

Cap. 5

Interazioni Deboli I

**Corso di Fisica Nucleare e
Subnucleare II**

Professor Carlo Dionisi

A.A. 2004-2005

Classificazione delle Interazioni Deboli

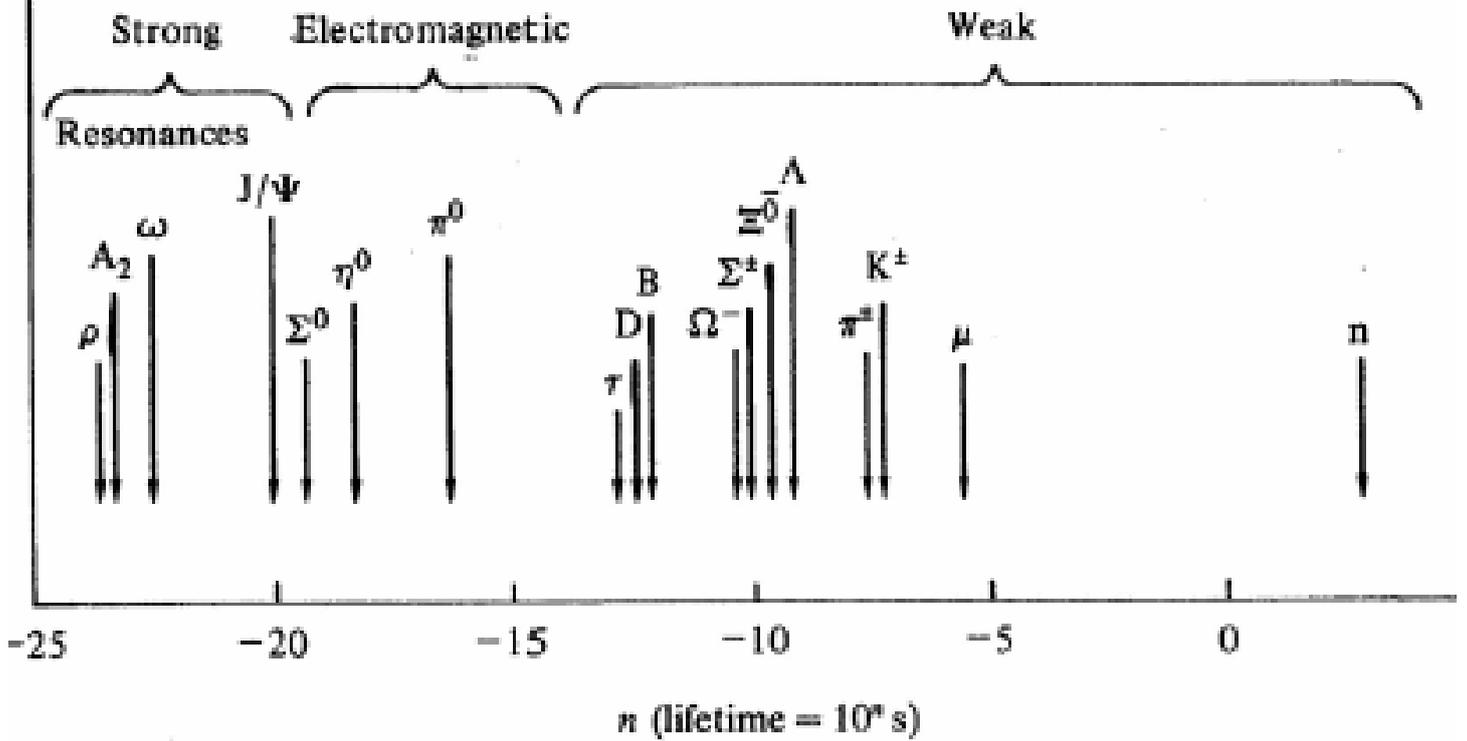
- Come abbiamo studiato nel corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I, le interazioni deboli nella materia ordinaria hanno effetti trascurabili ad eccezione dei casi dove permettono un effetto che e' altrimenti proibito. Abbiamo visto che ci sono leggi di conservazione che sono valide per le interazioni forti ed elettromagnetiche MA NON per i processi deboli: quindi, a dispetto del loro range di interazione, $\sim 2.5 \cdot 10^{-3}$ fm, e delle loro sezioni d' urto, $\sim 10^{-43}$ cm², piccolissime, **le interazioni deboli giocano un ruolo cruciale nella "composizione" del mondo che osserviamo.**
- Le interazioni deboli coinvolgono tutte le particelle elementari con l' esclusione dei gluoni e dei fotoni: tutti i quark ed i leptoni hanno interazioni debole. I neutrini hanno SOLO interazioni debole.
- Le interazioni deboli sono quindi responsabili del fatto che la materia ordinaria STABILE contiene solo quark tipo UP e DOWN ed elettroni ! Materia contenente quark e/o leptoni piu' pesanti e' INSTABILE.
- Nei processi di diffusione, in cui siano coinvolti leptoni ed adroni carichi, gli effetti dovuti alle interazioni forti ed elettromagnetiche "oscurano" quelli legati alle interazioni deboli. E' per questa ragione che la maggior parte delle nostre conoscenze sull' argomento, almeno fino agli anni sessanta, sono state ricavate dallo studio dei decadimenti delle particelle. Nelle due tabelle che seguono sono indicati alcuni esempi di processi deboli e le vite medie per diversi tipi di particelle.

★ Esempi di interazioni deboli

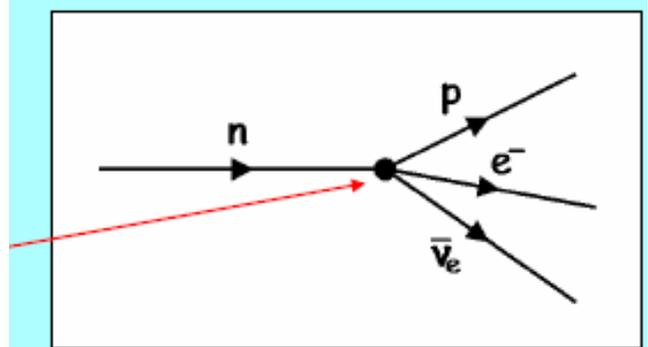
	Lifetime	Comment
$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^3 s$	Long lifetime due to small mass difference.
$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$		Neutrinos only have weak interactions.
$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$	$\sim 10^{-10} s$	$\Delta S = 1$ Strong interaction forbidden.
$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$	$\sim 10^{-8} s$	Only leptons are lighter than the pion.



Vite medie per le diverse particelle:



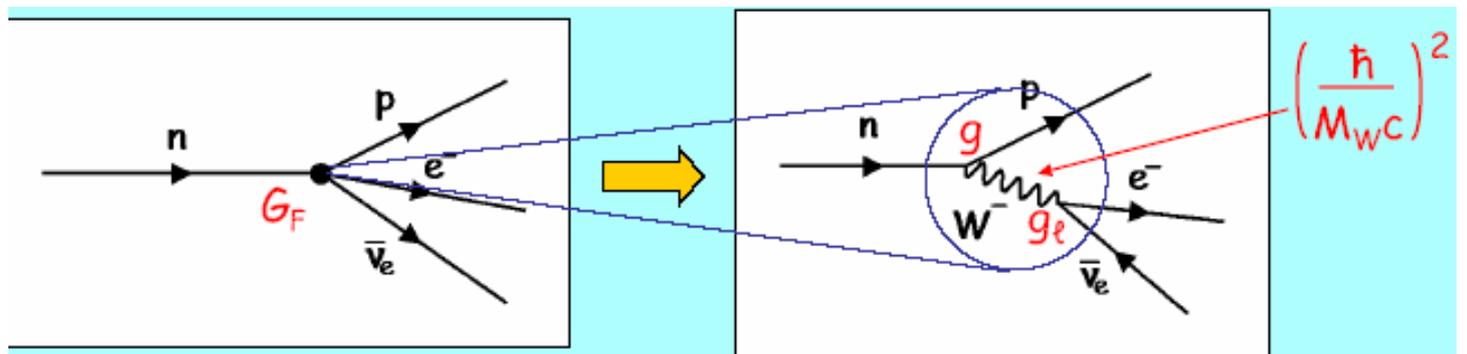
La teoria di Fermi del decadimento β : interazione puntiforme



La costante di accoppiamento di Fermi G_F da' l' intensita' delle interazioni deboli

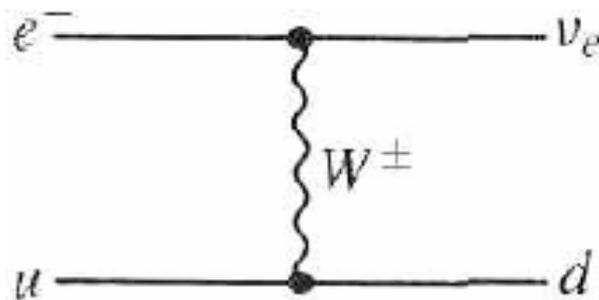


Interpretazione moderna: l' int debole e' dovuta allo scambio del W^-



★ Oggi conosciamo due tipi di Interazioni Deboli:

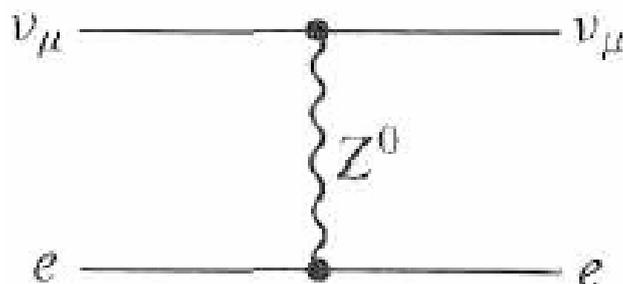
➔ **Correnti Cariche (CC):** dovute allo scambio di W^\pm
Nelle reazioni di tipo CC l'identità dei quark e dei leptoni CAMBIA ed allo stesso tempo si ha una variazione di una unità di carica elettrica.



➔ **Correnti Neutre (NC)** dovute allo scambio di Z^0
In questo caso quark e leptoni restano invariati.
Fino al 1973 tutte le interazioni deboli fino ad allora osservate erano consistenti con l'ipotesi di scambio di SOLO W carichi.

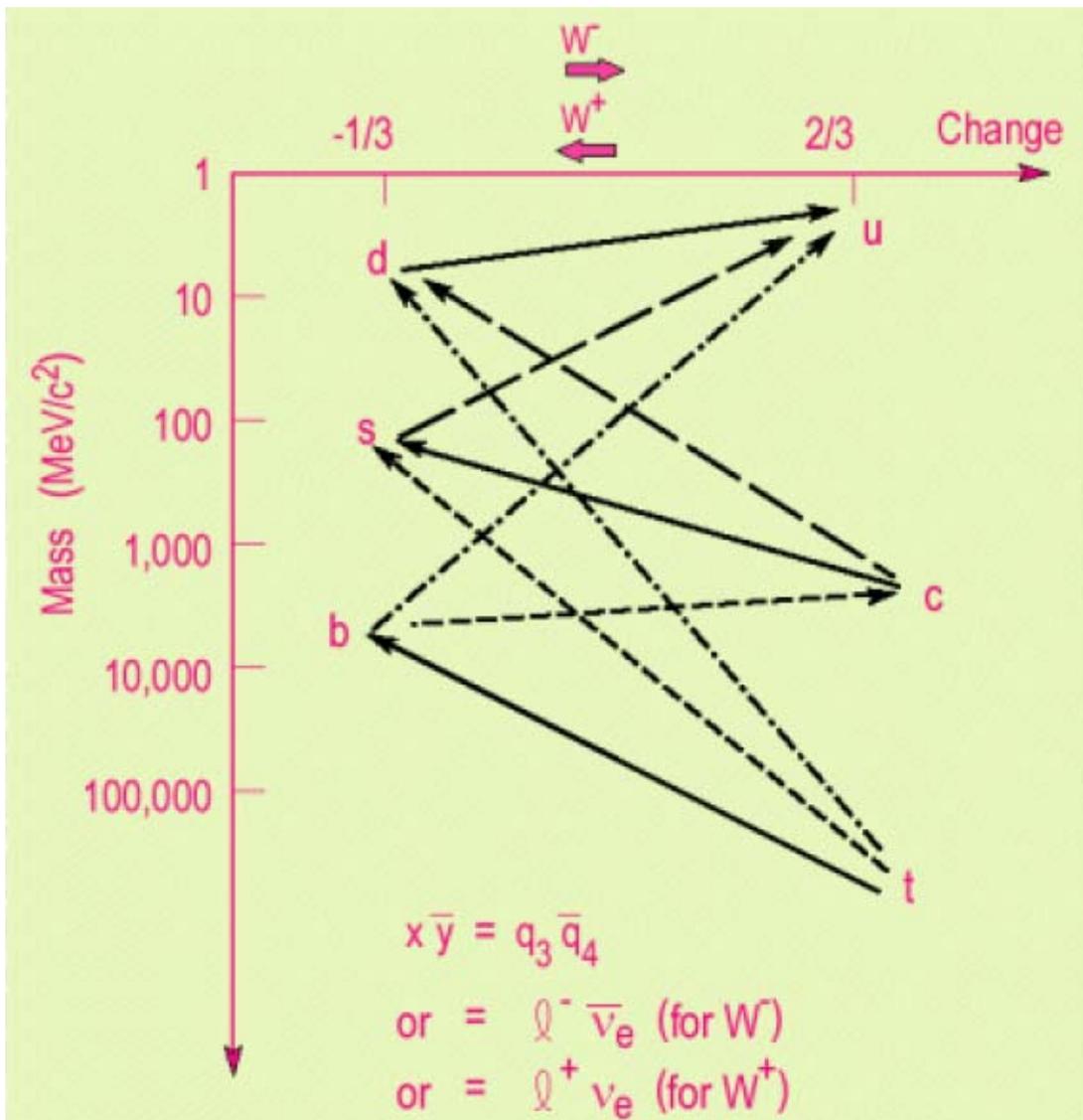
★ Come vedremo, nel 1960 Glashow, Salam e Weinberg nella loro teoria che unifica le interazioni deboli a quelle elettromagnetiche prevedevano l'esistenza del bosone Z e della esistenza delle correnti neutre dovute al suo scambio.

★ Vedremo che queste reazioni furono osservate per la prima volta al CERN nel 1973.



