

**collisioni adroniche:
sezione d'urto
molteplicita' di particelle
luminosita'**

Andrea Messina



**Universita' degli studi La Sapienza
20-21 Maggio 2010**

Programma

- sezione d'urto
- diffusione da potenziale centrale
 - ✓ teorema ottico
- collisioni adroniche
 - ✓ cinematica
 - ✓ molteplicita' di particelle cariche in collisioni adroniche
- misura sperimentale della molteplicita' di particelle cariche
- luminosita'
- misure di luminosita'
 - ✓ relativa
 - ✓ assoluta

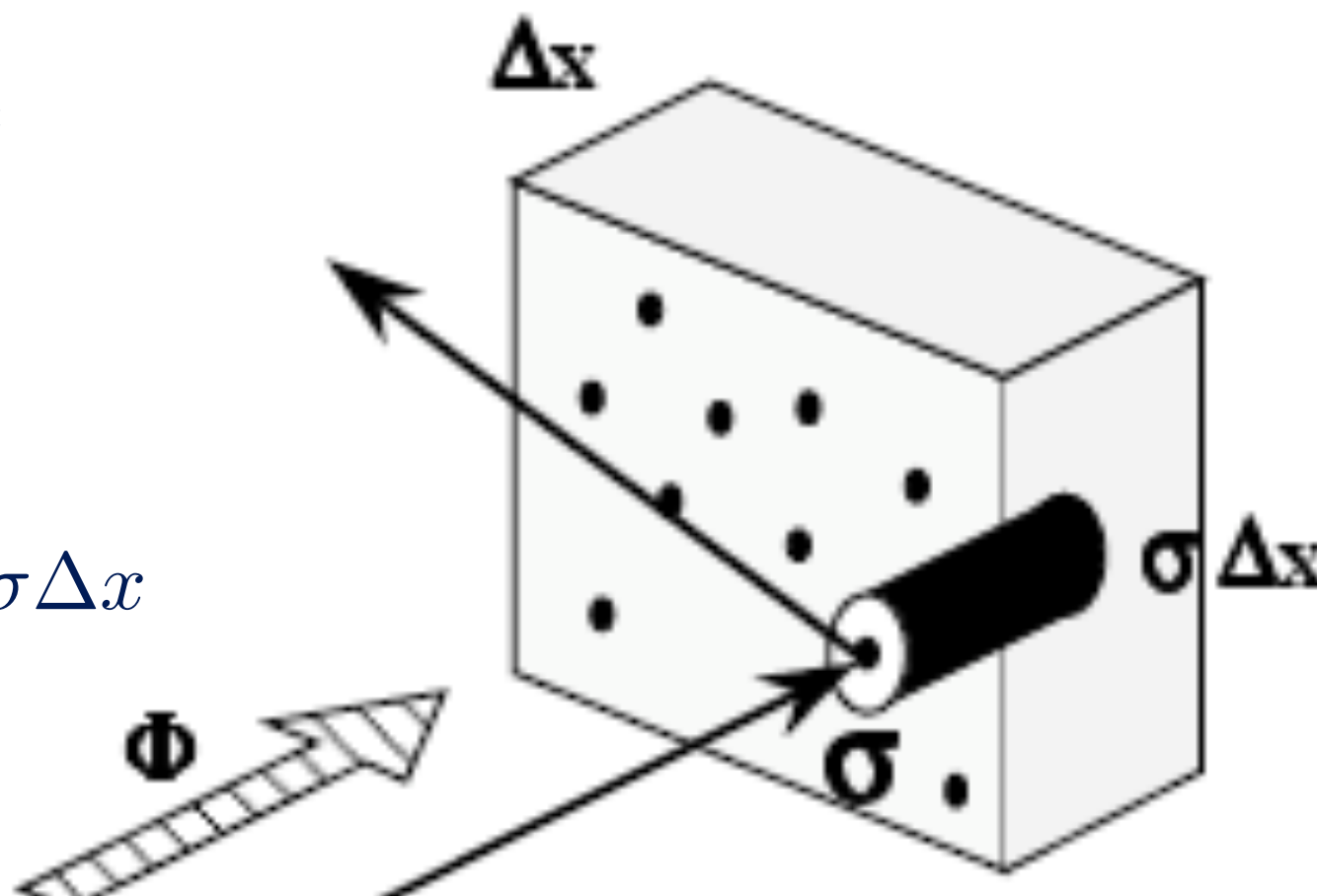
Sezione d'urto

- rappresenta la probabilita' che avvenga un'interazione tra 2 particelle: una particella priettile ed una particella bersaglio

$$\Phi = \frac{N_i}{\Delta S \Delta t} = \frac{N_i \Delta x}{\Delta S \Delta x \Delta t} = \frac{N_i v}{V} =$$

$$\frac{N_b}{\Delta S} = \frac{N_b \Delta x}{V} = n_b \Delta x$$

$$\Delta \Phi = -\Phi \sigma n_b \Delta x \Rightarrow -\frac{\Delta \Phi}{\Phi} = n_b \sigma \Delta x$$



Sezione d'urto differenziale

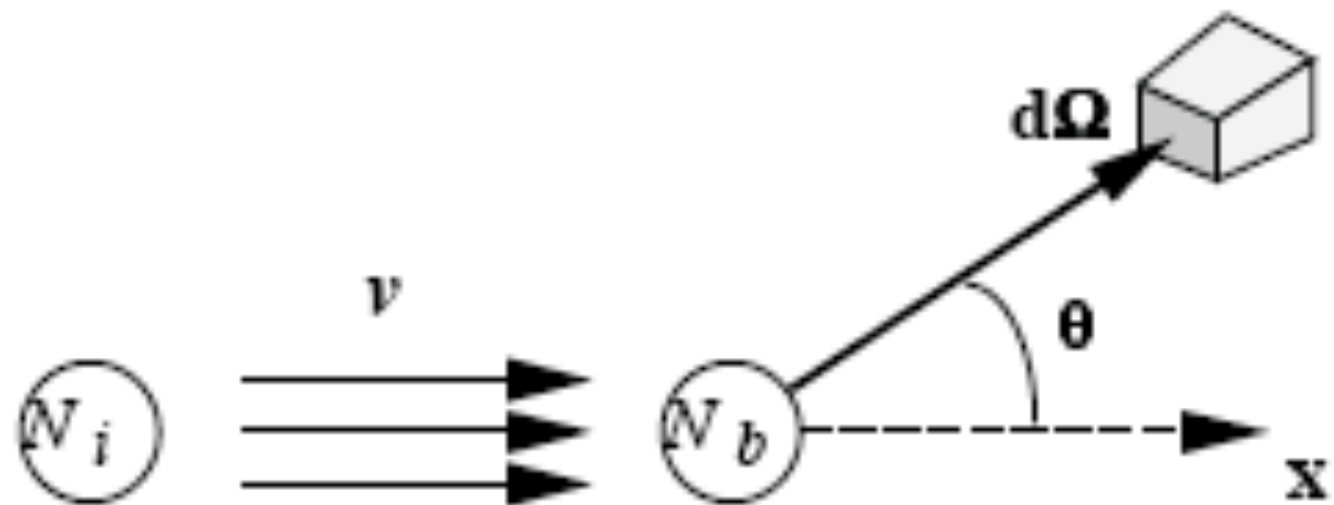
$$d\dot{N}_f = \dot{N}_f d\Omega = \Phi N_b d\sigma$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\dot{N}_f}{\Phi N_b}$$

$$\mathcal{L} = \Phi N_b$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\dot{N}_f}{N_1} \frac{V}{v} = \dot{P}_{i \rightarrow f} \frac{V}{v}$$

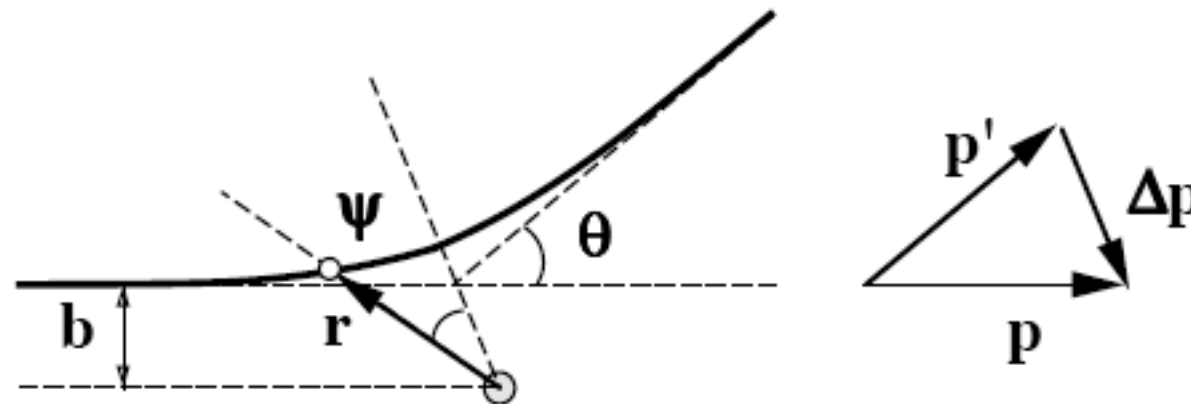
$$d\dot{P}_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_I | i \rangle|^2 dN_f$$



Interazioni adroniche

- In generale nel caso di collisioni adroniche i processi di diffusione dominanti sono governati dalle interazioni adroniche.
 - ✓ $\alpha_s \sim 0.1 \gg \alpha_{em} \sim \frac{1}{137}$
- L'hamiltoniana di interazione ad eccezioni di casi particolari e' sconosciuta
- poiche' α_s e' grande il primo ordine nello sviluppo perturbativo spesso non e' sufficiente. E' necessario estendere lo sviluppo perturbativo agli ordini successivi. Spesso, questa estensione e' tecnicamente difficile.
- E' possibile studiare il problema in maniera molto generale facendo alcune assunzioni sul tipo di interazione, sviluppando un modello che possa descrivere interazioni nucleari sia di particelle su nuclei che di particelle su particelle.
 - ✓ molte informazioni sperimentali sono infatti riconducibili a diffusione su nuclei

Diffusione da potenziale (centrale)



$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, \vec{R}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 + U(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}, \vec{R}, t)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2; \quad \vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}; \quad M = m_1 + m_2; \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}, t) = u(\vec{r})v(\vec{R})e^{i(E_r + E_R)t/\hbar}$$

$$\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 v(\vec{R}) = E_R v(\vec{R}); \quad \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_r^2 + U(\vec{r}) \right] u(\vec{r}) = E_r u(\vec{r});$$

Diffusione da potenziale (centrale)

ipotesi:

- potenziale radiale $U(r)$
- $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{U(r)}{1/r} = 0$
- le osservazioni sono fatte $r \gg R$

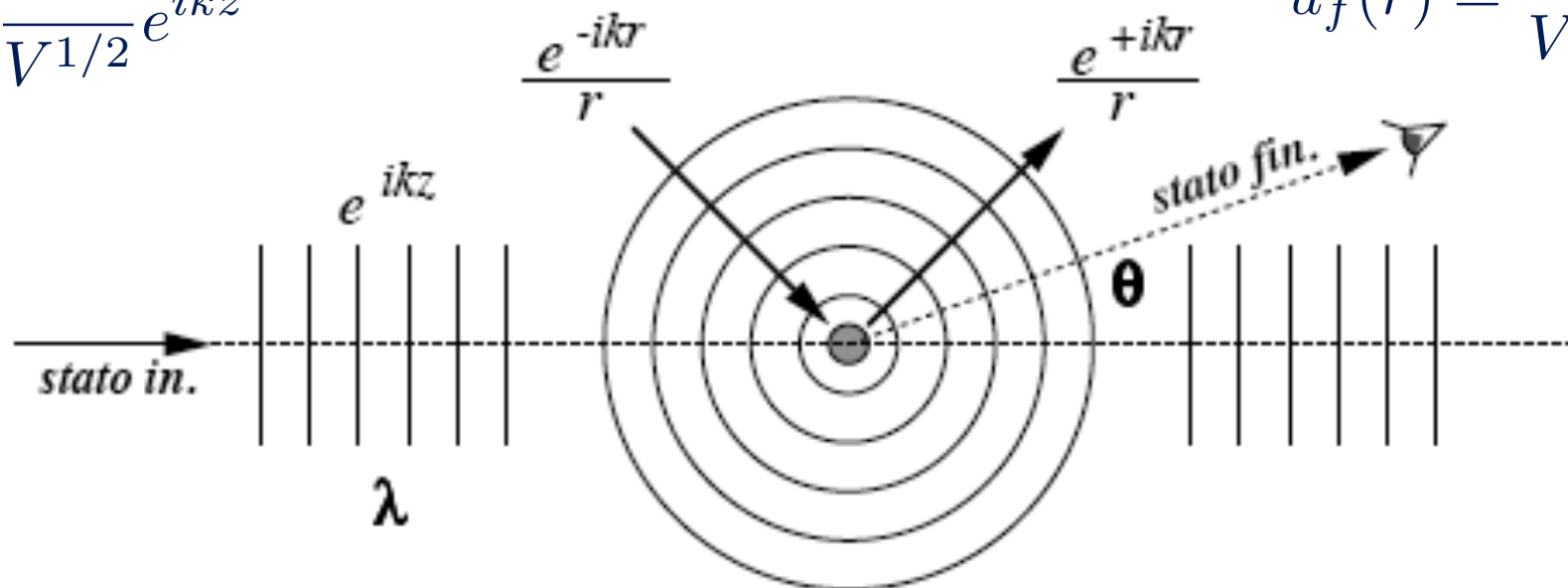
$$\nabla^2 u(\vec{r}) + k^2 u(\vec{r}) = 0; \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}; \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$t = -\infty, r \gg R; \Rightarrow U(r) = 0$$

$$t = +\infty, r \gg R; \Rightarrow U(r) = 0$$

$$u_i(\vec{r}) = \frac{1}{V^{1/2}} e^{ikz}$$

$$u_f(\vec{r}) = \frac{1}{V^{1/2}} \left[e^{ikz} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r} \right]$$



Diffusione da potenziale (centrale)

per ottenere la sezione d'urto calcoliamo il flusso incidente e il flusso diffuso

$$\Phi_i = \frac{\hbar}{2im} (u_i^* \nabla u_i - u_i \nabla u_i^*) = \frac{\hbar k}{Vm}$$

$$\Phi_d = \Phi_f - \Phi_i = \frac{\hbar}{2imV} |f(\theta, \phi)|^2 \left[\frac{e^{-ikr}}{r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{e^{-ikr}}{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{\hbar k}{Vm} |f(\theta, \phi)|^2$$

$$\nabla_r A = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA)$$

$$\dot{n}(\Omega) = \Phi_d r^2 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\dot{n}(\Omega)}{\Phi} = |f(\theta, \phi)|^2; \quad \Omega = (\theta, \phi)$$

se la il potenziale e' noto $f(\theta, \phi)$ puo' essere calcolato esplicitamente, almeno con uno sviluppo perturbativo

Sviluppo in onde parziali

- Se il potenziale non è noto è possibile studiare le caratteristiche dell'ampiezza di diffusione sviluppando la soluzione dell'equazione del modo, l'onda piana incidente e l'onda diffusa, in autofunzioni del momento angolare.
 - ✓ ipotesi aggiuntiva: lo stato iniziale e finale hanno simmetria azimutale, cioè non dipendono da ϕ
- le autofunzioni del momento angolare con $\vec{l}, l_z = 0$ sono:

$$Y_{l0}(\theta) = \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^{1/2} P_l(\cos\theta)$$

- dove $P_l(\cos\theta)$ sono i polinomi di Legendre

Sviluppo in onde parziali

- lo stato iniziale puo' essere riscritto come:

$$u_i(\theta, \phi) = e^{ikr \cos \theta} = \sum_l i^l (2l + 1) j_l(kr) P_l(\cos \theta)$$

- dove $j_l(kr)$ sono le funzioni sferiche di Bessel che hanno come andamento asintotico quello di onde sferiche

$$\lim_{kr \gg l} j_l \sim \frac{\sin(kr - l\pi/2)}{kr} = \frac{1}{kr} \frac{e^{i(kr - l\pi/2)} - e^{-i(kr - l\pi/2)}}{2i} = \frac{i(-i)^l}{2k} \left[(-1)^l \frac{e^{-ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \right]$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_i(r, \theta) = \frac{i}{2k} \sum_l (2l + 1) \left[(-1)^l \frac{e^{-ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \right] P_l(\cos \theta)$$

- analogamente possiamo riscrivere lo stato finale come sovrapposizione di onde sferiche

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_f(r, \theta) = u_i(r, \theta) + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = \frac{i}{2k} \sum_l (2l + 1) \left[(-1)^l \frac{e^{-ikr}}{r} - a_l \frac{e^{ikr}}{r} \right] P_l(\cos \theta)$$

- a_l rappresenta l'azione del potenziale e puo' essere parametrizzato come:

$$a_l = \eta_l e^{2i\delta_l}; \quad 0 \leq \eta_l \leq 1$$

Sviluppo in onde parziali

- la diffusione dal potenziale e' rappresentata da:

$$u_d(r, \theta) = u_f(r, \theta) - u_i(r, \theta) = \frac{i}{2k} \frac{e^{ikr}}{r} \sum_l (2l + 1)(1 - a_l) P_l(\cos \theta)$$

- con ampiezza di diffusione

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_l (2l + 1)(1 - a_l) P_l(\cos \theta)$$

- la sezione d'urto differenziale e':

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{4k^2} \sum_l \sum_{l'} (2l + 1)(2l' + 1)(1 - a_l^*)(1 - a_{l'}) P_l P_{l'}$$

- ricordando che:

$$\int P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) d \cos \theta d\phi = \frac{4\pi}{2l + 1} \delta_{ll'}$$

- otteniamo per la sezione d'urto di diffusione:

$$\sigma_d = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d \cos \theta d\phi = \frac{\pi \hbar^2}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1) |1 - a_l|^2$$

Sezione d'urto elastica e di reazione

- la sezione d'urto elastica e' caratterizzata da $\eta_l = 1$ in questo caso l'azione del potenziale cambia solo la fase dell'onda diffusa mantendone costante l'ampiezza

$$1 - a_l = 1 - e^{2i\delta_l} = -2ie^{i\delta_l} \sin \delta_l$$

$$\sigma_{el} = \frac{4\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1) \sin^2 \delta_l$$

- per $\eta_l < 1$ la sezione d'urto e' inelastica perche' parte del flusso incidente e' assorbito. La sezione d'urto di assorbimento e' data da:

$$\sigma_{abs} = \frac{\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1)(1 - |a_l|^2) = \frac{\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1)(1 - |\eta_l|^2)$$

- e' possibile avere diffusione elastica senza diffusione inelastica, ma non il viceversa

Sezione d'urto totale e unitarieta'

- la sezione d'urto totale e' la somma della sezione d'urto elastica e di assorbimento:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{abs} = \frac{\pi \hbar}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1) [|1 - a_l|^2 + (1 - |a_l|^2)]$$

$$\sigma_{tot} = \frac{2\pi \hbar^2}{p_{cm}^2} \sum_l (2l + 1)(1 - \Re(a_l))$$

- Poiche' sia il momento angolare che i flussi di particelle si conservano:

$$\sigma_{tot} = \sum_l \sigma_l; \quad \sigma_l = \frac{2\pi \hbar^2}{p^2} (2l + 1)(1 - \Re(a_l))$$

$$\Rightarrow \sigma_l \leq \frac{4\pi \hbar^2}{p^2} (2l + 1)$$

- in ciascuno stato di momento angolare il flusso rimosso dalla interazione deve andare o nella diffusione elastica o nei canali inelastici relativi allo stesso stato di momento angolare: condizione di unitarieta'

Teorema ottico

- L'ampiezza di diffusione ha una parte immaginaria legata alla diffusione elastica, e una parte reale

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_l (2l + 1)(1 - a_l) P_l(\cos\theta)$$

$$f(\theta) = \frac{\hbar}{2p_{cm}} \sum_l (2l + 1) [i(1 - \Re(a_l)) + \Im(a_l)] P_l(\cos\theta)$$

- La parte immaginaria dell'ampiezza di diffusione in avanti ($\theta = 0$)

$$\Im f(\theta = 0) = \frac{\hbar}{2p_{cm}} \sum_l (2l + 1)(1 - \Re(a_l)); \quad P_l(\cos(\theta = 0)) = 1$$

- e' legata alla sezione d'urto totale

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi\hbar}{p_{cm}} \Im f(\theta = 0)$$

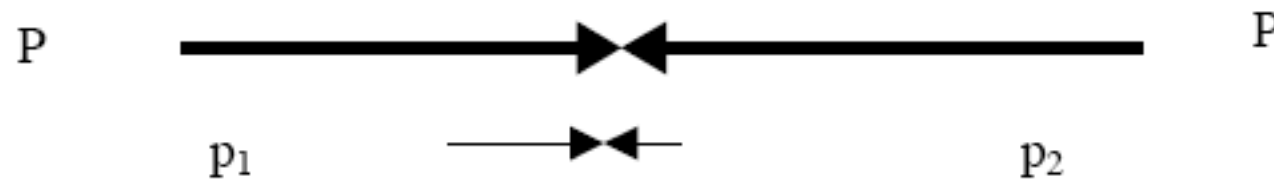
- misurando la sezione d'urto elastica in avanti, e dunque conoscendo la fase dell'ampiezza di diffusione, conosciamo la sezione d'urto totale

Ricapitolazione

- la sezione d'urto rappresenta la probabilità che avvenga una reazione tra la particella proiettile e la particella bersaglio
- la sezione d'urto è legata all'ampiezza di interazione, e questa al potenziale di interazione
- la soluzione generale del problema può essere ottenuta sviluppando le soluzioni dell'equazione del moto in onde parziali (autostati di L)
 - ✓ sezione d'urto elastica è legata alla fase dell'ampiezza di interazione (stato finale = stato iniziale)
 - ✓ sezione d'urto inelastica descrive i processi in cui lo stato finale \neq stato iniziale
 - ✓ la sezione d'urto totale è la somma dei due contributi
- conservazione della probabilità implica un limite superiore alla sezione d'urto totale
- teorema ottico: la sezione d'urto totale è legata all'ampiezza di diffusione in avanti

Collisioni adroniche

- In collisioni adroniche ad alta energia ($E \gg M_p$) quello che realmente sondiamo e' l'interazioni tra i costituenti dell'adrone.
 - ✓ anche se il centro di massa del sistema adrone-adrone e' fermo, quello del sistema partone-partone non lo e' (boost lungo z)



- tipicamente la “fisica interessante” si manifesta in collisioni in cui viene scambiata una grande frazione di impulso, i prodotti nello stato finale sono diffusi a grande angolo rispetto alla direzione del fascio (zona centrale del rivelatore)
 - ✓ questi processi sono una frazione piccolissima della sezione d'urto totale
 - ✓ di gran lunga la maggioranza delle interazioni sono a basso impulso scambiato (minimum bias)

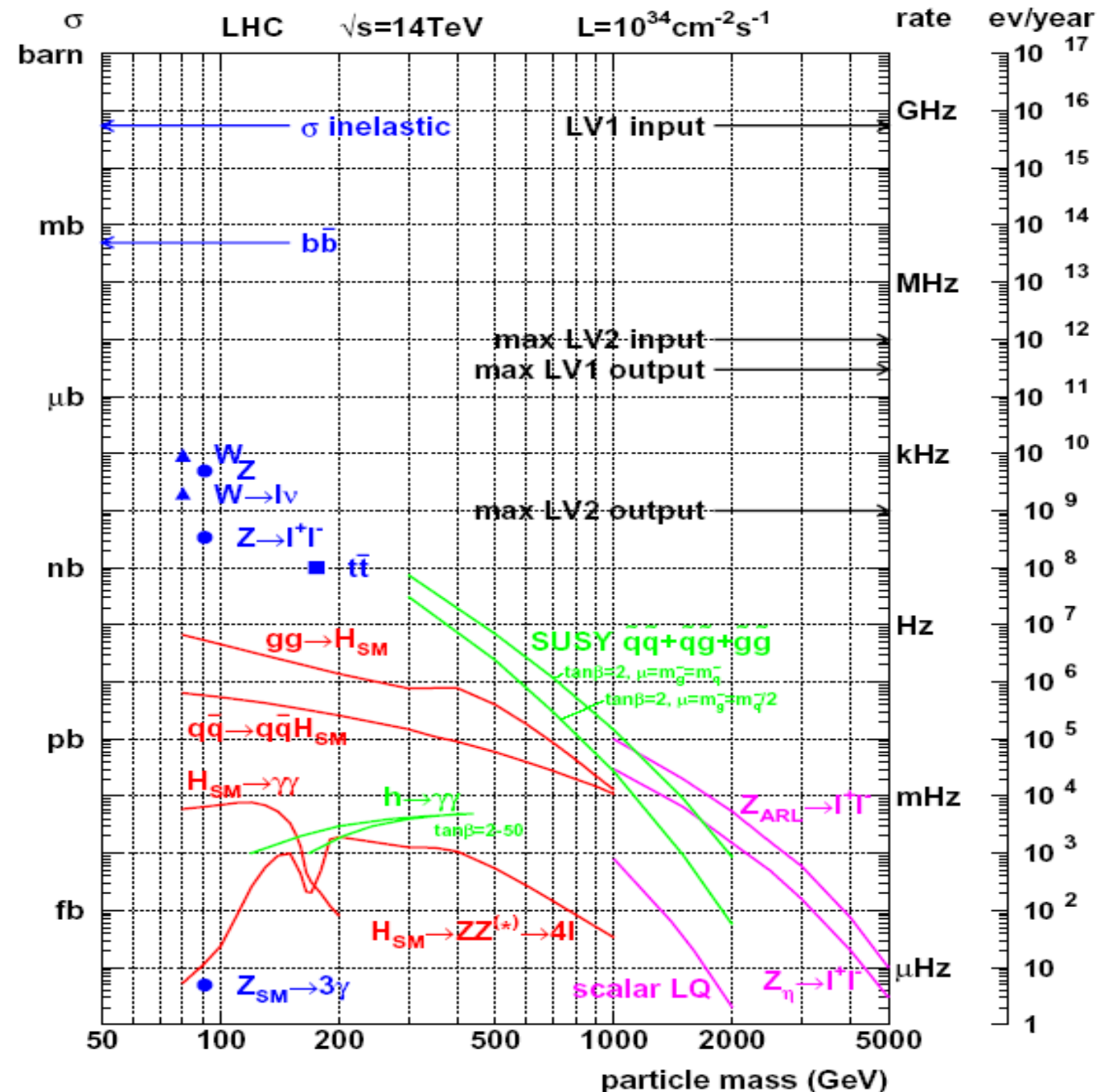
Collisioni adroniche

$$\sigma_{total} = \sigma_{elastic} + \sigma_{non-diffractive} + \sigma_{single-diffractive} + \sigma_{double-diffractive}$$

$$\sigma_{total} \sim 4\pi r_P^2 = 4\pi \cdot (1 fm)^2 \sim 100 mb$$

la sezione d'urto di produzione di W in leptoni e' ~ 10 nb

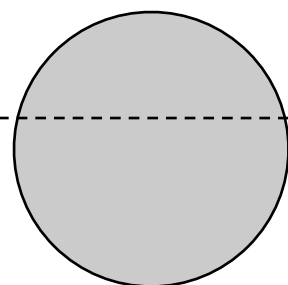
\Rightarrow 1 W ogni 10 milioni di collisioni



