

FNS II Prof. C. Dionisi – Tutor Prof. C. Bini

Misure di alta precisione del $g - 2$ muonico

Studio dell'esperimento E821(BNL)

Alessio Del Dotto, Giugno 2009

Introduzione al fattore giromagnetico

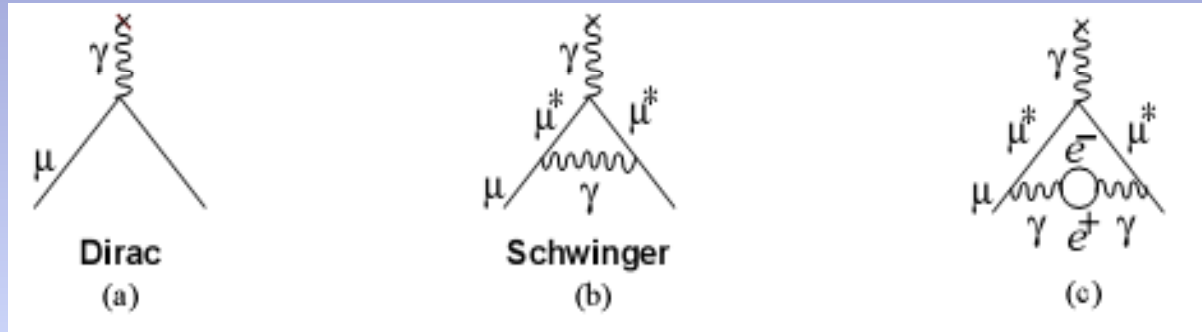
- Una particella carica dotata di spin ha un momento di dipolo magnetico
- Nel 1928 Dirac con la sua equazione predice il valore $g=2$ per particelle puntiformi di spin $\frac{1}{2}$
- Nel caso di particelle di spin $\frac{1}{2}$ si usa scrivere

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{q}{2m} \right) \vec{s}$$

$$g = 2$$

$$\left| \vec{\mu} \right| = (1+a) \frac{q\hbar}{2m} \quad \text{dove} \quad a = \frac{g-2}{2}$$

Test del MS e ricerca di nuova fisica attraverso la misura di a_μ



- Grafico di Feynman per il caso $g=2$
- Nel 1947, misurando la struttura iperfine dell'idrogeno, si ottennero degli splitting dei livelli atomici più grandi di quelli previsti dalla teoria di Dirac, quindi Schwinger propone di aggiungere la correzione radiativa mostrata nella seconda figura
- La terza figura mostra gli ulteriori contributi dati dalla polarizzazione del vuoto

La misura dell'anomalia del muone è sensibile alla fisica che corrisponde a scale di energia di centinaia di GeV!(verrà approfondito nel seminario ³ seguente)

Precessione dello spin del muone

- Il momento magnetico del muone, se sottoposto a un campo magnetico esterno, subisce una momento di torsione

$$\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Si ha quindi un moto di precessione dello spin della particella, la cui frequenza di precessione (osservata per la prima volta nel 1957 al ciclotrone Columbia- Nevis) è

$$\vec{\omega}_s = -\frac{eg\vec{B}}{2m} - \frac{e\vec{B}}{\gamma m}(1-\gamma)$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{1/2} \quad \beta = v/c$$

- Garwin e i suoi collaboratori trovarono che il tasso di rotazione osservato dello spin era consistente con $g = 2$

Precessione dello spin del muone rispetto al momento

Quando dei muoni si muovono su orbite circolari, sul piano trasverso rispetto alla direzione del campo magnetico, l'impulso di questi ha un moto di precessione rispetto al campo magnetico.

Assumendo che $\vec{\beta} \cdot \vec{B} = 0$, il vettore impulso del muone sottoposto a moto di ciclotrone ruota con frequenza

$$\vec{\omega}_c = -\frac{e\vec{B}}{m\gamma}$$

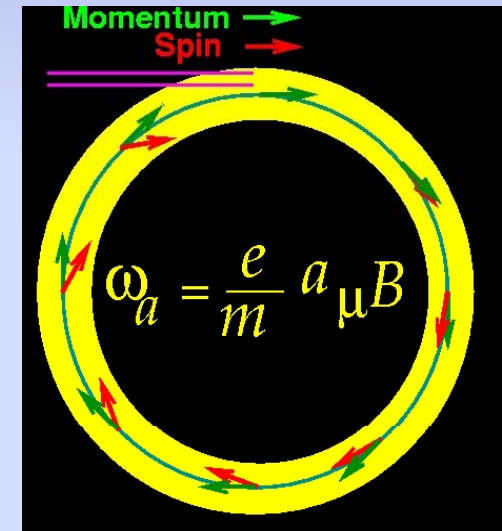
La frequenza di precessione dello spin relativamente a B, considerando anche la frequenza di ciclotrone è

$$\vec{\omega}_a = \vec{\omega}_s - \vec{\omega}_c = -\left(\frac{g-2}{2}\right) \frac{e\vec{B}}{m} = -a_\mu \frac{e\vec{B}}{m}$$

Quindi possiamo ricavare a_μ misurando \vec{B} e la frequenza di precessione ω_a !

Charpak e altri nel 1961 (esperimento CERN1) per primi sfruttarono questa idea di misurare l'anomalia anziché g.

A questo seguirono altri due esperimenti CERN 2 (1968) e CERN 3 (1974-1979).




Esperimento CERN 3

Nel caso in cui siano presenti campi elettrici oltre che campi magnetici, la formula della precessione dello spin della particella e della precessione dovuta al moto di sincrotrone vanno modificate nel modo seguente

$$\vec{\omega}_c = -\frac{q}{m} \left[\frac{\vec{\beta}}{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \left(\frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right) \right]$$

$$\vec{\omega}_s = -\frac{q}{m} \left[\left(\frac{g}{2} - 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \vec{B} - \left(\frac{g}{2} - 1 \right) \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} - \left(\frac{g}{2} - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right] \quad \text{ponendo } a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$$

$$\vec{\omega}_a = -\frac{q}{m} \left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right] \quad \text{se } \vec{\beta} \cdot \vec{B} = 0$$



$$\gamma_{magic} = 29.3$$

Per questo valore di γ il termine evidenziato si annulla!