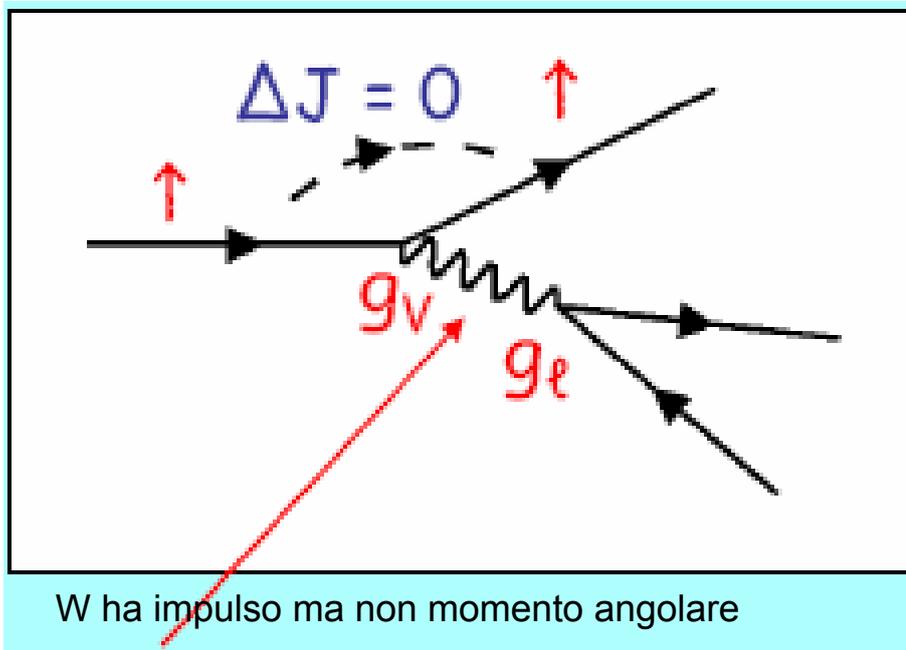
Quarks e loro decadimenti deboli

- ★ Il sapore dei quark cambia solo in conseguenza di una interazione debole, come il decadimento β , che coinvolge i bosoni W.
- ★ Ogni tipo di quark può convertirsi in ogni altro con una carica elettrica diversa emettendo od assorbendo un bosone W. Nel diagramma che segue sono mostrate in modo schematico alcune possibilità:

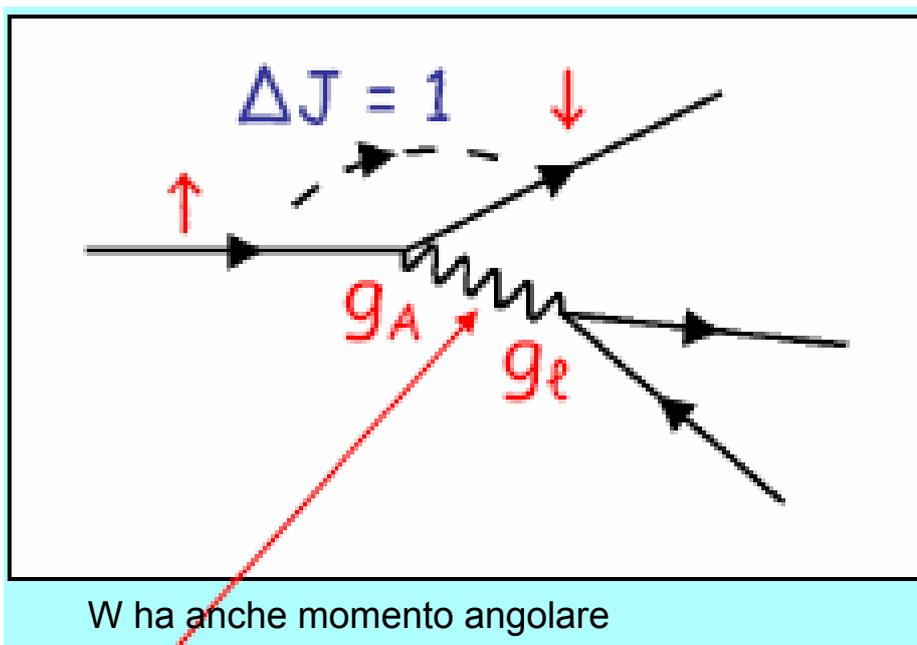


Correnti Cariche

Transizioni di Fermi : la direzione dello spin dei fermioni rimane inalterata (come vedremo sono transizioni che avvengono attraverso un accoppiamento di tipo vettoriale g_v)

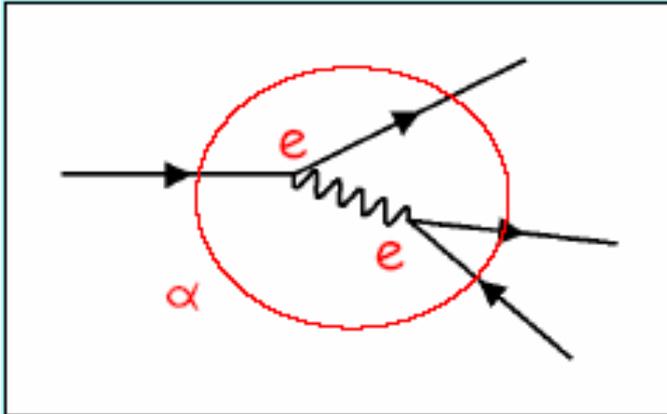


Transizioni di Gamov-Teller: la direzione dello spin dei fermioni viene capovolta (come vedremo sono transizioni che avvengono attraverso un accoppiamento di tipo assiale g_A)



Ampiezze, sezioni d' urto e rate di decadimento

EM:

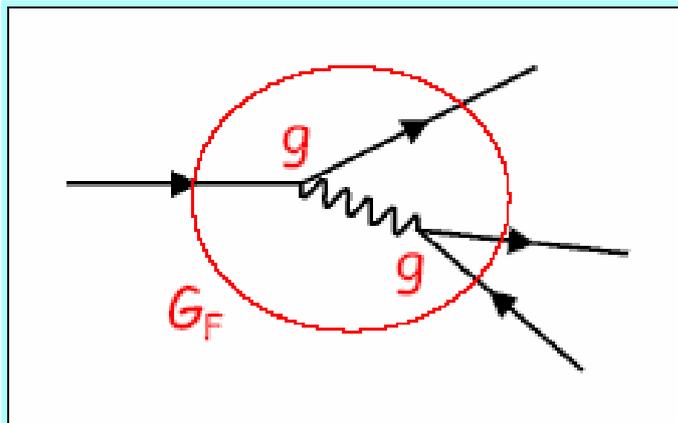


$$\alpha \sim e^2$$

$$\text{amplitude} \sim \alpha \sim e^2$$

$$\text{rate} \sim \alpha^2 \sim e^4$$

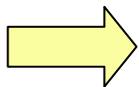
WI:



$$G_F \sim g^2$$

$$\text{amplitude} \sim G_F \sim g^2$$

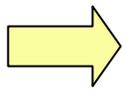
$$\text{rate} \sim G_F^2 \sim g^4$$



g e' la carica delle interazioni deboli (WI) come **e** e' la carica delle interazioni elettromagnetiche (EM)

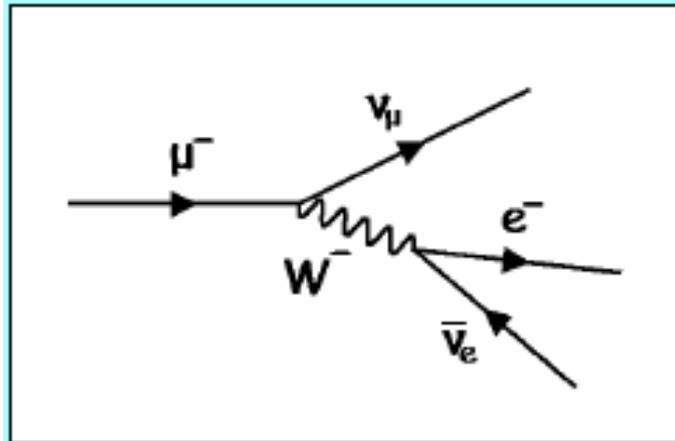
Classificazione delle Interazioni Deboli

★ Le correnti cariche vengono classificate secondo gli accoppiamenti del W o dello Z alle loro estremita' :

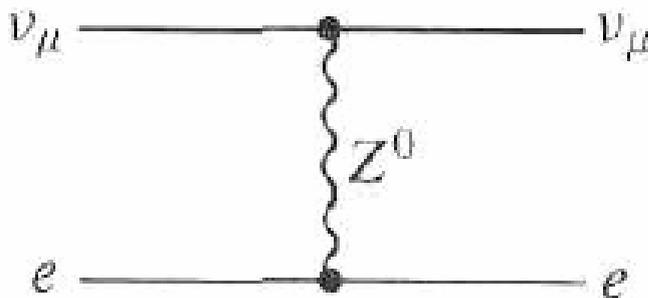


Puramente leptoniche: I bosoni vettori si accoppiano a leptoni in entrambi i vertici

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$



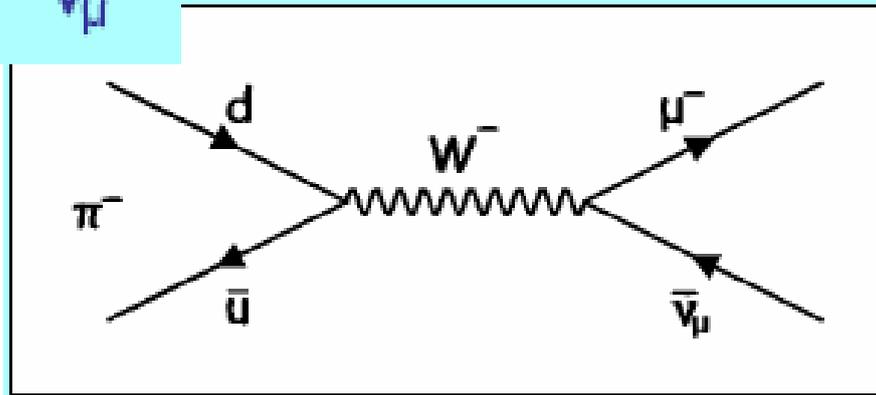
$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$$



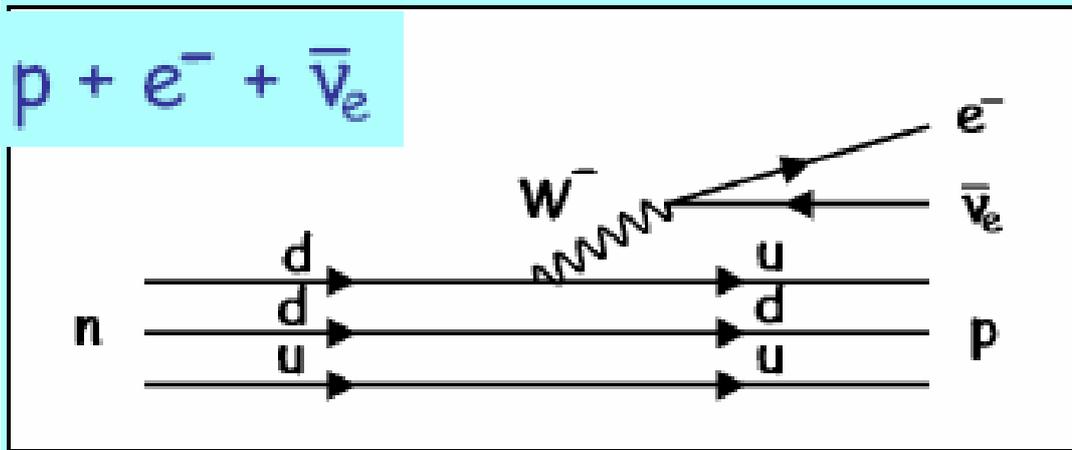
→ **Semi Leptoniche** : il W si accoppia ai leptoni ad un vertice ed ai quark all' altro vertice.

★ $\Delta S = 0$ (non c' e' cambiamento di Stranezza)

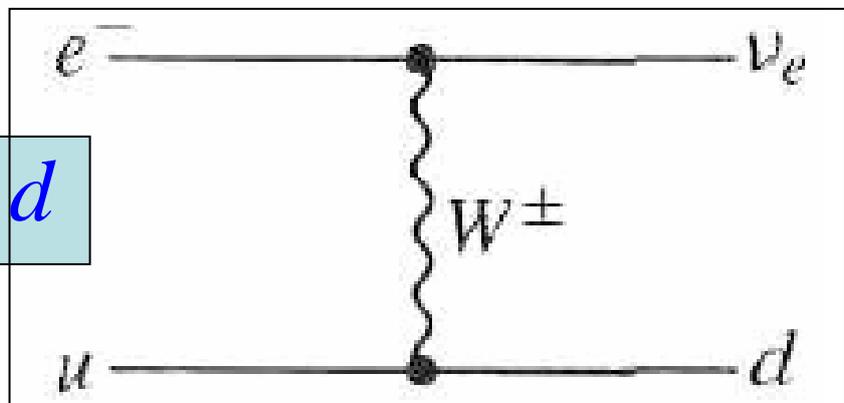
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

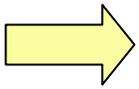


$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$



$$e^- + u \rightarrow \nu_e + d$$

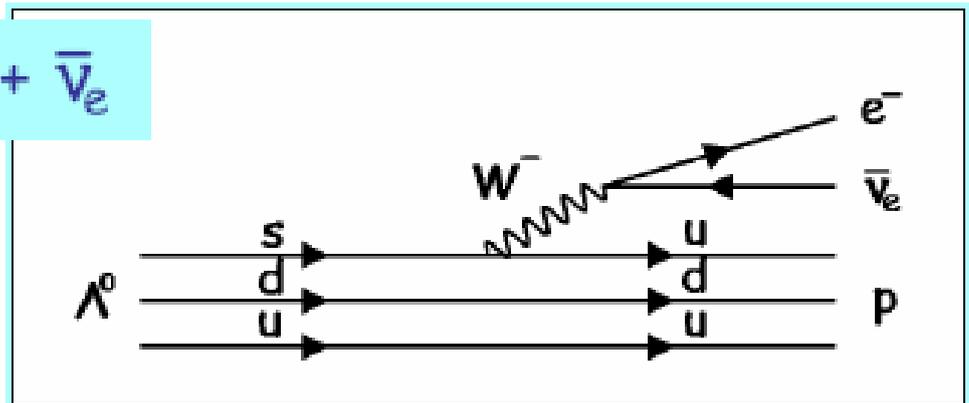
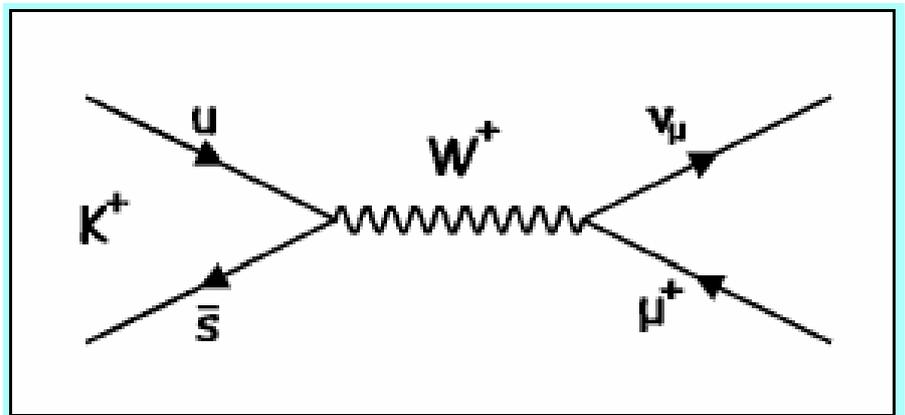


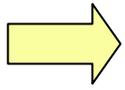


Semi Leptoniche : il W si accoppia ai leptoni ad un vertice ed ai quark all' altro vertice.