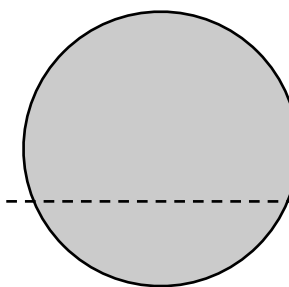
Collisioni adroniche

- **diffusione elastica:** diffusione in avanti a piccoli angoli
gli adroni rimangono intatti

$$\frac{d\sigma}{d\theta} \sim \frac{1}{\theta^4}$$

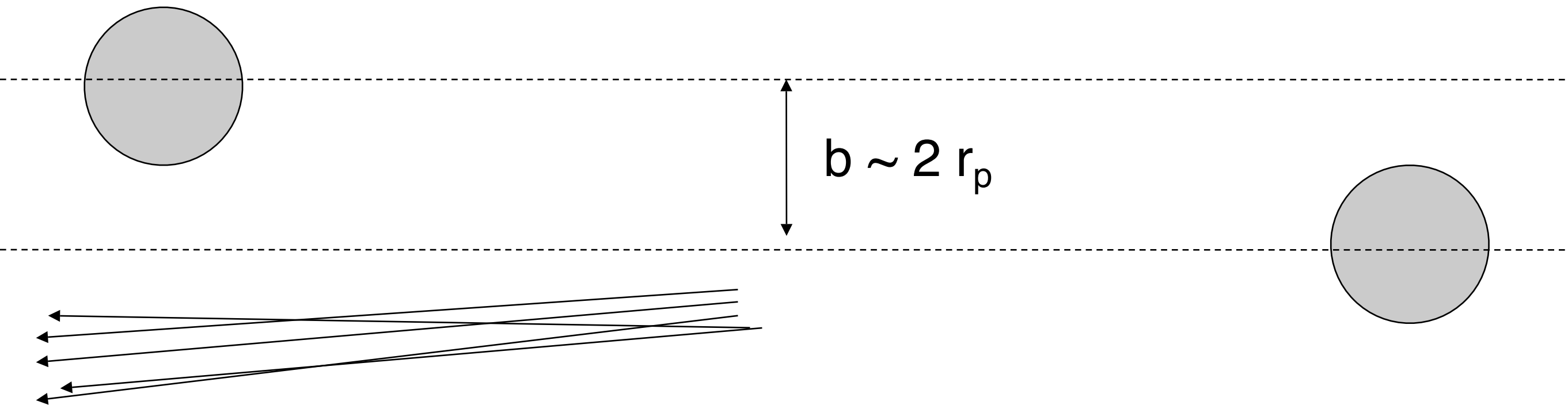


$$b \gg 2 r_p$$



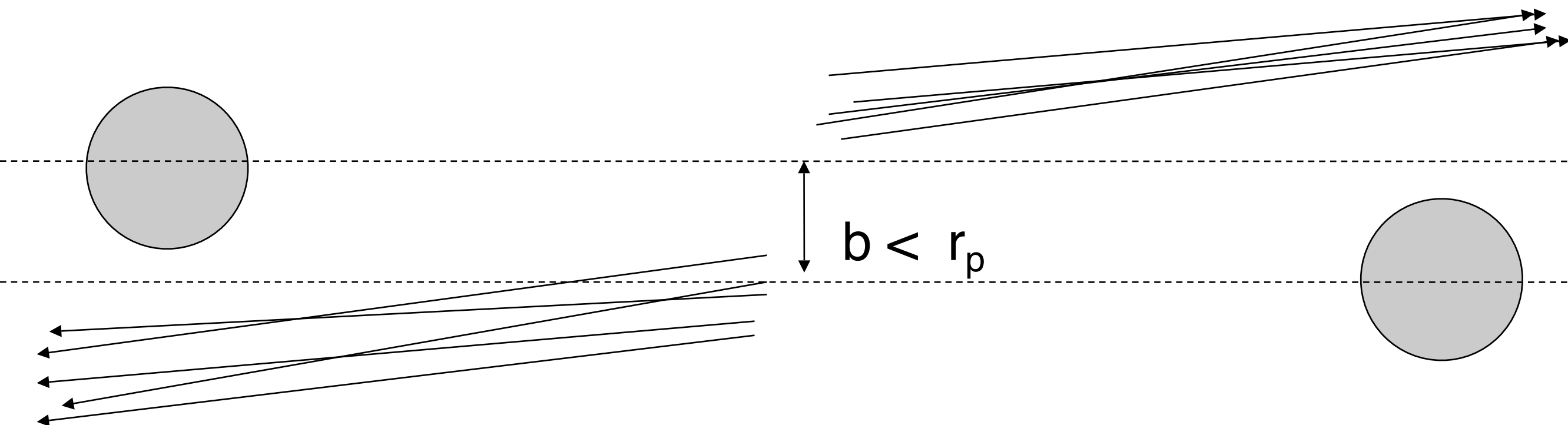
Collisioni adroniche

- **diffusione inelastica singola diffrattiva:** uno dei due adroni si dissocia in un sistema con massa invariante piccola. le particelle prodotte, in maggioranza pioni, procedono nella direzione dell'adrone iniziale



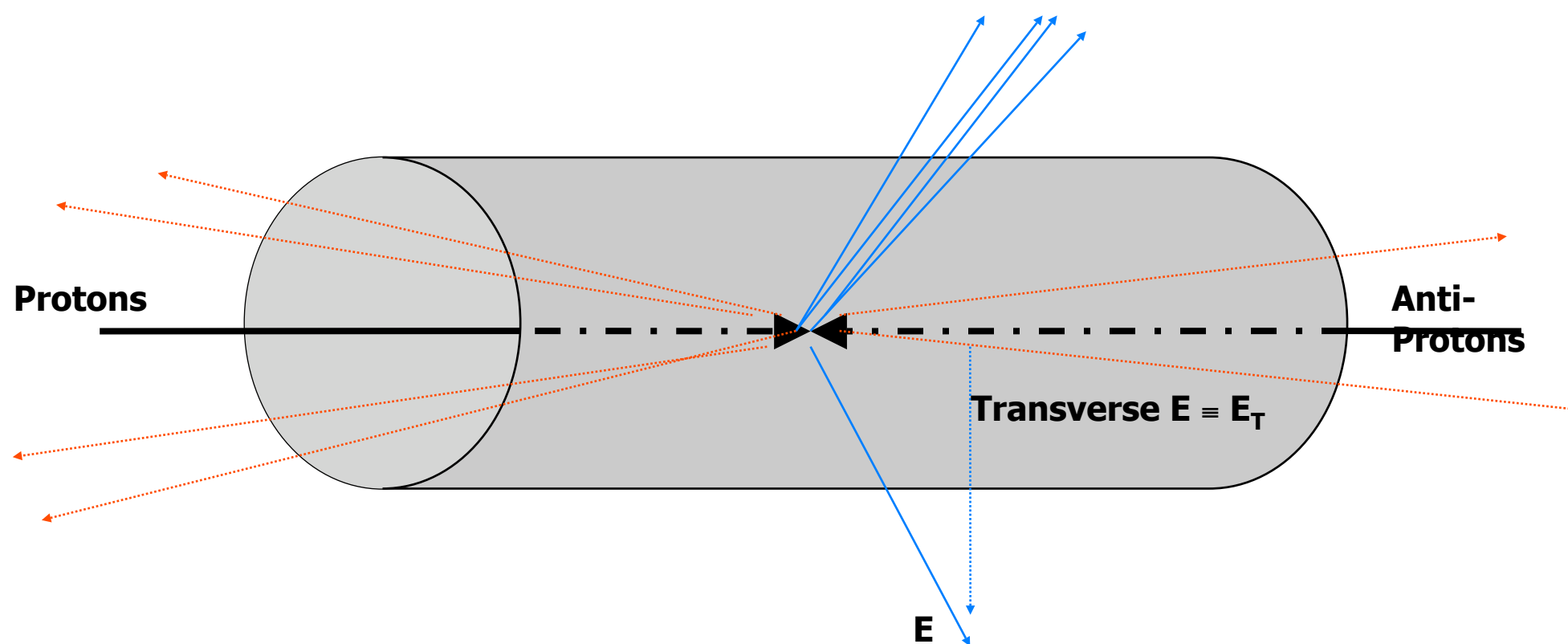
Collisioni adroniche

- diffusione inelastica doppio diffrattiva: entrambi gli adroni si dissociano in un sistema con massa invariante piccola. le particelle prodotte, in maggioranza pioni, procedono nella direzione dell'adrone iniziale



Collisioni adroniche

- **diffusione inelastica non-diffrattiva:** entrambi gli adroni si dissociano e i prodotti dell'interazione sono distribuiti in modo uniforme in rapidita' e hanno un impulso trasverso non trascurabile

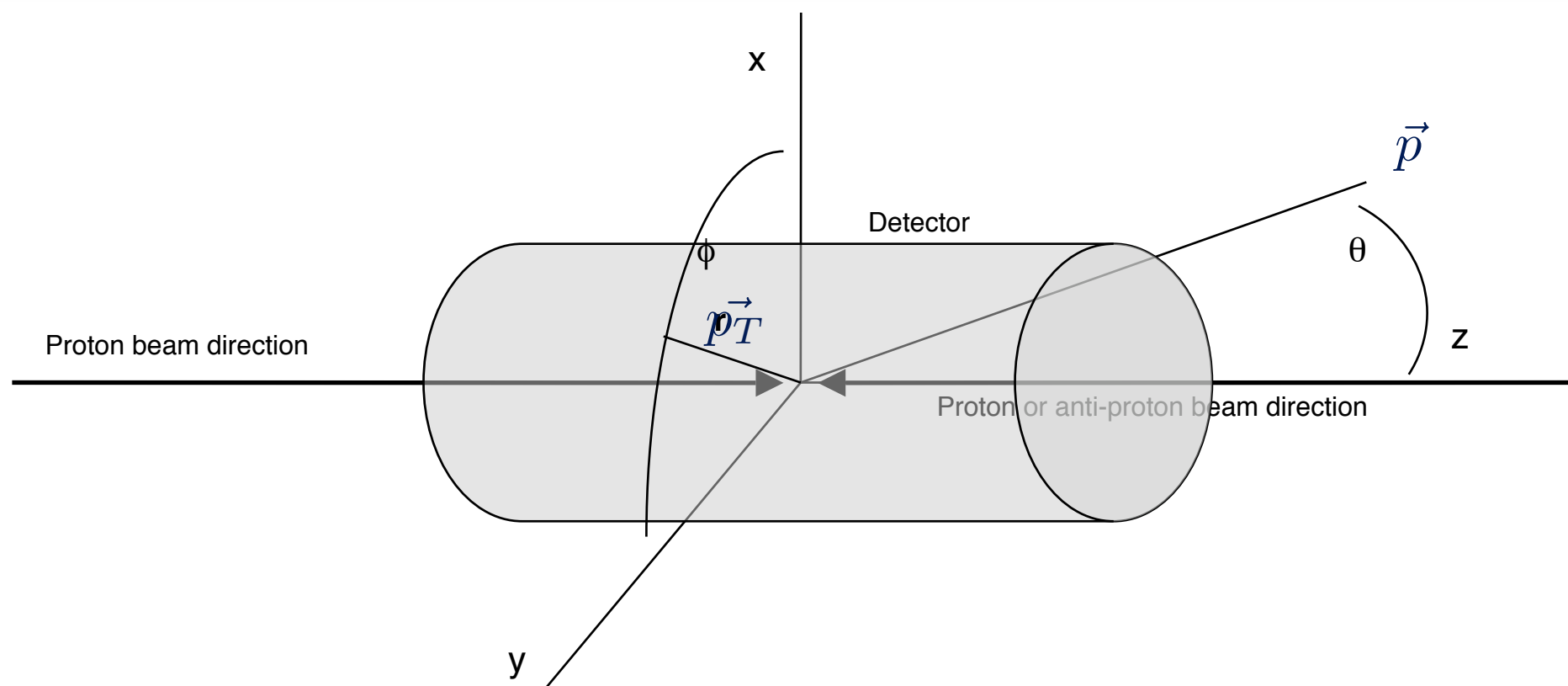


Sezione d'urto

$$d\sigma \sim \frac{V}{v_{rel}} |\mathcal{A}_{i \rightarrow f}|^2 d\Phi_f$$

- $\frac{V}{v_{rel}}$ e' il flusso incidente
- $\mathcal{A}_{i \rightarrow f}$ e' l'ampiezza di trasizione da "i" verso "f"
- ✓ $\mathcal{A}_{i \rightarrow f}$ contiene tutta la dinamica dell'interazione $i \rightarrow f$
 - ◆ cioe' contiene la forza dell'interazione
 - ◆ la dipendenza dai 4-impulsi dello stato iniziale e finale
- $d\Phi_f$ e' lo spazio delle fasi per lo stato finale "f"
 - ✓ nota la dipendenza di $\mathcal{A}_{i \rightarrow f}$ da p_f $|\mathcal{A}_{i \rightarrow f}|^2 d\Phi_f$ determina la probabilita' di trovare lo stato finale "f" all'interno del elemento di volume dello spazio delle fasi $d\Phi_f$
- $d\sigma$ e' una probabilita' e deve essere indipendente dal sistema di riferimento!

Coordinate



$$d\Phi_{i \rightarrow f} = d\vec{x}d\vec{p} = V p^2 dp d\Omega \sim p^2 dp d\cos\theta d\phi = \pi p^2 dp d\cos\theta$$

$$\vec{p} = \vec{p}_{\parallel} + \vec{p}_T$$

$$p_T = |\vec{p}| \sin\theta$$

$$p_{\parallel} = |\vec{p}| \cos\theta$$

$$d\vec{p} = p^2 dp d\Omega = dp_{\parallel} p_T dp_T d\phi$$

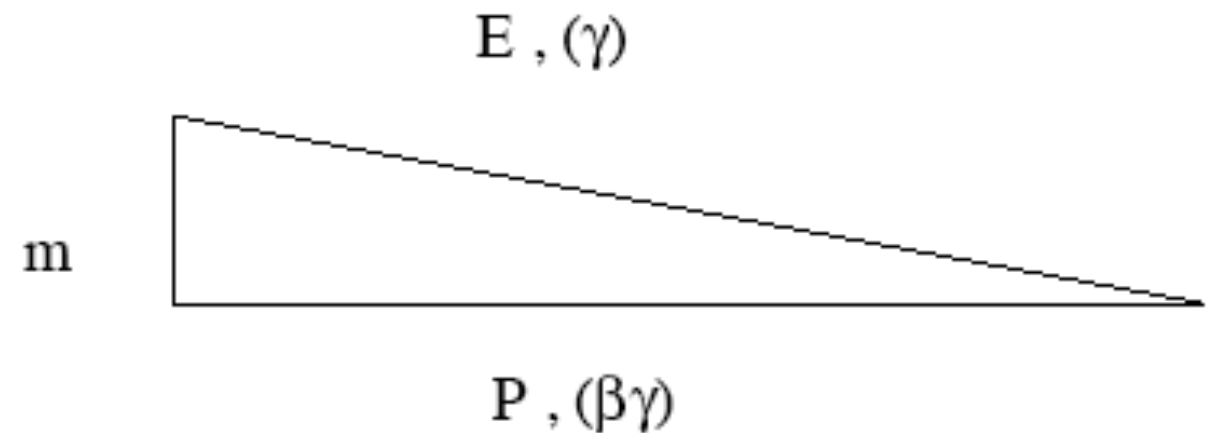
Cinematica

$$p_\mu = (E, \vec{p}); \quad p_\mu p^\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{|\vec{p}|}{E}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E}{m}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_{\parallel} + \vec{p}_T$$



- facendo un cambiamento di sistema di riferimento $\vec{x} \rightarrow \vec{x}'$ con un boost nella direzione $\vec{p}_{\parallel}/|\vec{p}_{\parallel}|$ il 4-impulso nel nuovo sistema di riferimento è dato da:

$$p'_{\parallel} = \gamma(p_{\parallel} + \beta E)$$

$$E' = \gamma(E + \beta p_{\parallel})$$

➡ lo spazio delle fasi $d\vec{p} = p^2 dp d\Omega = dp_{\parallel} p_T dp_T d\phi$ non è invariante

Spazio delle fasi (invariante)

$$d\vec{p} = p^2 dp d\Omega = dp_{\parallel} p_T dp_T d\phi$$

$$d^4 p \delta(E^2 - p^2 - m^2) = \frac{d\vec{p}}{E} = p_T dp_T d\phi dy; \quad dy = \frac{dp_{\parallel}}{E}$$

$$E^2 - p_{\parallel}^2 = p_T^2 + m^2 \equiv m_T^2$$

$$\sinh^2 y + \cosh^2 y = 1 \quad \Rightarrow \quad \sinh y = \frac{p_{\parallel}}{m_T}; \quad \cosh y = \frac{E}{m_T}; \quad \text{and} \quad \tanh y = \frac{p_{\parallel}}{E}$$

- lo spazio delle fasi ha densita' costante in y
- ➔ assumendo che p_T sia limitato dalla dinamica ($\mathcal{A}_{i \rightarrow f}$) la produzione di particelle (a piccoli y) ha una distribuzione costante in y .

$$\Rightarrow E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} \quad \text{sezione d'urto invariante}$$

Rapidita'

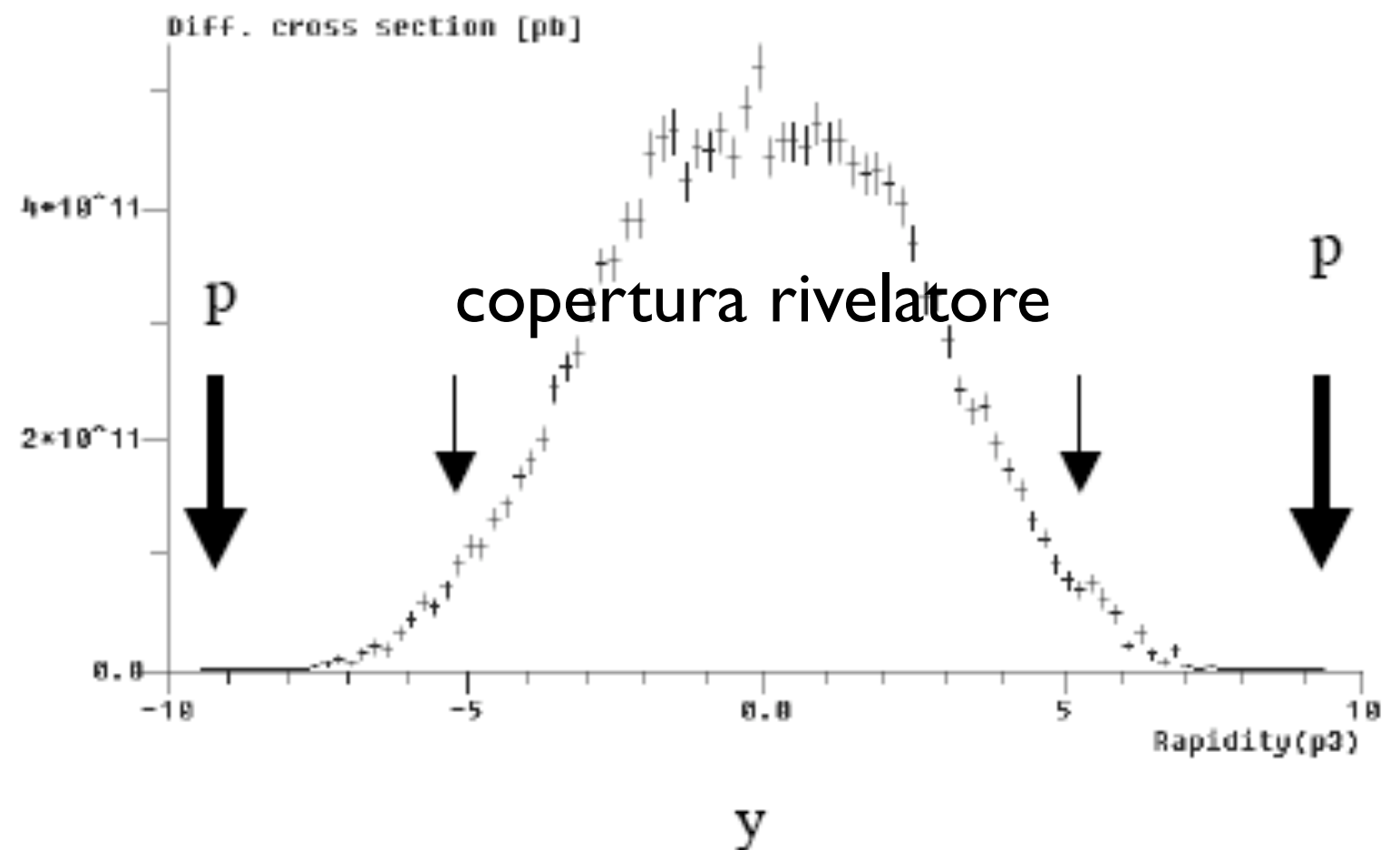
$$e^{2y} = \sinh y + \cosh y = \frac{E + p_{\parallel}}{m_T} = \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}}$$

$$y \rightarrow y_{max} \text{ for } p_T \rightarrow 0; p_{\parallel} \rightarrow p \Rightarrow y_{max} = \ln \sqrt{s/M^2}$$

pp @ 2, 14 TeV

$y_{max} = 7.7, 9.6$

$\sigma(\text{pb})$



Rapidita', p_T , s

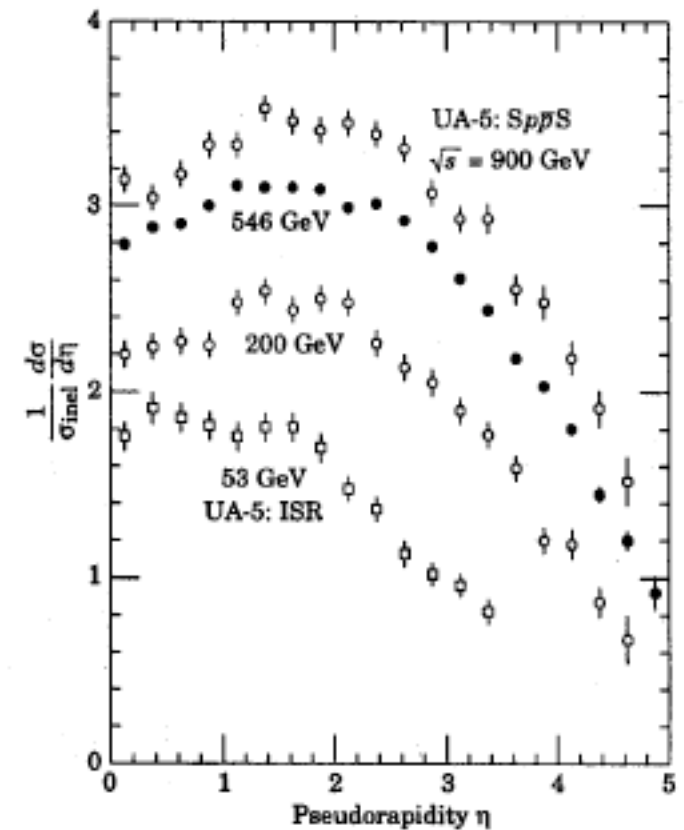
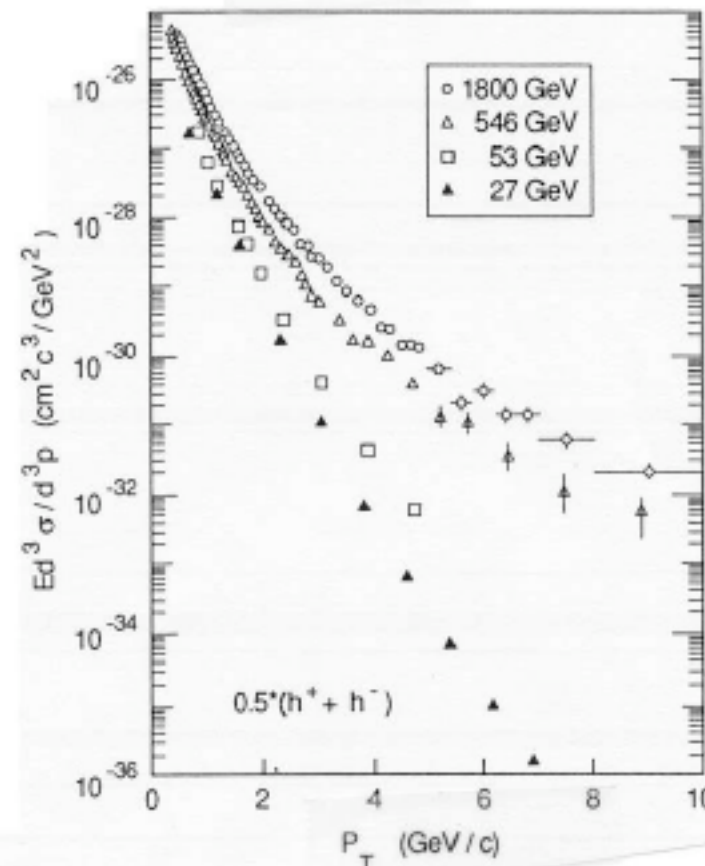
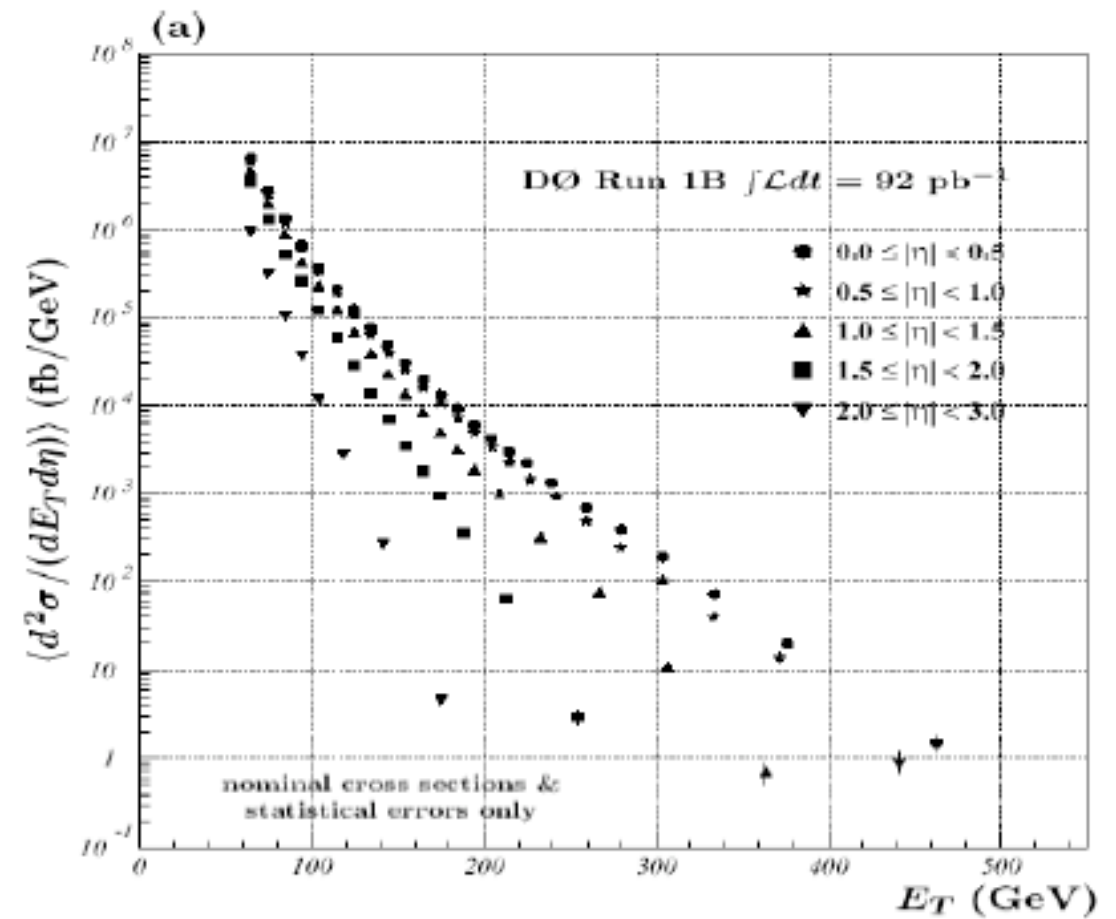
$$y_{max} = \ln \sqrt{s/M_T^2}$$

$$M_T^2 = M^2 + p_T^2$$

considerazioni puramente cinematiche (dipendenza di y da p_T e s) mostrano come la regione di rapidita' in cui la sezione d'urto rimane costante