Una situazione di questo genere si è presentata per la prima volta nell'esperimento CERN 3 (e poi in tutti quelli successivi, compreso E821 di cui si parlerà in seguito) per via del fatto che sono stati usati dei foccheggianti elettrostatici

Polarizzazione del fascio di μ

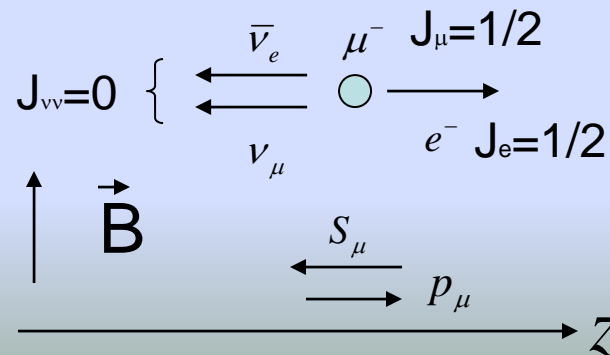
- Per fare una misura della frequenza di precessione ω_a serve un fascio di muoni polarizzati, i quali si possono ottenere dai decadimenti dei pioni



- L'esperimento E821 (Brookhaven 1999-2001) sfrutta μ "forward", prodotti da un fascio di pioni con momento medio $p_\pi \approx 3.15 \text{ GeV}/c$ e seleziona un impulso dei μ di $3.094 \text{ GeV}/c$ (corrispondente a γ_{magic}) e la polarizzazione media è di oltre il 95%
- Consideriamo il decadimento debole del muone $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ nel caso in cui l'elettrone ha l'energia massima (53 MeV) nel sistema del riferimento del muone (SRM)

Nel SRM

Nel laboratorio



Il numero di questi elettroni di alta energia è massimo quando la direzione dello spin del μ è opposta a z e un minimo quando è parallela e poiché lo spin precede il numero di elettroni oscilla con frequenza ω_a

Misura di ω_a attraverso l'oscillazione del numero di elettroni

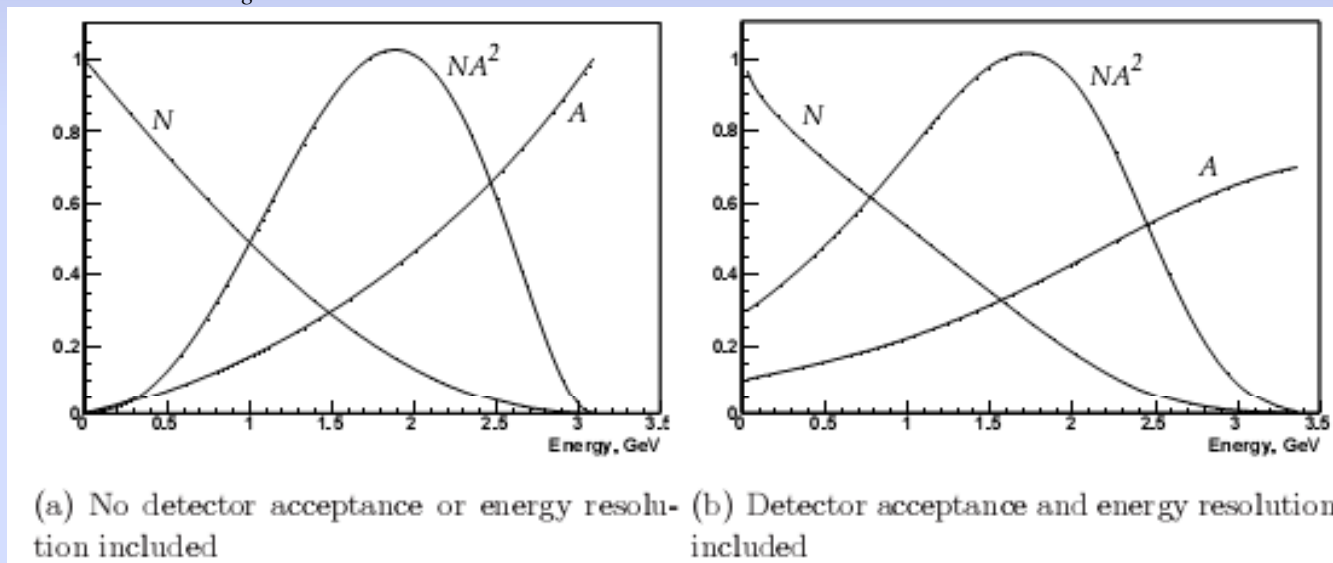
L'oscillazione del numero di elettroni in funzione del tempo e per un dato valore di energia di soglia degli elettroni stessi è

$$N(t, E_{soglia}) = N_0(E_{soglia}) e^{-t/\gamma\tau} \left[1 + A(E_{soglia}) \cos(\omega_a t + \phi(E_{soglia})) \right]$$

con

$$A(E_{soglia}) = P \frac{-8y^2 + y + 1}{4y^2 - 5y - 5}, \quad N(E_{soglia}) \propto (y-1)(4y^2 - 5y - 5)$$

$$y = E_{soglia} / E_{max} \quad (E_{max} = 3.1 GeV)$$



L'errore statistico sulla frequenza di precessione, ottenuta fittando i dati con la funzione appena descritta, per un dato momento del μ e fissato il campo magnetico è inversamente proporzionale a NA^2