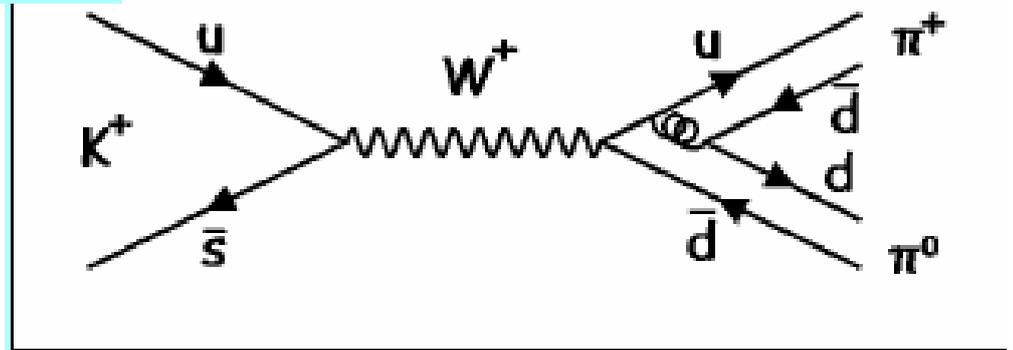
$\Delta S = 1$ (c' e' cambiamento di Stranezza)



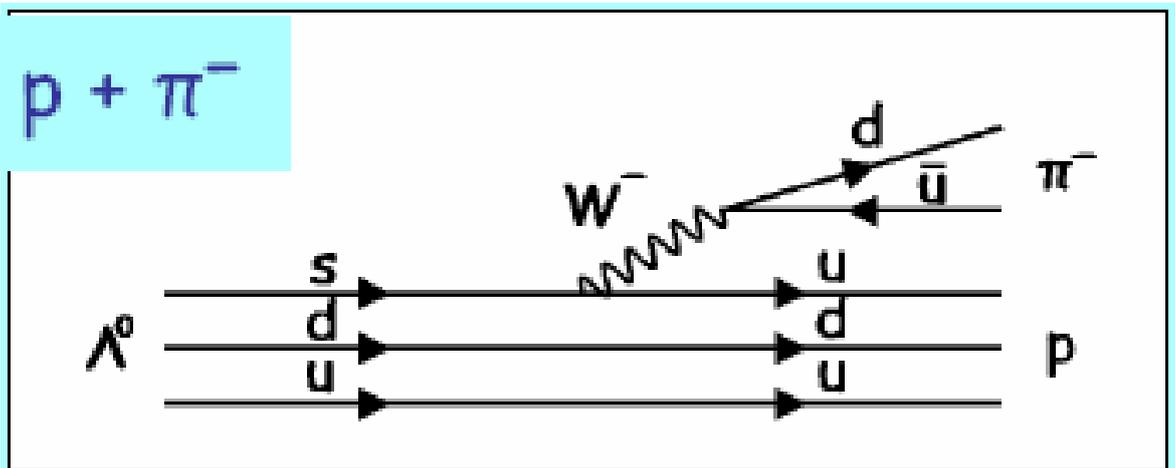


Adroniche : il W si accoppia ai quark in entrambi i vertici

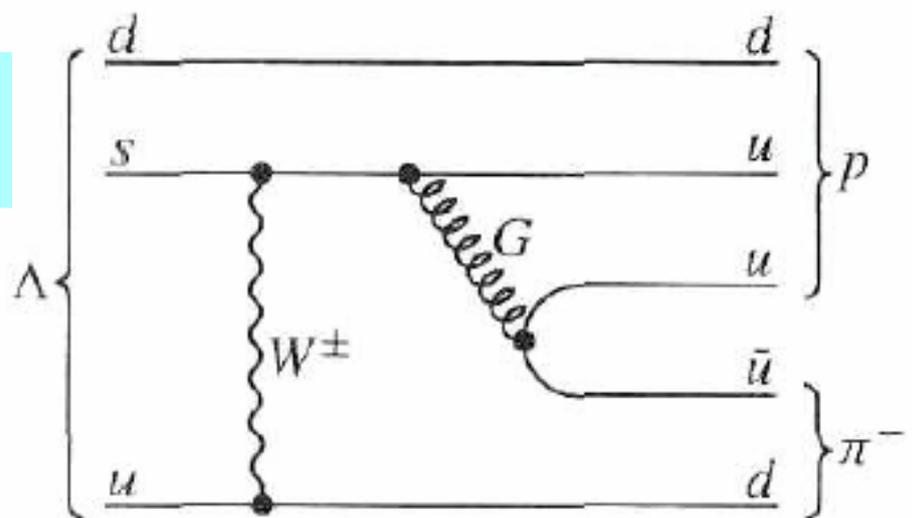
$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$



$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$$



$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$$



Costante di Accoppiamento per le Correnti Cariche

- ◆ Per semplicità trattiamo il caso dei processi leptonici in quanto i leptoni, a differenza dei quark, esistono come particelle libere. L'elemento di matrice della transizione sarà proporzionale al quadrato della "carica debole g " a cui il bosone W si accoppia e al termine del propagatore di una particella massiva di spin 1

$$M_{fi} \propto g \frac{1}{Q^2 c^2 + M_W^2 c^4} g = \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{g^2}{M_W^2 c^4}$$

Diversamente dal propagatore fotonico, $(Qc)^{-2}$, per piccoli valori di Q^2 , $Q^2 \ll M_W^2 c^4$, il termine di propagatore rimane praticamente costante.

Vedremo che la carica debole g e quella elettromagnetica e sono dello stesso ordine di grandezza.

Il valore molto elevato della massa dei bosoni W e Z ha come conseguenza che, a piccoli valori di Q^2 , l'interazione debole è, come abbiamo visto, molto più debole di quella elettromagnetica. La massa elevata ha come ulteriore conseguenza che il raggio di azione delle interazioni deboli è molto piccolo:

$$\frac{\hbar}{M_W c} \approx 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$$

L'intensità dell'accoppiamento debole è dato dalla costante di Fermi G_F che è proporzionale al quadrato della carica debole g così come la costante di accoppiamento elettromagnetico

$$\alpha = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0 \hbar c)}$$

è proporzionale al quadrato della carica elettrica e .

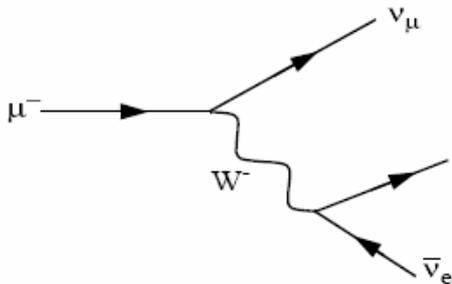
La definizione è scelta in modo tale che abbia dimensioni $[1/\text{Energia}^2]$ e sia legata a g da:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2} \cdot \frac{g^2}{e^2} \cdot \frac{(\hbar c)^3}{M_W^2 c^4}$$

$$G_F \sim [\text{energy}]^{-2}$$

Misura della costante di Fermi

- ◆ Consideriamo il decadimento del muone che fornisce la misura piu' precisa della costante di Fermi G_F



- E' un processo a bassa energia ($q^2 \sim m_\mu \ll m_W$)
- E quindi puo' essere approssimato ad un processo puntiforme a quattro fermioni determinato dalla costante di Fermi G_F ($\sim g^2/m_W^2$)
- Da una analisi dimensionale otteniamo:

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{1}{\tau_\mu} \propto G_F^2 m_\mu^5$$

Un calcolo esatto da':

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} (1 + \varepsilon)$$

Dove ε dipende dalle correzioni radiative e dalla massa dell'elettrone.

La massa del muone e della sua vita media sono state misurate con grande precisione:

$$m_\mu = (105.658389 \pm 0.000034) \text{ MeV} / c^2$$

$$\tau_\mu = (2.197035 \pm 0.000040) \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

Da questo segue che il valore della costante di Fermi e':

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = (1.16637 \pm 0.00001) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

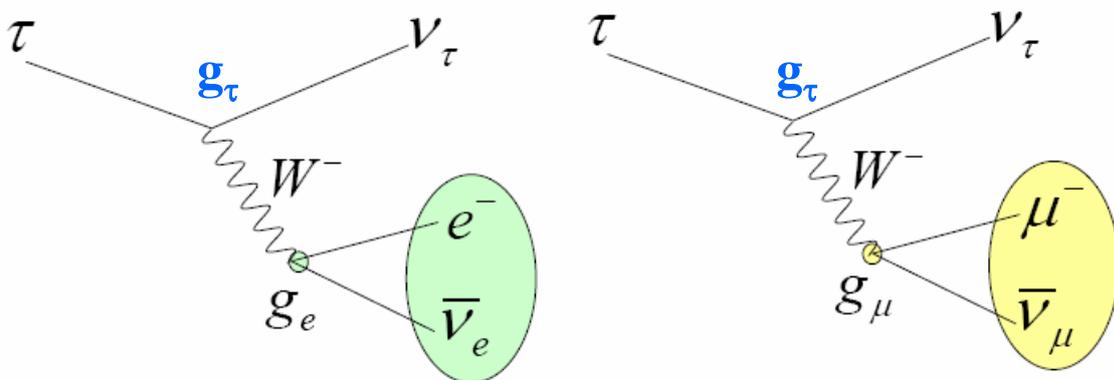
Universalita' delle Interazioni Deboli

L' Universalita' delle interazioni deboli cariche richiede che G_F sia la stessa per i diversi tipi di interazioni deboli.

Ci chiediamo: tutti i leptoni e quark hanno la stessa costante di accoppiamento debole? Vedremo che questo e' vero per I leptoni ma che e' piu' complicato per i quark

Test di Universalita'di e- μ dai decadimenti del τ

- Consideriamo i decadimenti leptonici del leptone tau (τ)



$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) \propto \frac{g_\tau^2 g_\mu^2}{M_W^2 M_W^2} m_\tau^5 ; \quad \Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) \propto \frac{g_\tau^2 g_e^2}{M_W^2 M_W^2} m_\tau^5$$

Ricordiamo inoltre che:

$$BR_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{totale}} \text{ e che } \Gamma_{totale} = \frac{\hbar}{\tau}$$

Per cui avremo per $c = \hbar = 1$:

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{1}{\tau_\mu} ;$$

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = \frac{1}{\tau_\mu} BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) ;$$

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) = \frac{1}{\tau_\mu} BR(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)$$

Universalita' delle Interazioni Deboli

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{BR(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{g_\mu^2 \rho_\mu}{g_e^2 \rho_e}$$

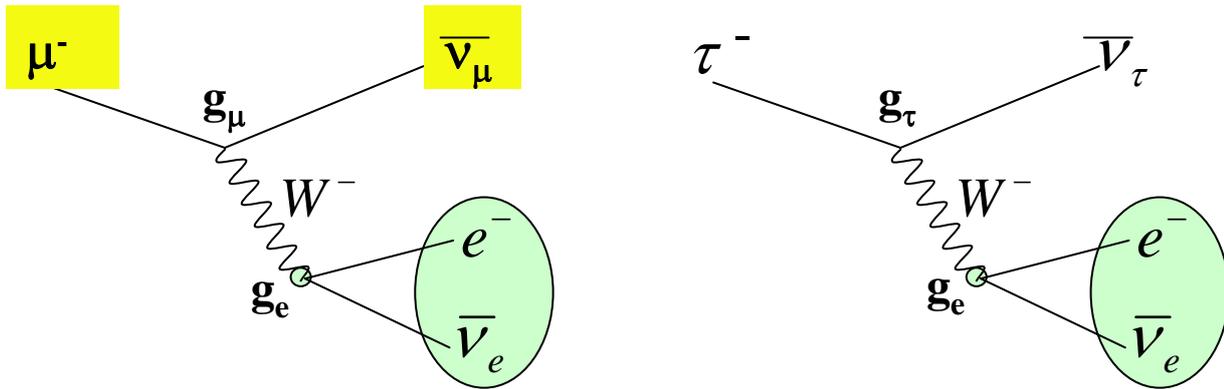
dove ρ_e e ρ_μ sono i rispettivi spazi delle fasi.

$$\frac{BR(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{(17.36 \pm 0.05)\%}{(17.84 \pm 0.05)\%} = 0.974 \pm 0.004$$

e, tenendo conto dello spazio delle fasi si ottiene

$$\frac{g_\mu}{g_e} = 1.001 \pm 0.002$$

Test di Universalita' di $\mu - \tau$ dai decadimenti β del μ e del τ



Ricordando che il μ decade al 100% in $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$,

$$\frac{\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{1}{\tau_\mu} \frac{\tau_\tau}{BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}$$

d'altra parte il rapporto dalla teoria e' uguale a:

$$\frac{\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} = \frac{g_e^2}{g_e^2} \frac{g_\mu^2}{g_\tau^2} \frac{m_\mu^5}{m_\tau^5} \frac{\rho_\mu}{\rho_\tau} = \frac{g_\mu^2}{g_\tau^2} \frac{m_\mu^5}{m_\tau^5} \frac{\rho_\mu}{\rho_\tau}; \text{ Otteniamo quindi:}$$

$$\frac{g_\mu^2}{g_\tau^2} = \frac{1}{\tau_\mu} \frac{\tau_\tau}{BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)} \frac{m_\tau^5 \rho_\tau}{m_\mu^5 \rho_\mu}$$

In conclusione dobbiamo misurare le due vita medie, le due masse e il branching ratio $BR(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$.

Le misure danno come risultato:

◆ $\frac{g_\mu}{g_\tau} = 1.001 \pm 0.003$

Universalita' delle Interazioni Deboli

- Consideriamo di nuovo i decadimenti leptonici del leptone tau (τ) che ha essenzialmente I seguenti tre modi di decadimento:

$$\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_e + e^-, \tau^- \rightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu + \mu^-, \tau^- \rightarrow \nu_\tau + \bar{u} + d$$

Le sue larghezze parziali sono: $\Gamma_{\tau e} \approx \Gamma_{\tau \mu}$ $\Gamma_{\tau d\bar{u}} \approx 3\Gamma_{\tau \mu}$

Dove il fattore 3 dipende dal fatto che la coppia $\bar{u}d$ puo' presentarsi nelle tre differenti combinazioni di colore $r\bar{r}, b\bar{b}, g\bar{g}$

- Di nuovo dal termine di massa si ha

$$\Gamma_{\tau e} = \left(\frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5 \cdot \Gamma_{\mu e}$$

- Ci si attende quindi che la vita media sia:

$$\tau_\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{\tau e} + \Gamma_{\tau \mu} + \Gamma_{\tau d\bar{u}}} \approx \frac{\tau_\mu}{5 \cdot \left(m_\tau / m_\mu \right)^5} \approx 3.1 \cdot 10^{-13} \text{ sec}$$

- Sperimentalmente si trova:

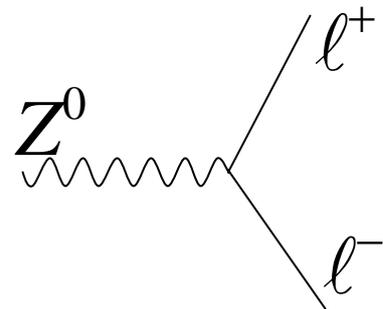
$$\tau_\tau^{\text{exp}} = (2.956 \pm 0.031) \cdot 10^{-13} \text{ sec}$$

- Il buon accordo conferma che I quark si presentano in tre colori e che quark e leptoni devono avere la stessa carica debole.

Universalita' delle Interazioni Deboli

- ◆ **Questi risultati provano in modo convincente che I diversi leptoni hanno un accoppiamento identico al bosone W.**

Questa universalita' vale ugualmente per gli accoppiamenti allo Z.
A LEP si trovano I seguenti risultati:

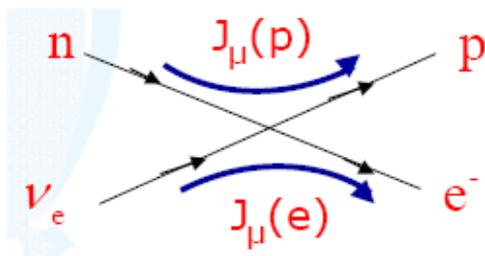


$$Z^0 \rightarrow e^+e^- : \mu^+\mu^- : \tau^+\tau^- =$$
$$= 1 : 1.000 \pm 0.004 : 0.999 \pm 0.005$$

- ◆ Al contrario, **gli accoppiamenti dei quark ai bosoni deboli DIPENDONO**, come vedremo, **dai SAPORI** dei diversi quark coinvolti.

Generalizzazione della Teoria di Fermi

Nel corso di FNSN I abbiamo studiato la teoria di Fermi (1934) del decadimento β nucleare. Nel caso specifico del decadimento β del neutrone Fermi ipotizzò una interazione puntiforme vista come una interazione corrente-corrente:



Ricordiamo che il decadimento β



È equivalente alla reazione:



L'elemento di matrice, espresso in spinori di Dirac, prende la forma:

$$M_{fi} \approx G (\bar{u}_p \gamma^\mu u_n) (\bar{u}_e \gamma_\mu u_\nu)$$

In questa espressione gli spinori a 4-componenti sono interpretati come segue:

\bar{u}_p crea un protone (oppure distrugge un antiprotone)
 u_n distrugge un neutrone (crea un antineutrone)
 \bar{u}_e crea un elettrone (distrugge un positrone)
 u_ν distrugge un neutrino (crea un antineutrino)

Inoltre G è la costante di Fermi, le correnti sono quadri-vettori e quindi non viene descritta la violazione della parità.

La interazione V-A

A questo punto lo studente deve studiare i paragrafi 11.5.2, 11.5.3, 11.5.4, 11.5.5, 11.6, 11.7, e 11.8 del Burcham and Jobes a cui facciamo esplicito riferimento per il programma del corso.

In questi paragrafi, dopo aver scritto nella forma piu' generale la matrice di interazione delle correnti deboli cariche, si arriva alla formula finale confrontando la teoria con i risultati sperimentali.

Qui' ricordiamo solo che i risultati sperimentali di leptoni e anti-leptoni coinvolti nelle interazioni deboli restringono la scelta dei vari operatori bilineari possibili a V e A.

In generale una combinazione lineare di ampiezze di tipo V e A corrisponde a un operatore della forma:

$$\frac{1}{2} \cdot (C_V \pm \gamma_5 C_A)$$

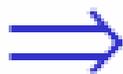
Per le interazioni deboli cariche si ricava inoltre che le costanti di accoppiamento vettoriali, C_V , e assiali, C_A , hanno lo stesso valore che poniamo uguale a 1.

