopo essersi propagati per circa 10 - 20 km.

ANTARES, posto nel Mar Mediterraneo, rivela dunque i neutrini provenienti dall'emisfero australe, mentre IceCube, posto nei ghiacci del Polo Sud geografico, svolge un ruolo complementare attraverso l'osservazione dei neutrini provenienti dall'emisfero boreale. Il carattere complementare delle misure con i due grandi apparati fornisce un valido strumento di controllo per uno studio accurato sia del flusso di neutrini astrofisici che del fenomeno di oscillazione dei neutrini atmosferici. Futuri studi con tali apparati potranno pertanto fornire stime per  $\Delta m^2$  e per  $\theta$  che siano compatibili, se non migliori, con i risultati ottenuti da esperimenti per i neutrini atmosferici quali Super-Kamiokande.

## Appendice: Probabilità di transizione

La probabilità che un neutrino  $\nu_e$  nell'istante iniziale sia nello stesso stato al tempo  $t$  è:

$$\begin{aligned}
 P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= | \langle \nu_e(0) | \nu_e(t) \rangle |^2 = \\
 &= | \cos^2 \theta e^{-iE_1 t} \langle \nu_1 | \nu_1 \rangle + \sin^2 \theta e^{-iE_2 t} \langle \nu_2 | \nu_2 \rangle |^2 = \\
 &= (\cos^2 \theta e^{+iE_1 t} + \sin^2 \theta e^{+iE_2 t}) \times (\cos^2 \theta e^{-iE_1 t} + \sin^2 \theta e^{-iE_2 t}) = \\
 &= \cos^4 \theta + \sin^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times e^{+i(E_1 - E_2)t} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times e^{-i(E_1 - E_2)t} =
 \end{aligned}$$

con  $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$  :

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times [e^{+i(E_1 - E_2)t} + e^{-i(E_1 - E_2)t}] =$$

ricordando che  $\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} = \cos x$ , sostituisco e raccolgo:

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \times [1 - 2 \cos[(E_1 - E_2)t]] =$$

inoltre  $2 \sin x \cos x = \sin(2x)$ , tale che  $2 \sin^2 x \cos^2 x = 2 \sin^2(2x)$  e  $1 - 2 \cos(2x) = 2 \sin^2 x$ , dunque si avrà:

$$\begin{aligned}
 &= 1 - 2 \sin^2(2\theta) \times 2 \sin^2\left[\frac{E_1 - E_2}{2} t\right] = \\
 &= 1 - 4 \sin^2(2\theta) \sin^2\left[\frac{E_1 - E_2}{2} t\right] =
 \end{aligned}$$

sapendo che  $E_i^2 = p_i^2 + m_i^2 = \left(1 + \frac{m_i^2}{p_i^2}\right) p_i^2$  e che  $p_1 = p_2 = p$ , è possibile scrivere l'energia come:

$$E_i = p \sqrt{1 + \frac{m_i^2}{p_i^2}}$$

dove  $\frac{m_i^2}{p_i^2} = x$  è molto piccolo. Si può allora scrivere lo sviluppo in serie in funzione di  $x$ :

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{1+x}} + \dots$$

L'energia dell' $i$ -esimo stato è allora riscrivibile come:

$$E_i \approx p \left(1 + \frac{m_i^2/p_i^2}{2\sqrt{1+m_i^2/p_i^2}}\right) \approx p \left(1 + \frac{m_i^2/p_i^2}{2}\right)$$

Si può allora scrivere la differenza tra  $E_1$  e  $E_2$ :

$$E_1 - E_2 = p \left[ \left(1 + \frac{m_1^2/p_1^2}{2}\right) - \left(1 + \frac{m_2^2/p_2^2}{2}\right) \right] = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p}$$

Si assumano ora  $E \approx p$  tale che  $E_1 - E_2 \approx \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}$ , ne deriva che la probabilità di transizione che il  $\nu_e$  all'istante iniziale sia ancora un  $\nu_e$  al tempo  $t$  vale:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - 4 \sin^2(2\theta) \sin^2\left[\frac{\Delta m_{12}^2}{4E} t\right]$$

## Bibliografia

- Particelle e interazioni fondamentali, S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio, Editore Springer, 2009;
- Particle Physics, B. R. Martin, G. Shaw, Editore John Wiley and Sons, 1992;
- Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector, Cleveland, Bruce T. et al. (Homestake), *Astrophys. J.* 496 (1998) 505-526;
- Final results of the Cr-51 neutrino source experiments in GALLEX, Hampel, W. et al. (GALLEX), *Phys. Lett. B*420 (1998) 114-126;
- Measurement of the solar neutrino capture rate with Gallium metal, Part III, Abdurashitov, J. N. et al. (SAGE), *Phys. Rev. C*80 (2009) 015807, arXiv:0901.2200;
- Independent Measurement of the Total Active 8B Solar Neutrino Flux Using an Array of 3He Proportional Counters at the Sudbury Neutrino Observatory, SNO Collaboration, *Phys.Rev.Lett.*101:111301, 2008;
- Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND, KamLAND, *Phys.Rev.Lett.*100:221803, 2008;
- Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation, Y. Ashie et al. (Super-Kamiokande), *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004) 101801;
- MACRO results on atmospheric neutrinos, MACRO, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 145 (2005) 116, 2004;
- Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS, *Phys.Rev.Lett.*106:181801, 2011;
- Measurement of Neutrino Oscillation by the K2K Experiment, *Phys.Rev.D*74:072003, 2006;
- Latest oscillation results from T2K, High Energy Physics - Experiment (hep-ex), arXiv:1111.0183v1;
- Reconstruction of Atmospheric Neutrinos in Antares, High Energy Astrophysical Phenomena (astro-ph.HE), arXiv:0908.0816v1, 2009;
- ANTARES: the first undersea neutrino telescope, Instrumentation and Methods for Astrophysics (astro-ph.IM] arXiv:1104.1607v2, 2011;
- Reconstruction of Atmospheric Neutrinos in Antares, Instrumentation and Methods for Astrophysics (astro-ph.IM); High Energy Astrophysical Phenomena (astro-ph.HE), arXiv:0908.0816v1, 2009;
- A Deep Sea Telescope for High Energy Neutrinos, CPPM-P-1999-02, DAPNIA 99-01, IFIC/99-42, SHEF-HEP/99-06, 1999;
- Study of atmospheric neutrino oscillations in ANTARES, Carloganu, C. (ANTARES), *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 100, 2001;
- The Design and Performance of IceCube DeepCore, strumentation and Methods for Astrophysics (astro-ph.IM); Cosmology and Extragalactic Astrophysics (astro-ph.CO); High Energy Physics - Experiment (hep-ex); Instrumentation and Detectors (physics.ins-det), arXiv:1109.6096v1, 2011;
- IceCube3—a new window on the Universe, Thomas K. Gaisser (for the IceCube Collaboration), Denis Robertson, Instrumentation and Methods for Astrophysics (astro-ph.IM); High Energy Astrophysical Phenomena (astro-ph.HE), arXiv:0901.4294v1, 2009;
- Detection of atmospheric neutrino oscillations with a 0.1  $km^2$  underwater neutrino detector: The case for ANTARES, DSM/DAPNIA, CEA/Saclay, F-91191 Gif-Sur-Yvette CEDEX, 1999.