Misura del campo magnetico attraverso la frequenza di precessione dei protoni liberi

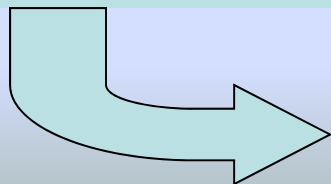
- Nell'esperimento E821 il campo magnetico è stato misurato attraverso la frequenza di Larmor dei protoni stazionari, in RMN

$$\omega_a = \frac{e}{m} a_\mu B$$

$$\omega_p = g_p \left(\frac{eB}{2m_p} \right)$$

$$a_\mu = \frac{\tilde{\omega}_a / \omega_p}{\lambda - \tilde{\omega}_a / \omega_p} = \frac{R}{\lambda - R}$$

dove $\lambda = \mu_\mu / \mu_p$



La tilde indica che la misura di ω_a deve essere modificata poiché non si ha esattamente $\gamma = \gamma_{\text{magic}}$

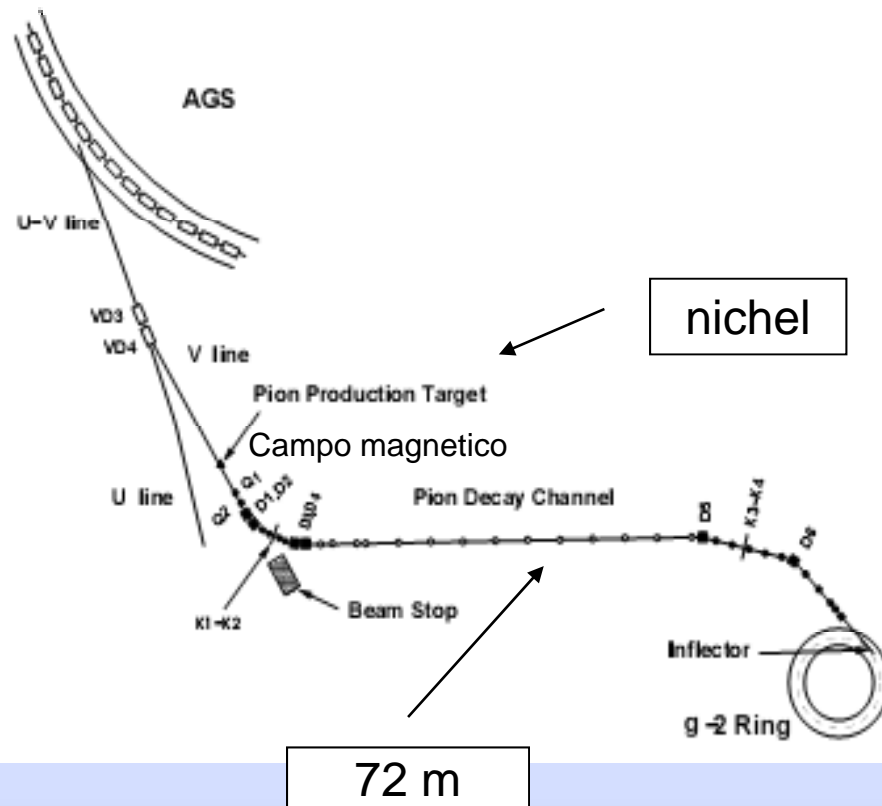
Riepilogo storico degli esperimenti sul g-2 muonico

\pm	Measurement	σ_{a_μ}/a_μ	Sensitivity	Reference
μ^+	$g = 2.00 \pm 0.10$		$g = 2$	Garwin <i>et al</i> [30], Nevis (1957)
μ^+	$0.00113^{+0.00016}_{-0.00012}$	12.4%	$\frac{\Omega}{\pi}$	Garwin <i>et al</i> [33], Nevis (1959)
μ^+	0.001145(22)	1.9%	$\frac{\Omega}{\pi}$	Charpak <i>et al</i> [34] CERN 1 (SC) (1961)
μ^+	0.001162(5)	0.43%	$(\frac{\Omega}{\pi})^2$	Charpak <i>et al</i> [35] CERN 1 (SC) (1962)
μ^\pm	0.00116616(31)	265 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^3$	Bailey <i>et al</i> [36] CERN 2 (PS) (1968)
μ^+	0.001060(67)	5.8%	$\frac{\Omega}{\pi}$	Henry <i>et al</i> [46] solenoid (1969)
μ^\pm	0.001165895(27)	23 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^3 + \text{Hadronic}$	Bailey <i>et al</i> [37] CERN 3 (PS) (1975)
μ^\pm	0.001165911(11)	7.3 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^3 + \text{Hadronic}$	Bailey <i>et al</i> [38] CERN 3 (PS) (1979)
μ^+	0.0011659191(59)	5 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^3 + \text{Hadronic}$	Brown <i>et al</i> [48] BNL (2000)
μ^+	0.0011659202(16)	1.3 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^4 + \text{Weak}$	Brown <i>et al</i> [49] BNL (2001)
μ^+	0.0011659203(8)	0.7 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^4 + \text{Weak} + ?$	Bennett <i>et al</i> [50] BNL (2002)
μ^-	0.0011659214(8)(3)	0.7 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^4 + \text{Weak} + ?$	Bennett <i>et al</i> [51] BNL (2004)
μ^\pm	0.00116592080(63)	0.54 ppm	$(\frac{\Omega}{\pi})^4 + \text{Weak} + ?$	Bennett <i>et al</i> [51, 26] BNL WA (2004)