Il segno puo' essere deciso solo misurando l'elicità del neutrino: h_ν

Come vedremo nel prossimo paragrafo, il neutrino ha elicità negativa per cui l'interazione verra' chiamata di tipo V-A.. La formula finale dell' ampiezza e' quindi:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_p \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_n \right] \left[\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_\nu \right]$$

TEORIA :



V - A



Riassumendo, la corrente carica debole e' proporzionale a:

$$\bar{\psi} (\gamma^\mu - \gamma^5 \gamma^\mu) \psi$$

La regola di Feynman per il vertice W^\pm e':



$$-i \frac{g_w}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5)$$

Dove g_w e' la costante di accoppiamento debole. Il vertice Z^0 e' simile ma, come vedremo, e' piu' complicato.



V-A da' la massima violazione della parita'

Conservazione delle Correnti Deboli



L'uguaglianza $C_A = -C_V$ vale per le interazioni deboli leptoniche ma NON per le interazioni deboli che coinvolgono adroni.

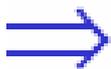
Il protone ha la stessa carica elettrica dell'elettrone. Cio nonostante il protone, diversamente dall'elettrone, interagisce anche forte ma questo NON cambia il valore della sua carica elettrica. Possiamo quindi dire che le interazioni forti conservano la carica elettromagnetica.



Questo NON e' vero per la carica debole. Difatti mentre la parte vettoriale, V , delle correnti deboli e' conservata, non lo e' quella assiale A .

In realta', come vedremo, lo scattering profondamente inelastico dei neutrini con i quark costituenti degli adroni e' descritto esattamente dalla teoria V-A con $C_A = -C_V$. In queste circostanze i quark sono particelle puntiformi quasi-libere come lo sono i leptoni.

Tuttavia quando l'interazione forte quark-quark e' dominante, come per gli stati adronici, l'uguaglianza e' rotta almeno per la parte assiale delle correnti deboli

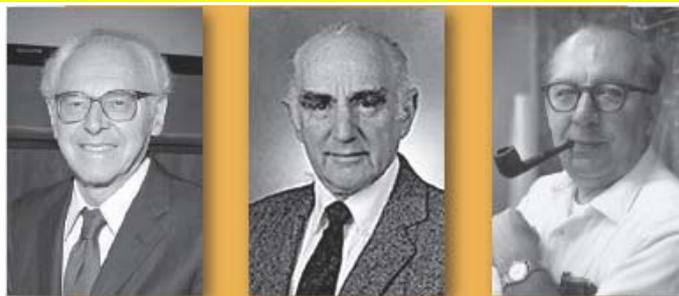


neutron β -decay	$C_A / C_V = -1.26$
Λ β -decay	$C_A / C_V = -0.72$
$\Sigma^- \rightarrow n e \bar{\nu}$ β -decay	$C_A / C_V = +0.34$

Conserved vector current (CVC)

Partially conserved axial-vector current (PCAC)

Misura della elicità del Neutrino



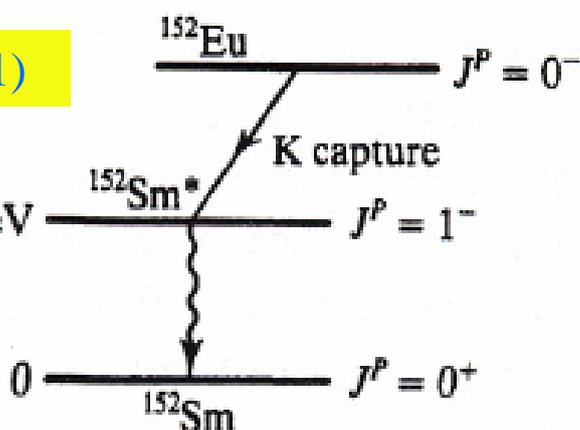
Nel 1958 Goldhaber, Grodzins e Sunyar realizzarono un ingegnoso esperimento per misurare l'elicità del neutrino che rappresentò una conferma cruciale della interazione di tipo V-A.

L'esperimento consisteva nello studio dello stato metastabile Europeo 152 che decade nel 24% delle volte, via cattura K di un elettrone, in uno stato eccitato del Samario 152 che poi decade in Samario 152 stabile più un fotone di 963 keV (vedi figura 1).



Figura 1)

963 keV



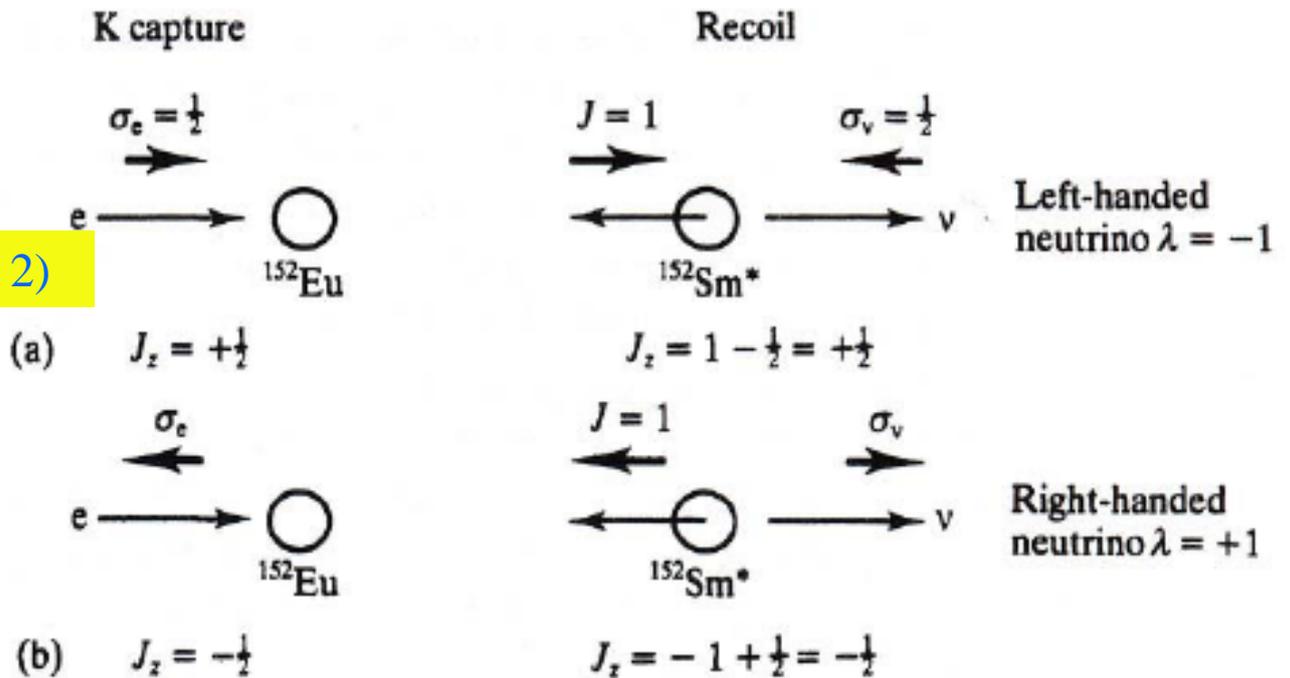
La vita media dello stato eccitato è estremamente corta, $\approx 10^{-14}$ s. Inoltre, essendo la cattura K un processo a due corpi, il neutrino è monocromatico di energia $E_\nu \approx 900$ keV.

La conservazione del momento angolare richiede che il samario eccitato (${}^{152}\text{Sm}^*$) abbia la stessa elicità del neutrino. Questo è descritto nella figura 2) della pagina seguente.

Il problema della misura della elicità del neutrino, impossibile come misura diretta a quei tempi, viene così trasferita a quella della misura dell'elicità del nucleo di rinculo ${}^{152}\text{Sm}^*$.

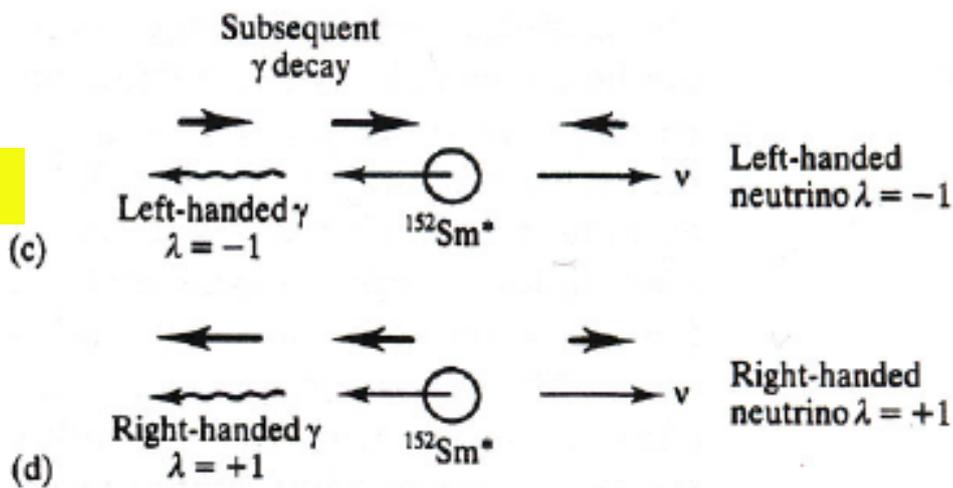
Misura della elicità' del Neutrino

Figura 2)



A causa della vita media brevissima del livello 1, il gamma di decadimento mantiene memoria del rinculo del nucleo e, ancora per conservazione del momento angolare figura 3), i gamma emessi NELLA STESSA DIREZIONE DEL NUCLEO di $^{152}\text{Sm}^*$, hanno la stessa elicità' del $^{152}\text{Sm}^*$ e quindi del neutrino !!!
 Quindi l'elicità' del neutrino puo' essere dedotta dalla misura di quella dei gamma prodotti nella stessa direzione dei nuclei di $^{152}\text{Sm}^*$.
 Il problema sperimentale e' quindi quello di misurare l'elicità' dei γ !!!

Figura 3)



Misura della elicità del Neutrino

Il problema sperimentale è quindi quello di misurare l'elicità dei γ !!!

Questo viene realizzato misurando la trasmissione dei raggi γ attraverso del ferro magnetizzato. Per fotoni di 963 keV la interazione dominante con la materia è l'effetto Compton e il metodo si basa sul fatto che la sezione d'urto Compton è dipendente dallo spin. Più precisamente la trasmissione è più grande quando lo spin del fotone è parallelo a quello dell'elettrone.

Naturalmente solo i fotoni che viaggiano nella direzione opposta ai neutrini hanno la loro stessa elicità e il metodo ingegnoso di Goldhaber et al. è stato quello di selezionare questi fotoni con lo "scattering risonante":

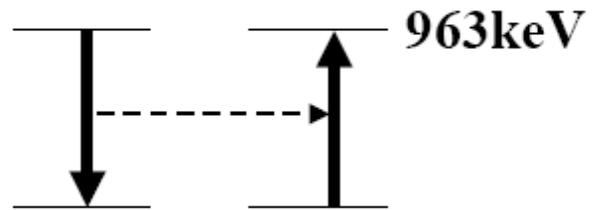


Ma nell'emissione di un raggio gamma da uno stato eccitato con energia di eccitazione E_0 per conservazione dell'impulso un momento E_0/c deve essere dato al nucleo che emette il gamma. Di conseguenza l'energia del gamma è ridotta di $E_0^2/2Mc^2$ dove M è la massa del nucleo. Analogamente all'assorbimento del gamma una uguale extra energia $E_0^2/2Mc^2$ deve essere fornita per controbilanciare il rinculo del nucleo.

Questa energia, $\Delta E = E_0^2/Mc^2$, perduta dal rinculo in emissione e assorbimento è in generale molto più grande della larghezza della riga di risonanza, vedi schema 1), così che l'assorbimento risonante avrà luogo SOLO SE una quantità di energia extra, uguale a quella perduta, viene fornita al raggio gamma.

Esattamente questa quantità di energia viene fornita ai gamma emessi in avanti per effetto Doppler (vedi schema 2)).

Schema 1) : The Fluorescence Requirement



Line Width: $\sim .05 \text{ eV}$

Temp Broadening:

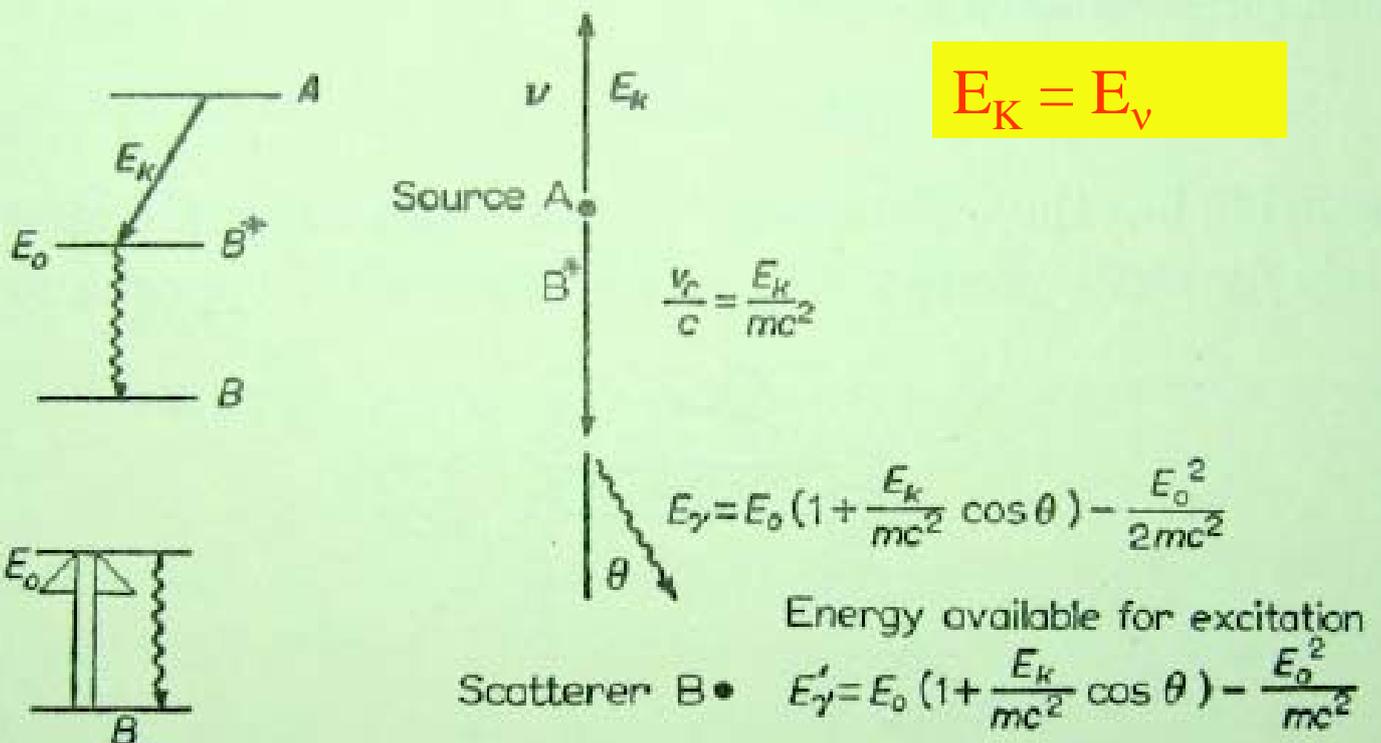
$\sim 3 \text{ eV}$

$\sim 3 \text{ eV} = \sim 6 \text{ eV}$

$\sim 1 \text{ eV}$

Schema 2): ΔE da effetto Doppler

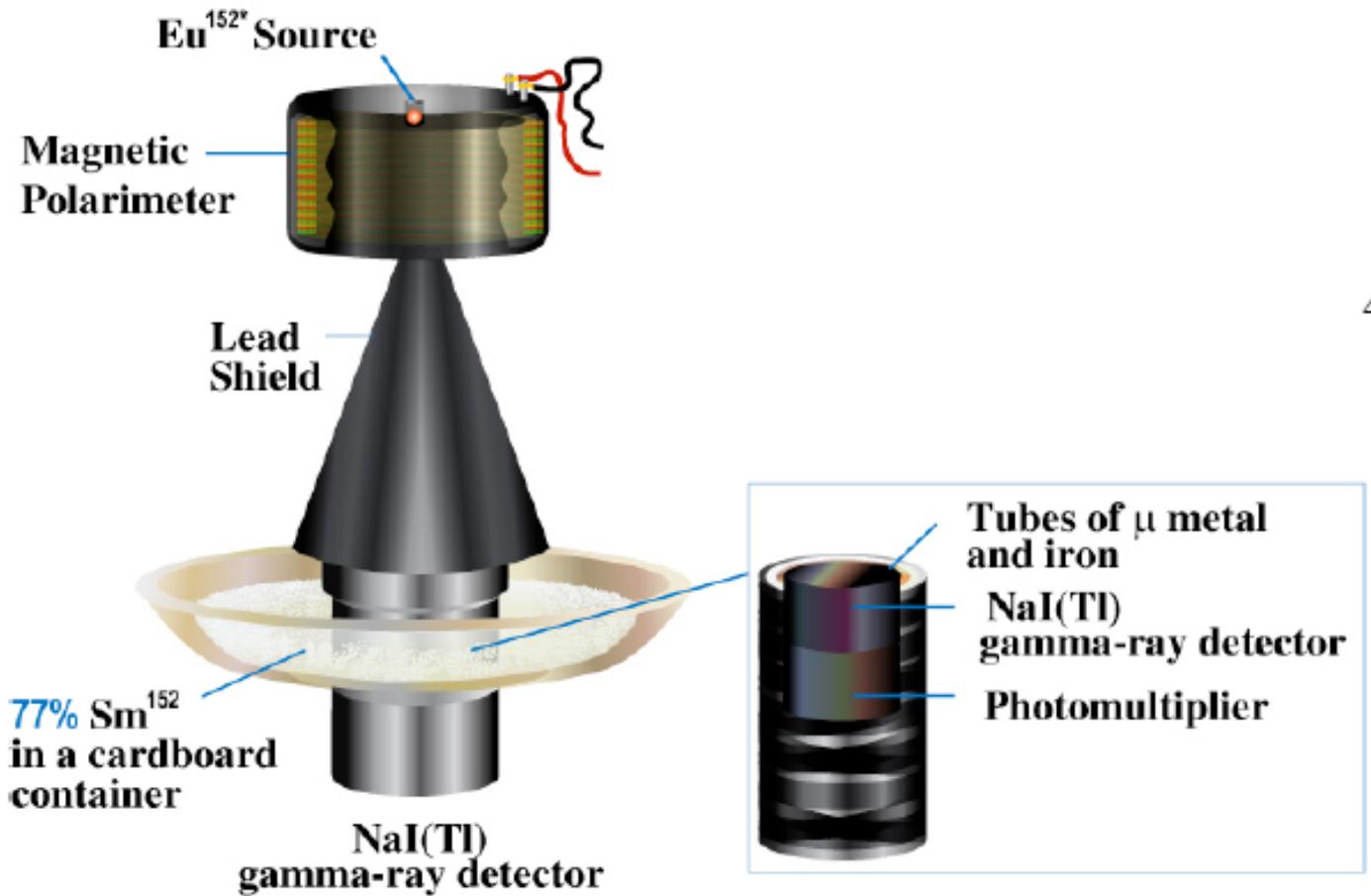
Energy considerations for resonance scattering (K -capture)



Condizione di Risonanza: $E'_\gamma = E_0$ da cui segue:

$$E_\nu \cos \theta = E_0$$

The Helicity Experiment Set-Up



4

Science non-fiction

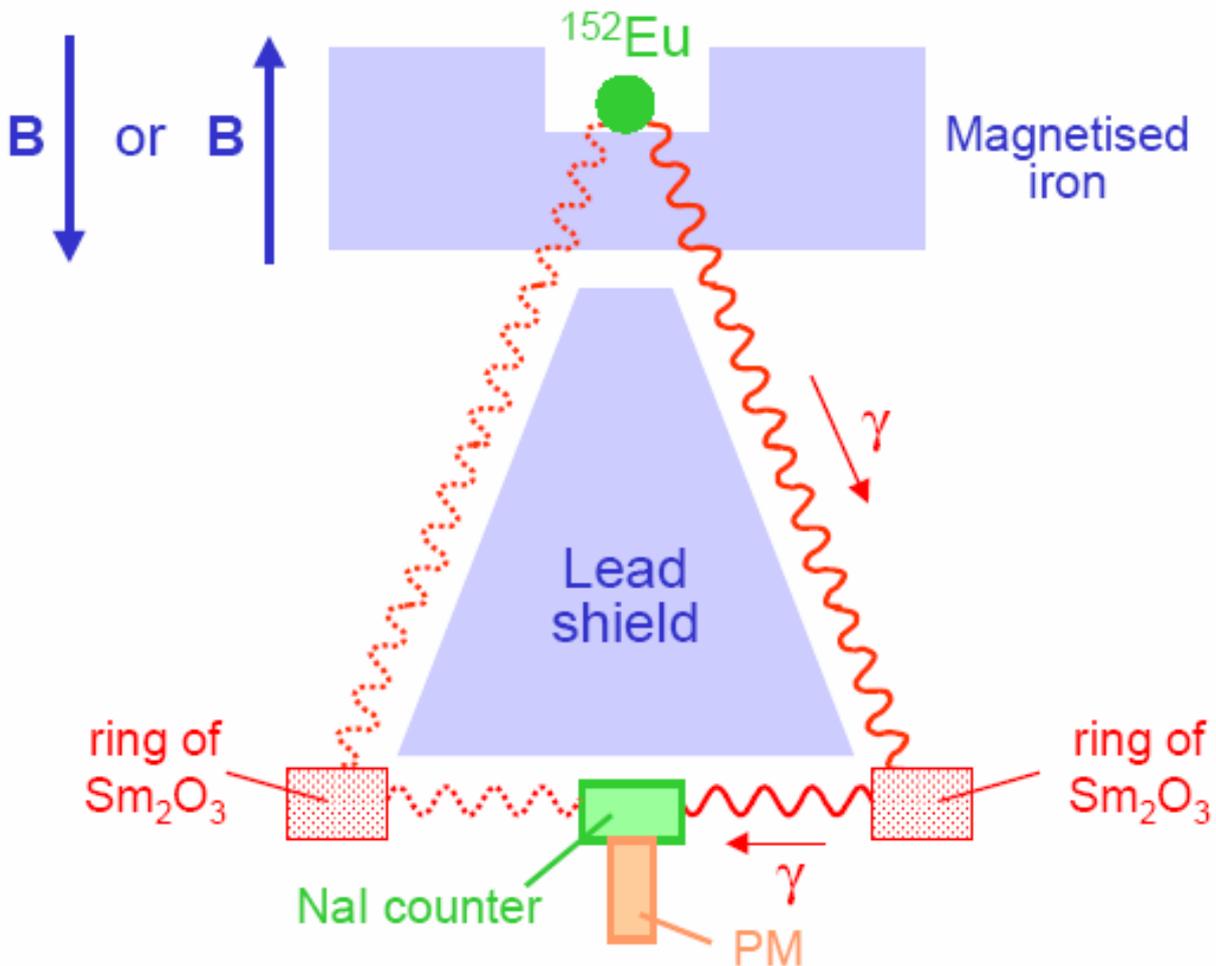
Sunday New, September 21, 1958



5/18/2009

27

Schema dell' apparato sperimentale



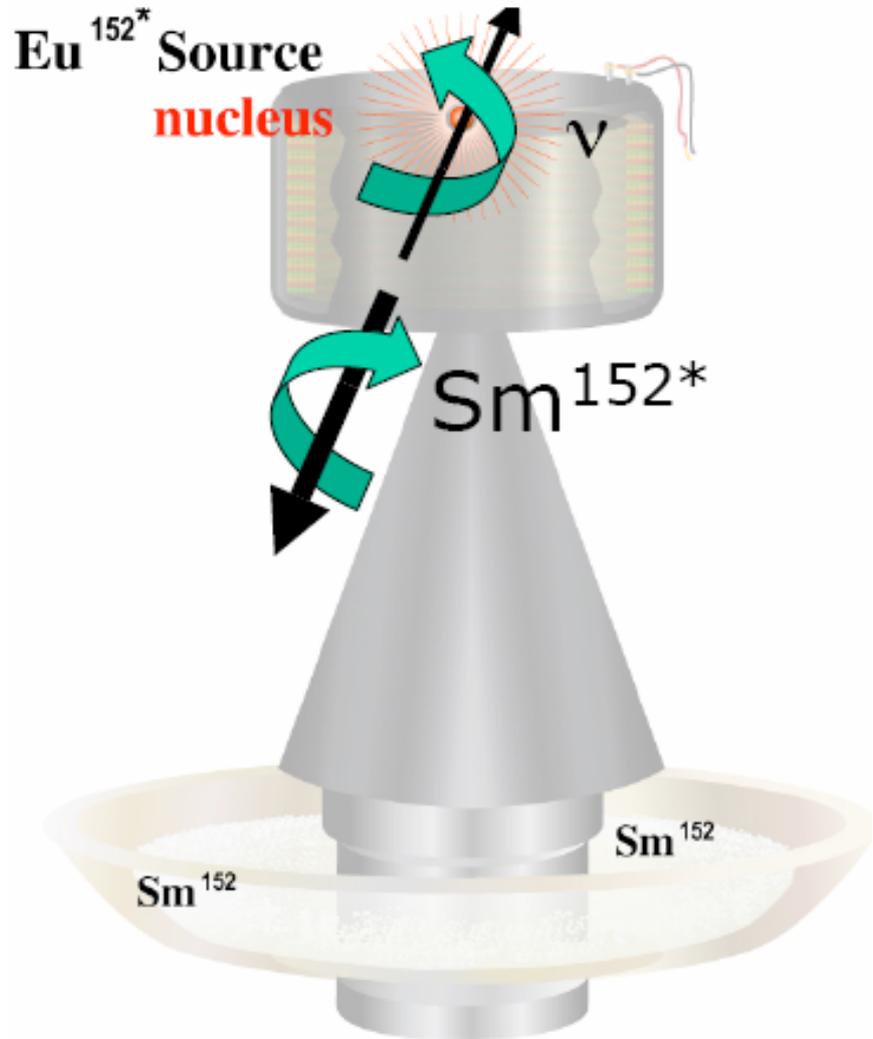
- ◆ **Ripetiamo che i fotoni emessi lungo la stessa linea di volo del $^{152}\text{Sm}^*$ avranno l' energia aumentata per effetto Doppler ed inoltre avranno la STESSA ELICITA' del neutrino.**



I fotoni vengono rivelati dai cristalli di NaI dopo lo scattering risonante sull' anello di Samerio 152.

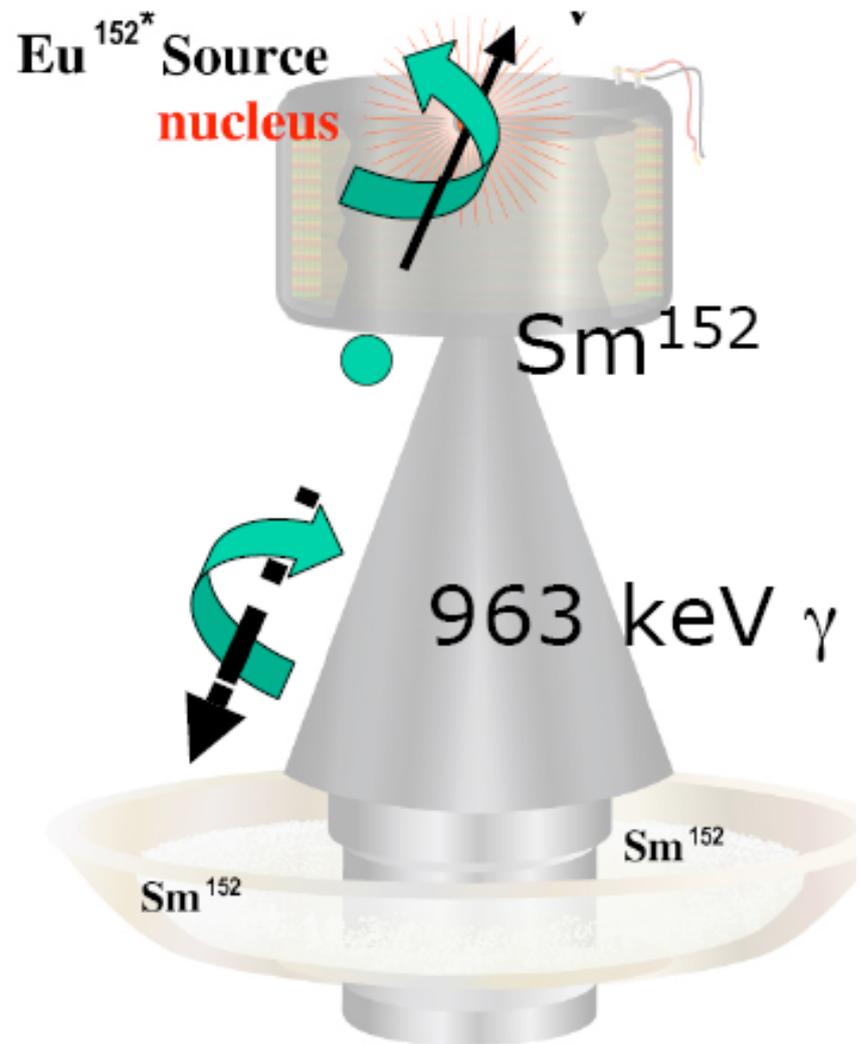
Ricapitoliamo i punti chiave:

Step 1:



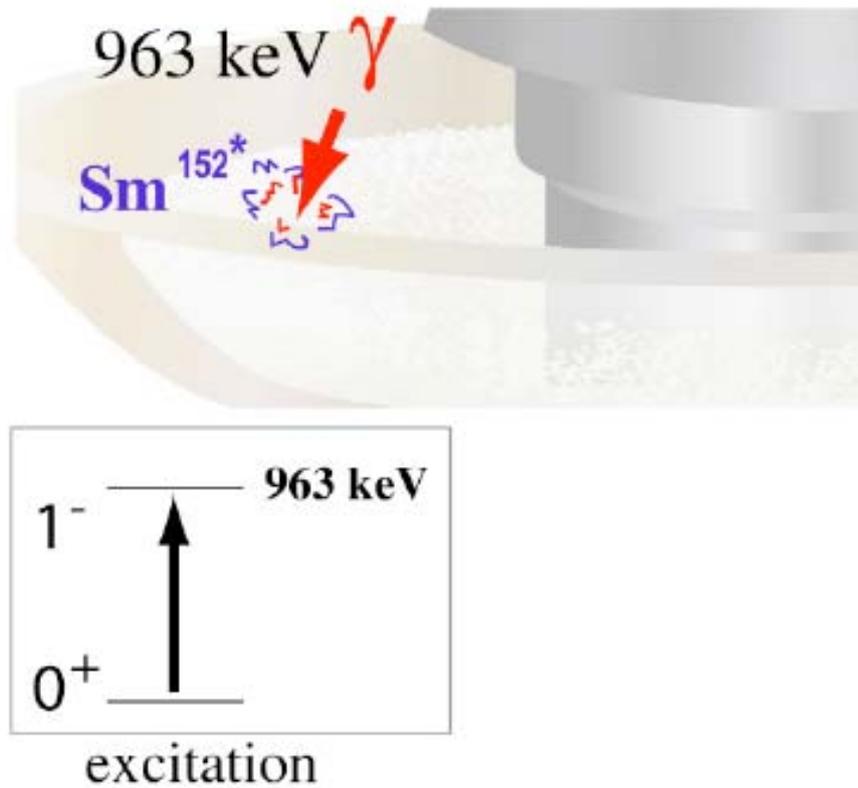
L' elicità' del neutrino e' trasferita alla elicità' del nucleo che rincula **Sm^{152^*}**

Step 2:



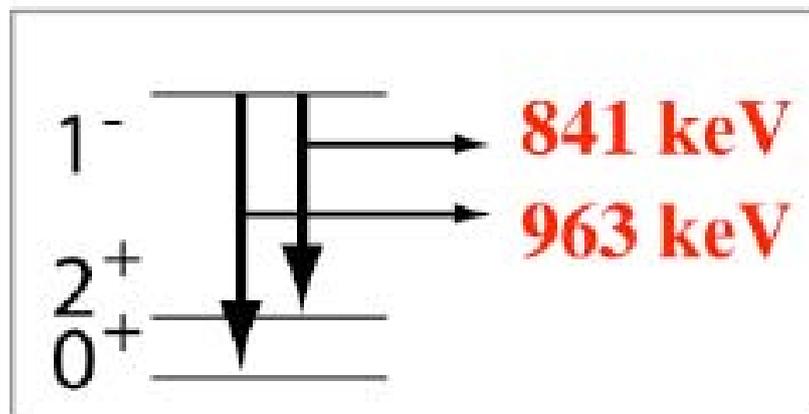
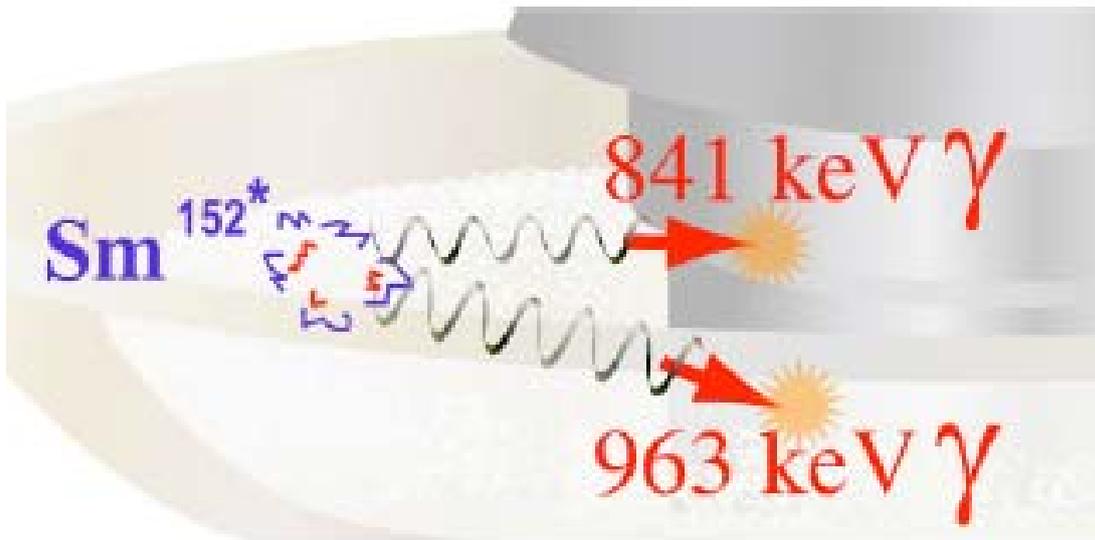
L'elicita' del Sm^{152*} e' trasferita all'elicita' del γ di 963 keV

Step 3:



La risonanza di fluorescenza definisce la direzione del momento del neutrino

Step 4:



deexcitation

I gamma di diseccitazione sono misurati in funzione della direzione del campo magnetico per così determinare l'elicità dei gamma di fluorescenza di 963 keV.

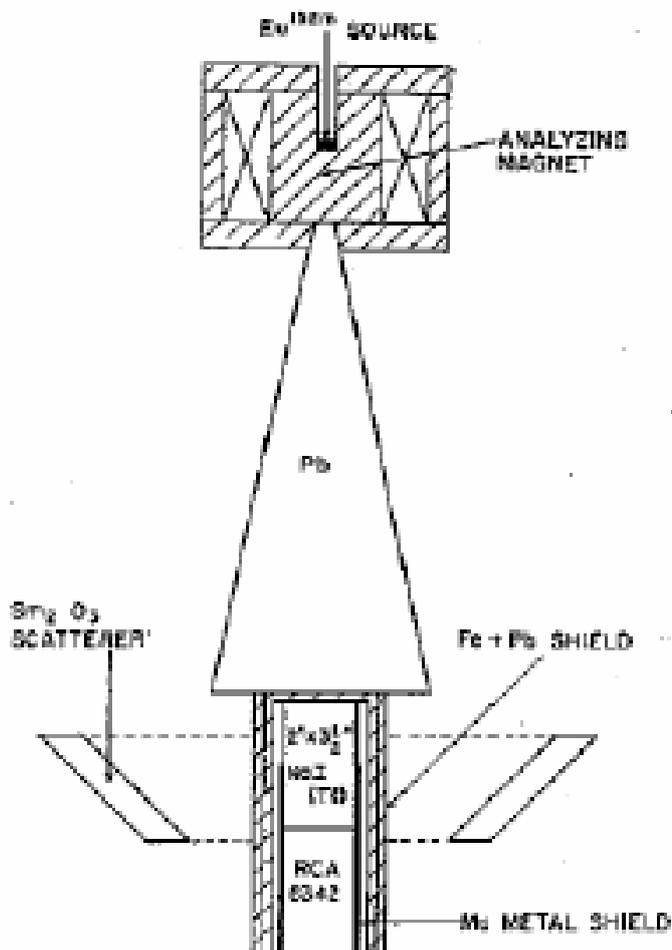


Fig. 6. Schematic arrangement of neutrino helicity experiment. (From Goldhaber *et al.*)

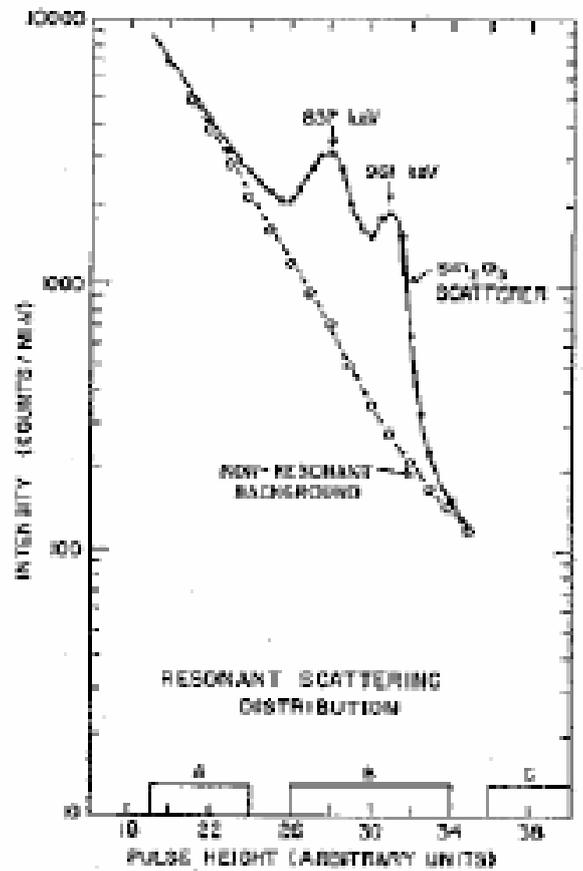
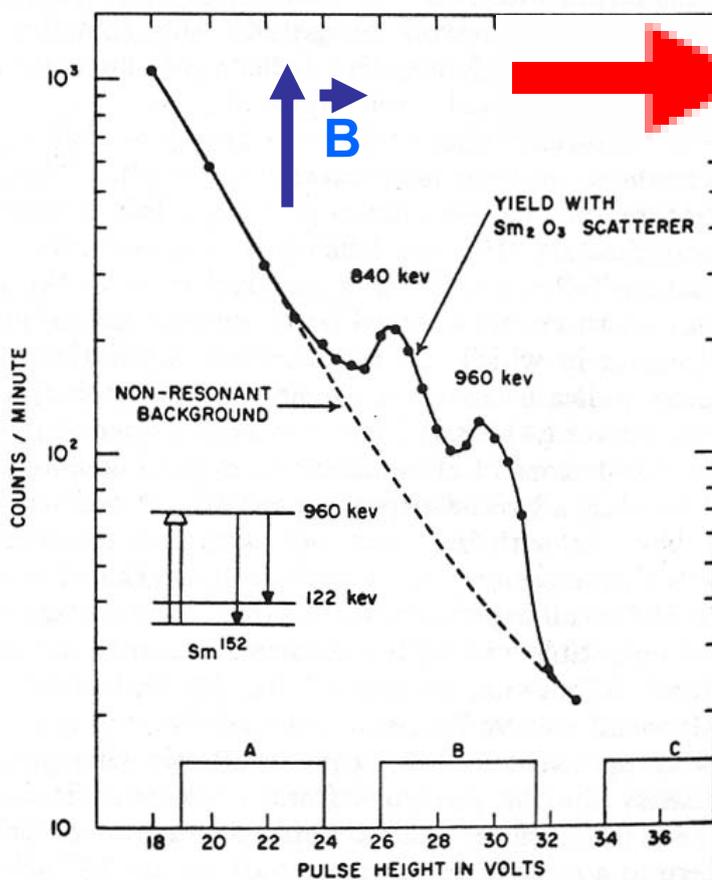


Fig. 7. Distribution of resonant scattered γ -rays of ^{152}Eu . Taken with arrangement shown in Fig. 6. (From Goldhaber *et al.*)

⇒ Se I fotoni sono “levogiri” avremo piu’ assorbimento, e quindi ne arriveranno di meno al rivelatore di NaI, con il campo magnetico B orientato verso l’alto che verso il basso: vedremo quindi un conteggio piu’ basso con B verso l’alto che verso il basso !!

⇒ La strategia e’ quindi quella di misurare I conteggi per entrambe le direzioni di B

→ questo da’ l’ elicità’ del fotone → e da questa si deduce quella del neutrino !!



**Il Neutrino ha Elicità’
Negativa**

❖ E questo quindi ha determinato che le correnti cariche neutre sono del tipo V-A e NON V+A !!

**Teoria V-A delle
interazioni deboli**

FIG. 2. Resonant-scattered γ rays of Eu^{152m} . Upper curve is taken with arrangement shown in Fig. 1 with unmagnetized iron. Lower curve shows nonresonant background (including natural background).

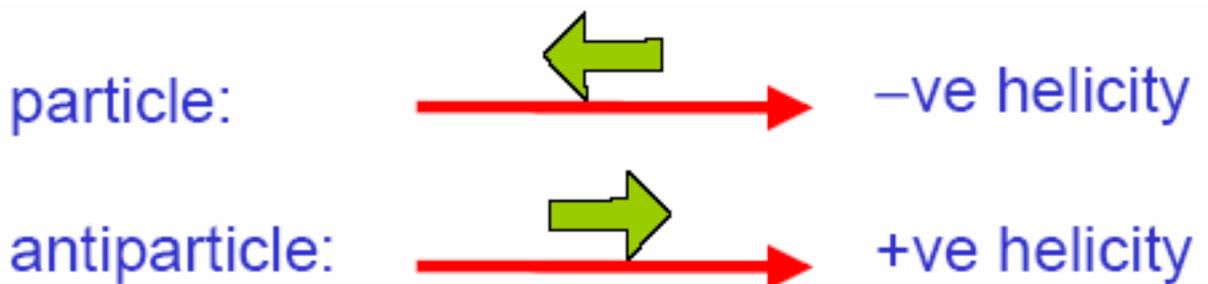
- ◆ Poiche' per definizione $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi$ e' la componente levogira dello spinore ψ , solo le componenti levogire degli spinori-particella partecipano alle interazioni deboli di correnti cariche.

⇒ Ad altissime energie ($E \gg m$) le componenti levogire diventano autostati di elicità':

particella \equiv elicità' negativa

antiparticella \equiv elicità' positiva

Solo particelle levogire (left-handed), o antiparticelle destrorse (right-handed), partecipano alle interazioni deboli di corrente carica



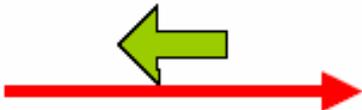
⇒ Ad energie finite ANCHE gli altri stati di elicità' partecipano alle interazioni deboli di correnti cariche con un fattore moltiplicativo dato da:

$$1-\beta = 1- v/c$$

◆ Quindi per le particelle il fattore intensita' di interazione relativa sono :



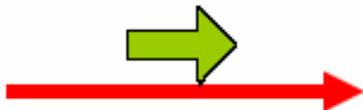
$$\frac{1}{2}(1-\beta)$$



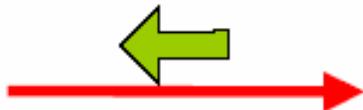
$$\frac{1}{2}(1+\beta)$$

Usualmente sono dominanti

◆ Mentre per le antiparticelle sono:



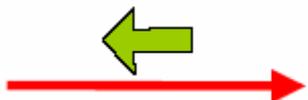
$$\frac{1}{2}(1+\beta)$$



$$\frac{1}{2}(1-\beta)$$

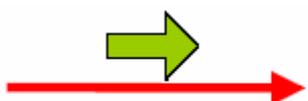
⇒ Da cio', a parita' di condizioni, e quando prodotte in interazioni deboli di corrente carica:

Le particelle hanno in media elicitata' negativa



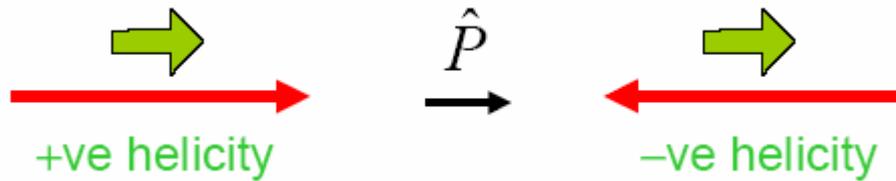
$$\langle \lambda \rangle = -\beta = -v/c$$

Mentre le antiparticelle in media l' elicitata' positiva



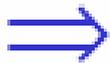
$$\langle \lambda \rangle = +\beta = +v/c$$

- ◆ Il comportamento diverso degli stati di elicità positivi e negativi viola la parità :



Per cui invarianza sotto parità richiede intensità di interazione uguale per ciascun stato di elicità (come in QED).

- ◆ Come vedremo in seguito, nel Modello Standard I neutrini hanno per ipotesi massa zero (β e' sempre uguale ad 1) ed interagiscono solo via interazioni deboli.



I Neutrini sono sempre left-handed

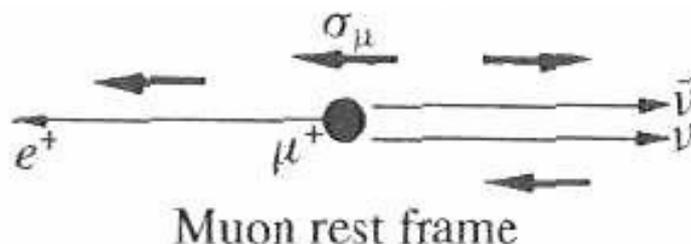
Gli Antineutrini sono sempre right-handed



L' anno prossimo vedrete come ci sia stata recentemente evidenza per neutrini di massa diversa da zero.

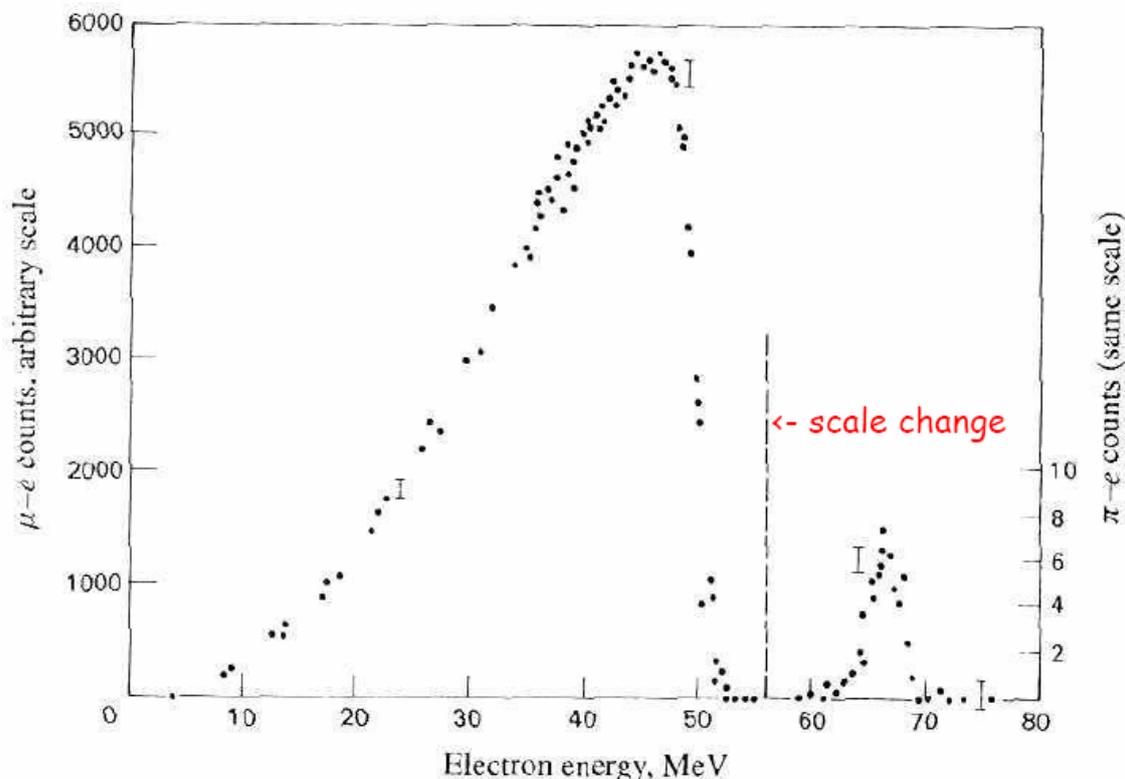
Violazione di Parita' nel decadimento del μ

- Consideriamo il decadimento $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
 Nel sistema di riferimento in cui il μ decade da fermo avremo:



In questa configurazione l' impulso dell' elettrone diventa massimo quando gli impulsi dei neutrini sono tra di loro paralleli e antiparalleli a quello dell' elettrone.

