ELEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

MATEMATICA

- SIMBOLI
- PROPORZIONI
- POTENZE
- LOGARITMI
- EQUAZIONI
- SISTEMI DI RIFERIMENTO
- ANGOLO PIANO

Lucidi del Prof. D. Scannicchio

SIMBOLI MATEMATICI

$+$ $-$ $:,\ /$ $\cdot\ ,\ \times$ 1.3 → 1,3

$|a|$ modulo di a

$\bar{a}$ valore medio di a

$=$ uguale

$\approx$ circa uguale

$\equiv$ identità

$\neq$ non uguale

$\propto$ proporzionale

$\div$ ordine di grandezza

∞ infinito

$\varnothing$ zero

$>$ maggiore

$<$ minore

$\gg$ molto maggiore

$\ll$ molto minore

$\geq$ maggiore o uguale

$\leq$ minore o uguale

SIMBOLI MATEMATICI

$\sqrt{}$ radice quadrata $\sqrt[n]{}$ radice ennesima

! fattoriale $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ $0! = 1$

Δ , δ variazione di : $\Delta x = x_2 - x_1$ $\delta x = x_2 - x_1$

Σ sommatoria : $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{11} = \sum_{i=1}^{11} a_i$

Π produttorio : $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \ldots \cdot a_{11} = \prod_{i=1}^{11} a_i$

$\int$ integrale $\pi = 3.14\ldots.$ $e = 2.718\ldots.$

SIMBOLI MATEMATICI

relazioni, formule, leggi

uguaglianze fra grandezze fisiche espresse tramite simboli letterari → $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

ogni lettera assume un valore numerico che permette di calcolare una qualsiasi grandezza incognita

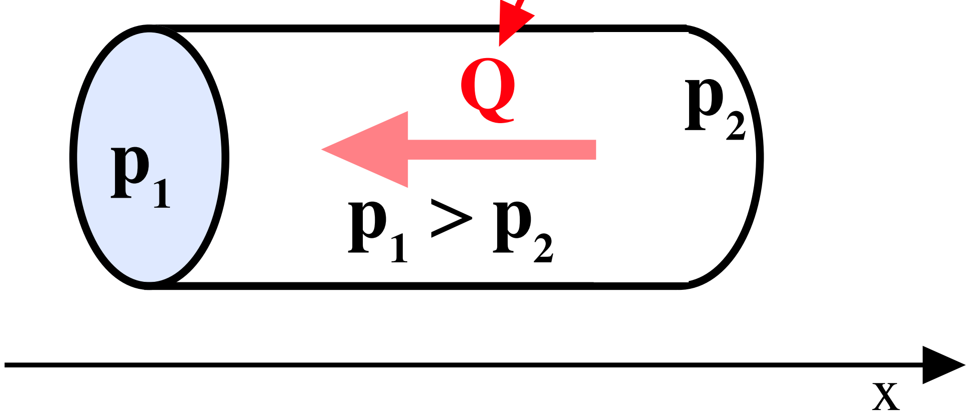
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad \textit{oppure} \qquad m_2 = \frac{r^2 F}{G m_1}$$

variazione $a_2 - a_1 = \Delta a$

differenza $a_1 - a_2 = -\Delta a$

variazione di pressione fra estremità vaso:

80 mmHg – 120 mmHg = – 40 mmHg



SIMBOLI MATEMATICI

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- **proporzionale a** $\quad F \propto m_1$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

inverso di r^2 : $\frac{1}{r^2}$

- **F inversamente proporzionale a r^2**

PROPORZIONI

$$a : b = c : d \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$a : b = c : d \qquad a = \frac{b\,c}{d}$$

$$a : b = c : d \qquad b = \frac{a\,d}{c}$$

$$a : b = c : d \qquad c = \frac{a\,d}{b}$$

$$a : b = c : d \qquad d = \frac{b\,c}{a}$$

PROPORZIONI

$$\boxed{a : b = c : d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

esempio: mmHg ⟷ barie

dati: 1 atmosfera = 760 mmHg = 10^6 barie = 10^5 Pa

$$\boxed{x \text{ mmHg} : y \text{ barie} = 760 \text{ mmHg} : 10^6 \text{ barie}}$$

$$x \text{ mmHg} = \frac{y \text{ barie} \cdot 760 \text{ mmHg}}{10^6 \text{ barie}}$$

$$y \text{ barie} = \frac{x \text{ mmHg} \cdot 10^6 \text{ barie}}{760 \text{ mmHg}}$$