Comparazione CERN 3 e E821

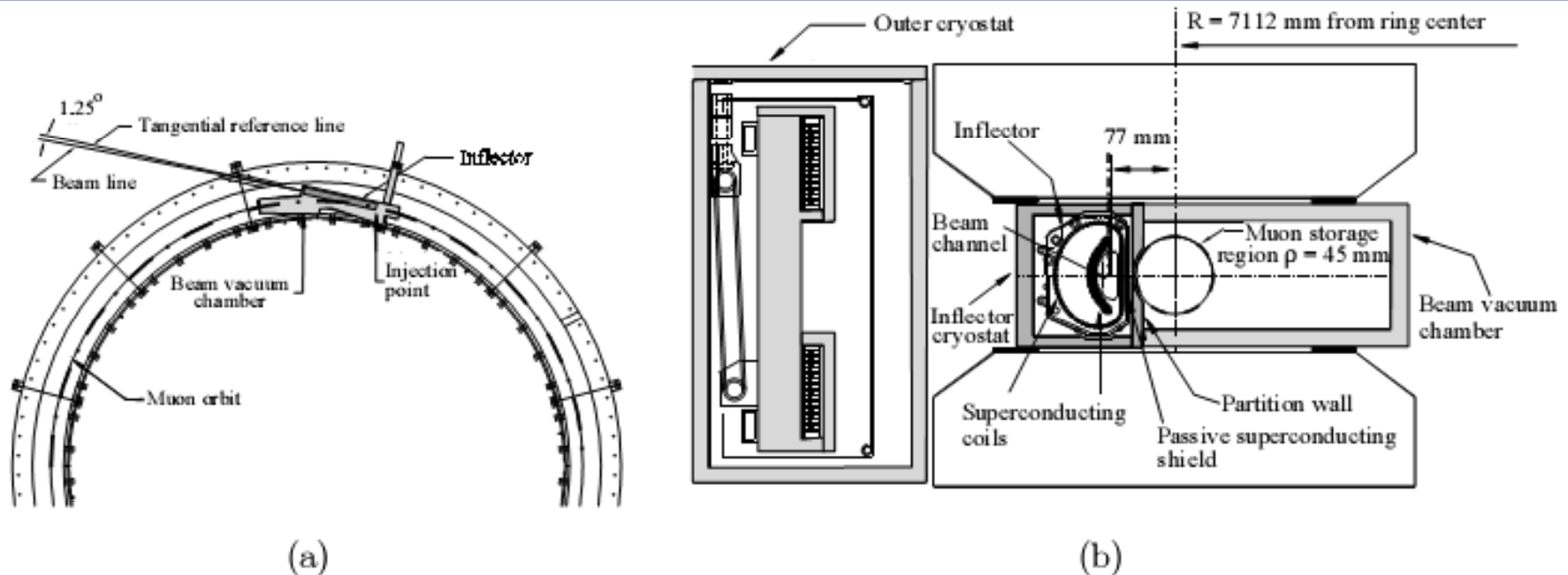
Quantity	E821	CERN
Magnet	Superconducting	Room Temperature
Yoke Construction	Monolithic Yoke	10 Separate Magnets
Magnetic Field	1.45 T	1.47 T
Magnet Gap	180 mm	140 mm
Stored Energy	6 MJ	
Field mapped in situ?	yes	no
Central Orbit Radius	7112 mm	7000 mm
Averaged Field Uniformity	± 1 ppm	± 10 ppm
Muon Storage Region	90 mm Diameter Circle	120×80 mm ² Rectangle
Injected Beam	Muon	Pion
Inflector	Static Superconducting	Pulsed Coaxial Line
Kicker	Pulsed Magnetic	$\pi \rightarrow \mu \nu_\mu$ decay
Kicker Efficiency	$\sim 4\%$	125 ppm
Muons stored/fill	10^4	350
Ring Symmetry	Four-fold	Two-fold
$\sqrt{\beta_{max}/\beta_{min}}$	1.03	1.15
Detectors	Pb-Scintillating Fiber	Pb-Scintillator "Sandwich"
Electronics	Waveform Digitizers	Discriminators
Systematic Error on B-field	0.17 ppm	1.5 ppm
Systematic Error on ω_a	0.21 ppm	Not given
Total Systematic Error	0.28 ppm	1.5 ppm
Statistical Error on ω_a	0.46 ppm	7.0 ppm
Final Total Error on a_μ	0.54 ppm	7.3 ppm

Linea del fascio e anello di accumulazione di E821



- L' AGS fornisce un'accelerazione fino a un momento di 24 GeV/c ed è in grado di fornire 7 Tp protoni in un ciclo.
- Vengono accettati pioni prodotti a 0° rispetto al bersaglio.
- Questi vengono raccolti dai quadrupoli Q1 e Q2, mentre i collimatori K1 e K2 ne analizzano il momento e selezionano pioni di momento 3.115 GeV/c (corrispondenti a muoni di 3.094 GeV/c)
- I muoni accumulati decadono in elettroni all'interno dell'anello di accumulazione(entro 640 μ s dall'immissione sono tutti decaduti)