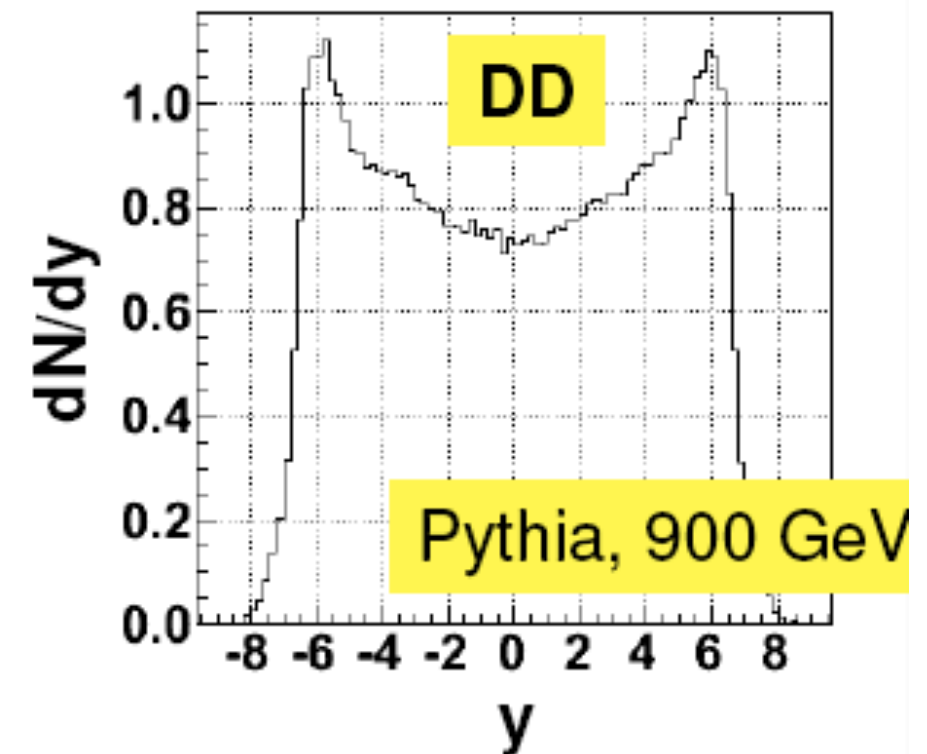
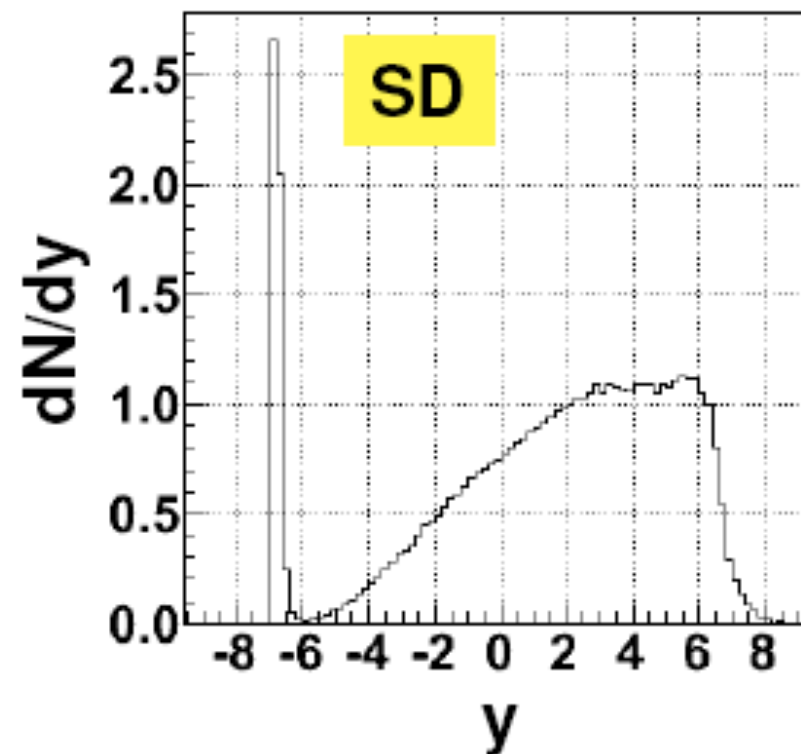
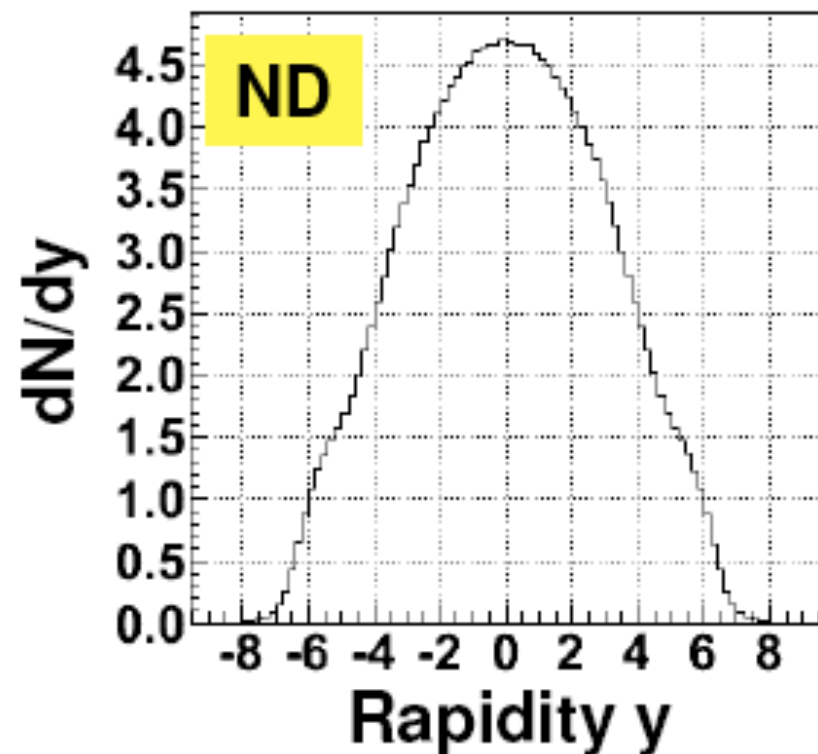
- si restringe al crescere di p_T
- si estende al crescere di s

questa dipendenza e' in entrambi in casi logaritmica



sezione d'urto adronica (rapidita')

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{elastic}} + \sigma_{\text{non-diffractive}} + \sigma_{\text{single-diffractive}} + \sigma_{\text{double-diffractive}}$$



Pseudo-rapidita' e rapidita'

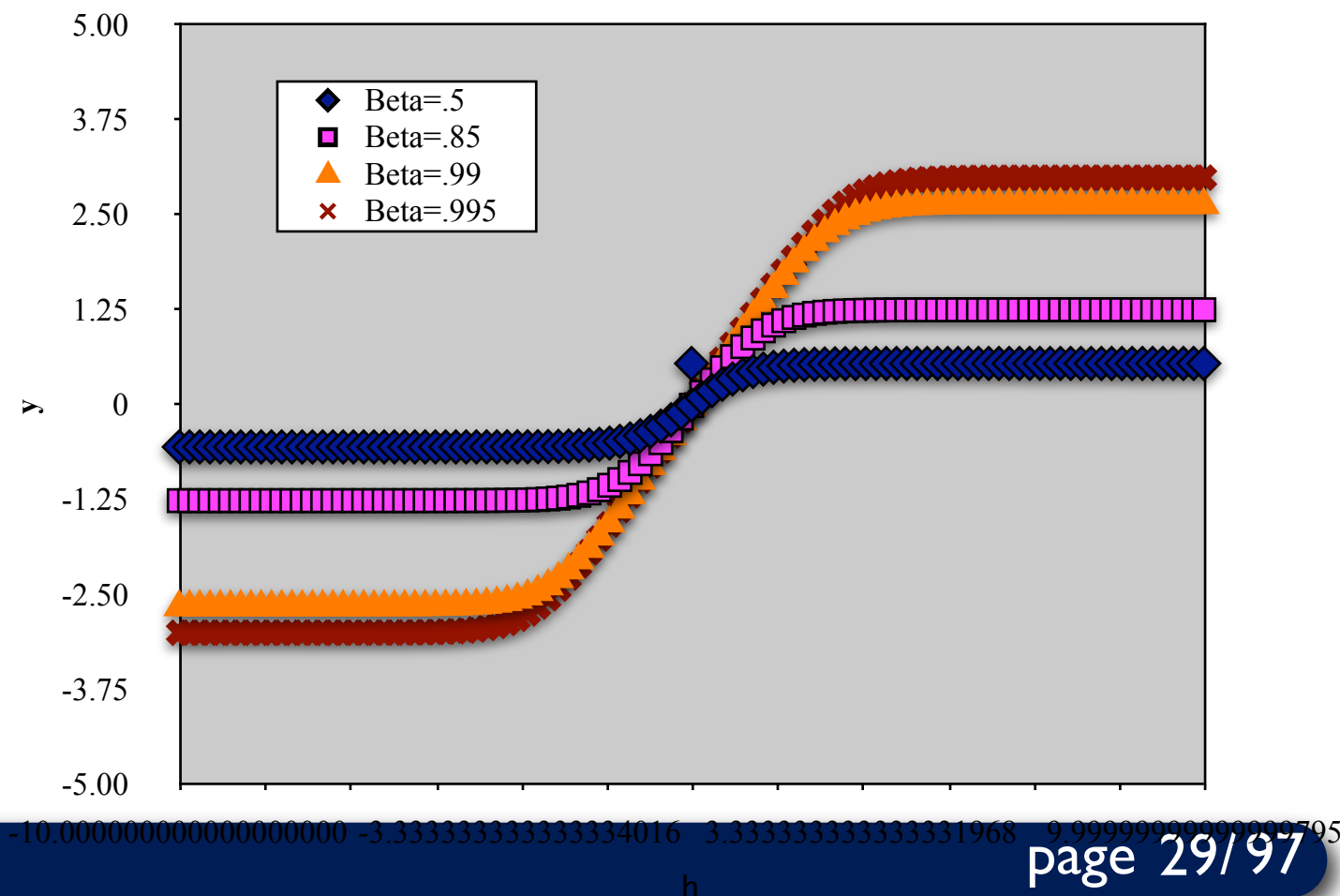
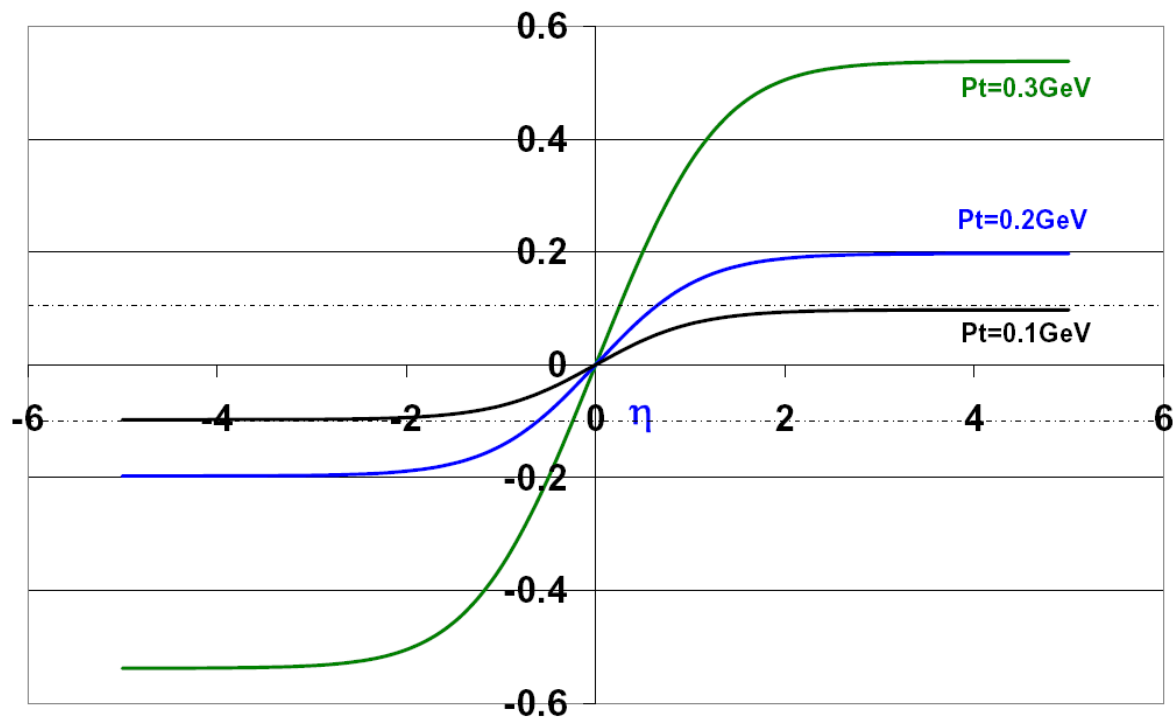
$$e^{2y} = \sinh y + \cosh y = \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} = \frac{1 + p_{\parallel}/E}{1 - p_{\parallel}/E} = \frac{1 + \beta \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} y(m) = \eta \quad |\eta| \geq |y|$$

processi costanti in rapidita' non sono costati in pseudo-rapidita' (almeno per masse non trascurabili)

η - y v detector position (η) for π 's



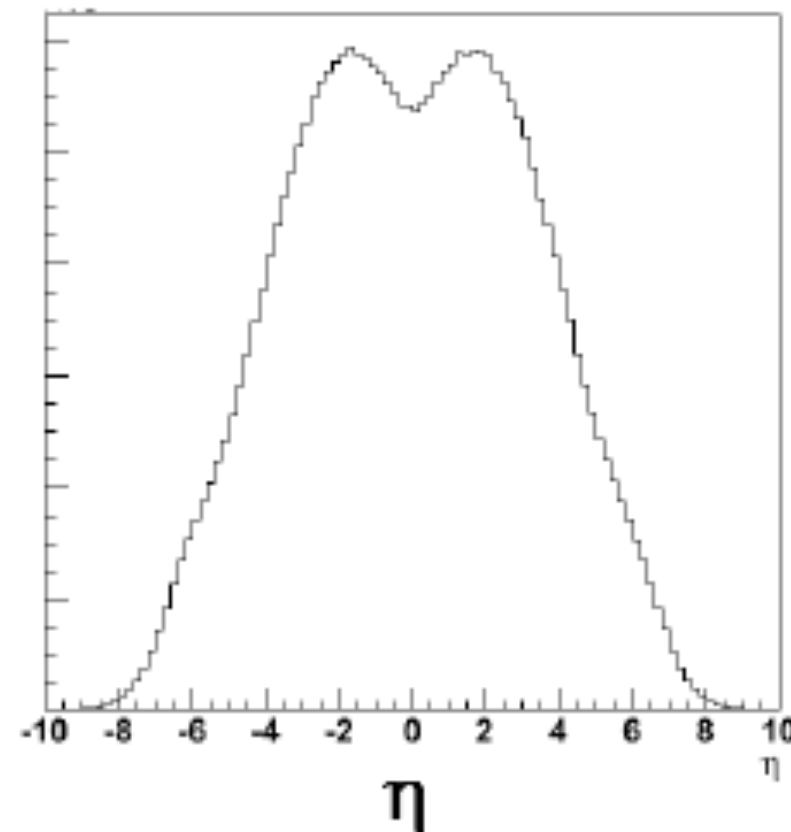
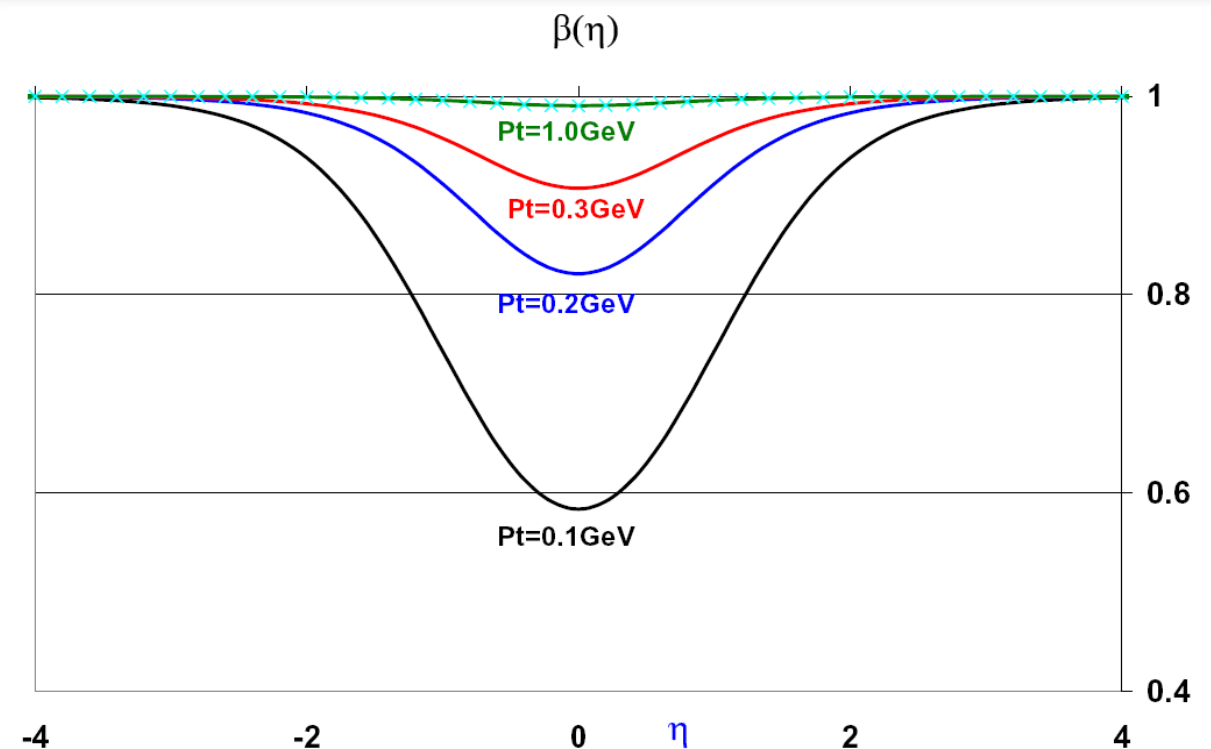
pseudo-rapidita'

$$\frac{\sigma}{d\eta} = \frac{d\sigma}{dy} \frac{dy}{d\eta} = k\beta(\eta)$$

per particelle di bassa energia, la funzione di trasformazione ha un minimo pronunciato.

Questo implica che la distribuzione di particelle in funzione di eta non e' piu' piatta!

$$\frac{dN_{ch}}{d\eta}$$



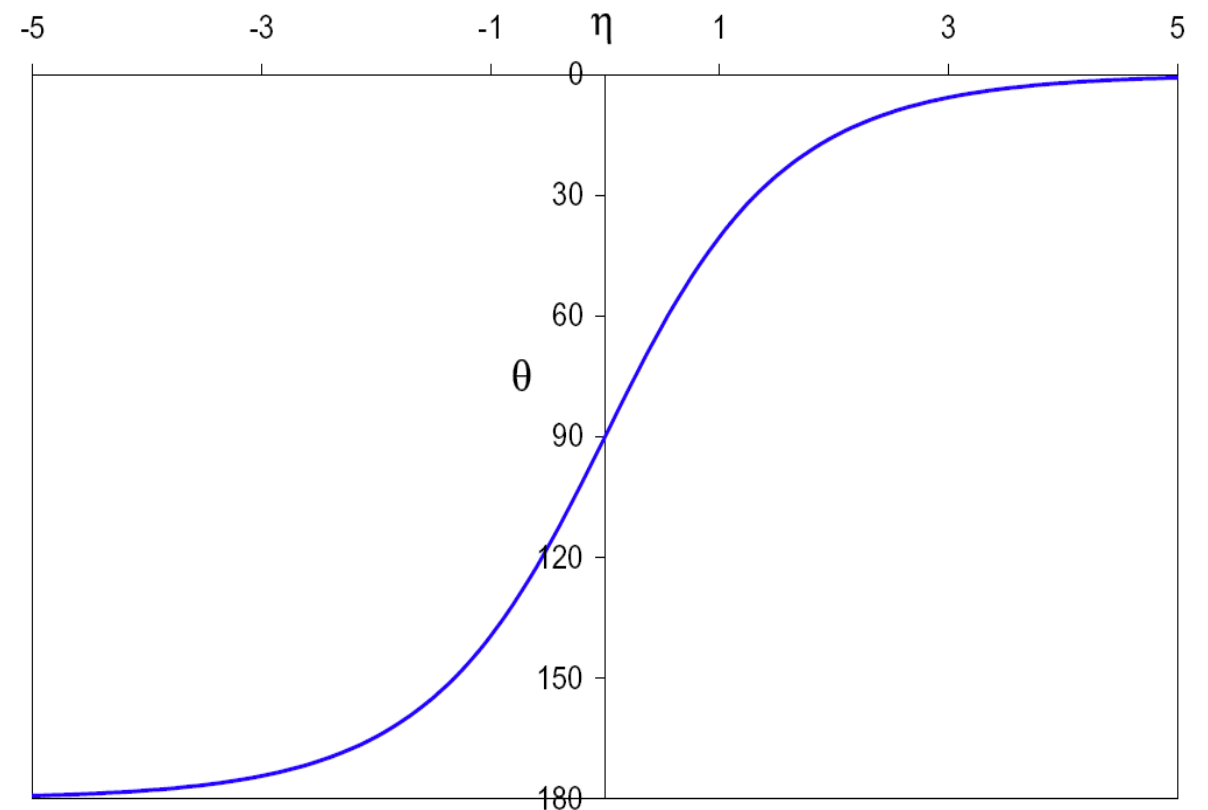
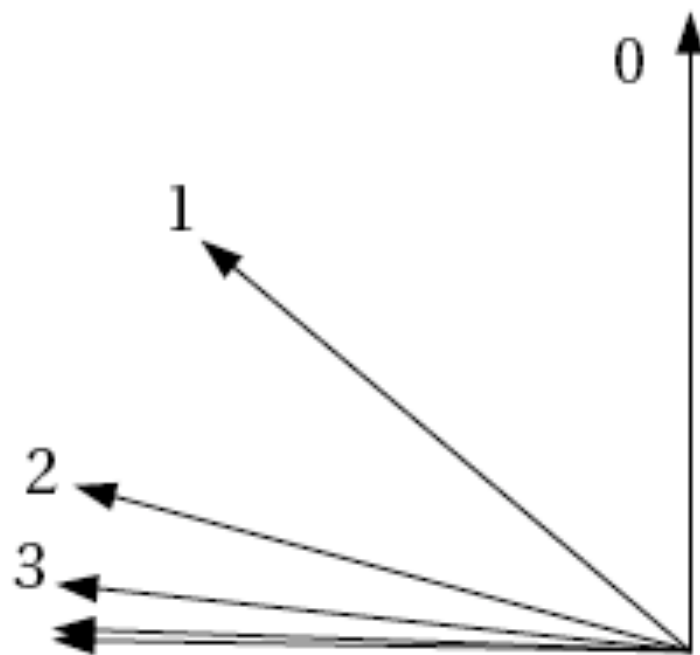
pseudo-rapidita'

la pseudo-rapidita' e' funzione solo di theta e non della massa della particella (ie e' uguale per tutte le particelle)

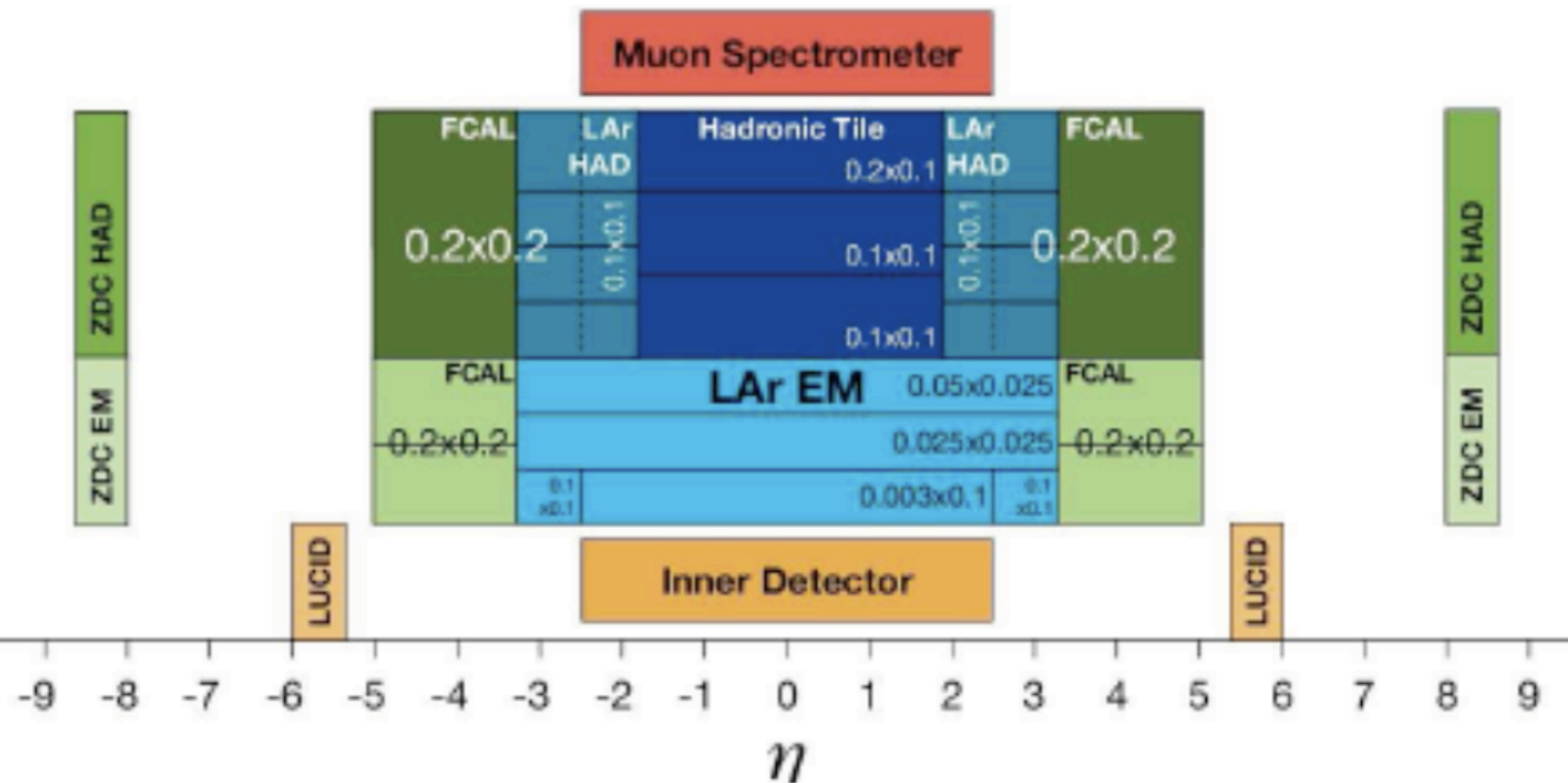
per impulsi $O(10M)$ la differenza tra y e $\eta < 10\%$

η e' la variable usata per concepire un rivelatore di particelle

η	θ
0	90°
± 1	$\pm 40^\circ$
± 2	$\pm 15^\circ$
± 3	$\pm 6^\circ$
± 4	$\pm 2^\circ$
± 5	$\pm 1^\circ$



Rivelatore



Produzione di particelle cariche

- La molteplicità di particelle cariche è una grandezza fondamentale per la comprensione dei meccanismi di produzione di particelle nello stato finale in collisioni adroniche
 - ✓ La probabilità produrre n particelle nello stato finale è legata al meccanismo di produzione di queste particelle
- La distribuzione di molteplicità è descritta da una distribuzione di Poisson se le particelle dello stato finale sono prodotte in modo indipendente
 - ✓ qualunque deviazione da questo andamento indica correlazione tra le particelle prodotte. Questa correlazione deve essere inclusa nel modello teorico
- misure differenziali in funzione di y , p_T , s aiutano a vincolare, escludere e migliorare modelli teorici