PROPORZIONI

$$\boxed{a : b = c : d} \longrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

esempio: lire ⟷ euro

dati: 1 euro = 1936.27 lire

$$\boxed{x \text{ lire} : y \text{ euro} = 1936.27 \text{ lire} : 1 \text{ euro}}$$

$$x \text{ lire} = \frac{y \text{ euro} \cdot 1936.27 \text{ lire}}{1 \text{ euro}}$$

$$y \text{ euro} = \frac{x \text{ lire} \cdot 1 \text{ euro}}{1936.27 \text{ lire}}$$

POTENZE

$$N = a^{n}$$

esponente

base

proprietà :

potenze di 2

- $a^{n} \cdot a^{m} = a^{n+m}$ $\qquad 2^{3}\ \ 2^{4} = 2^{3+4} = 2^{7} = 2 .2 .2 .2 .2 .2 .2 = 128$

- $\dfrac{a^{n}}{a^{m}} = a^{n-m}$ $\qquad \dfrac{2^{3}}{2^{4}} = 2^{3-4} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2} = 0.5$

- $(a^{n})^{r} = a^{n\,r}$ $\qquad (2^{3})^{2} = 2^{3 \cdot 2} = 2^{6} = 2 .2 .2 .2 .2 .2 = 64$

radici

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}$ $\qquad 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^{3}} = \sqrt{8} = 2.83$

- $\left[\dfrac{a}{b}\right]^{n} = \dfrac{a^{n}}{b^{n}} = a^{n}\,b^{-n}$ $\qquad \left[\dfrac{2}{3}\right]^{3} = 2^{3}\,3^{-3} = \dfrac{8}{27} = 0.296$

POTENZE

potenze di 10

$N = 602000000000000000000000$

N = 6.02 10^{23} **numero di Avogadro**

$1 = 10^{0}$

$0.1 = 10^{-1}$

$0.01 = 10^{-2}$

$0.001 = 10^{-3}$

$0.00000345 = 3.45\ 10^{-6}$

$10^{-\infty} = 0$

LOGARITMI

$$\log_a N = n \longrightarrow a^n = N$$

$$N = a^n$$

esponente

base

proprietà :

- $\log_a a = 1$
- $\log_a\left(\frac{N}{M}\right) = \log_a N - \log_a M$
- $\log_a (N \cdot M) = \log_a N + \log_a M$
- $\log_a N^m = m \log_a N$

$\log_a \longrightarrow \log_\alpha$ $\quad \boxed{\alpha^{\log_\alpha N} \equiv N} \rightarrow \boxed{\log_\alpha N \quad \log_a \alpha = \log_a N}$

LOGARITMI

- logaritmi in base 10 : $\log_{10} \mathrm{N} \equiv \mathrm{Log\ N}$
- logaritmi in base e : $\log_e \mathrm{N} \equiv \mathit{ln}\ \mathrm{N}$

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 2.718 \ldots$$

$0! = 1$

$$\mathit{ln}\ \mathrm{a} = \mathit{ln}10 \cdot \mathrm{Log\ a} = 2.305\ \mathrm{Log\ a}$$

$$\mathrm{Log\ a} = \mathrm{Log}\ e \cdot \mathit{ln}\ \mathrm{a} = 0.434\ \mathit{ln}\ \mathrm{a}$$

esempio

Log 321.4 = 2.507

ln 321.4 = 5.772

LOGARITMI

esempi

pH di soluzioni

$pH = -\mathrm{Log}\ [H^+]$

$[H^+] = 10^{-7}$ $\qquad pH = +\,7$

$[H^+] = 10^{-5}$ $\qquad pH = +\,5$

intensità sonora

$$\sigma\ (\text{decibel}) = 10\ \ \mathrm{Log}\frac{I}{I_o} \qquad \frac{I}{I_o} = \frac{2\ 10^{-5}}{10^{-12}} = 2\ 10^{7}$$

$$\sigma\ (\text{decibel}) = 10\ \ \mathrm{Log}\ 2\ 10^{7} = 10\ (\mathrm{Log}\ 2 + \mathrm{Log}\ 10^{7}) =$$

$$= 10\ (0.30 + 7) = 73\ \text{dB}$$

EQUAZIONI

1° grado $a\,x + b = 0$ $x = -\dfrac{b}{a}$

2° grado $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EQUAZIONI

$$a\,x + b = 0 \longrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

esempi

$$2\,x - 15 = 0 \qquad x = -\frac{-15}{2} = 7.5$$

$$-3\,x + 15 = 0 \qquad x = -\frac{15}{-3} = 5$$

$$5\,x + 35 = 0 \qquad x = -\frac{35}{5} = 7$$

SISTEMI DI EQUAZIONI

lineare

$$\begin{cases} a\,x + b\,y + k = 0 \\ c\,x + d\,y + h = 0 \end{cases}$$

non lineare
(funzioni di grado superiore al 1°)

$$\begin{cases} f(x,y) = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$$

soluzione grafica

(vedi rappresentazione grafica di funzioni)