La misura dello spettro di energia dell' elettrone, spettro a sinistra nella figura che segue, dimostra che questa e' la configurazione favorita. Quindi: sperimentalmente i positroni prodotti nel decadimento dei muoni polarizzati sono emessi preferenzialmente con lo spin orientato nella stessa direzione di quella dell' impulso: sono cioe' destrogi. Questa asimmetria destra sinistra e' quindi di nuovo una violazione della parita'.



Effetti di elicità nel decadimento del π^+

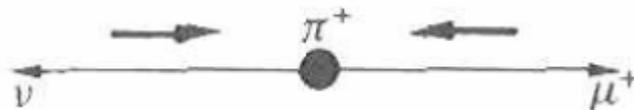
► Come sappiamo il π è l'adrone più leggero e quindi può decadere solo in modo semileptonico secondo i processi deboli da corrente carica seguenti:



► Il secondo canale di decadimento è in realtà molto soppresso rispetto al primo (fattore 1:8000) anche se dallo spazio delle fasi disponibile uno si sarebbe aspettato il contrario (frequenza 3.5 volte più grande in elettrone).

Questo è spiegato con considerazioni sull'elicità.

Nel sistema di riferimento del π , che ha spin zero, avremo che gli spin dei due leptoni del decadimento devono puntare in direzioni opposte. Ma essendo il neutrino 100% levogiro, dalla conservazione del momento angolare ne segue che anche il μ^+ deve essere levogiro! Questo in contrasto con la previsione della teoria V-A!



► Se elettroni e muoni fossero privi di massa i decadimenti a due corpi del pioni **SAREBBERO PROIBITI**! Difatti un positrone o un muone positivo, sono entrambi antiparticelle, senza massa avrebbero chiralità destrorsa al 100%, ma il bosone W si accoppia soltanto a leptoni levogiri.

Come sappiamo, a causa della massa non nulla, positroni e muoni positivi hanno ANCHE una componente levogira che è proporzionale a $(1 - \beta)$.

Il bosone W si accoppia a questa componente. Nel caso del decadimento del π^+ in e^+ $(1 - \beta_e) \cong 2.6 \cdot 10^{-5}$ mentre nel caso del decadimento in

μ^+ $(1 - \beta_\mu) \cong 0.72$. Il $(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)$ è di conseguenza fortemente soppresso!! Sottolineiamo di nuovo che la drammatica differenza tra i due branching ratio deriva dal fatto che la conservazione del momento angolare **OBBLIGA** e^+ e μ^+ ad avere l'elicità **SBAGLIATA** dal punto di vista della teoria V-A.

Effetti di elicità nel decadimento del π^+

- ▶ **ESERCIZIO:** calcoliamo il rapporto tra i rate dei due decadimenti del π

$$E_0 = m_\pi = p + \sqrt{p^2 + m^2}$$

- ▶ Calcoliamo il fattore di spazio delle fasi:

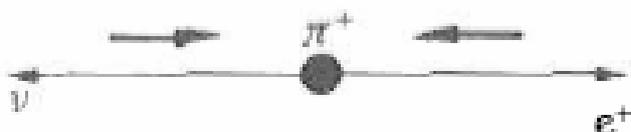
$$p^2 \frac{dp}{dE_0} = \frac{(m_\pi^2 + m^2)(m_\pi^2 - m^2)^2}{4m_\pi^4}$$

- ▶ combinando questo con la polarizzazione abbiamo:

$$1 - \frac{1}{c} = \frac{2 \cdot m^2}{m_\pi^2 + m^2} \quad p^2 \cdot \frac{dp}{dE_0} \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) = \frac{m^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{m^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

- ▶ per il rapporto, con la approssimazione $m_e^2 / m_\pi^2 \ll 1$, abbiamo:

$$R = \frac{\pi \rightarrow e + \nu}{\pi \rightarrow \mu + \nu} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \frac{1}{(1 - m_\mu^2 / m_\pi^2)^2} = 1.28 \times 10^{-4}$$



Il rate e' soppresso dalla richiesta che l' anti-leptone sia levogiro !!

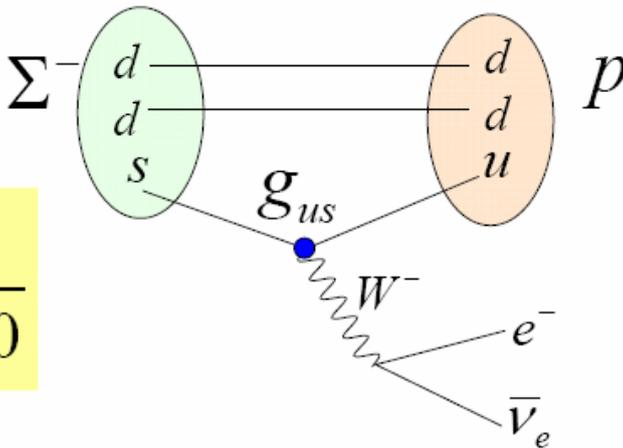
$$R_{\text{exp}} = 1.23 \times 10^{-4}$$

Decadimenti deboli dei quark

◆ Consideriamo i decadimenti semileptonici:

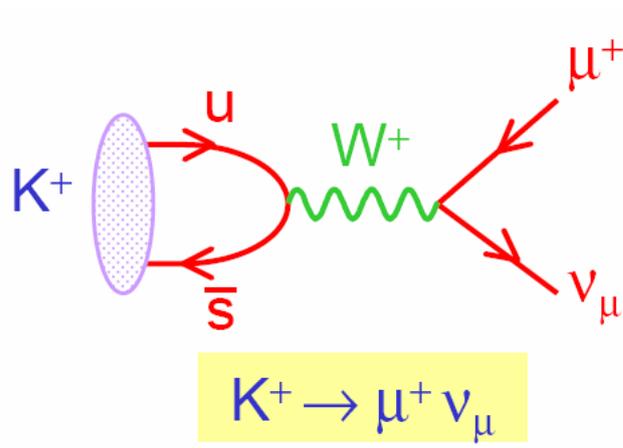
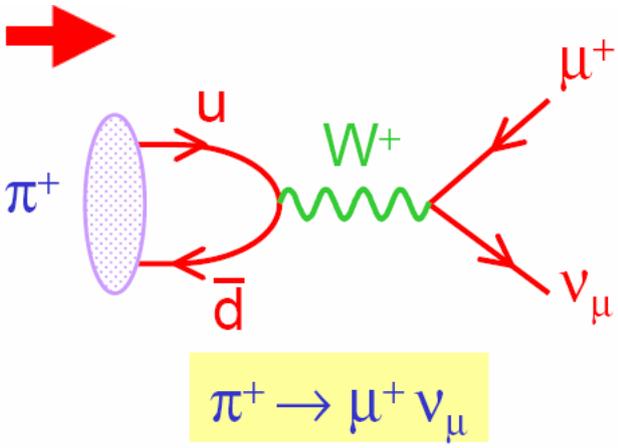
1) Decadimenti con cambiamento di stranezza:

$\Delta S = 1$ $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$
 $(s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e)$



Si trova:

$$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e)} \cong \frac{1}{20}$$

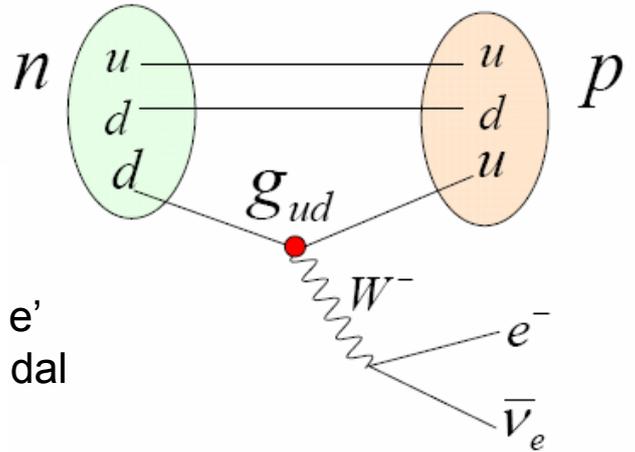


■ G_F ricavato dal decadimento del K^+ e' circa il 5% di quello ricavato dal decadimento del π^+

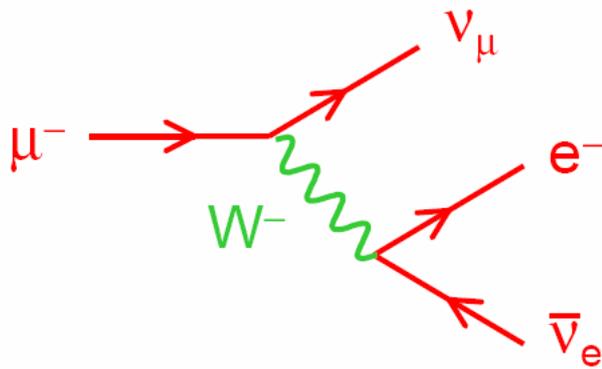
Decadimenti deboli dei quark

2) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$

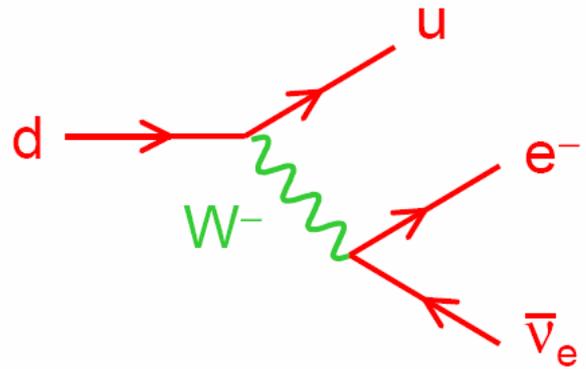
$\Delta S = 0$



Si trova che la costante di accoppiamento debole per il quark d e' piu' piccola del 4% di quella ottenuta dal decadimento del μ



$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$

■ $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

$G_F = 1.136 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

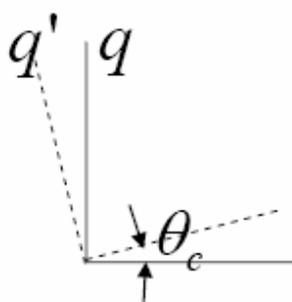
■ **Dobbiamo rinunciare al concetto di universalita' della interazione debole ???**

$$\frac{\Gamma(s \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(d \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e)} \cong \left| \frac{g_{us}}{g_{ud}} \right|^2 \approx \frac{1}{20} \neq O(1)$$

Teoria di Cabibbo

Nel 1963 Cabibbo spiego' elegantemente questi risultati sperimentali con una teoria che recupera l' universalita': si assume che nel decadimento del quark u i W NON si accoppiano ai quark d ed s, che sono autostati di massa delle interazioni forti, ma ai quark autostati delle interazioni deboli d' ed s' **che sono una struttura di doppietti di quark "ruotati" di un angolo di "mixing" θ_c** :

l' angolo di Cabibbo

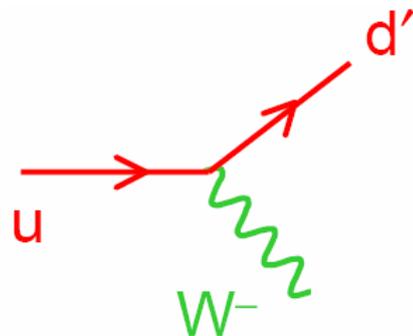


$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

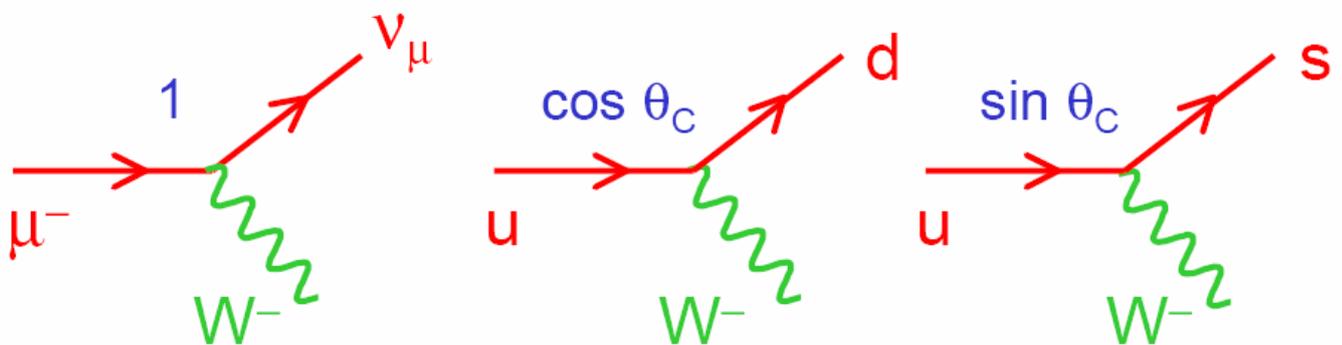
$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Sottolineamo ancora una volta che d' ed s' sono gli **autostati delle interazioni deboli** e sono combinazioni lineari degli **autostati di massa** d ed s.