Distribuzioni rilevanti

$$\frac{1}{N_{ev}} \cdot \frac{dN_{ch}}{d\eta}$$

$$\frac{1}{N_{ev}} \cdot \frac{1}{2\pi P_T} \cdot \frac{d^2 N_{ch}}{d\eta dp_T}$$

$$\frac{1}{N_{ev}} \cdot \frac{dN_{ev}}{dN_{ch}}$$

$$\langle p_T \rangle \text{ vs. } N_{Ch}$$

Produzione di particelle cariche

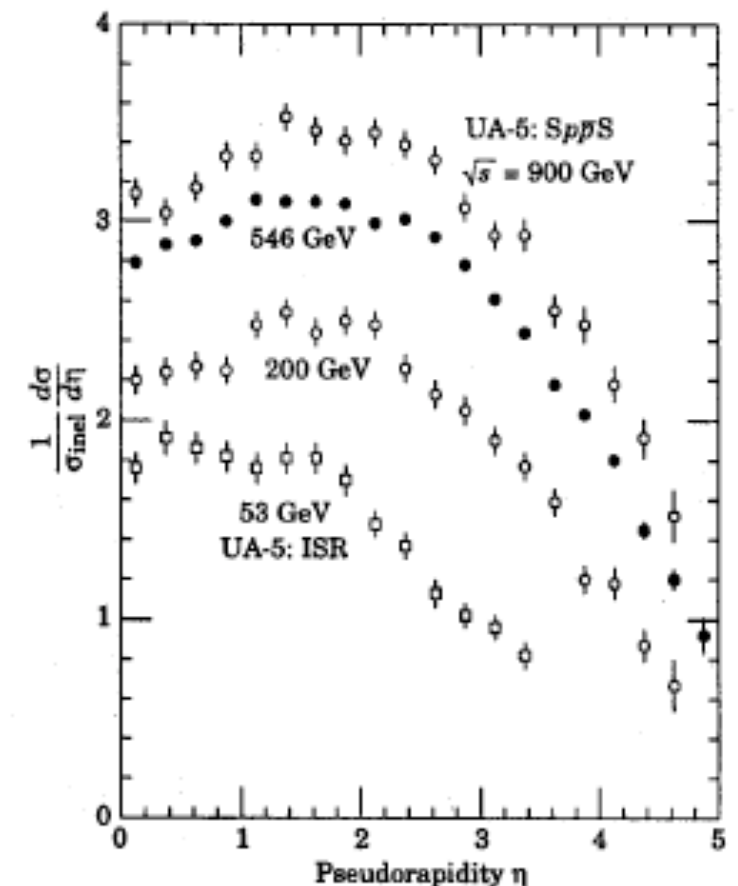
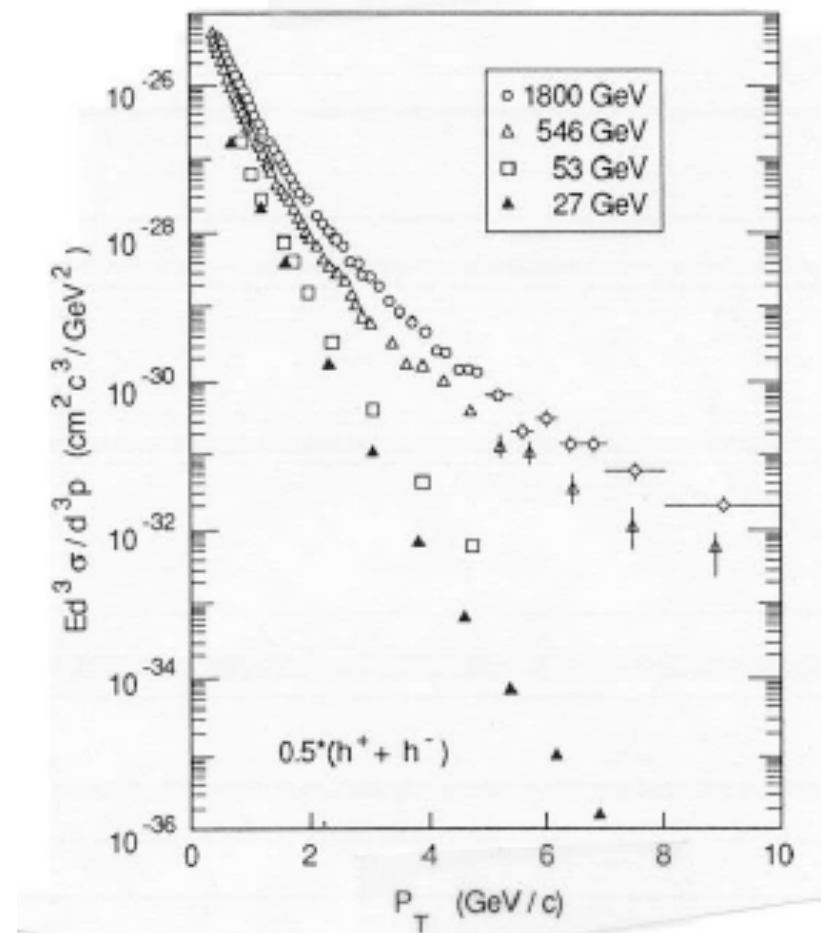
- Evidenze sperimentali:
 - ✓ distribuzione in rapidita' costante per $|y| \sim 1$ plateau di rapidita'
 - ✓ il plateau di rapidita' si estende con l'energia nel centro di massa
 - ✓ molteplicita' di particelle aumenta debolmente con energy nel centro di massa
 - ✓ la distribuzione in p_T e' estremamente concentrata a $p_T < 0.5$ GeV

$$\frac{d\sigma}{dyd^2p_T} \sim \frac{A}{(p_T + p_0)^n}$$

$$A \sim 450 \text{ mb}/\text{GeV}^2$$

$$p_0 \sim 1.3 \text{ GeV}$$

$$n \sim 8.2$$



Molteplicita' di particelle cariche

$$\langle N \rangle = \frac{1}{\sigma} E \frac{d^3 \sigma}{dp_z dp_T^2} \frac{d^3 p}{E}$$

- Feynman ipotizzò che la distribuzione di particelle sia descritta da una funzione di p_T una variabile di scala $x_F = 2p_z/\sqrt{s}$ (ad alte energie):

$$\frac{1}{\sigma} E \frac{d^3 \sigma}{dp_z d^2 p_T} = f_i(p_T, x_F)$$

- sperimentalmente si trova che f_i fattorizza:

$$f_i(p_T, x_F) = g_i(p_T) f_i(x_F)$$

➔ $\langle N \rangle \propto \ln \sqrt{s}$

Feynman scaling

$$\frac{1}{\sigma} E \frac{d^3 \sigma}{dp_z d^2 p_T} = f_i(p_T, x_F)$$

$$\int f_i(p_T, x_F) d^2 p_T = f_i(x_F) \int g(p_T) d^2 p_T = f_i(x_F)$$

$$\int \frac{1}{\sigma} E \frac{d^3 \sigma}{dp_z dp_T^2} \frac{d^3 p}{E} = \langle N \rangle = \int f_i(p_T, x_F) \frac{d^3 p}{E} = \int f_i(x_F) \frac{dp_z}{\sqrt{W^2 x^2 + m_T^2}}$$

$$\langle N \rangle = \int_{-1}^1 f_i(x_F) \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + \frac{m_T^2}{W^2}}}$$

$$2 \int_0^1 f_i(x_F) \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + \frac{m_T^2}{W^2}}} < 2 \int_0^1 B \frac{dx_F}{\sqrt{x_F^2 + \frac{m_T^2}{W^2}}} = 2B \ln \left(x_F + \sqrt{x_F^2 + \frac{m_T^2}{W^2}} \right)_0^1$$

$$= 2B \ln \left(x_F + \sqrt{x_F^2 + \frac{m_T^2}{W^2}} \right) - 2B \ln \frac{m_T}{W}$$

$$\Rightarrow \langle N \rangle \propto \ln W \propto \ln \sqrt{s}$$

Ricapitolazione

- la generalizzazione invariante dello spazio delle fasi richiede l'introduzione della rapidità y
- lo spazio delle fasi è uniforme in y
- se p_T è limitato dalla dinamica a piccoli y la distribuzione di particelle è costante
- $y_{max} = \ln \sqrt{s/M^2}$
- $\langle N \rangle \propto \ln \sqrt{s}$
- per energie sufficientemente più grandi della massa in gioco la rapidità tende alla pseudo-rapidità η (che è una variabile angolare)
- η è la variabile rispetto alla quale vengono concepiti i rivelatori in esperimenti ai collisori adronici

Risultati sperimentali

- Se avessimo a disposizione un rivelatore perfetto, semplicemente:

$$\frac{dN_{ch}}{d\eta} = \frac{1}{Events} \frac{d(tracks)}{d\eta}$$

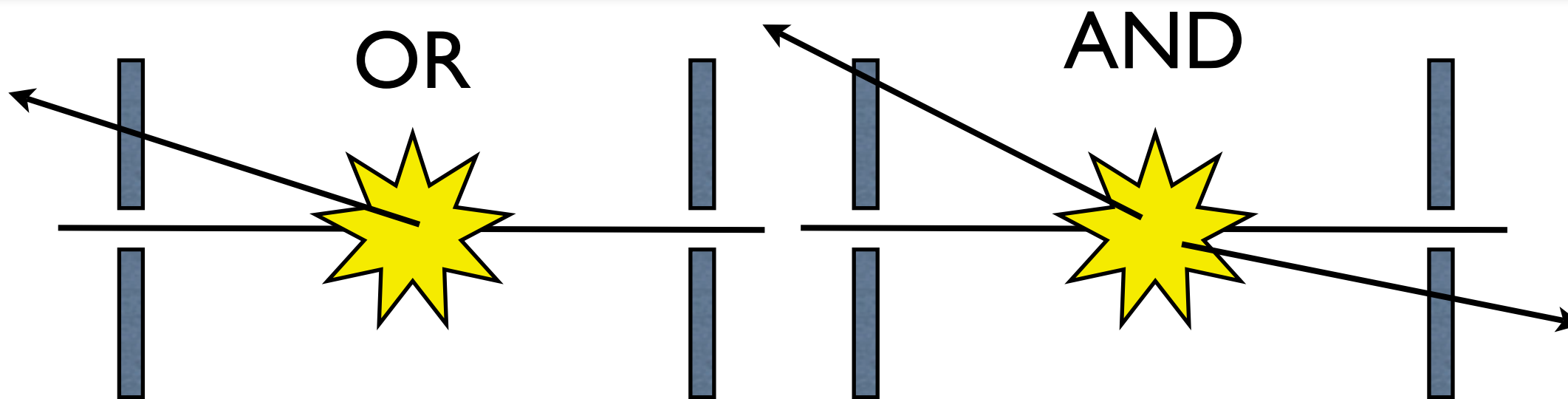
- nella realta' bisogna considerare:
 - ✓ che gli eventi vengano selezionati e scritti su disco
 - ✓ l'efficienza con cui questo accade, e i possibili bias introdotti dalla selezione
 - ✓ possibili fondi che contaminano il campione di eventi
 - ✓ l'accettanza del rivelatore, l'efficienza di ricostruzione delle tracce e del vertice
 - ◆ effetti dovuti al materiale che le particelle attraversano prima di raggiungere il rivelatore sensibile
 - ✓ corrispondenza tra tracce ricostruite e particelle cariche primarie (originarie dal vertice primario di collisione)

Bias e definizione della misura

- Il bias della misura e' rappresentato dal dalla selezione di trigger necessaria per l'acquisizione degli eventi
 - ✓ inevitabilmente alcuni eventi non saranno registrati e non potranno essere usati nella misura. Questo implica che la misura non si riferisce a tutti gli eventi dovuti a collisioni inelastiche, ma solo a quelli visti dal trigger.
 - ✓ Una correzione per questo effetto, basata su simulazioni monte carlo (MC) delle collisioni inelastiche, e' molto delicata perche' non si ha la possibilita' di confrontare il MC con i dati, e perche si introduce una dipendenza da un modello teorico (quello utilizzato nella simulazione MC)
- In generale la misura si "dovrebbe" riferire agli eventi visti, e questa e' la definizione nella maggioranza dei casi. Per esempio:

$$\left. \begin{array}{l} N_{ev} \\ N_{ch} \end{array} \right\} \text{ for events with } N_{ch} \geq 1 (|\eta| < 2.5 \ \& \ p_T > 500 \text{MeV})$$

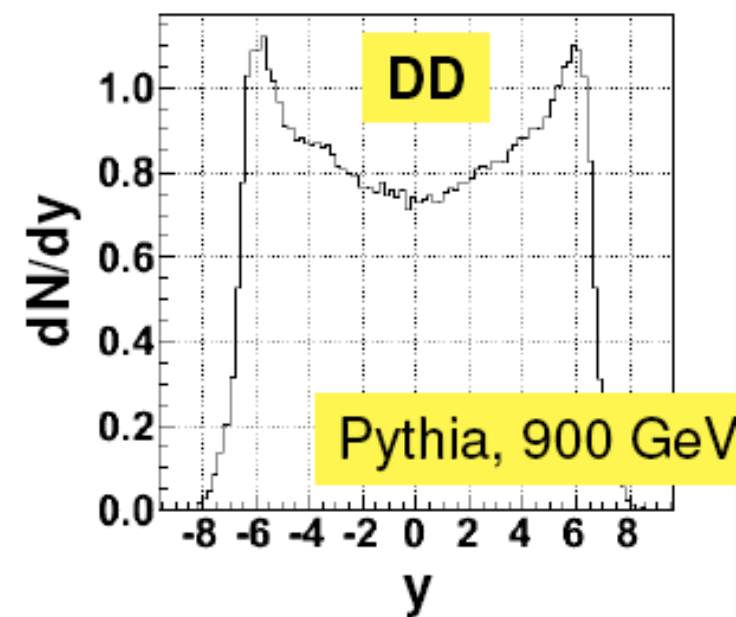
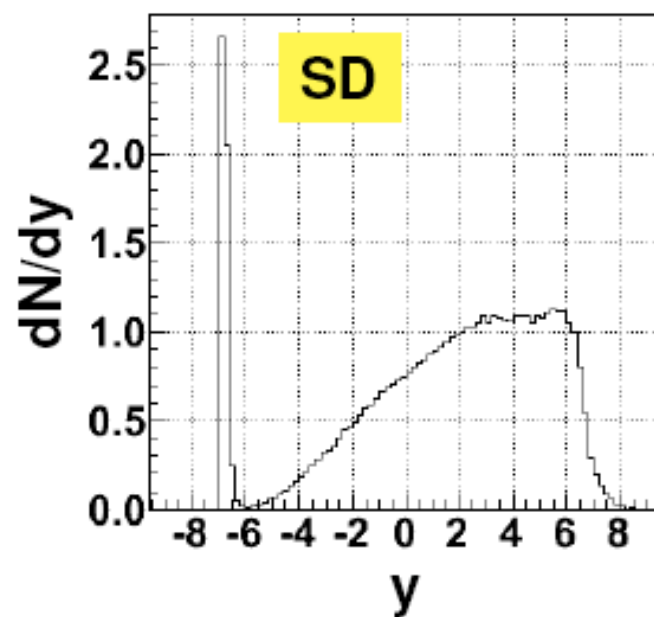
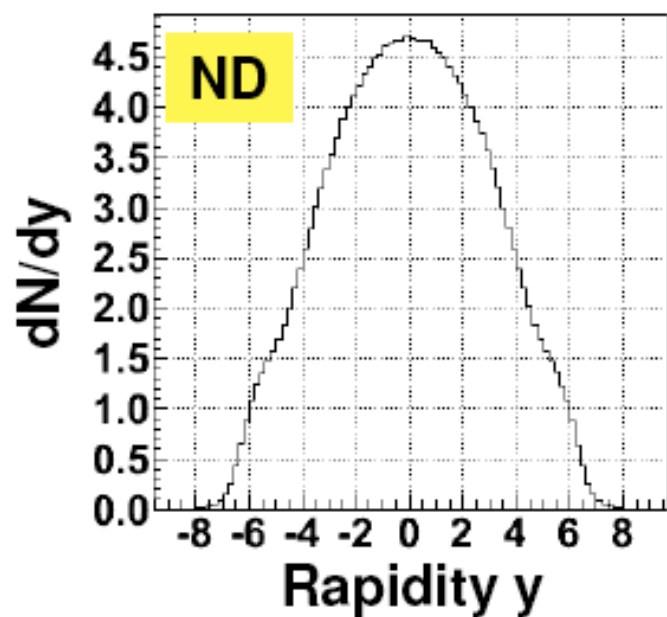
Trigger (bias)



35mb (66%)

12mb (22%)

6.5mb (12%)



efficienza di trigger	OR	100%	75%	90%	Tot	93%
	AND	98%	35%	50%		75%

Efficienza di trigger

- l'efficienza di trigger viene studiata utilizzando un campione di eventi selezionato con un trigger complementare: ovvero un trigger che selezioni parte degli eventi selezionati dal trigger di cui vogliamo conoscere l'efficienza

- campioni dipendenti:

$$\epsilon_{item1} = \frac{n_{item1}}{N},$$

$$\epsilon_{item2} = \frac{n_{item2}}{N},$$

$$\epsilon_{item1|item2} = \frac{n_{item1\&item2}}{n_{item2}},$$

$$\epsilon_{item2|item1} = \frac{n_{item1\&item2}}{n_{item1}},$$

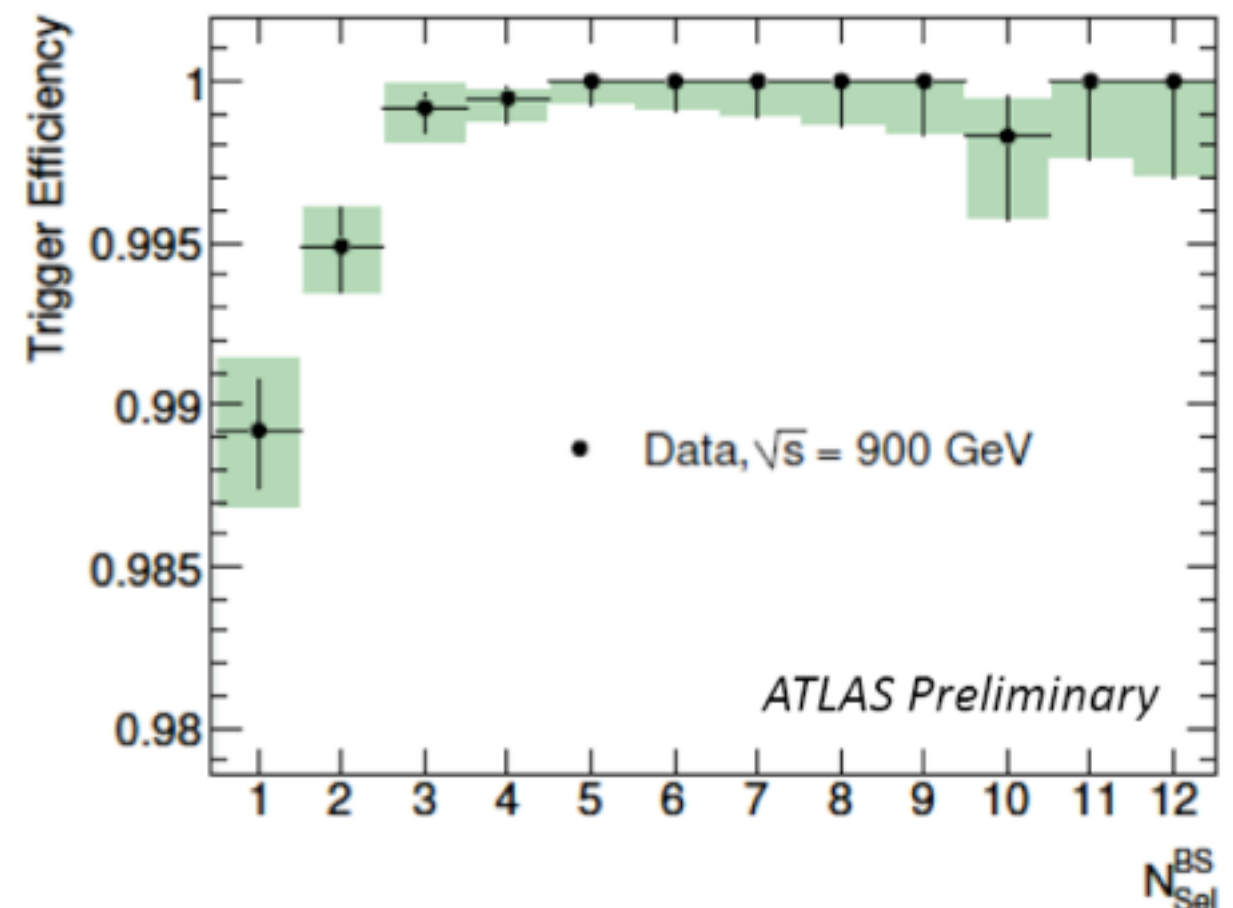
$$\epsilon_{item1} = \epsilon_{item1|item2} \cdot \frac{\epsilon_{item2}}{\epsilon_{item2|item1}}$$

- campioni indipendenti:

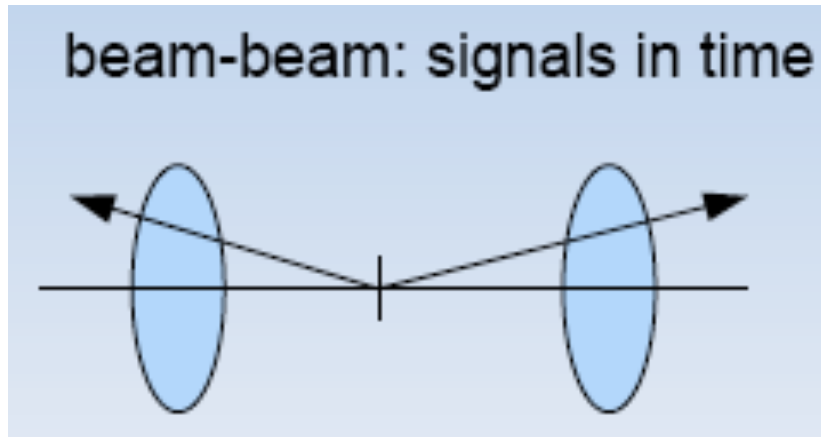
$$\epsilon_{item1} = \frac{n_{item1}}{N},$$

$$\epsilon_{item2} = \frac{n_{item2}}{N},$$

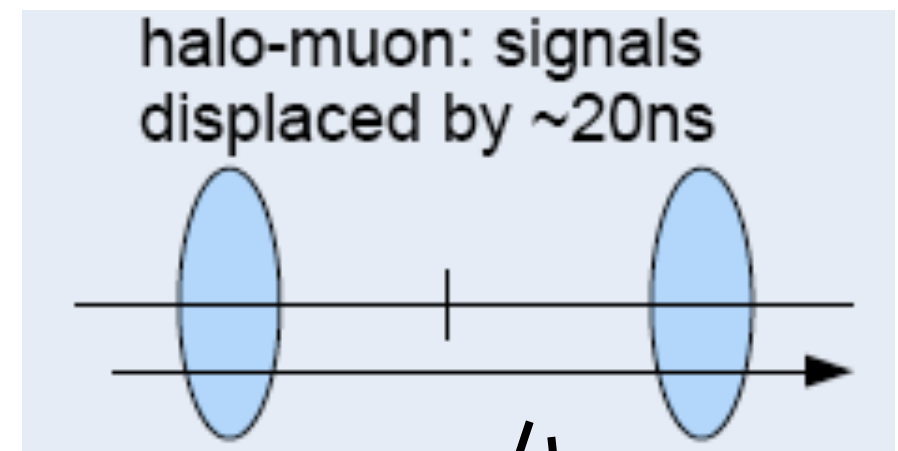
$$\epsilon_{item1} = \frac{n_{item1}}{n_{item2}} \cdot \epsilon_{item2}$$



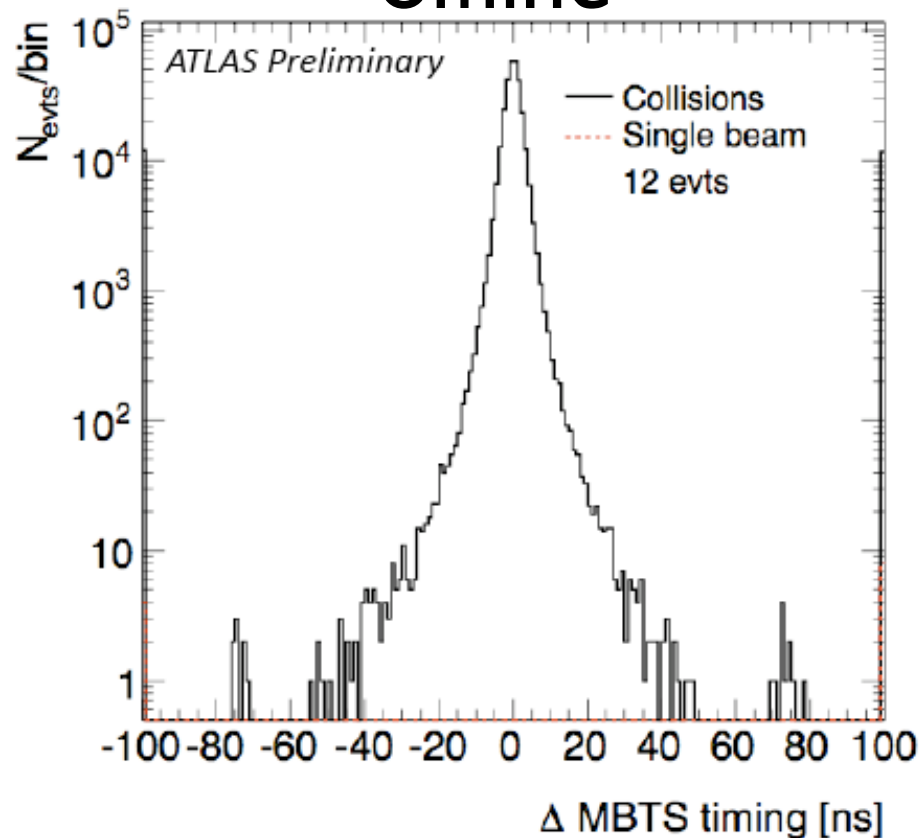
fondo dal fascio



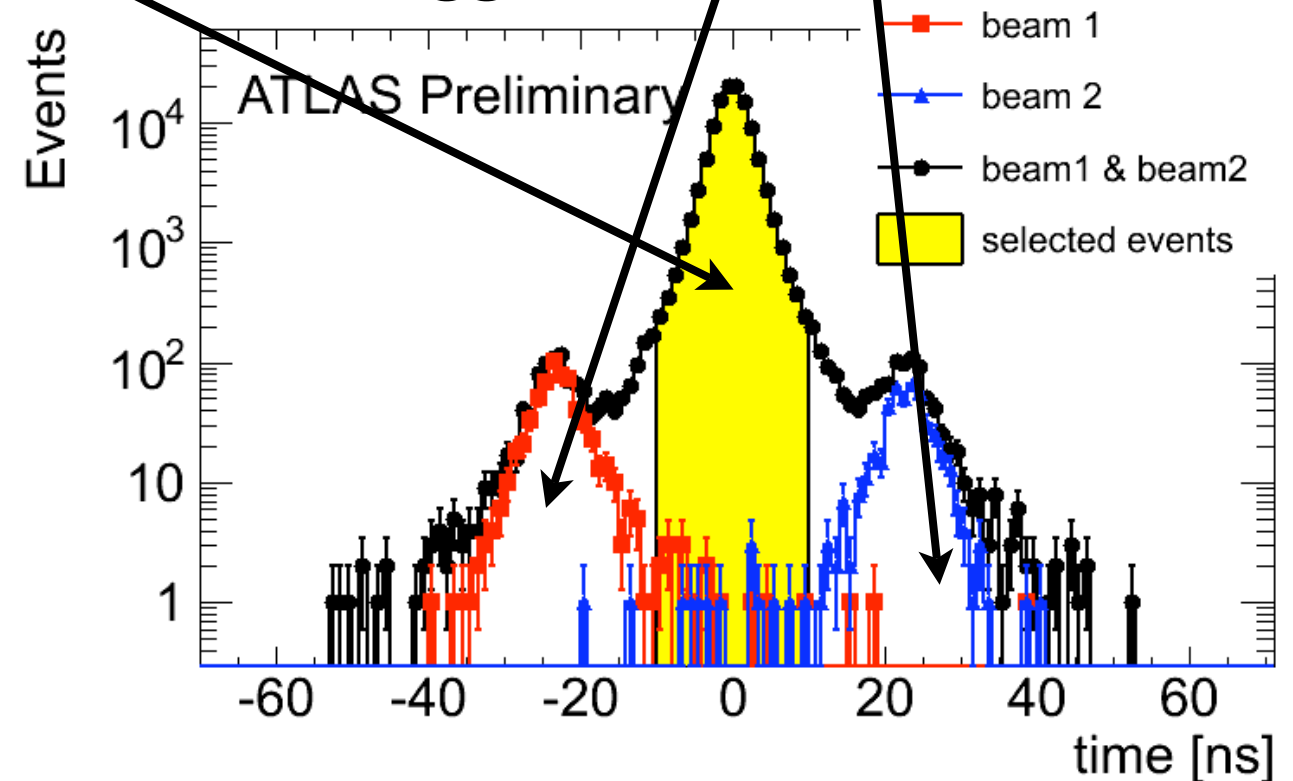
$dz \sim 7m$
 $dt \sim 20ns$



dopo la selezione
offline



dopo la selezione
di trigger



particelle secondarie

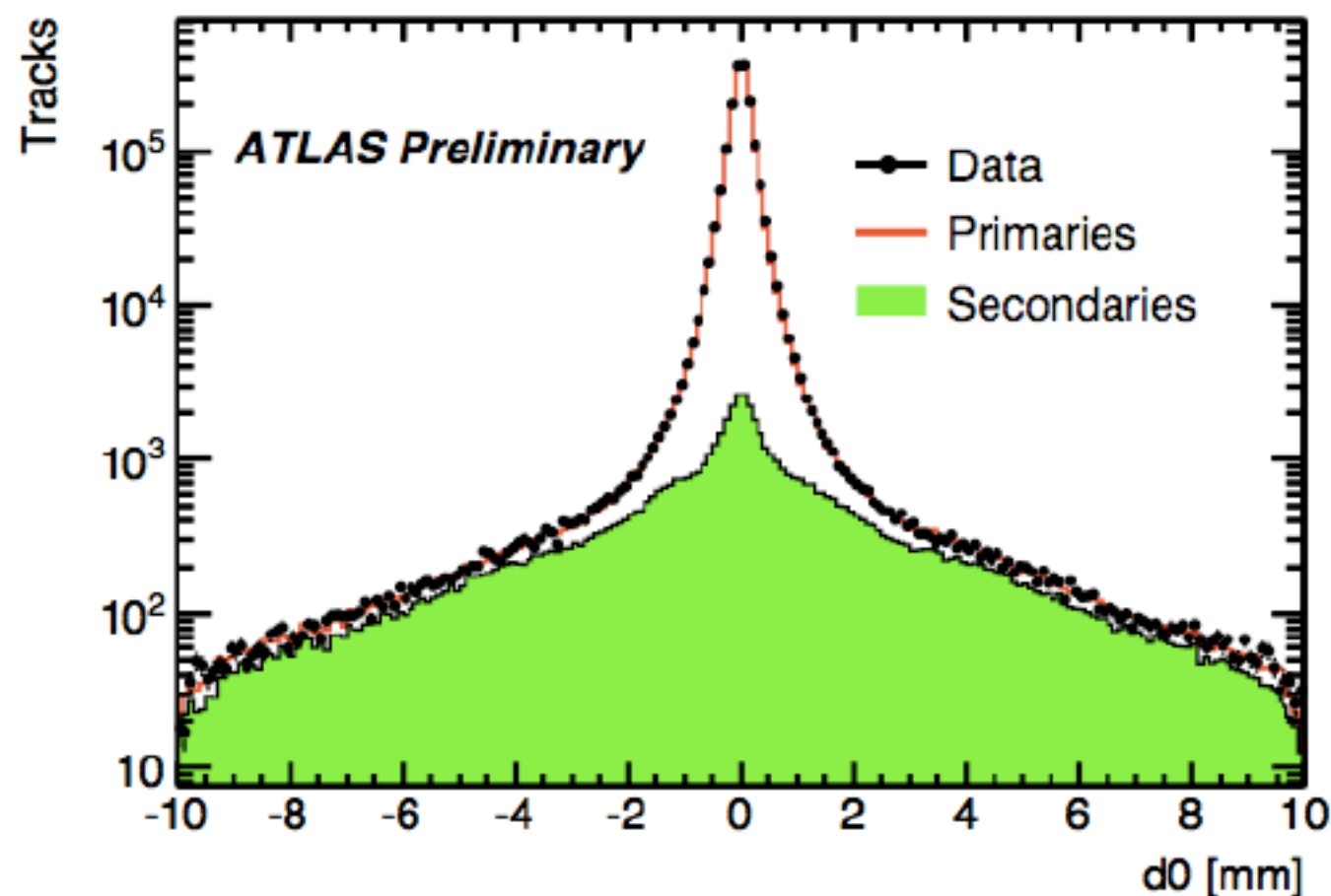
- origine di interazioni secondarie:
 - interazioni nucleari
 - decadimenti deboli (K, Lambda, ecc)
 - pioni