SISTEMI DI EQUAZIONI

esempio semplice (equazioni lineari)

$$\begin{cases} 2x - 3y + 15 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \qquad x = 2y$$

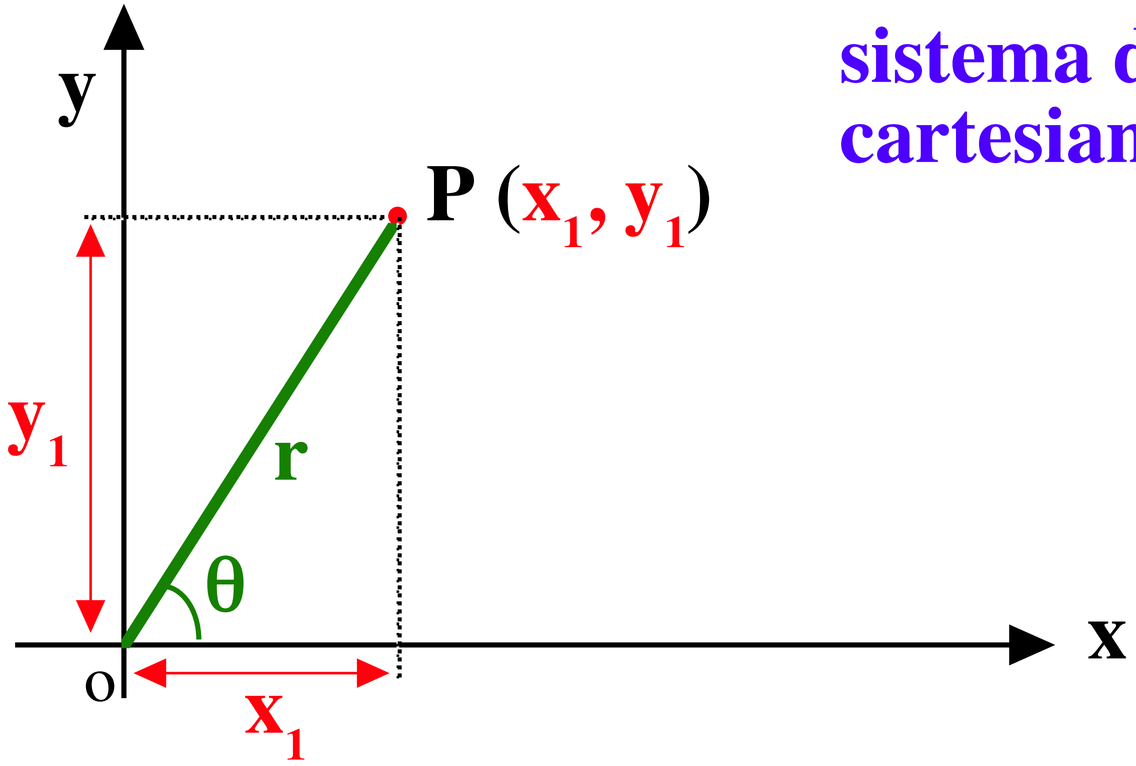
$$2 \cdot 2y - 3y + 15 = 0$$

$$4y - 3y + 15 = 0$$

$$y + 15 = 0 \longrightarrow y = -15$$

$$x = 2y = -30$$

SISTEMI DI RIFERIMENTO

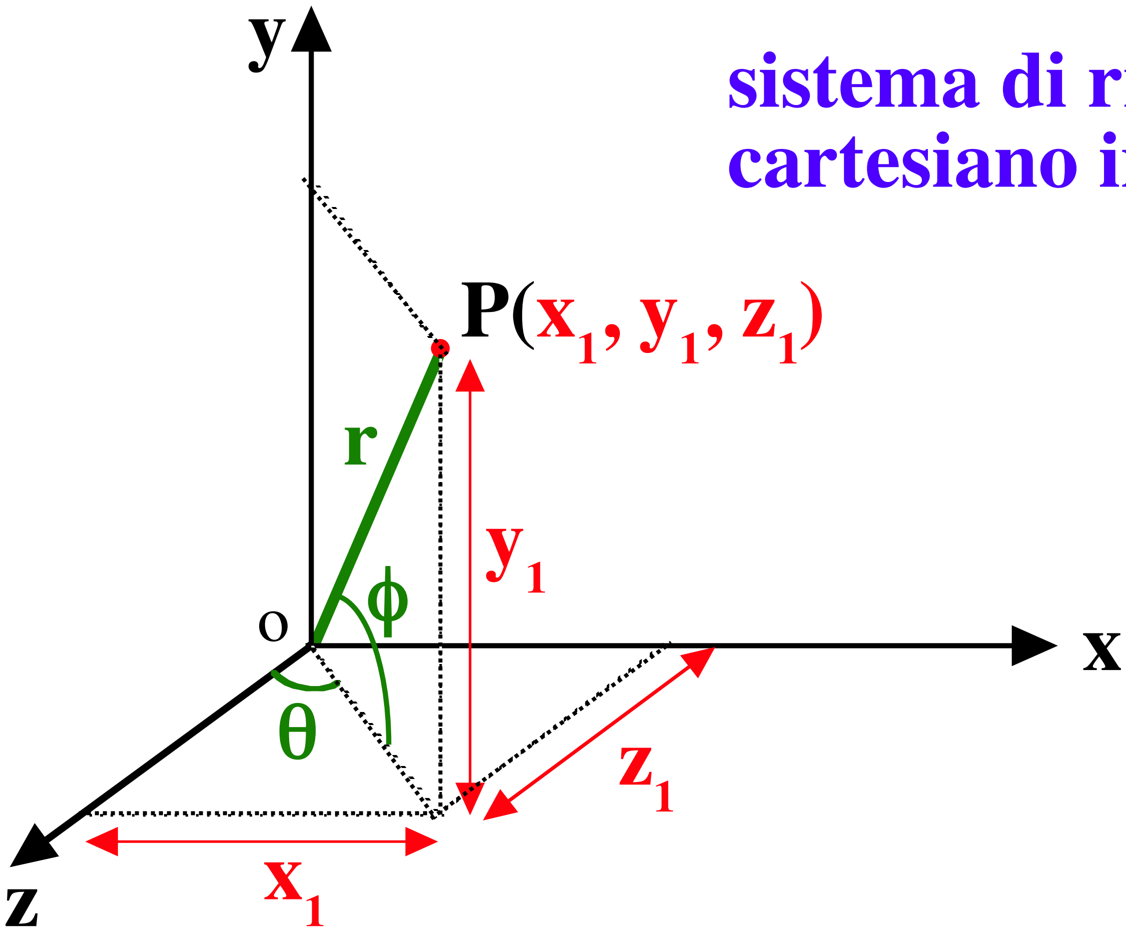


sistema di riferimento
cartesiano in 2 dimensioni

sistema di riferimento
polare 2 dimensioni

$$P\,(r, \theta) \rightarrow \begin{cases} x_1 = r \cos\theta \\ y_1 = r \,\mathrm{sen}\,\theta \end{cases}$$

SISTEMI DI RIFERIMENTO



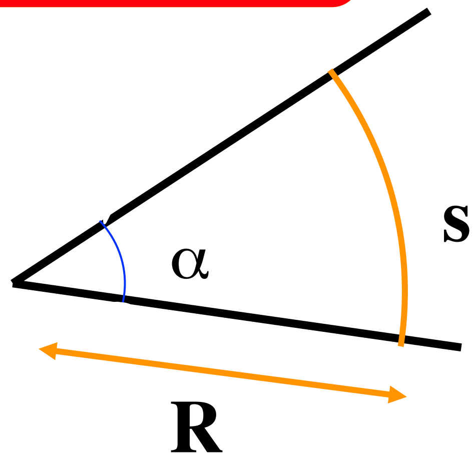
sistema di riferimento
cartesiano in 3 dimensioni

sistema di riferimento
polare 3 dimensioni

P(r, θ , ϕ)

ANGOLO PIANO

$$s = \alpha R$$



unità di misura :

- **gradi, minuti, secondi**

  $1° = 60'$ $\quad$ $1' = 60''$

- **radianti** $= \dfrac{\text{arco } s}{R}$

esempio : $32°\ 27'\ 38''$

ANGOLO PIANO

angolo giro = 360° : 2π radianti

1 radiante : x gradi = 2π : 360°

(1 radiante)

$$x = \frac{360°}{2\pi} = 57.29578° = 57°\ 17'\ 44.81''$$

0.29578° : y primi = 1° : 60 primi → y = 17.74680'

0.74680' : z secondi = 1' : 60 secondi → z = 44.81''

EQUAZIONI

esempio

2° grado $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\boxed{2\,x^2 - 9\,x + 5 = 0}$$

$$x_1 = \frac{-(-9) + \sqrt{81 - 40}}{4} = \frac{9 + \sqrt{41}}{4} = 7.70$$

$$x_2 = \frac{-(-9) - \sqrt{81 - 40}}{4} = \frac{9 - \sqrt{41}}{4} = 0.649$$

EQUAZIONI

esempio

2° grado $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2\,a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2\,a}$$

$$2\,x^2 - 3\,x + 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{9 - 40}}{4} = \cancel{\frac{3 + \sqrt{-31}}{4}}$$

soluzione non reale

$$x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{9 - 40}}{4} = \cancel{\frac{3 - \sqrt{-31}}{4}}$$

soluzione non reale