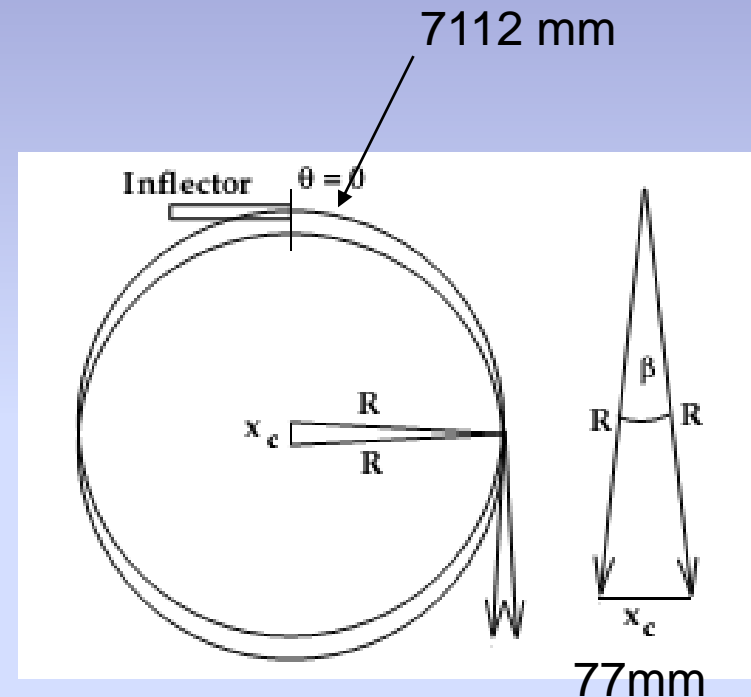
Magnete inflettore



- Per l'esperimento è stato costruito un unico magnete inflettore superconduttore in modo da permettere al fascio di arrivare non deflesso al bordo dell'anello di accumulazione.
- Per difficoltà tecniche e di progettazione l'apertura dell'inflettore risulta piuttosto piccola e non assicura un perfetto congiungimento tra inflettore e anello **QUINDI UNA PARTE DEI MUONI VIENE PERSA.**

Fast muon kicker

- Se lasciati indisturbati i muoni immessi girano una volta nell'anello e poi vanno a sbattere contro l'inflettore
- Lo scopo del muon kicker quindi è di modificare il campo all'interno dell'anello e spostare il centro dell'orbita dei muoni nel centro geometrico dell'anello (i due distano 77 mm)



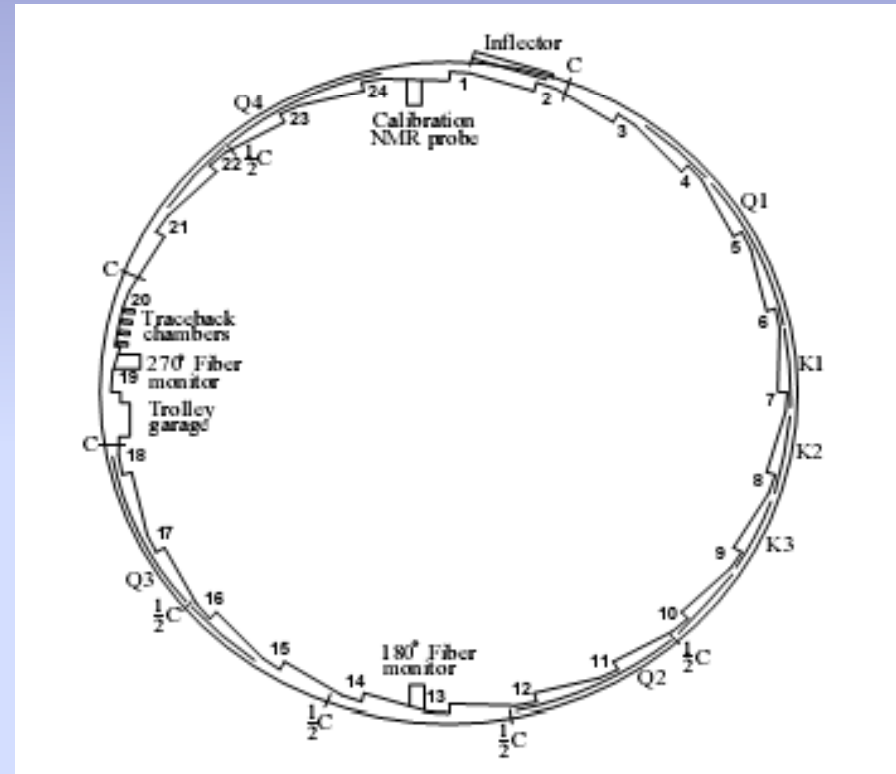
Quadrupoli elettrostatici

Coprono il 43% dell'anello nell'angolo azimutale. Il loro scopo è quello di focalizzare verticalmente il fascio di muoni.

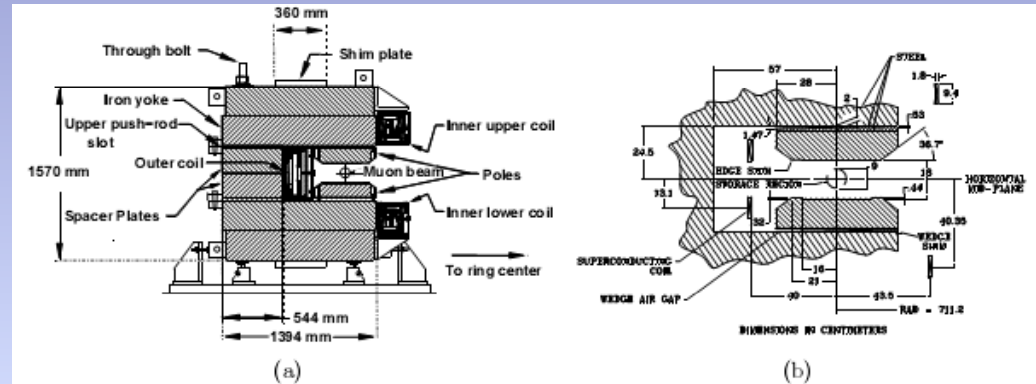
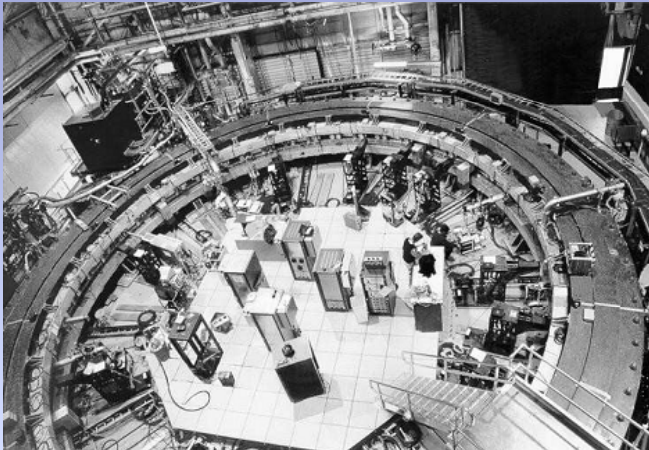
L'azione simultanea del campo Elettrico e magnetico può portare all'intrappolamento delle particelle!