confronto dati MC

fit MC ai dati nella regione fuori
dalla accettazione della misura

utilizza MC rinormalizzato ai valori
del fit per estrarre il contributo dei
secondarie nella regione
accettata: $|d_0| < 1.5\text{mm}$

d_0 e' il parametro di impatto



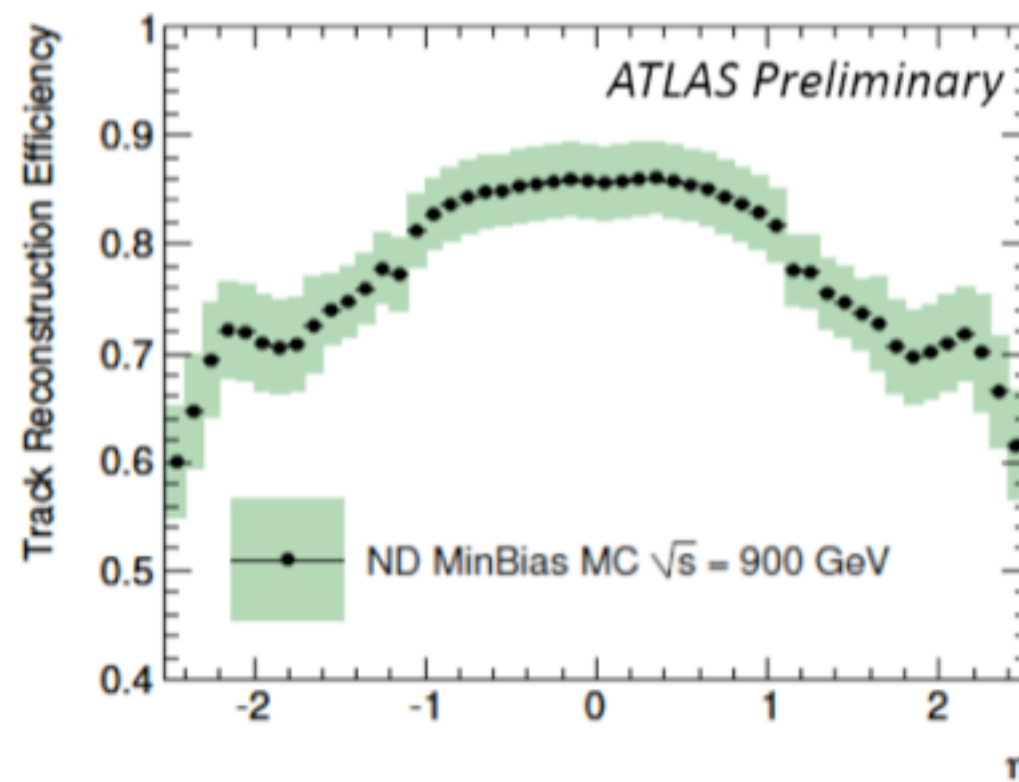
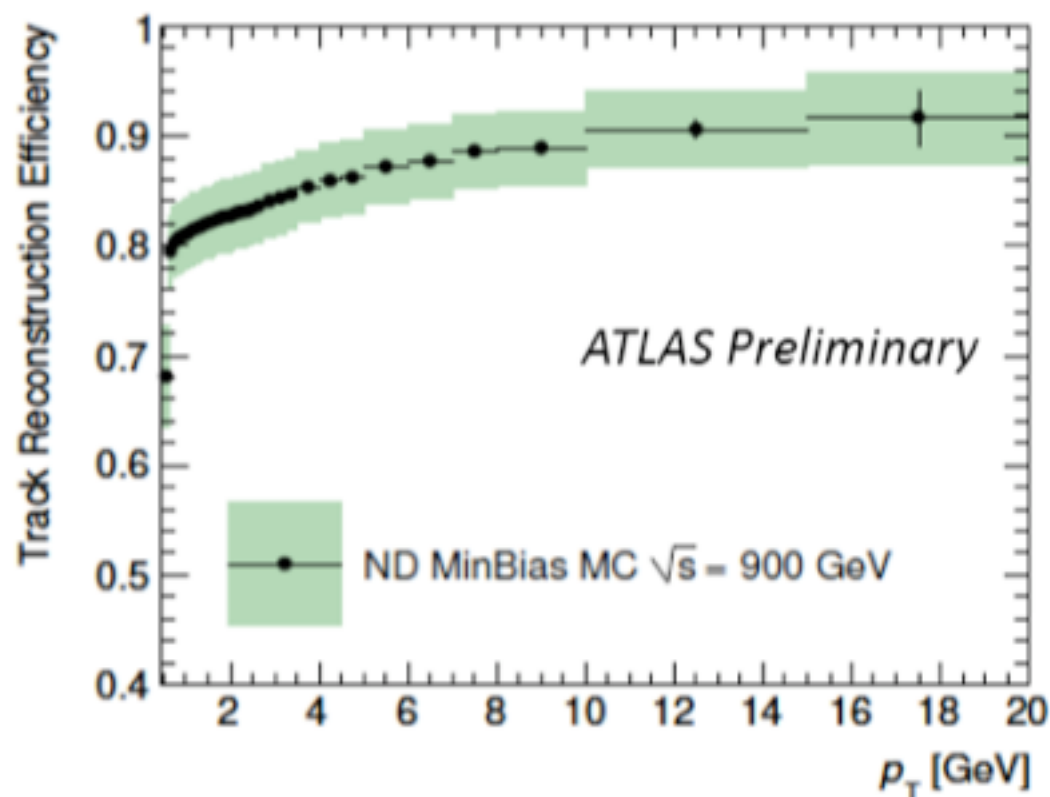
efficienza di ricostruzione

l'efficienza di ricostruzione delle tracce e' basata sul monte carlo.

Si associa in un cono di raggio 0.05 la traccia alla particella MC

$$\epsilon_{\text{bin}}(p_T, \eta) = \frac{N_{\text{rec}}^{\text{matched}}(p_T, \eta)}{N_{\text{gen}}(p_T, \eta)}$$

incertezza sistematica dominata dalla conoscenza del materiale davanti al tracciatore



Correzione finale

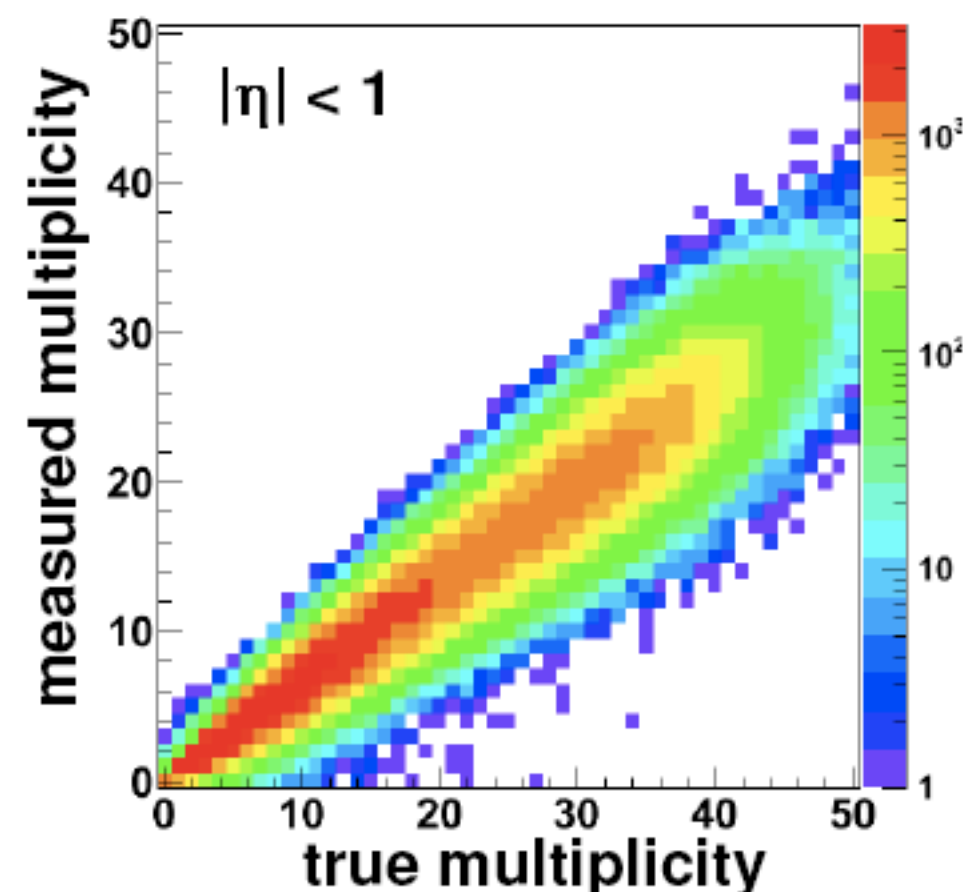
- correggere gli eventi per efficienza di trigger e di ricostruzione di vertice:

$$w_{ev} = \frac{1}{\epsilon_{trig}(N_{Sel}^{BS})} \cdot \frac{1}{\epsilon_{vtx}(N_{Sel}^{BS})}$$

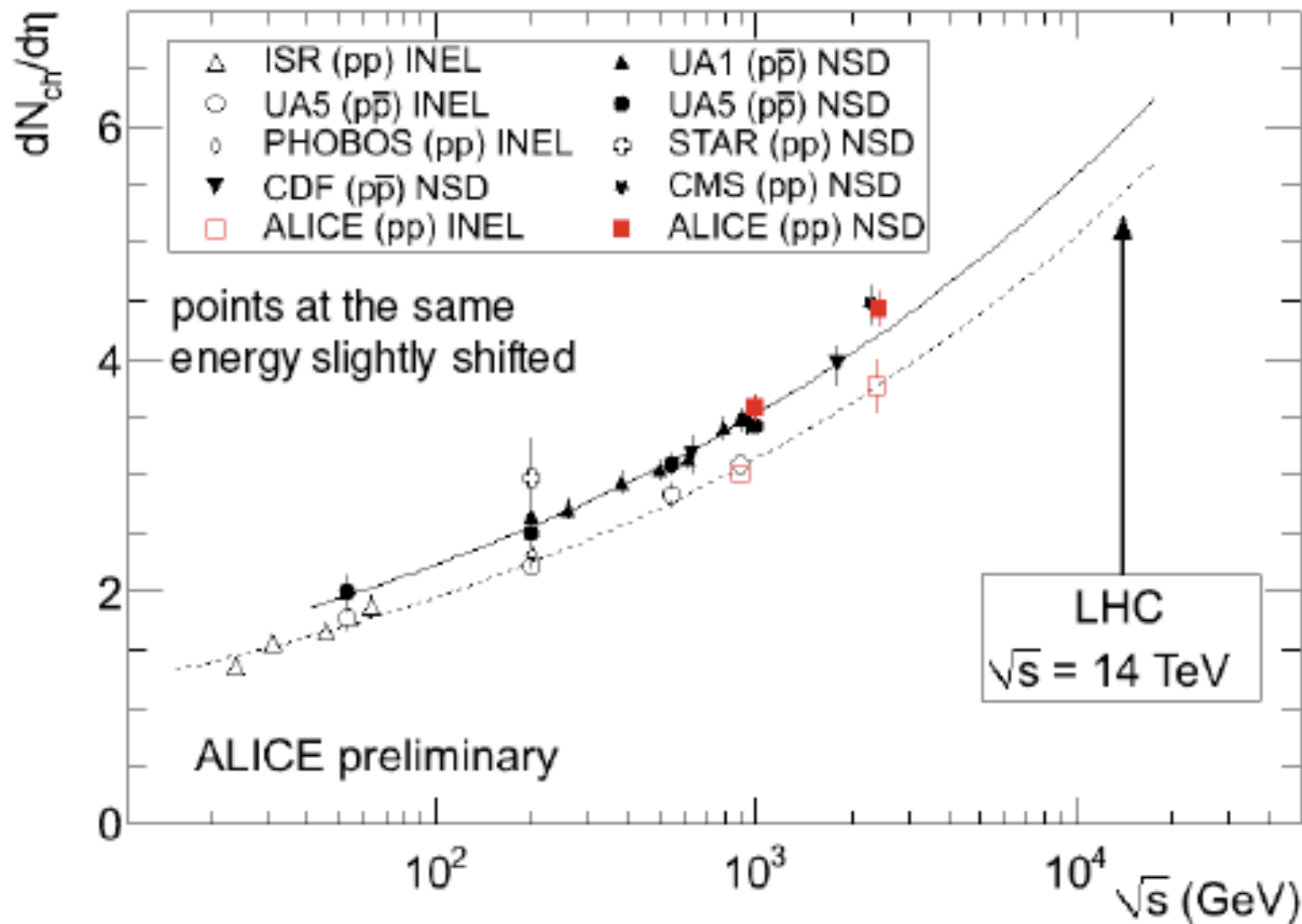
- correggere in bin in p_T eta per l'efficienza di ricostruzione di traccia:

$$w_{trk} = \frac{1}{\epsilon_{bin}(p_T, \eta)} \cdot (1 - f_{sec}(p_T)) \cdot (1 - f_{okr})$$

- estrarre le particelle cariche prodotte dalla molteplicita' di tracce osservate

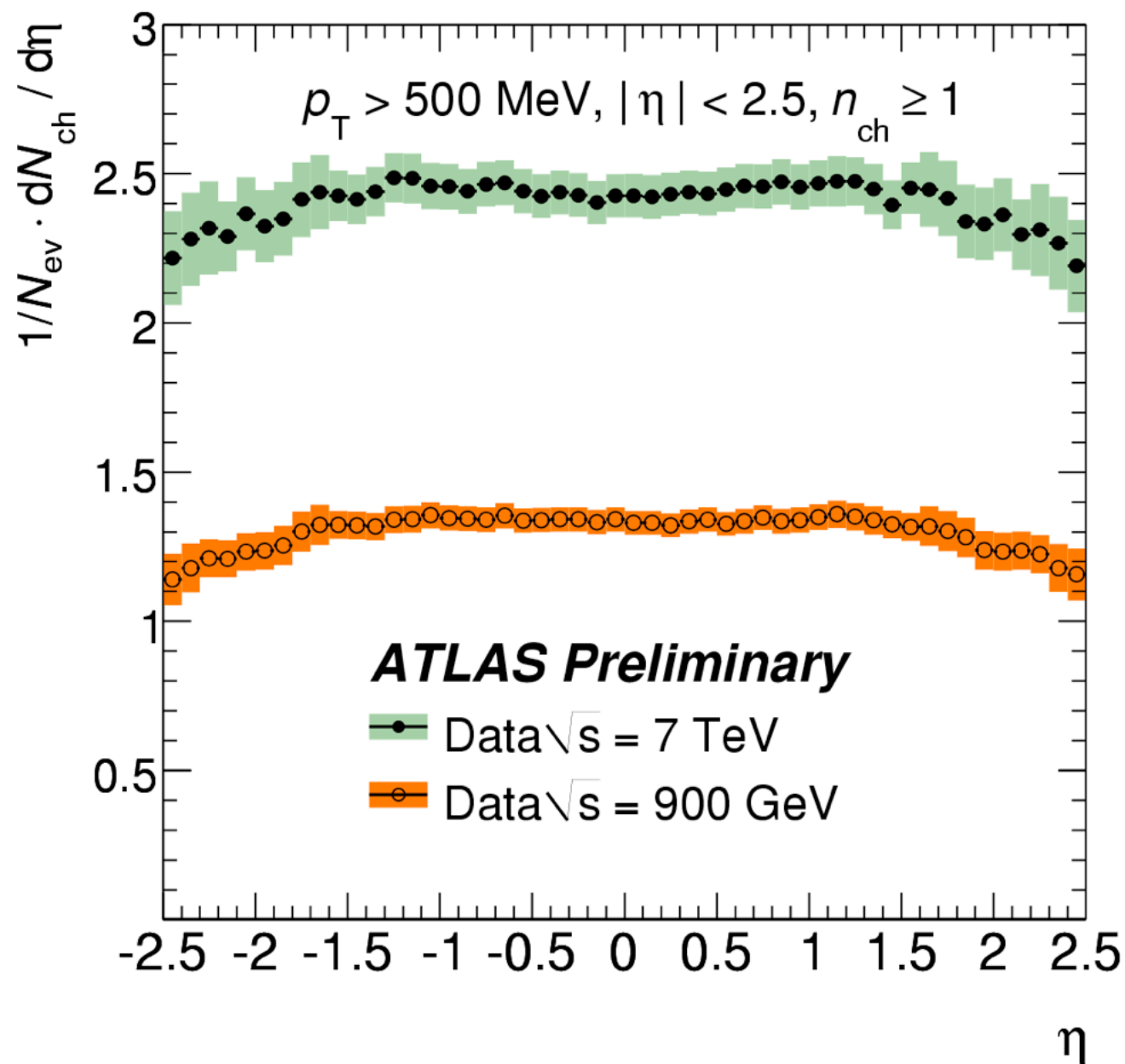


Risultati sperimentali

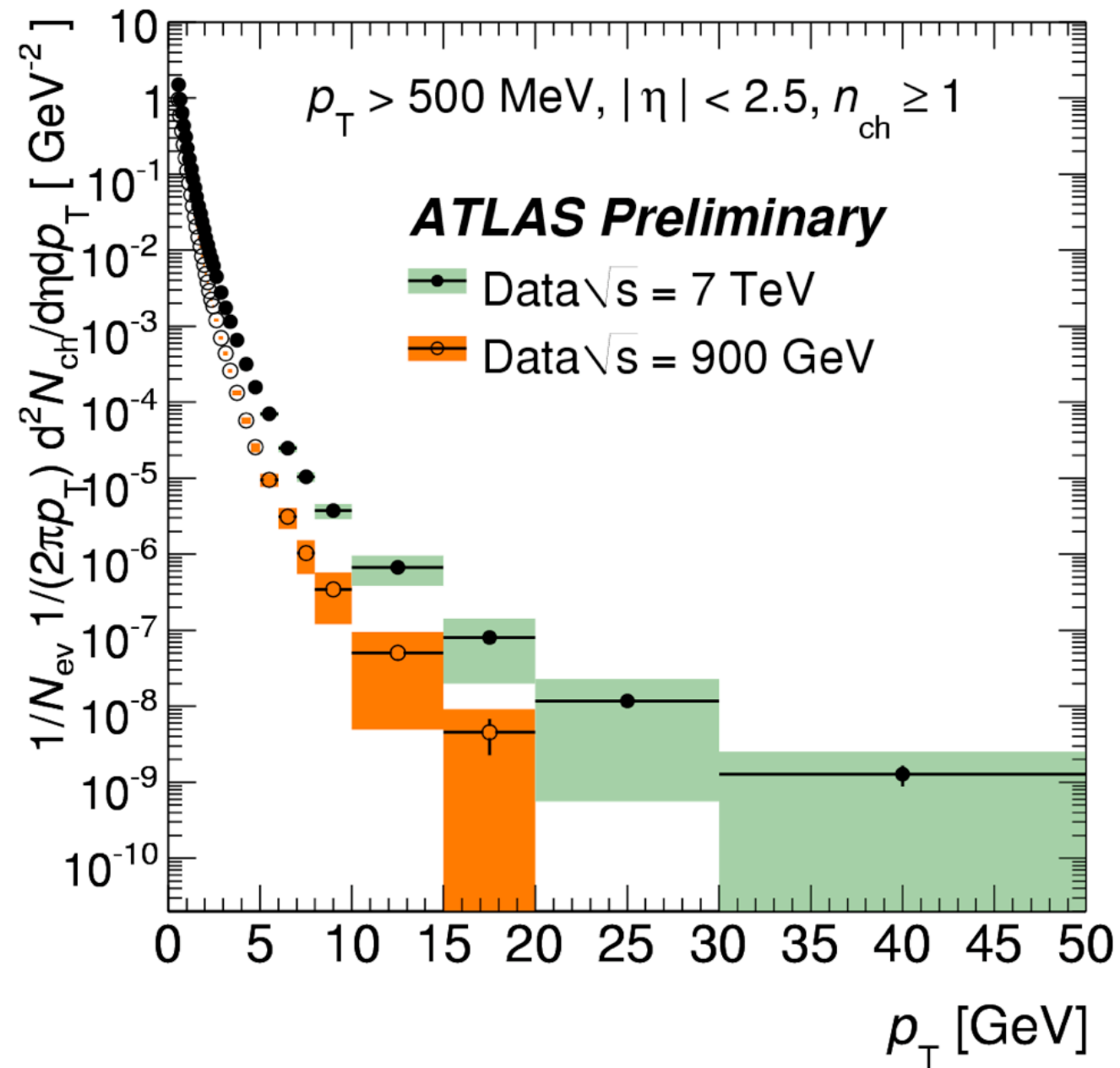


Risultati sperimentali

$$dN_{ch}/d\eta$$

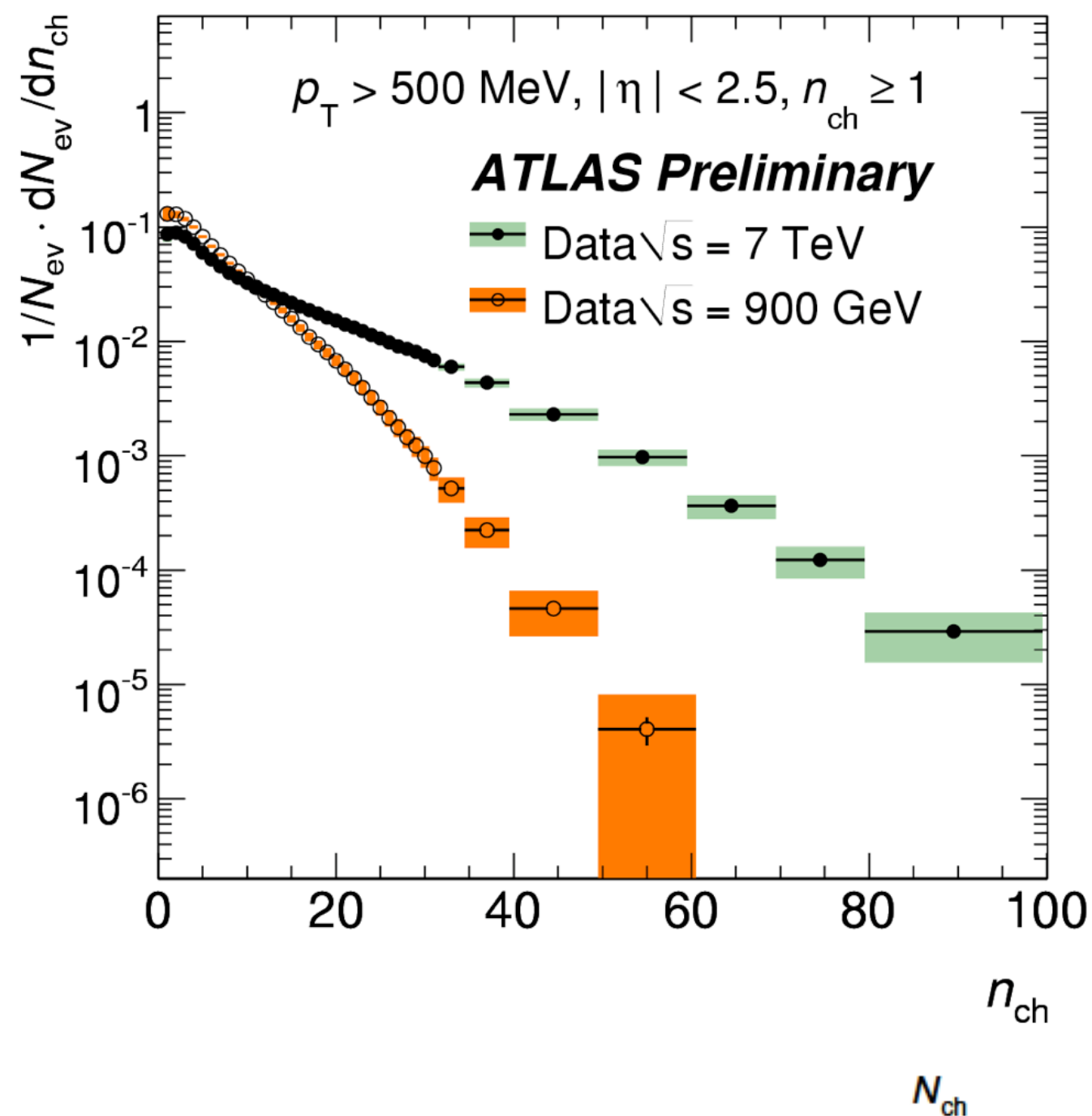


$$1/p_T dN_{ch}/dp_T$$

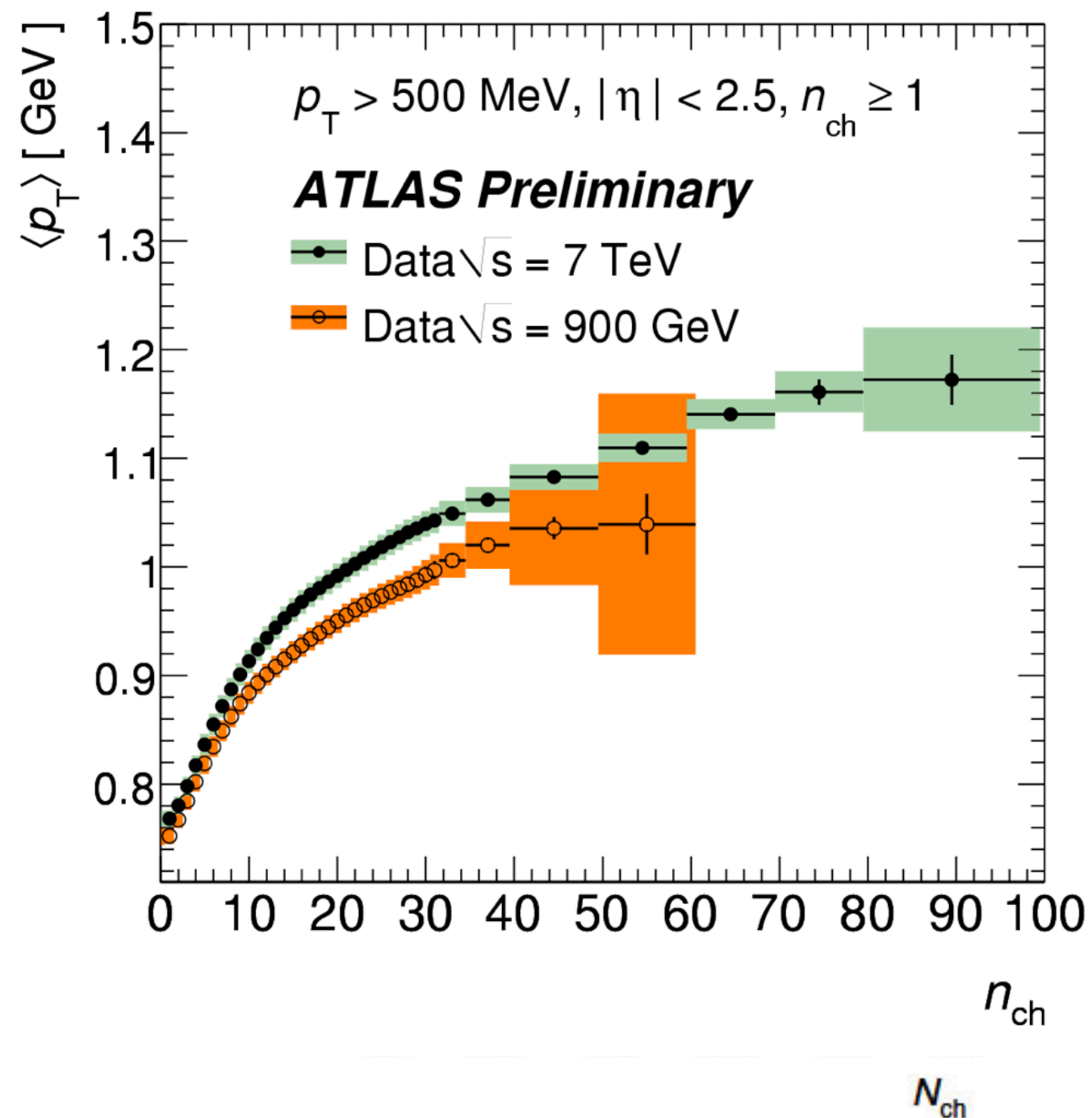


Risultati sperimentali

$$dN_{ev}/dN_{ch}$$



$$\langle p_T \rangle \text{ vs } N_{ch}$$



Ricapitolazione

- e' fondamentale definire la misura in modo consistente per ridurre bias e dipendenza da possibili assunzioni teoriche
- avere un trigger con grande accettazione e' importante per essere sensibili a tutta la sezione d'urto totale. Per lo studio dell'efficienza e dei bias di trigger servono trigger complementari
- il fondo prodotto dal fascio deve essere sottratto, analisi in tempo di arrivo richiesta di vertici
- l'efficienza di ricostruzione di traccia e' studiata con MC aggiustato sui dati - il contributo piu' rilevante all'incertezza della misura viene dalla descrizione del materiale davanti al tracciatore