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

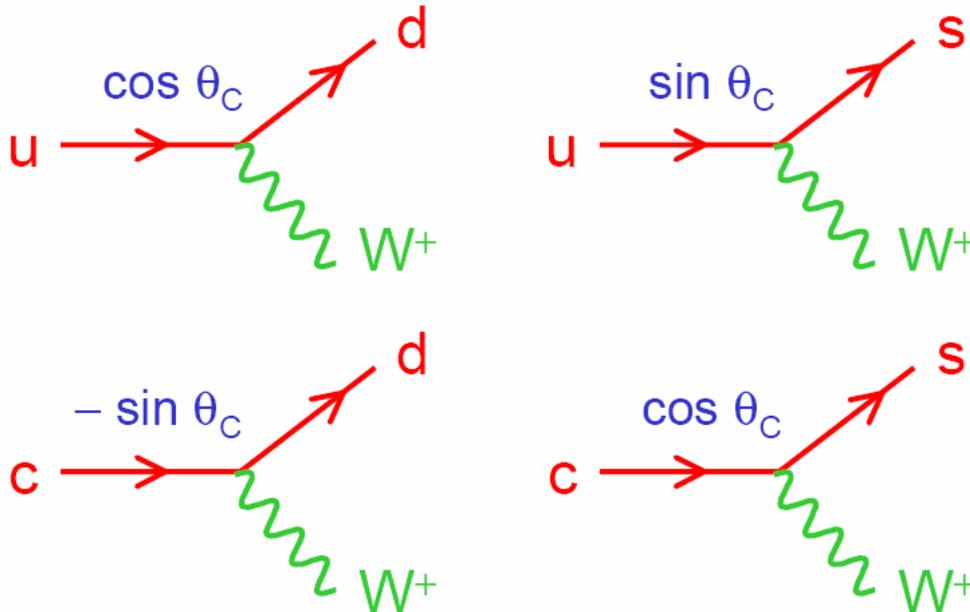


➔ Quindi I vertici deboli col W includono I fattori di Cabibbo:



Teoria di Cabibbo

Così i fattori dei vertici deboli col W sono:



$$\frac{\Gamma(s \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(d \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e)} \cong \left| \frac{g_{us}}{g_{ud}} \right|^2 \approx \left| \frac{\sin \theta_c}{\cos \theta_c} \right|^2 \approx \frac{1}{20} \neq O(1) \Rightarrow \theta_c \approx 12^\circ$$

◆ Dalle misure si ricava $\theta_c \cong 12^\circ$ che spiega tutti i risultati sperimentali.

$$\begin{cases} \cos^2 \theta_c \approx 0.95 \\ \sin^2 \theta_c \approx 0.05 \end{cases}$$

$$1) \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad \propto \quad \cos^2 \theta_c$$

$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad \propto \quad \sin^2 \theta_c$$

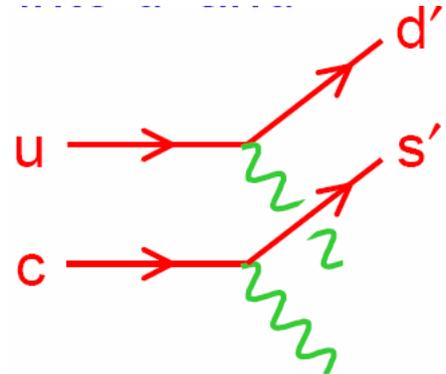
$$2) \quad \mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad \propto \quad 1$$

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e \quad \propto \quad \cos^2 \theta_c$$

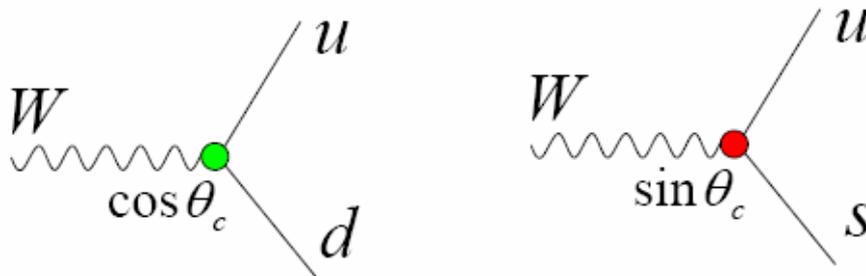
- ◆ Possiamo riassumere dicendo che il W “ruota” u in d’ e c in s’.

Cioe’ gli stati di quark che si accoppiano al W (**gli autostati deboli d’ ed s’**) NON sono uguali agli stati di quark prodotti nelle interazioni forti (**gli autostati di massa d ed s**).

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$



- ◆ Abbiamo modificato il nostro pensiero rispetto alle correnti cariche : “ **Cabibbo-favored** “ vs, “ **Cabibbo-suppressed**”

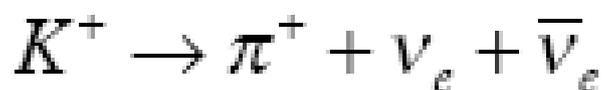
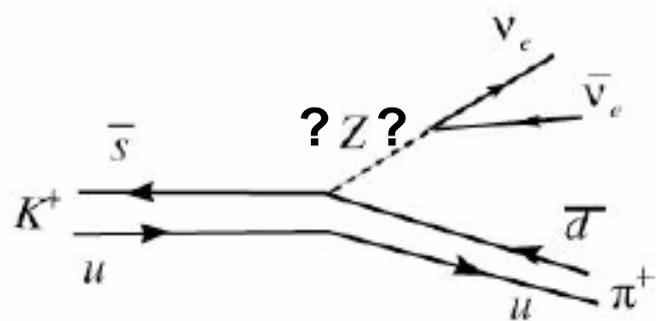
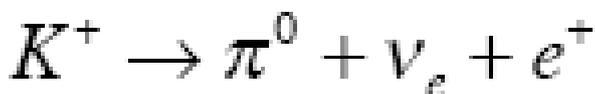
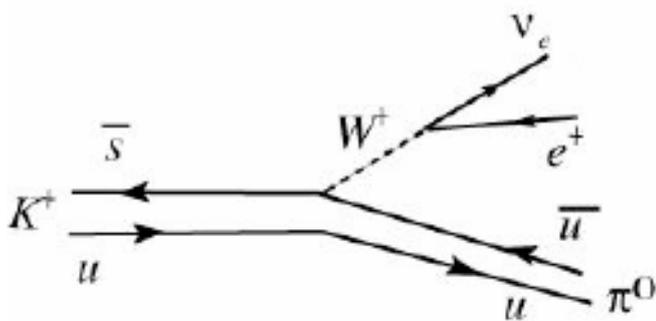


- ◆ Per $\Delta S = 0$ ($d \rightarrow uW$) il coupling debole “ **effettivo** “ e’ : **$\cos \theta_c$**
- Per $\Delta S = 1$ ($s \rightarrow uW$) il coupling debole “ **effettivo** “ e’ : **$\sin \theta_c$**

il Meccanismo GIM

- ◆ L'osservazione sperimentale che il decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_e + \bar{\nu}_e$ era soppresso di parecchi ordini di grandezza rispetto al decadimento $K^+ \rightarrow \pi^0 + \nu_e + e^+$ costituiva uno dei grandi puzzle da risolvere:

Il contenuto in quark del K^+ e del K^0 e' $u\bar{s}$ e possiamo visualizzare i decadimenti al primo ordine con i diagramma seguenti:



$$BR(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}) = (1.5_{-0.9}^{+1.3}) \times 10^{-10}$$

$$BR(K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e) = (4.98 \pm 0.07) \times 10^{-2}$$

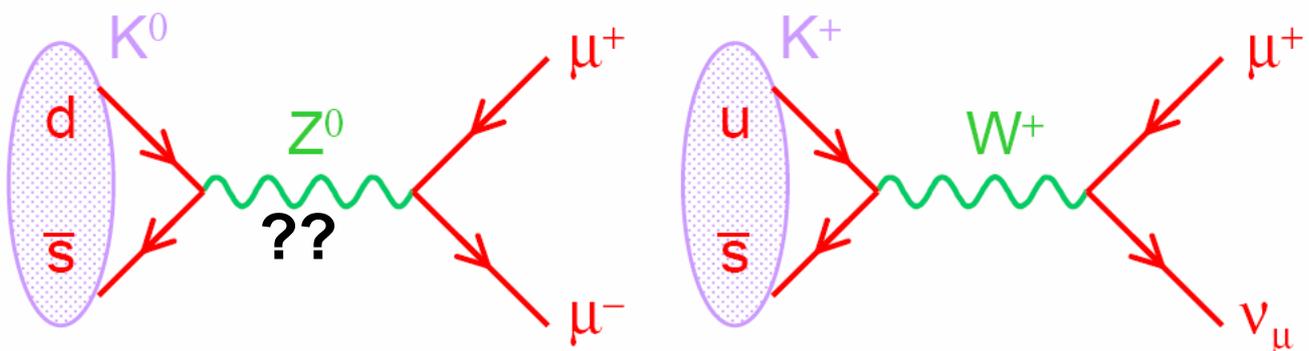
- ◆ Notiamo che la corrente trasportata dallo Z^0 **DEVE** essere **NEUTRA** e **DEVE** indurre un **CAMBIAMENTO DI STRANEZZA** !

il Meccanismo GIM

- ◆ L' altra osservazione sperimentale era che il decadimento $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ era soppresso di parecchi ordini di grandezza rispetto al decadimento $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

$$\frac{BR(K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{BR(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = \frac{7 \times 10^{-9}}{0.64} \approx 10^{-8}$$

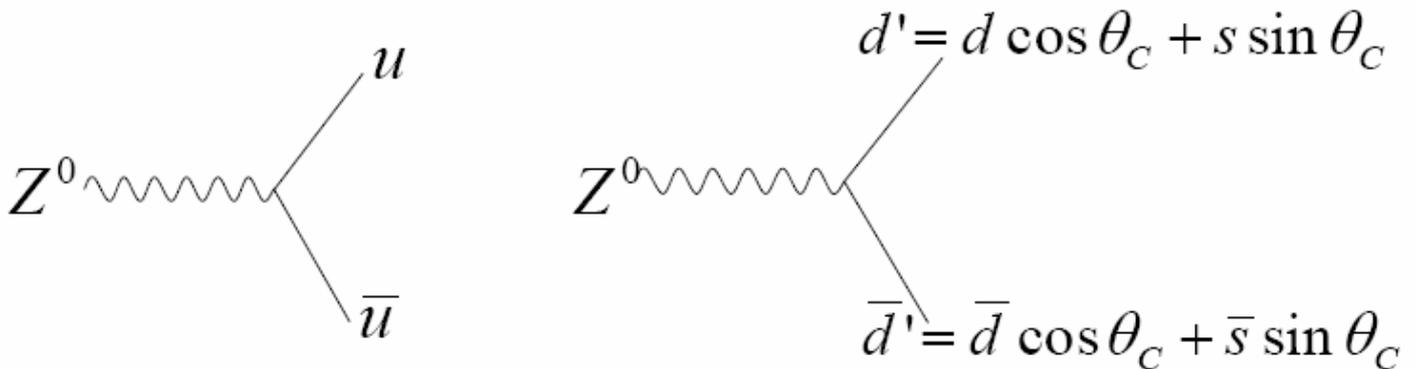
Il contenuto in quark del K^+ e' $u\bar{s}$ mentre quello del K^0 e' $d\bar{s}$ e possiamo visualizzare i decadimenti al primo ordine con i diagramma seguenti:



- ◆ Notiamo che la corrente trasportata dallo ? Z^0 ? **DEVE essere NEUTRA** e **DEVE indurre un CAMBIAMENTO DI STRANEZZA !**

Quindi, applicando la teoria di Cabibbo, l' accoppiamento debole dei quark allo Z^0 dovrebbe essere del tipo schematizzato nelle figure di seguito:

Accoppiamenti di corrente neutra per quark (u,d')



$$\underbrace{u\bar{u} + (d\bar{d} \cos^2 \theta_c + s\bar{s} \sin^2 \theta_c)}_{\Delta S = 0} + \underbrace{(s\bar{d} + d\bar{s}) \sin \theta_c \cos \theta_c}_{\Delta S = 1}$$

In questo quadro **Flavour Changing Neutral Current (FCNC)** sarebbero permesse dalla teoria: difatti l'ultimo termine dell'equazione e' FCNC e potrebbe quindi essere indicato come il responsabile del decadimento

In questo modo l'ampiezza sarebbe proporzionale a $\sin \vartheta_c \cos \vartheta_c$

- ◆ Questo darebbe pero' come risultato un rate molti ordini di grandezza piu' grande di quello sperimentale !
Una soluzione al problema fu proposta nel 1970 da Glashow, Iliopoulos e Maiani introducendo un nuovo quark, **il quark con charm c**, con la stessa carica del quark u ed appartenete ad un doppietto di "seconda generazione" in cui s' e' ortogonale a d':

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{pmatrix}$$

- ◆ Così, introducendo un quarto quark, I termini non desiderati di cambiamento di stranezza $s\bar{d}$ e $\bar{s}d$ sono stati esplicitamente cancellati !

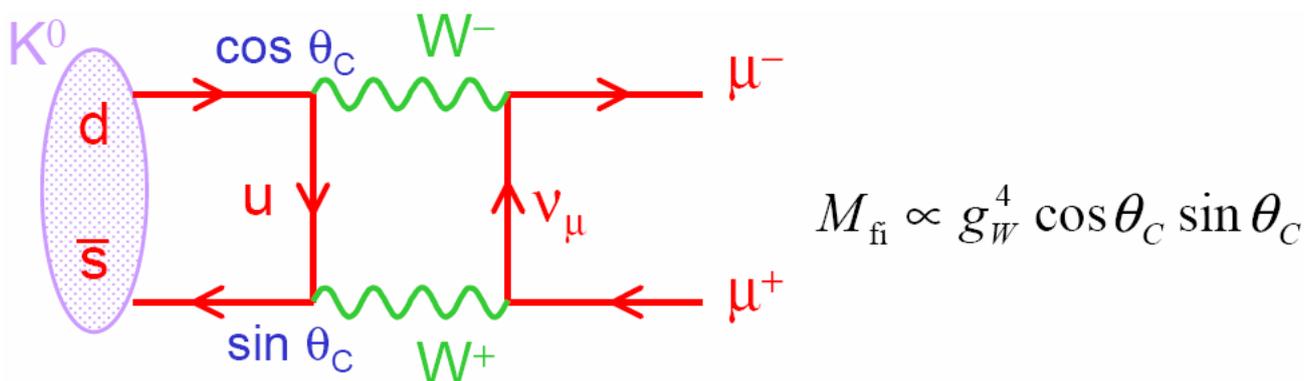
Lo Z^0 si accoppia direttamente SOLO a stati

$$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}, c\bar{c}$$

- ◆ Tuttavia anche se il diagramma del primo ordine con scambio di Z^0 non da' contributo al decadimento

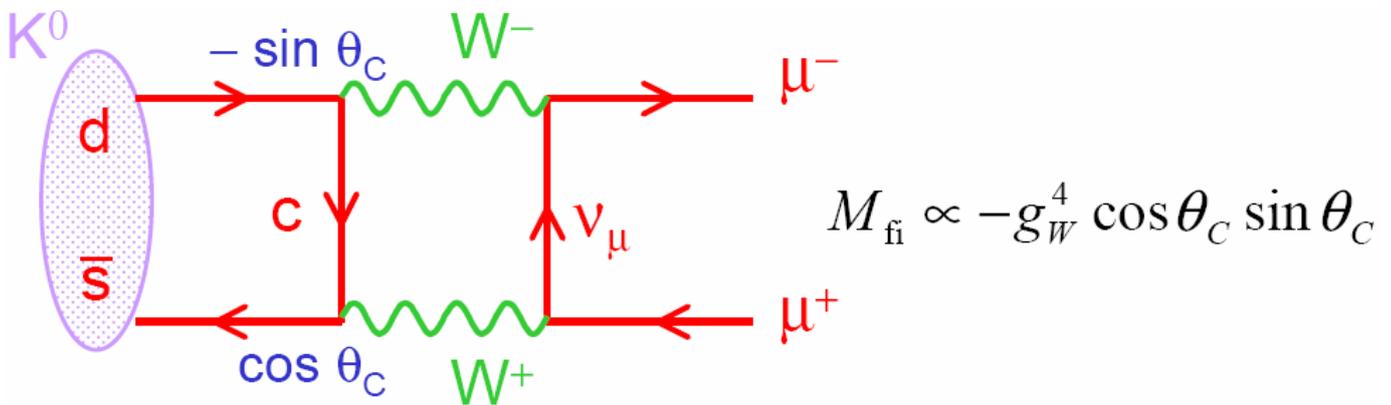
$$K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

E' possibile un contributo al secondo ordine con due bosoni W come e' mostrato nella figura che segue:



Di nuovo, in assenza del quark con charm c, questo processo darebbe un rate molto piu' grande di quello sperimentale.

- ◆ Grazie al meccanismo GIM l'aggiunta del quark c sopprime il rate:



- ◆ Se le masse dei quark u e c fossero uguali i due diagrammi si cancellerebbero identicamente. Per avere accordo con i dati sperimentali la massa del quark c deve essere tra 1 e 3 GeV.
Come abbiamo visto nel corso del terzo anno, nel 1974 e' stata scoperta la risonanza J/Ψ di massa 3097 MeV e stato legato $\bar{c}c$ subito seguita dalla scoperta degli stati con charm come D^0 , D^+ etc.

Una terza generazione di Quark

Nel 1973, ancora prima della scoperta del quark charmato, Kobayashi e Maskawa estesero lo schema di Cabibbo_GIM per includere una terza generazione di quark : I quark top e bottom.

In questo schema I sei quark sono sistemati in tre doppietti di isospin debole :

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \quad \begin{matrix} \updownarrow \\ W^\pm \end{matrix}$$

Questi autostati delle interazioni deboli sono collegati agli autostati delle interazioni forti dalla matrice di mixing di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM):

– mass eigenstates \neq weak interaction eigenstates

– flavor mixing through **CKM** matrix

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

weak interaction eigenstates mass eigenstates

very important for CP study

responsible for most b decays

Nota Bene : il b dovrebbe decadere all' interno del suo doppietto e quindi : $b \rightarrow W^- t$ ma $m(t) \gg m(b)$

Bibliografia Cap. 5



Nuclear and Particle Physics

Burcham and Jobes

Dal paragrafo 11.1 al 11.12 compreso