Soluzioni:

- Si pone un dipolo alla fine dei quadrupoli
- I quadrupoli vengono impulsati



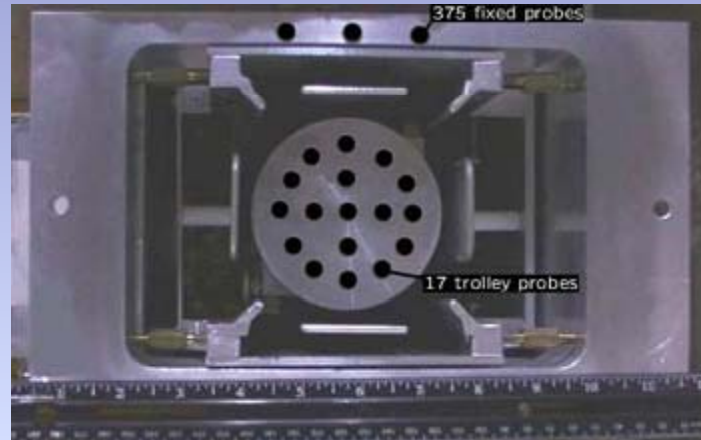
L'anello superconduttore



L'obiettivo è raggiungere un'uniformità di B di 1 ppm sull'azimut!

- E' importante eliminare discontinuità
- L'anello di accumulazione quindi è stato disegnato come un magnate continuo, i cui pezzi vengono agganciato in soli 12 punti e il massimo gap nei punti di giunzione è di 0.5 mm
- I pezzi che generano i poli sono 36, sono elettricamente isolati l'uno dall'altro e il disallineamento verticale tra un polo e l'altro lungo l'anello è minore di $10\mu\text{m}$

Misura del campo magnetico attraverso RMN



La misura di precisione di B viene fatta attraverso la misura della precessione dello spin dei protoni in campo magnetico

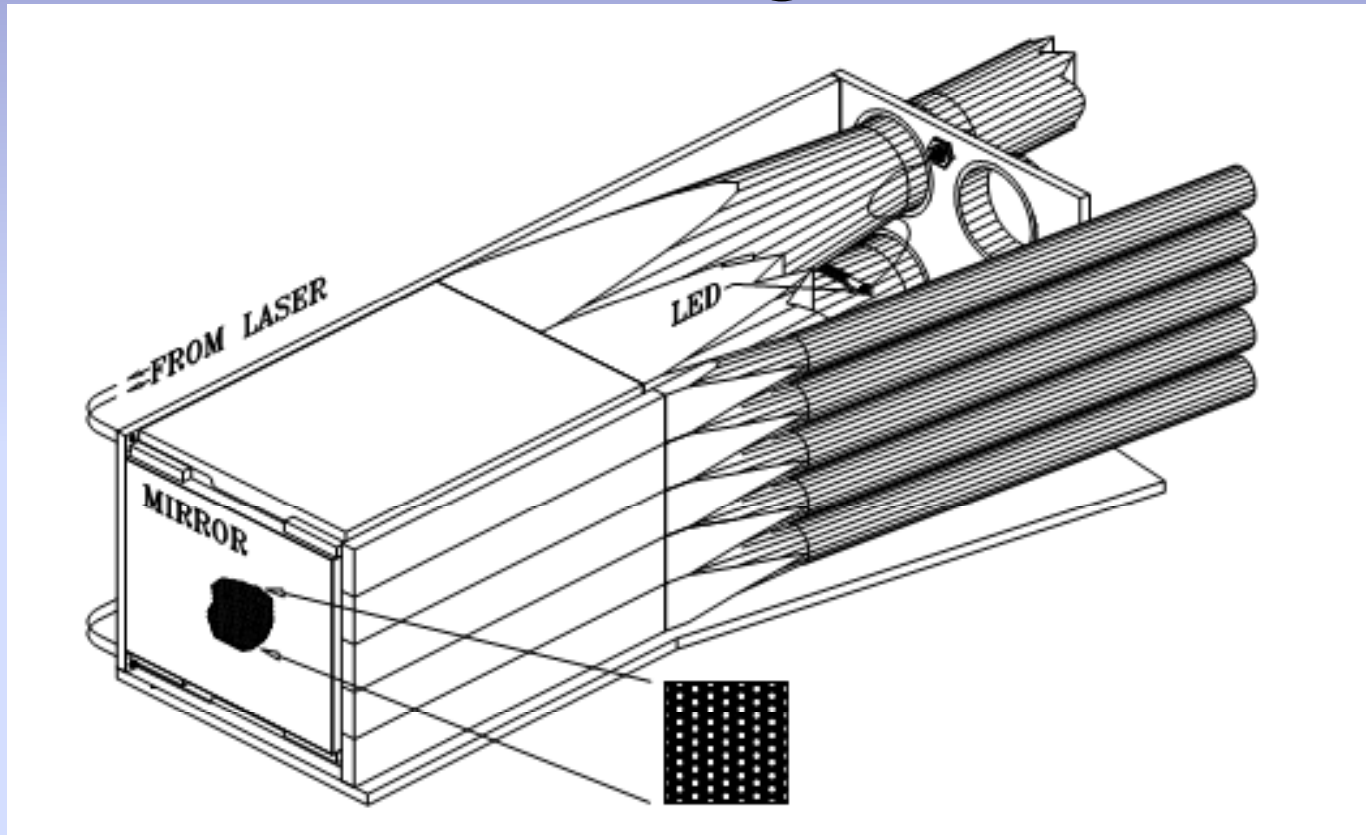
Il processo attraverso il quale si misura B si divide in tre fasi:

1. **Calibrazione:** una sonda costituita di acqua è stata utilizzata per calibrare la frequenza di Larmor dei protoni liberi.
2. **Monitoraggio del campo:** per monitorare il campo durante la presa dati sono state poste 378 sonde NMR, fuori e dentro la camera a vuoto, intorno all'anello.
3. **Mappatura del campo:** veniva effettuata di tanto in tanto utilizzando un carrello sul quale erano state arrangiate in circolo 17 sonde NMR.