Sommario

- la sezione d'urto rappresenta la probabilità di interazione, la conservazione della probabilità limita dal alto la sezione d'urto totale e la lega all'ampiezza in avanti
- la sezione d'urto totale e' e' svariati ordini di grandezza superiore a quella dei processi ad alto p_T : la maggioranza degli eventi sono rappresentati da produzione di particelle a basso impulso
- la distribuzione di particelle e' in prima approssimazione costate in y e la molteplicita' cresce con il logaritmo di s
- Una volta definito l'osservabile legato alla produzione di eventi minimum bias, gli aspetti sperimentali piu' rilevanti sono legati al trigger al fondo dovuto ai fasci e alla descrizione del materiale davanti al tracciatore

Luminosita'

- sezione d'urto e' data da:

$$\sigma = \frac{\dot{N}_f}{\Phi N_b} = \frac{\dot{N}_f}{\mathcal{L}}; \quad \mathcal{L} = \Phi N_b$$

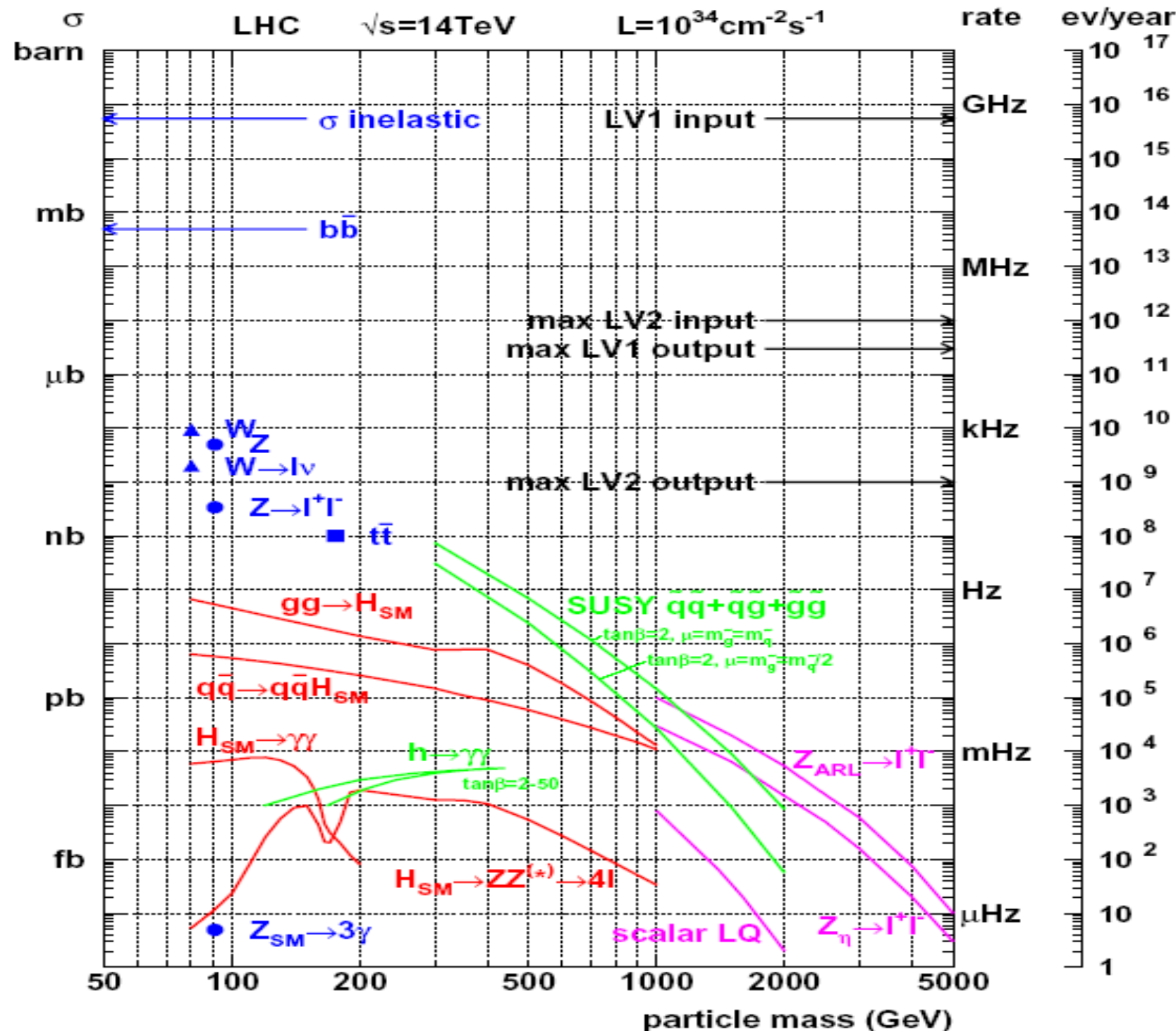
- la luminosita' istantanea \mathcal{L} ha le dimensioni del flusso $\Phi \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
- maggiore e' il flusso, maggiore e' la luminosita', piu' alto e' il numero di conteggi per unita' di tempo nello stato finale

$$\int \mathcal{L} dt = \mathcal{L}_{int} \text{ [cm}^{-2}\text{]}$$

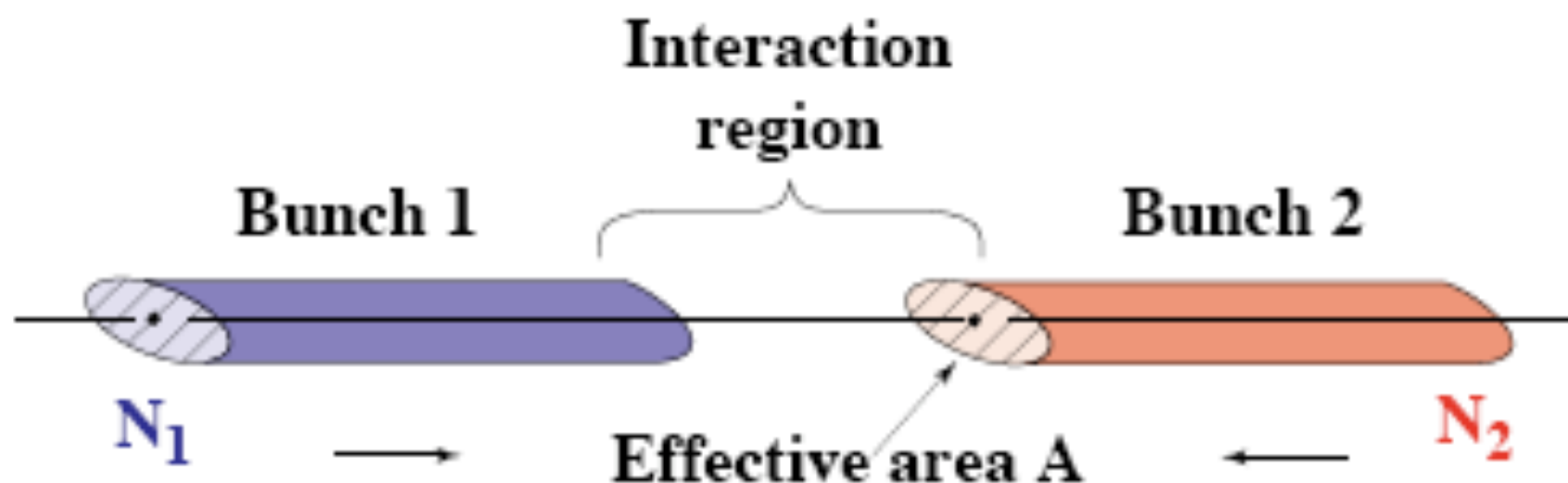
- la luminosita' integrata nel tempo piu' essere misurata in unita' di sezione d'urto inversa, ie barn⁻¹
- in un campione di eventi corrispondente a 10 nb^{-1} ci aspettiamo 10^9 eventi di minimum bias ($\sigma \sim 100 \text{ mb}$) e un centinaio di W ($\sigma \sim 10 \text{ nb}$)

Luminosita' e sezione d'urto

supponiamo di avere un'acceleratore che abbia una luminosita' istantanea di $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ed una luminosita' integrata per anno di 100 fb^{-1}



luminosita' di un collisore



$$\mathcal{L} = n_b \frac{N_1 N_2 f}{A_{eff}}$$

dove n_b e' il numero di pacchetti, N_1 e N_2 sono rispettivamente il numero medio di particelle in ciascun pacchetto nei due fasci, f e' la frequenza di incrocio, e A_{eff} e' la sezione trasversa

Luminosita' di un collisore

$$\begin{aligned}N_1 = N_2 &\sim 10^{10} \\ n_b &= 2 \\ A_{eff} &\sim (50\mu m)^2 \\ f &= 11kHz \\ \Rightarrow \mathcal{L} &\sim 10^{28} cm^{-2} s^{-1}\end{aligned}$$

la corrente di un fascio di particelle e' $n_b N$. L'energia immagazzinata nel fascio e' proporzionale al numero totale di particelle. Se la corrente l'energia massima accessibile e' limitata, per massimizzare la luminosita' e' piu' conveniente mettere tutte le particelle in un unico pacchetto: la luminosita' cresce con il quadrato del numero di particelle nel pacchetto

Parametri di LHC

$$L = \frac{N_b^2 M f_{rev} \gamma_r}{4 \pi \varepsilon_n \beta^*} F \sim 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Number of particles per bunch	N_b	1.15 ‰ 10¹¹
Number of bunches per beam	M	2808
Revolution frequency	f_{rev}	11245 Hz
Relativistic velocity factor	γ_r	7461 (· $E = 7 \text{ TeV}$)
b-function at the collision point	β^*	55 cm
<u>Normalised rms transverse beam emittance</u>	ε_n	3.75 ‰ 10⁻⁴ cm
Geometric reduction factor	F	0.84

$$L = \frac{1}{4 \pi} \frac{N_b^2 M f_{rev}}{\sigma_x \sigma_y} F; (\sigma \text{ design } 16 \mu\text{m})$$

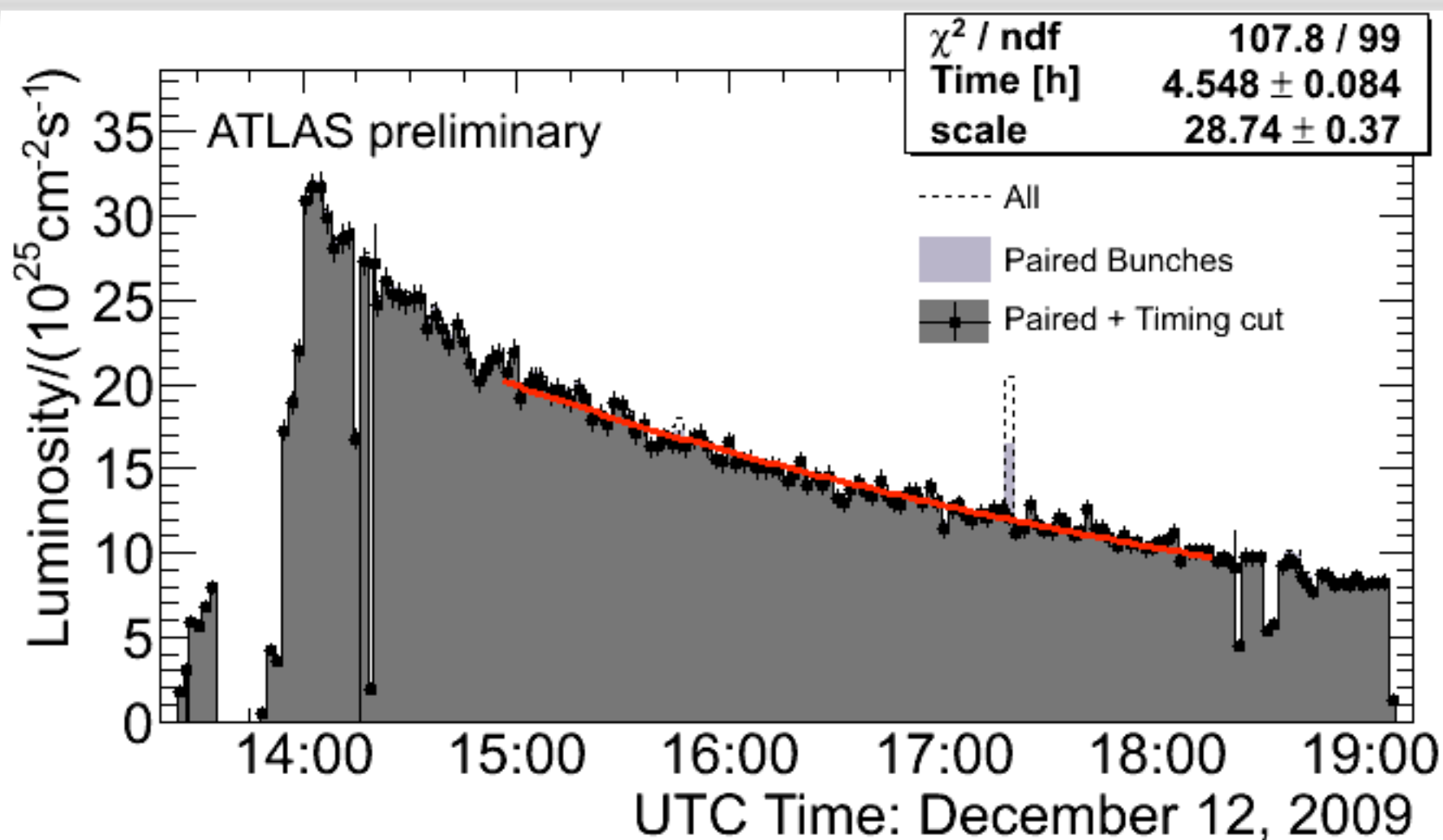
Numero di interazioni per incrocio

Ad una data luminosita' il numero di interazioni per incrocio sara':

$$\mu = \frac{\mathcal{L}}{n_b \cdot f} \cdot \sigma_{tot} =$$
$$\frac{10^{28}}{11kHz} * 50mb \sim 0.01$$

Il numero di interazioni per incrocio cresce al crescere della luminosita' ed e' inversamente proporzionale al numero di pacchetti. Ad alta luminosita' per contenere il numero di interazioni per incrocio ad un valore ragionevole (~ 20) e' necessario avere molti pacchetti

Costante di tempo della luminosita'



$$\mathcal{L}(t) \sim e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Un decadimento di tipo esponenziale e' in generale una buona approssimazione. L'ipotesi e' che la probabilita' di deterioramento della luminosita' e' costante nel tempo. Contributi dominanti al deterioramento provengono dal decadimento dell'intensita' del fascio, aumento della sezione trasversa

Determinazione della luminosita'

- la misura della luminosita' e' di estrema rilevanza sia per gli esperimenti che per l'acceleratore:
 - ✓ misure di sezione d'urto
 - ✓ ottimizzazione della luminosita' dell'acceleratore
 - ✓ determinazione di parametri dell'acceleratore data la luminosita'
- Siamo interessati sia alla misura della luminosita' relativa che assoluta:
 - ✓ relativa: e' riferita alla luminosita' ottenuta in delle condizioni specifiche
 - ◆ permette di ottenere tutte le informazioni utili sulle condizioni del rivelatore e dell'acceleratore: andamento della luminosita' in funzione del tempo e dei parametri dell'acceleratore
 - ✓ assoluta: e' necessario ottenere una costante di calibrazione che definisca la scala di luminosita' (barn^{-1})
 - ◆ e' necessario avere una luminosita' assoluta per misurare una sezione d'urto

Misura relativa della luminosita'

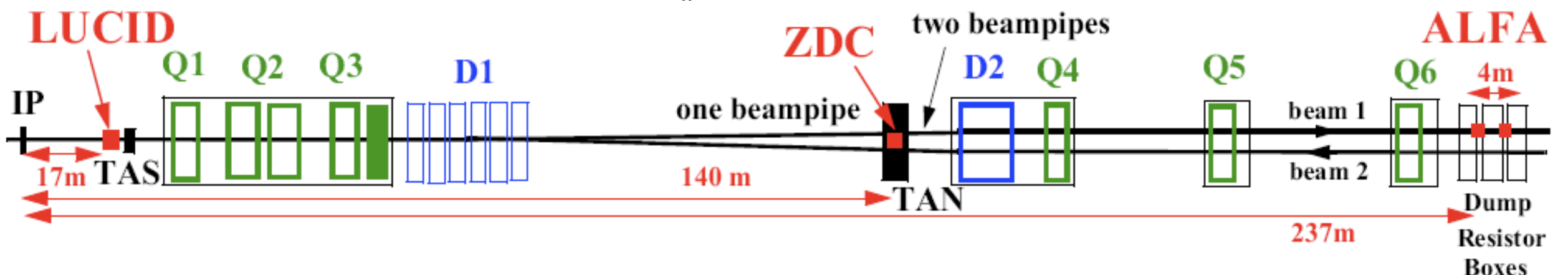
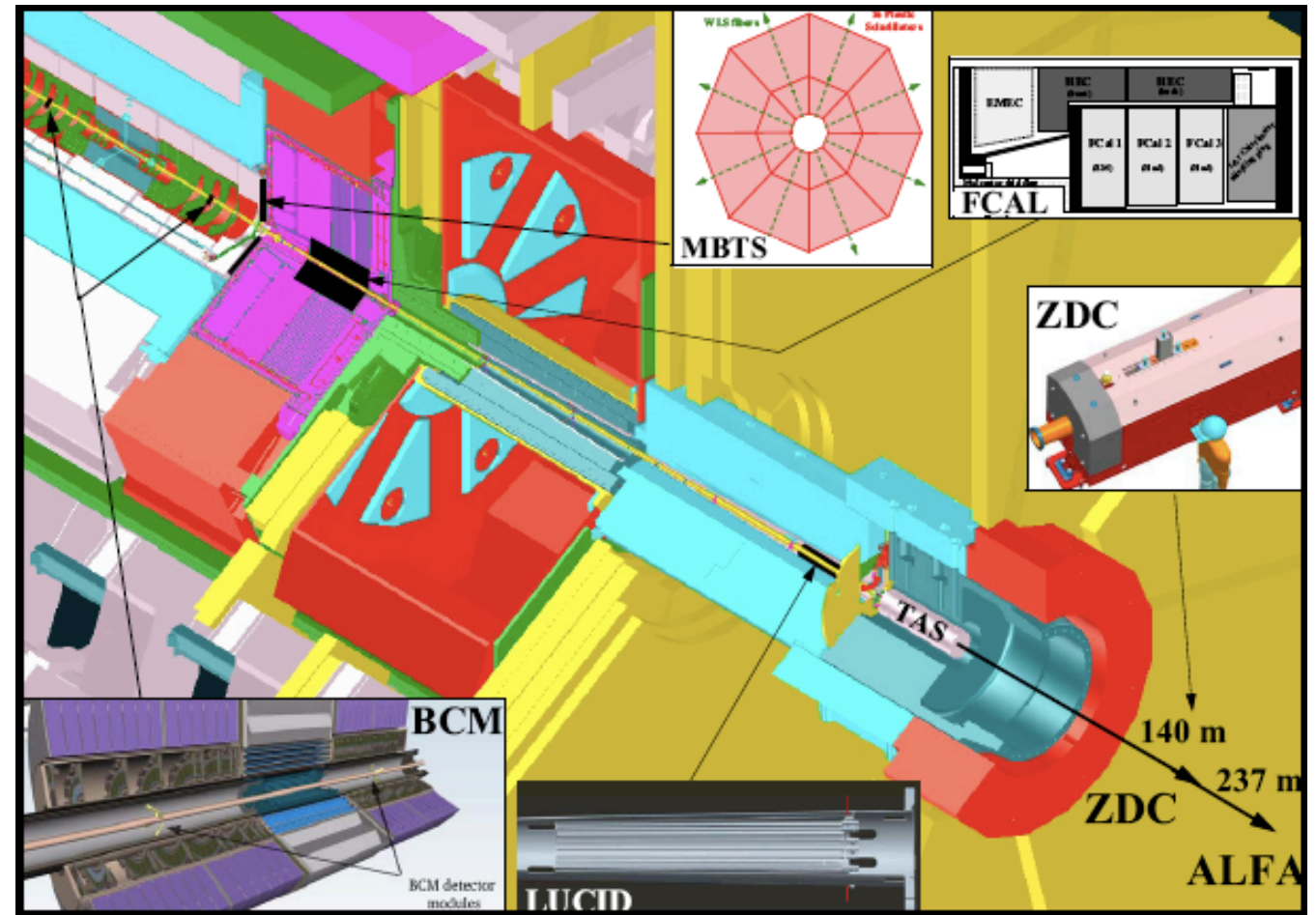
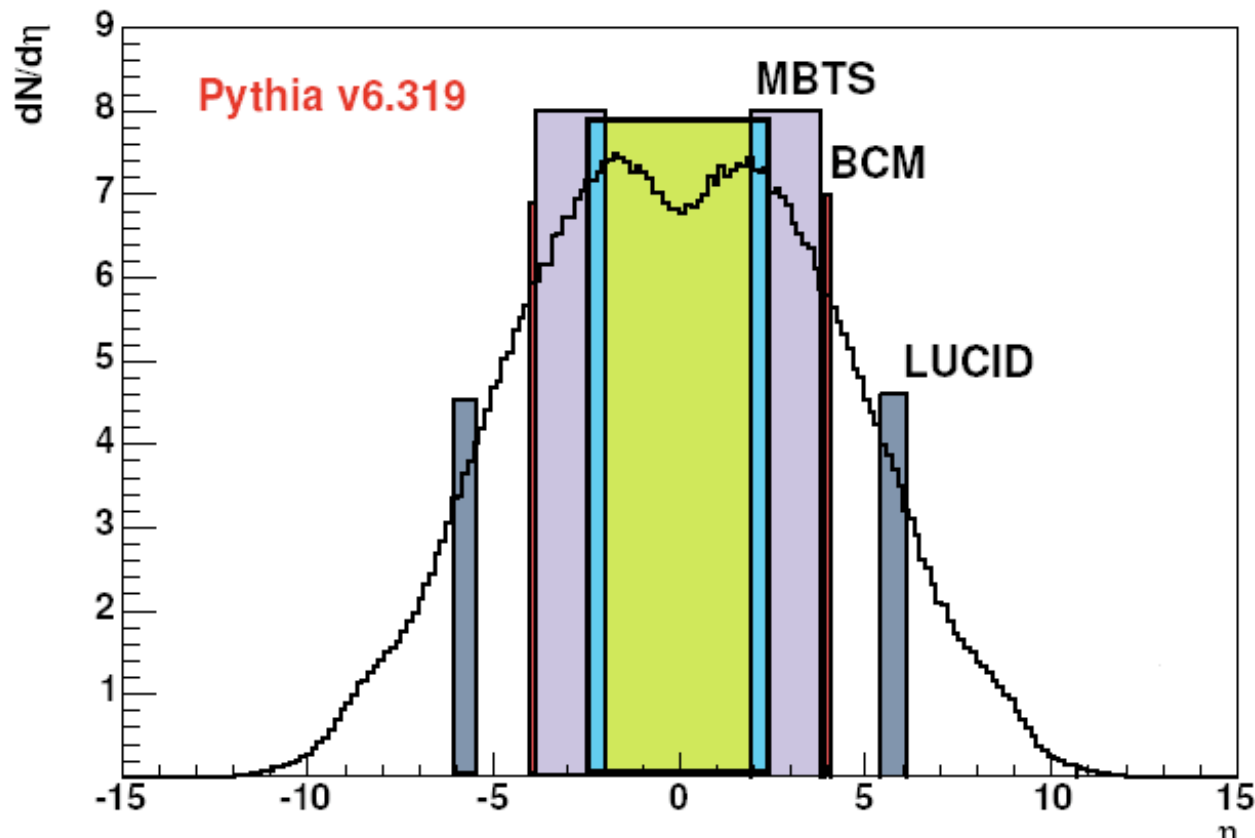
$$L = \frac{R_{inelastic}}{Acceptance \times \epsilon \times \sigma_{inelastic}}$$

- Poiche' la luminosita' e' proporzionale alla rate di collisione qualunque processo di interazione puo' essere utilizzato. Purche'
 1. sia possibile ottenere una misura robusta in breve tempo ($\sim 10s$) per un ampio intervallo di luminosita' istantanee $10^{27}-10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
 2. questa misura sia molto veloce, possibilmente sensibile al singolo pacchetto $t \sim 25ns$
 3. deve poter operare per diverse condizioni dell' acceleratore (μ)
 4. la misura della luminosita' (processo e rivelatore) non sia correlata con le misure da cui si vuole estrarre la sezione d'urto
 5. avere piu' di un rivelatore che misuri la luminosita'. In particolare e' opportuno avere rivelatori che coprano regioni diverse in eta

Rivelatori utilizzati per la luminosita'

Typical acceptance*eff for non diffractive events @ 900 GeV:

ID~80%, MBTS~98%, LUCID~3%, BCM<1%, ZDC<10%



Efficienze di conteggio

- 7 TeV e' necessario estrapolare la sezione d'urto inclusiva misurata ad energie piu' basse
 - ✓ incertezza nella frazione diffrattiva/non-diffrattiva
 - ✓ incertezza nella molteplicita' di particelle
- Si utilizzano modelli MC, il confronto tra modelli diversi da una stima dell'incertezza
 - ✓ in futuro sara' possibile ridurre questa incertezza aggiustando i MC sui dati
 - ✓ problema e' che e' necessario farlo anche per gli eventi "difficili da selezionare" ie diffrattivi
- Le incertezze del modello MC si propagano nella misura in 3 effetti:
 - ✓ calcolo della sezione d'urto visibile
$$\sigma_{\text{vis}} = \epsilon_{\text{ND}} \sigma_{\text{ND}} + \epsilon_{\text{SD}} \sigma_{\text{SD}} + \epsilon_{\text{DD}} \sigma_{\text{DD}}$$
 - ✓ determinazione efficienza di trigger
 - ✓ determinazione accettazione del rivelatore

Efficienza e sezione d'urto

MBTS Acceptance

non-diffractive	PYTHIA	PHOJET	PYTHIA8
MBTS_I	100%	100%	100%
MBTS_I_I	98.6%	99.3%	99.4%
single-diffractive			
MBTS_I	70.4%	79.6%	73.7%
MBTS_I_I	39.5%	45.3%	42.1%
double-diffractive			
MBTS_I	84.7%	93.5%	87.1%
MBTS_I_I	46.6%	69%	50.8%
inelastic			
MBTS_I	92.4%	95.2%	93.3%
MBTS_I_I	80.1%	85%	82.4%

- Phojet and Pythia have different
 - Total Cross sections
 - Diffractive components
 - Kinematic Distributions
- Since cross section is unknown, can just state our assumption
- But must assign systematic for acceptance

LAr Acceptance

Process	Acceptance PYTHIA default	Acceptance PHOJET
Non-Diffractive	96.0%	94.3%
Single Diffractive	21.4%	27.9%
Double Diffractive	25.9%	53.6%
Total Inelastic	72.5%	82.6%

Cross Section Predictions

Process	Cross Section PYTHIA default	Cross Section PHOJET
Non-Diffractive	48.5	61.6
Single Diffractive	13.7	10.7
Double Diffractive	9.3	3.9
Total	71.5	76.2

1. Modelli differenti predicono accettanze diverse per 10-20% => errore sulla scala
2. data una categoria di eventi l'efficienza di selezione puo' essere controllata sui dati. Problema e' come valutare il bias degli eventi non selezionati

Misura relativa della luminosita'

$$R_{inelastic} = \sum_{bunch} \mu_{bunch} \cdot \frac{f_{rel}}{n_b}$$

la grandezza sconosciuta e' μ in generale e' diversa da pacchetto a pacchetto.

In realta' quello che misuriamo e' la rate media ovvero μ medio. μ e' distribuito secondo una distribuzione di Poisson.

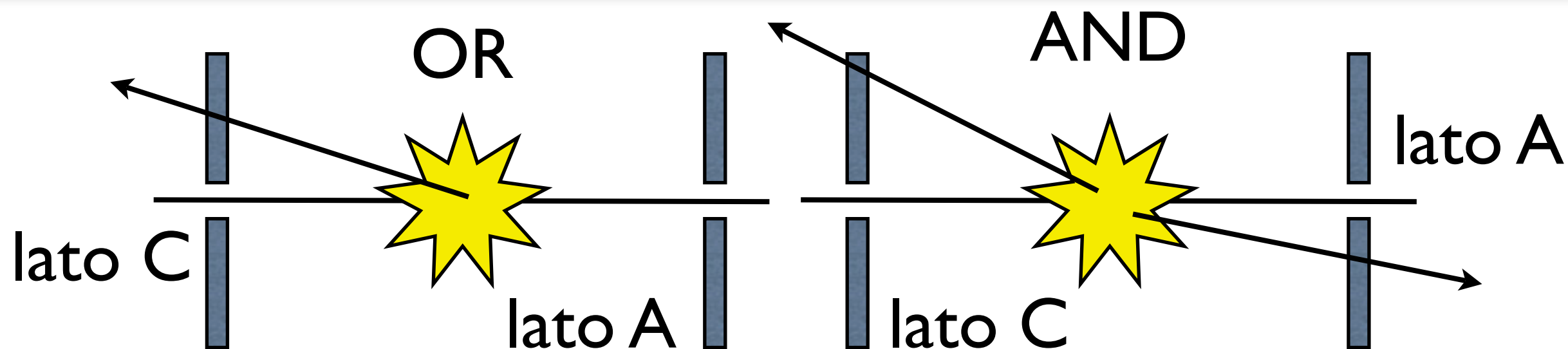
In pratica si misura una grandezza "O" funzione di $\mu \Rightarrow O(\mu) \quad O \propto \mu$

1. per esempio la rate di eventi visti da un rivelatore e' proporzionale a μ

2. la rate di oggetti (hits, traccie) e' proporzionale a μ

Per ottenera una misura accurata e' importante poter fare la misura per ciascun pacchetto, infatti nel caso in cui la relazione tra O e μ non e' lineare non sara' vero che la rate media totale e' uguale alla somma delle rate medie di ciascun pacchetto

Conteggio eventi



contiamo gli eventi che lasciano un segnale sopra una certa soglia (hit) in un dato rivelatore (da almeno un lato OR, da entrambi i lati AND). Le efficienze riportate sotto sono per singola interazione e $\mu = 1$ (esatto)

A	C		LUCID	BCM	MBTS	ZDC		LUCID	BCM	MBTS	ZDC
$Hits = 0$	$Hits = 0$	ϵ_0	= 0.442	0.711	0	0.472	$\epsilon_{sing} = 1 - \epsilon_0$	= 0.559	0.290	1.000	0.528
$Hits \geq 1$	$Hits = 0$	ϵ_1	= 0.212	0.125	0.004	0.215	$\epsilon_A = 1 - \epsilon_0 - \epsilon_2$	= 0.347	0.165	0.998	0.313
$Hits = 0$	$Hits \geq 1$	ϵ_2	= 0.212	0.125	0.004	0.215	$\epsilon_C = 1 - \epsilon_0 - \epsilon_1$	= 0.347	0.165	0.998	0.313
$Hits \geq 1$	$Hits \geq 1$	ϵ_3	= 0.135	0.040	0.992	0.098	$\epsilon_{coinc} = 1 - \epsilon_0 - \epsilon_1 - \epsilon_2$	= 0.135	0.040	0.992	0.098

Conteggio eventi

Problema: vogliamo conoscere la probabilita' di osservare n eventi per incrocio sapendo che il numero di interazioni per incrocio e' μ ed e' distribuito secondo una distribuzione di Poisson.

E' molto piu' semplice ragionare in termini di eventi "vuoti = senza interazione". Alla fine del calcolo usiamo l'unitarieta' della probabilita':

$$P(\text{interazione}) = 1 - P(\text{non interazione})$$

Conteggio eventi vuoti

I - probability of having 0 interactions;

II - probability of having n interactions with 0 hits in both modules.

Term I is the Poissonian probability of having zero interactions:

$$I = P_{\mu}(0) = \frac{e^{-\mu} \mu^0}{0!} = e^{-\mu} \quad (10)$$

Given the probability to detect an interaction in single side mode (ε^{Sing} , see Table 4), term II is the combined probability of not detecting the n interactions occurring in a bunch:

$$II = (1 - \varepsilon^{Sing})^n \quad (11)$$

Term II is convoluted with a Poissonian distribution of average μ (the sum starts from $n = 1$ to exclude term I):

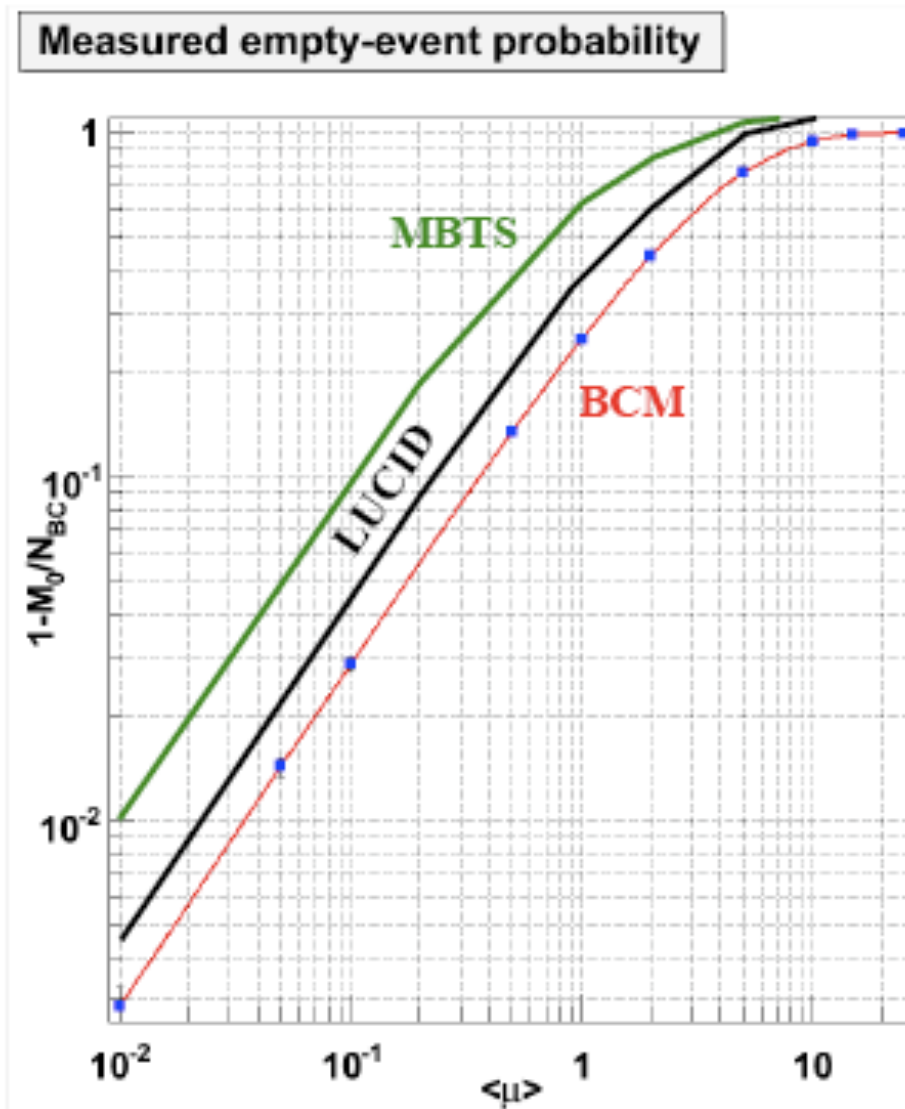
$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varepsilon^{Sing})^n \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - \varepsilon^{Sing})^n \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!} - e^{-\mu} = e^{-\varepsilon^{Sing} \mu} - e^{-\mu} \quad (12)$$

The probability of observing an empty event is the sum of Equations 10 and 12:

$$N_{0/BX} = e^{-\mu} + e^{-\varepsilon^{Sing} \mu} - e^{-\mu} = e^{-\varepsilon^{Sing} \mu} \quad (13)$$

Conteggio eventi vuoti OR

$$\begin{array}{cc} \text{A} & \text{C} \\ \boxed{\text{Hits} = 0} & \boxed{\text{Hits} = 0} \end{array}$$



The probability to have a bunch crossing with an average number of interactions that is $\langle \mu \rangle$ is

$$P_{\langle \mu \rangle > 0} = e^{-(P_{10} - 1)\langle \mu \rangle} = \frac{M_0}{N_{BC}}$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{\ln\left(\frac{M_0}{N_{BC}}\right)}{P_{10} - 1}$$

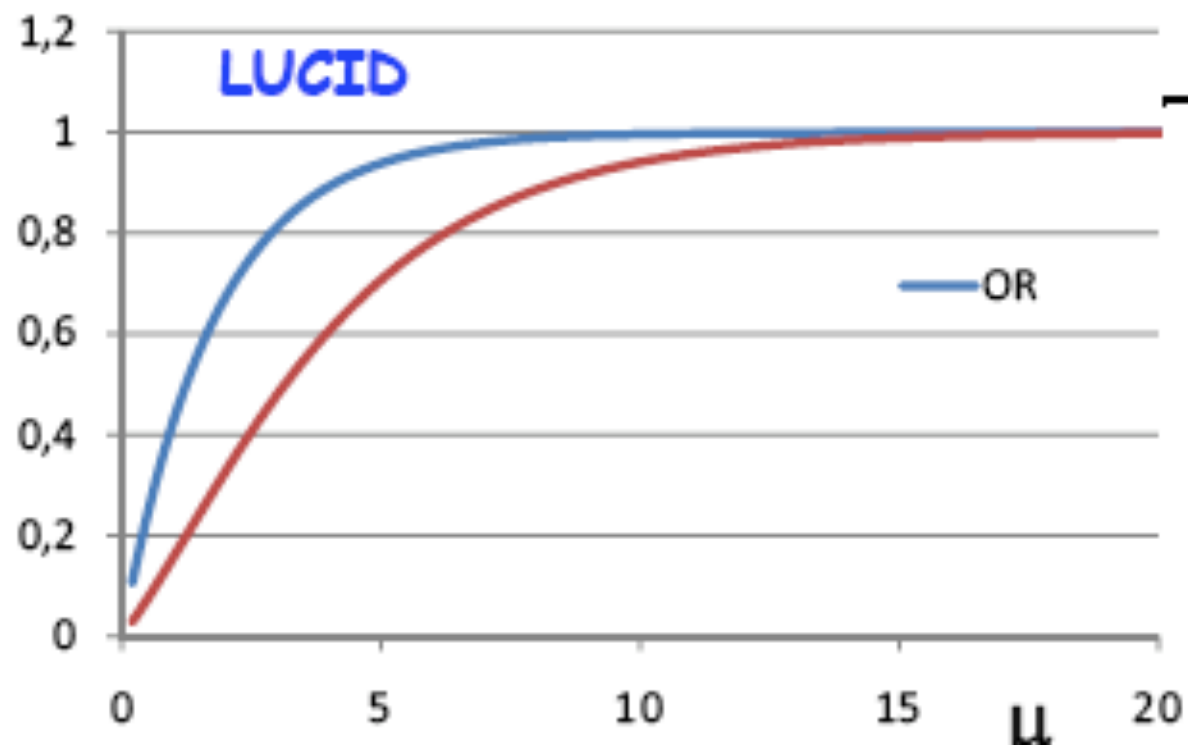
where M_0 is the number of detected empty events

N_{BC} is the number of bunch crossings

P_{10} is the probability to measure an empty event when there is exactly one pp interaction

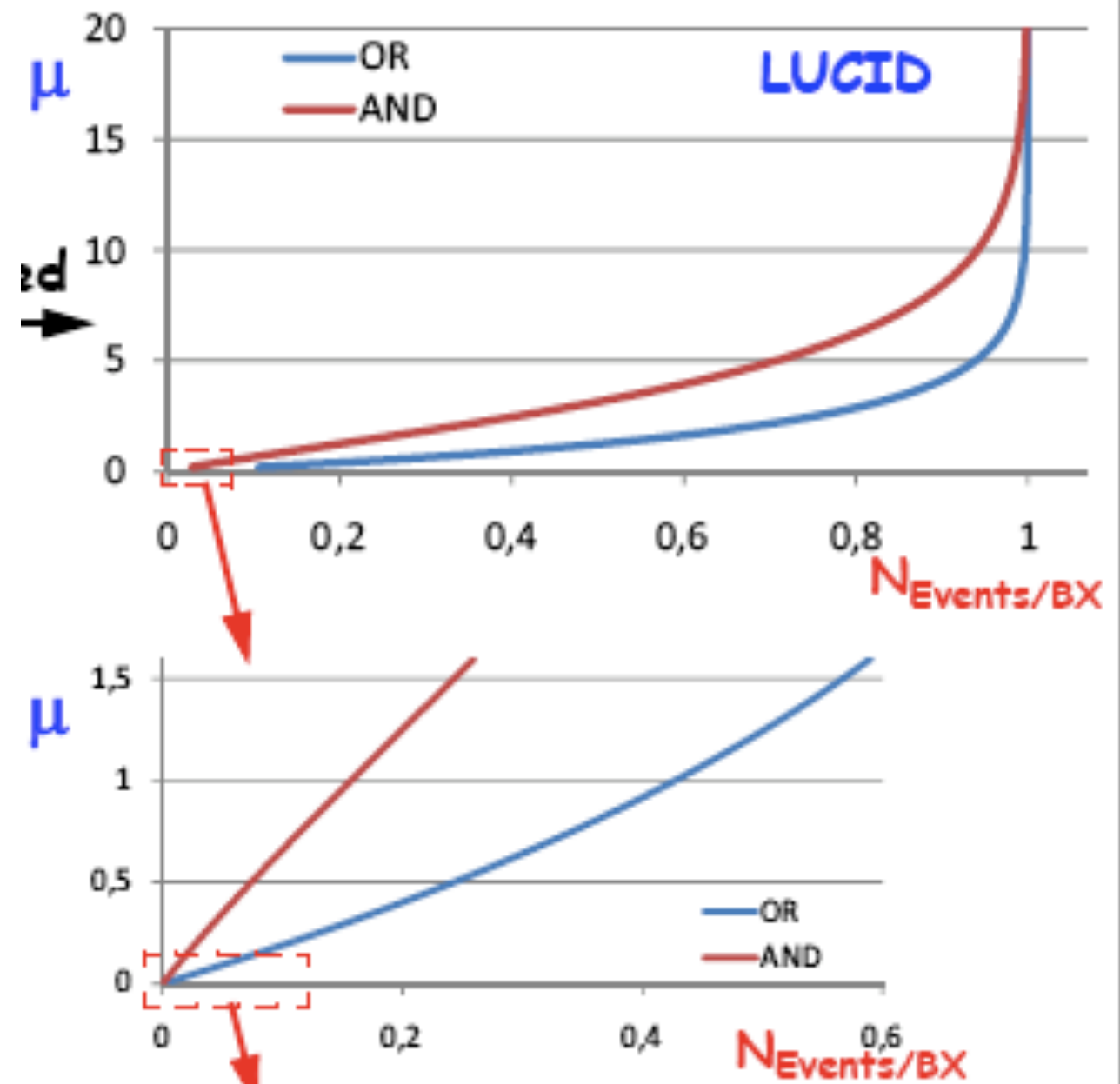
$$P_{10} = 0.711 \text{ (BCM)} = 0.442 \text{ (LUCID)} = 0 \text{ (MBTS)}$$

Conteggio eventi vuoti



Osservazioni:

1. maggiore e' l'efficienza prima inizia la saturazione
2. OR satura prima dell' AND



Conteggio hits

Possiamo assumere che ci sia corrispondenza univoca tra hits e particelle prodotte. Allora:

$$\mu = \frac{N_{\text{part/BX}}}{N_{\text{part/pp}}} = \frac{\text{The average number of detected particles per bunch crossing}}{\text{The average number of detected particles per inelastic pp interaction}}$$

$$N_{\text{hits/BX}} = N_{\text{tubes}} \left[1 - \left(1 - \frac{N_{\text{hits/pp}}}{N_{\text{tubes}}} \right)^\mu \right] \approx \mu N_{\text{hits/pp}} \quad \text{for } \mu \ll 1$$

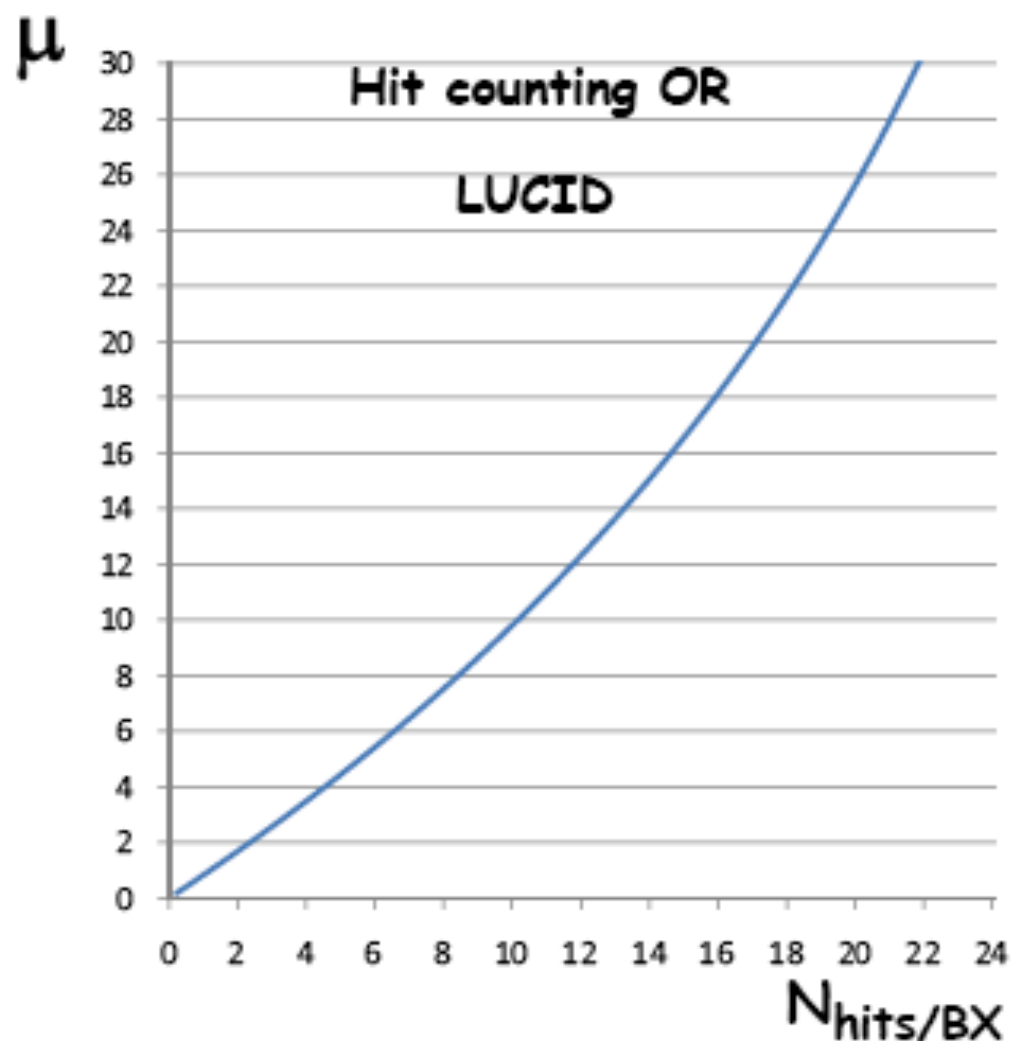
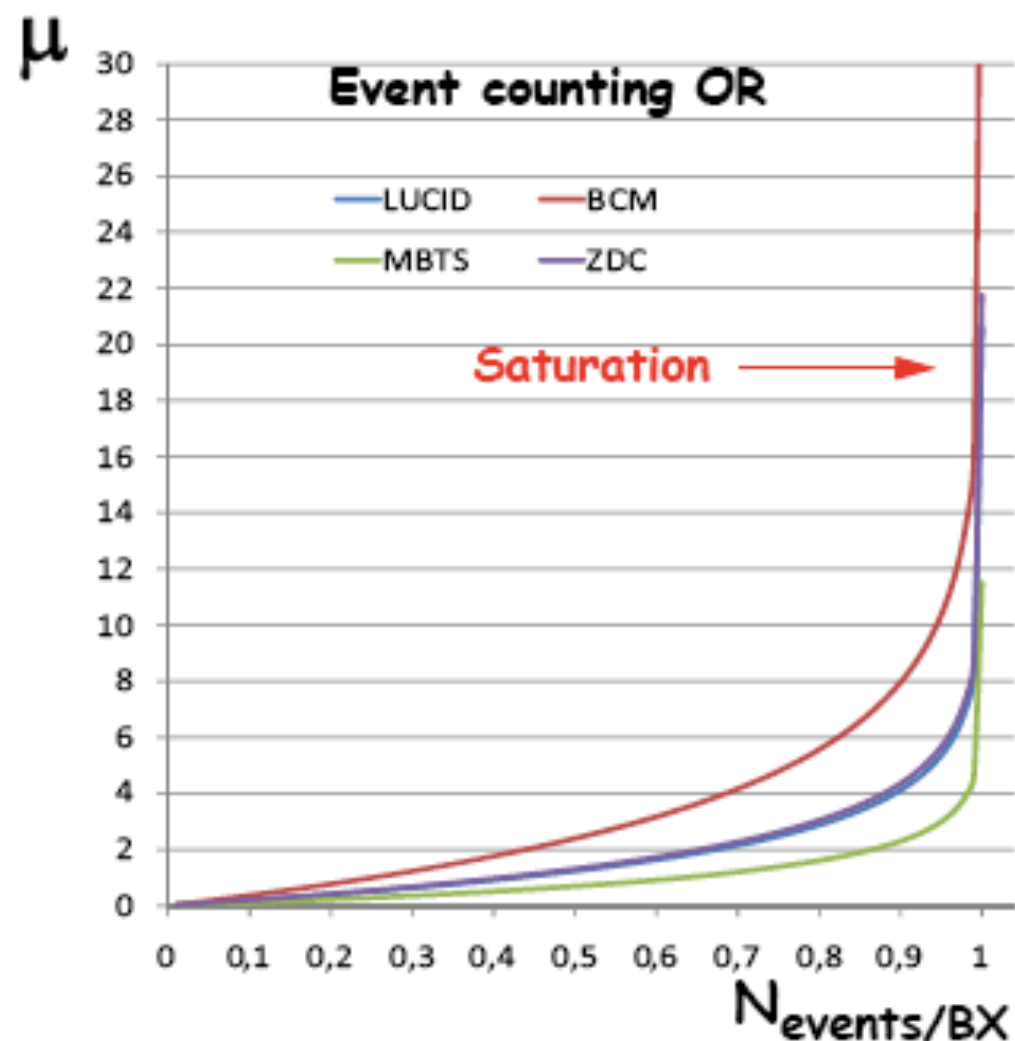
$$\mu = \frac{\ln \left(1 - \frac{N_{\text{hits/BX}}}{N_{\text{tubes}}} \right)}{\ln \left(1 - \frac{N_{\text{hits/pp}}}{N_{\text{tubes}}} \right)}$$

$$L = \frac{f_{\text{BX}}}{\sigma_{\text{in}}} \times \frac{\ln \left(1 - \frac{N_{\text{hits/BX}}}{N_{\text{tubes}}} \right)}{\ln \left(1 - \frac{N_{\text{hits/pp}}}{N_{\text{tubes}}} \right)}$$

Confronto conteggio hit - eventi

$$N_{\text{events/BX}}^{\text{OR}} = 1 - e^{-\epsilon_{\text{sing}} \mu}$$

$$N_{\text{hits/BX}}^{\text{OR}} = N_{\text{tubes}} \left[1 - \left(1 - N_{\text{hits/pp}} / N_{\text{tubes}} \right)^\mu \right]$$



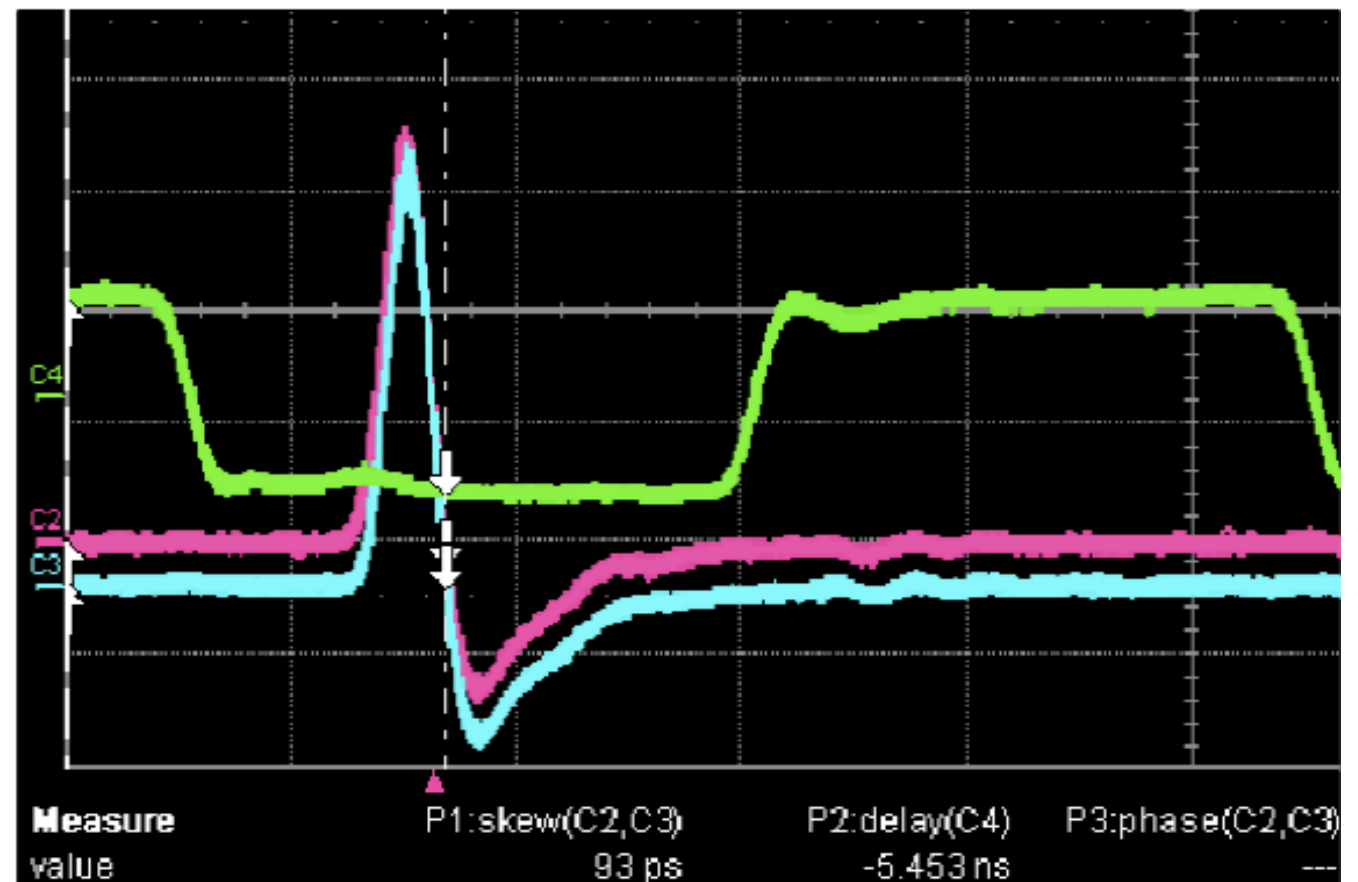
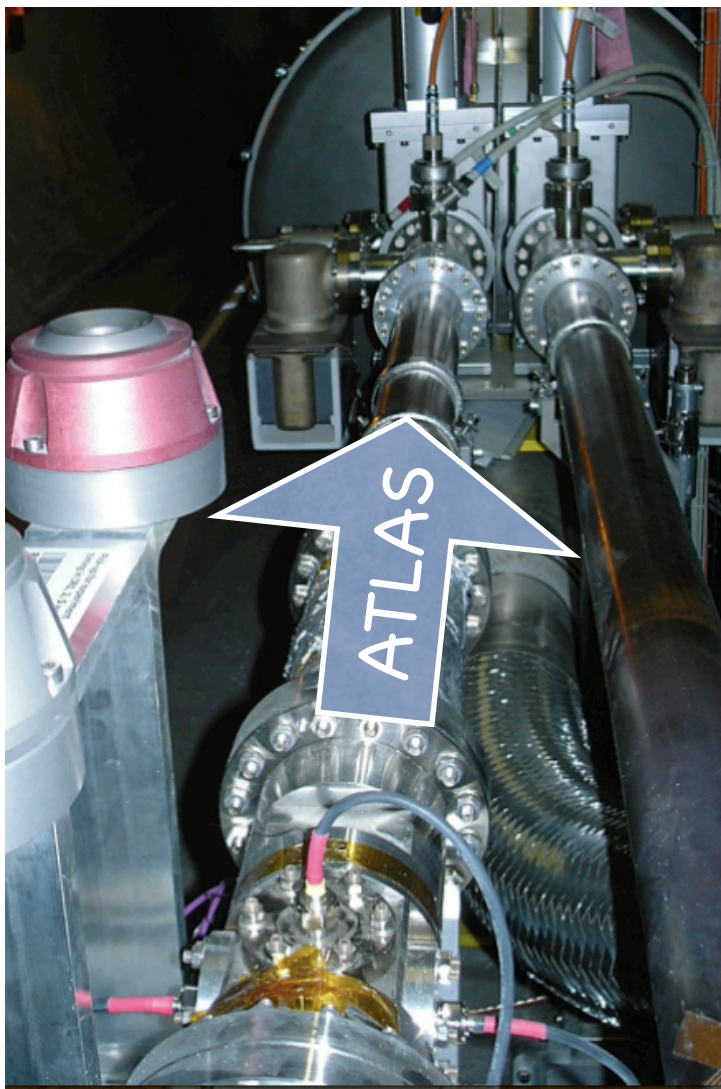
Osservazioni: il conteggio di hit e' affetto meno dagli effetti di saturazione. Un'accettanza minore ritarda la saturazione (ma c'e' meno statistica a disposizione)