Il calorimetro elettromagnetico

- I calorimetri sono costituiti di fibre scintillanti di 1 mm di diametro incorporate in una matrice di piombo(dimensioni finali 22.5 cm radiali x 14 cm in altezza x 15 in larghezza);
- La lunghezza di radiazione è 1.14 cm con un raggio di Moliere di 2.5 cm(13 lunghezze di radiazione), quindi dal 96% al 93% dell'energia viene depositata per elettroni da 1 GeV a 3 GeV;
- La risoluzione in energia è $\sigma(E)/E \approx 10\% / \sqrt{E(\text{GeV})}$;
- Sono 24 e sono posti lungo la circonferenza dell'anello di accumulazione adiacenti al raggio interno e le fibre sono orientate lungo la direzione radiale nell'anello;
- Fornisce la misura dell'energia e del tempo di arrivo degli elettroni(e quindi della frequenza di precessione);
- Il sistema è disegnato per massimizzare l'accettanza degli elettroni di più alta energia, dai 1.8 GeV(70%) fino a 2.3 GeV(87%) e al di sopra di 2.3 GeV l'accettanza decresce(80% a 3 GeV);

Immagine del calorimetro elettromagnetico



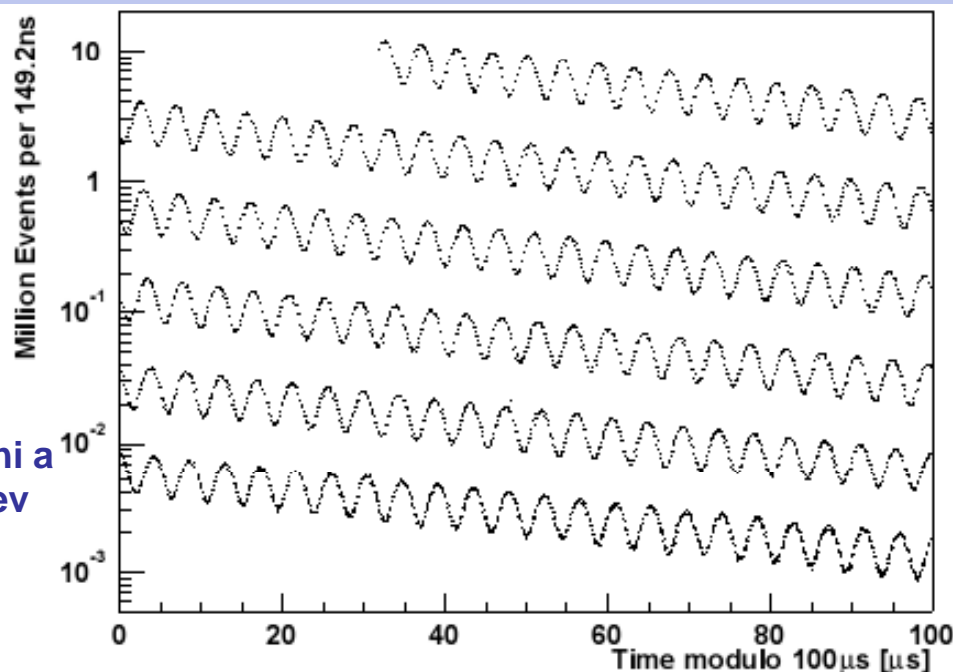
L'analisi statistica di ω_a

- Gli spettri di cui viene fatto il fit sono in forma di istogramma del numero di elettroni rivelati in funzione del tempo, che nel caso ideale (e in buonissima approssimazione nel caso di E821) segue la funzione di distribuzione a 5 parametri

$$N(t, E_{soglia}) = N_0(E_{soglia})e^{-t/\gamma\tau} \left[1 + A(E_{soglia}) \cos(\omega_a t + \phi(E_{soglia})) \right]$$

Bin size
Periodo di
ciclone

Elettroni a
1.8 GeV



- E' necessario modificare i 5 parametri in modo da includere fenomeni come oscillazioni coerenti di betatrone, pile-up, perdita di muoni, e instabilità del guadagno dei calorimetri;
- Il valore di ω_a si ottiene dai dati usando $\chi^2 = \sum_i (N_i - N(t_i))^2 / N(t_i)$ dove N_i sono i dati e $N(t_i)$ è la funzione utilizzata per il fit. La funzione di merito è $F_M = A\sqrt{N}$ e raggiunge un minimo a $E=2.6$ GeV

- Con buonissima approssimazione, i parametri del fit sono indipendenti dal tempo di inizio de fit. Quindi l'istogramma è stato costruito sommando gli spettri temporali che vanno da qualche μs dall'inserimento di un pacchetto di muoni nell'anello a $640\mu s$.

Errori sistematici sulla misura di ω_a

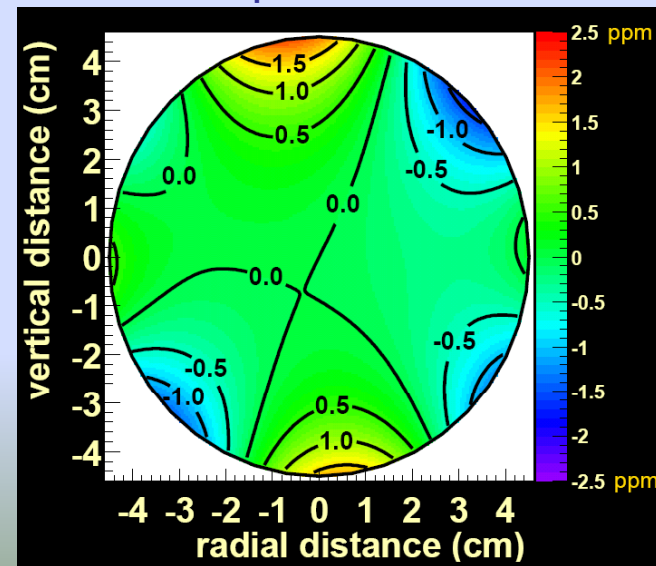
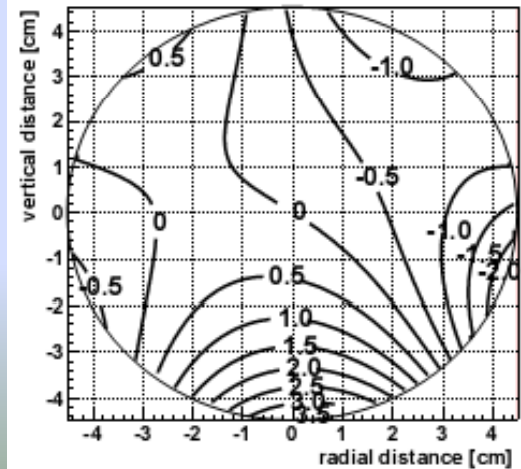
- Errori sistematici per ω_a nei tre periodi di presa dati 1999, 2000 e 2001

$\sigma_{\text{syst}} \omega_a$	1999 (ppm)	2000 (ppm)	2001 (ppm)
Pile-up	0.13	0.13	0.08
AGS Background	0.10	0.01	‡
Lost Muons	0.10	0.10	0.09
Timing Shifts	0.10	0.02	‡
E-field and Pitch	0.08	0.03	‡
Fitting/Binning	0.07	0.06	‡
CBO	0.05	0.21	0.07
Gain Changes	0.02	0.13	0.12
Total for ω_a	0.3	0.31	0.21

L'analisi statistica di ω_p

- Presa dati per la calibrazione (prima e dopo ogni periodo di presa dati):
 - incertezza della posizione relativa tra i campioni di acqua sul carrello e le sonde di calibrazione
 - disomogeneità locali del campo magnetico
- La mappatura del campo magnetico è stata fatta con il carrello RMN a intervalli di alcuni giorni:
 - la misura è stata fatta in 6000 punti in azimuth lungo l'anello
- Misura del campo attraverso le sonde RMN poste all'esterno della camera a vuoto

Calibrazione
posizione



Media
sull'azimut

Errori sistematici sulla misura di ω_p

- Errori sistematici per ω_p nei tre periodi di presa dati 1999, 2000 e 2001

Source of errors	1999 [ppm]	2000 [ppm]	2001 [ppm]
Absolute calibration of standard probe	0.05	0.05	0.05
Calibration of trolley probes	0.20	0.15	0.09
Trolley measurements of B_0	0.10	0.10	0.05
Interpolation with fixed probes	0.15	0.10	0.07
Uncertainty from muon distribution	0.12	0.03	0.03
Inflector fringe field uncertainty	0.20	–	–
Other†	0.15	0.10	0.10
Total systematic error on ω_p	0.4	0.24	0.17
Muon-averaged field [Hz]: $\omega_p/2\pi$	61 791 256	61 791 595	61 791 400

Risultati di E821

- L'esperimento misura $R = \tilde{\omega}_a / \omega_p$ e non direttamente a_μ (la tilde sta ad indicare che si tengono in considerazione le correzioni dovute al campo elettrico radiale e al beccheggiamento del fascio)

Period	$\omega_a / (2\pi)$ [Hz]	E/pitch [ppm]	$\omega_p / (2\pi)$ [Hz]	$\mathcal{R} = \tilde{\omega}_a / \omega_p$
1999 (μ^+)	229 072.8(3)	+0.81(8)	61 791 256(25)	0.003 707 204 1(5 1)
2000 (μ^+)	229 074.11(16)	+0.76(3)	61 791 595(15)	0.003 707 205 0(2 5)
2001 (μ^-)	229 073.59(16)	+0.77(6)	61 791 400(11)	0.003 707 208 3(2 6)
Average	–	–	–	0.003 707 206 3(2 0)

- Utilizzando la formula

$$a_\mu = \frac{\tilde{\omega}_a / \omega_p}{\lambda - \tilde{\omega}_a / \omega_p} = \frac{R}{\lambda - R}$$

dove $\lambda_+ = \mu_{\mu^+} / \mu_p = 3.18334539(10)$ (ricavato dalla misura della struttura iperfine dell'atomo $\mu^+ e^-$) e assumendo valida l'invarianza CPT vengono combinate le misure di a_{μ^+} e di a_{μ^-} in modo da ottenere una media

$$a_\mu(\text{Esp}) = 11659208.0(6.3) \times 10^{-10} \quad (\text{errore } 0.54 \text{ ppm dove } 0.46 \text{ ppm stat. e } 0.28 \text{ ppm sist.})$$

- In futuro si potrà cercare di diminuire l'errore statistico.

Bibliografia

- Muon ($g - 2$): Experiment and Theory

James P. Miller, Eduardo de Rafael and B Le Roberts

arXiv:hep-ph/0703049v2 23 Apr 2007

- Final report of the E821 muon anomalous magnetic moment measurement at BNL

Muon ($g - 2$) Collaboration

PHYSICAL REVIEW D 73, 072003 (2006)