Misura della luminosita' in ATLAS

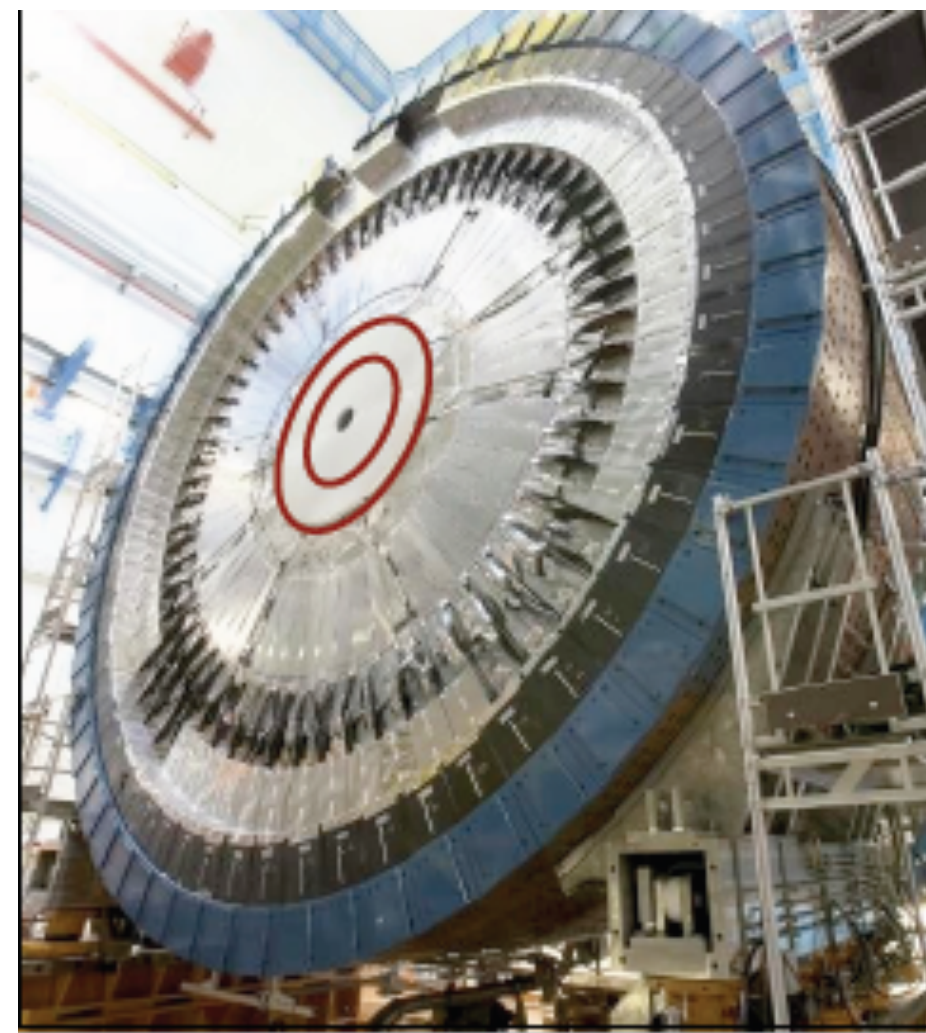
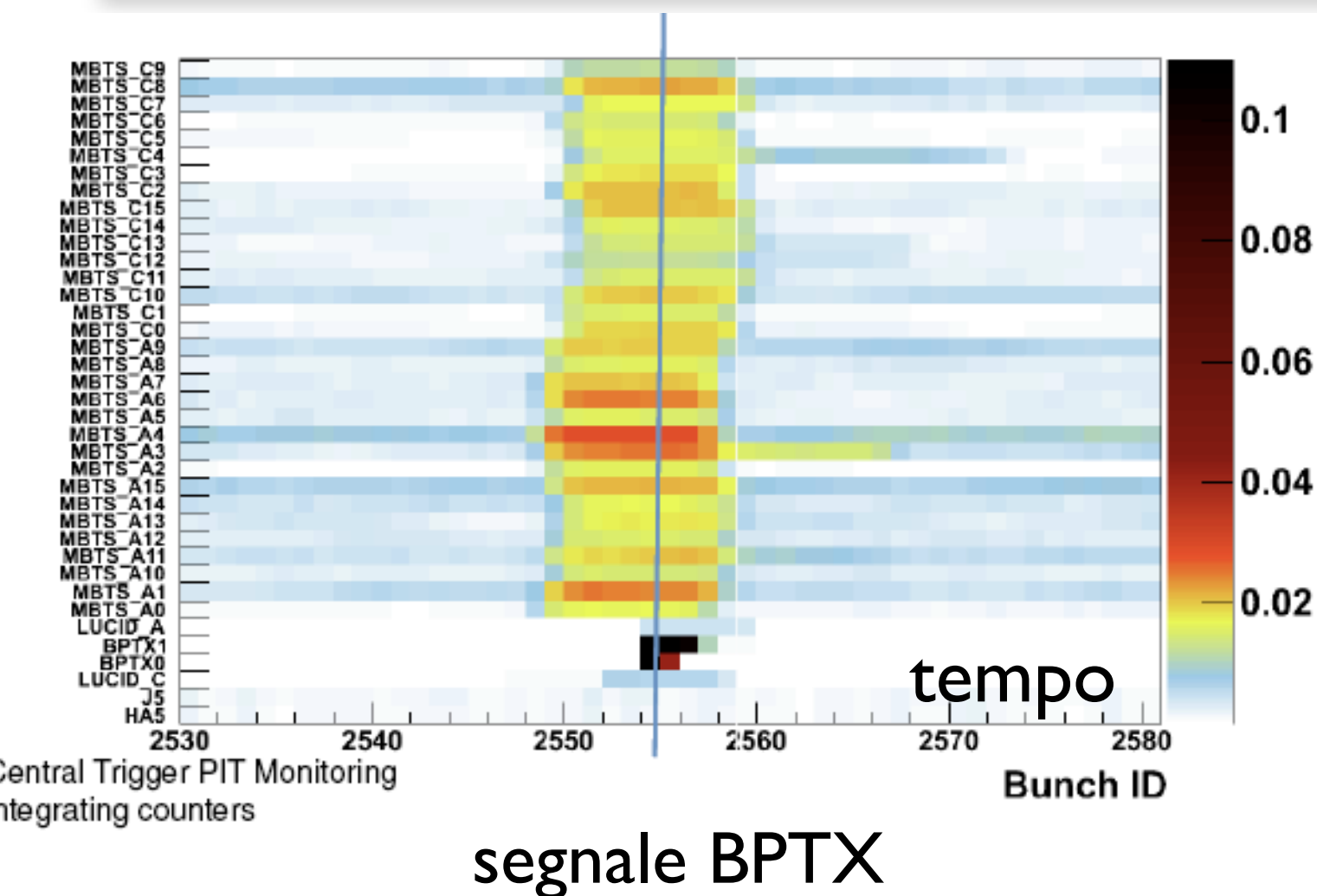
- steps:
 - ✓ osservazione passaggio di protoni
 - ✓ primi eventi da collisione
 - ✓ messa in tempo esperimento
 - ✓ raccolta di eventi di collisione - rimozione fondo
 - ✓ determinazione efficienza rivelatore con la simulazione
 - ✓ determinazione luminosita'
 - ✓ confronto tra rivelatori diversi

Passaggio di protoni

- Beam pickups are electric pads sensitive to the passage of the the bunches and are installed (175m) on both sides of ATLAS



Messa in tempo del trigger



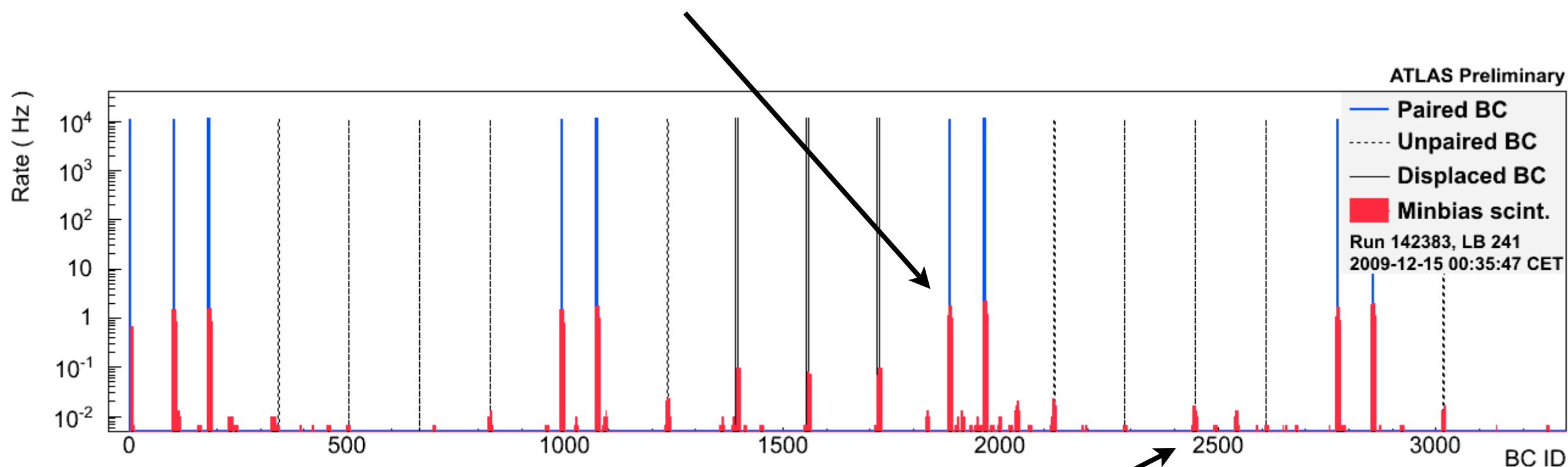
MBTS reminder:

- Late add-on of 2x16 scintillator paddles installed in front of LAr cryostat, on both sides
- For use during initial running
- $2.1 < \eta < 3.8$

Sono collisioni?

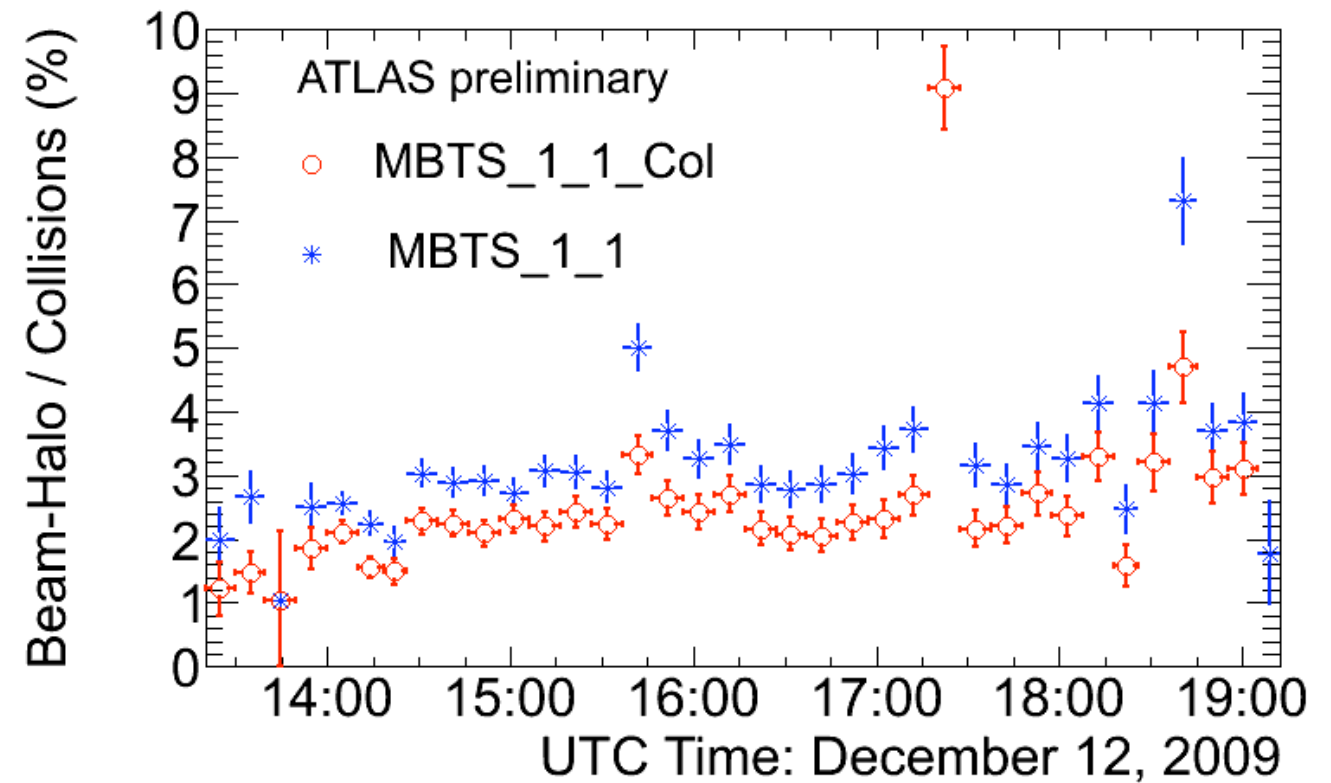
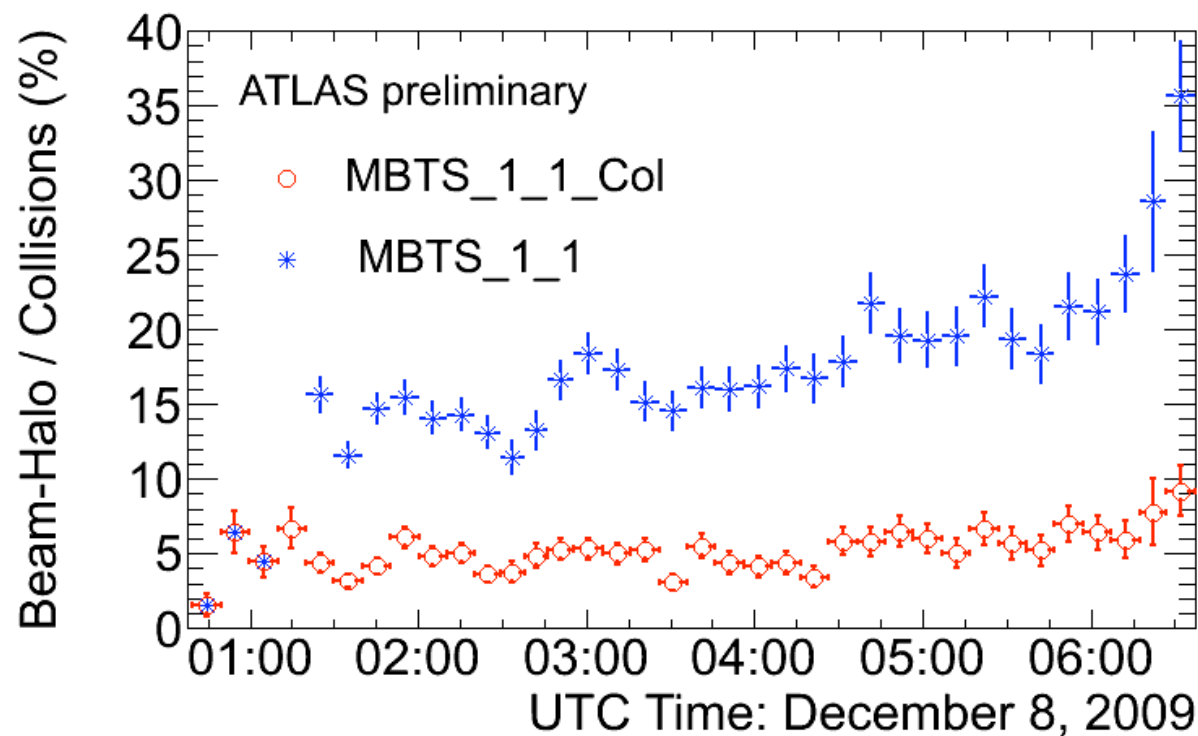
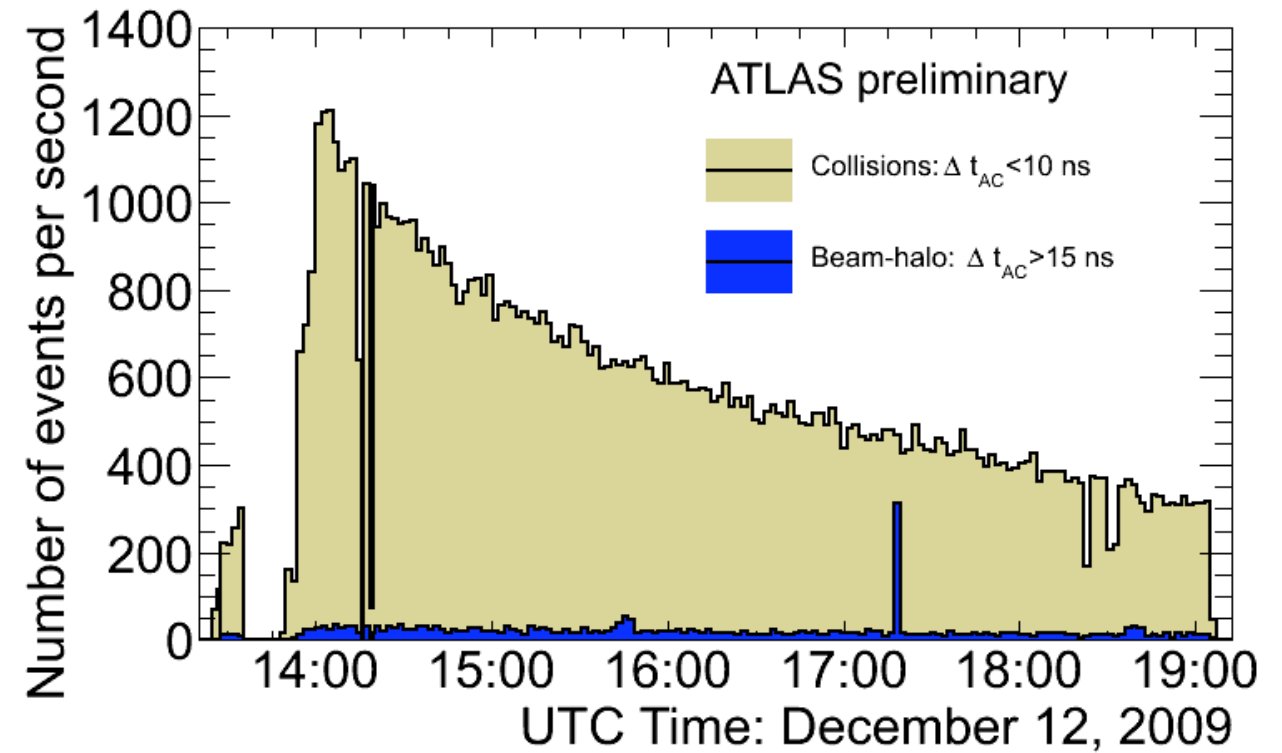
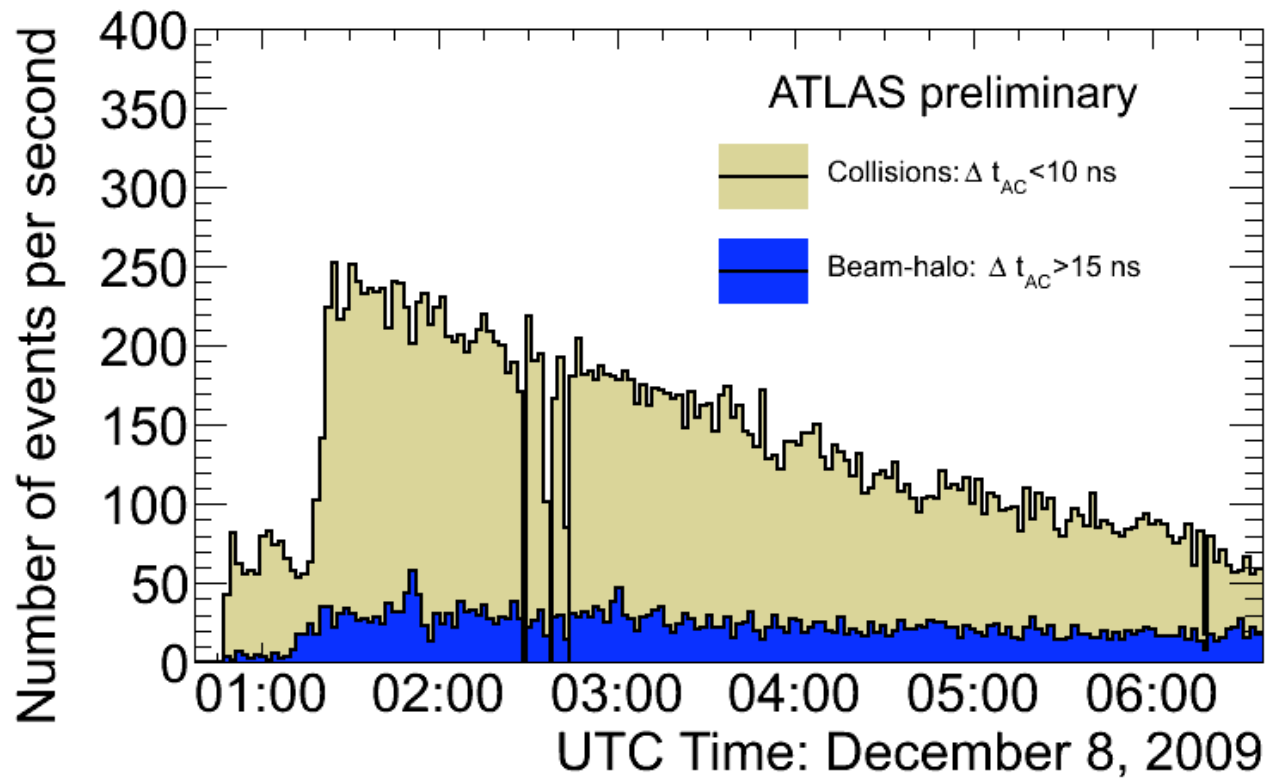
LHC e' stato riempito con 16x16 pacchetti, 8 dei quali si incrociano nel punto di interazione di ATLAS. Ci aspettiamo che la rate di eventi per i pacchetti accoppiati sia molto piu' alta che per pacchetti non accoppiati: il segnale e' dominato da collisioni

MBTS_I_I_Col: contribution from colliding bunches ~ 1 Hz

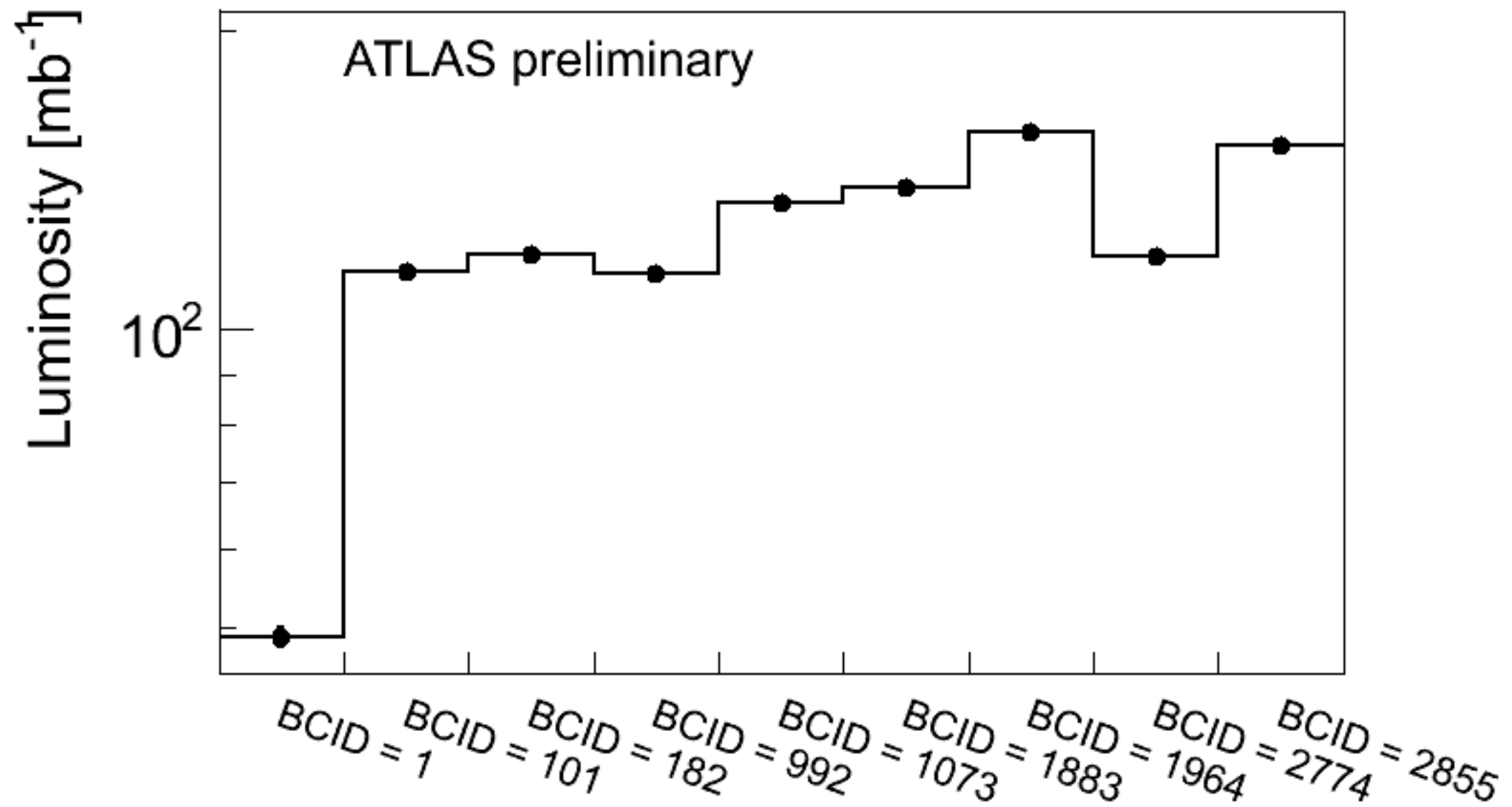


MBTS_I_I: contribution from halo $\sim 10^{-2}$ Hz

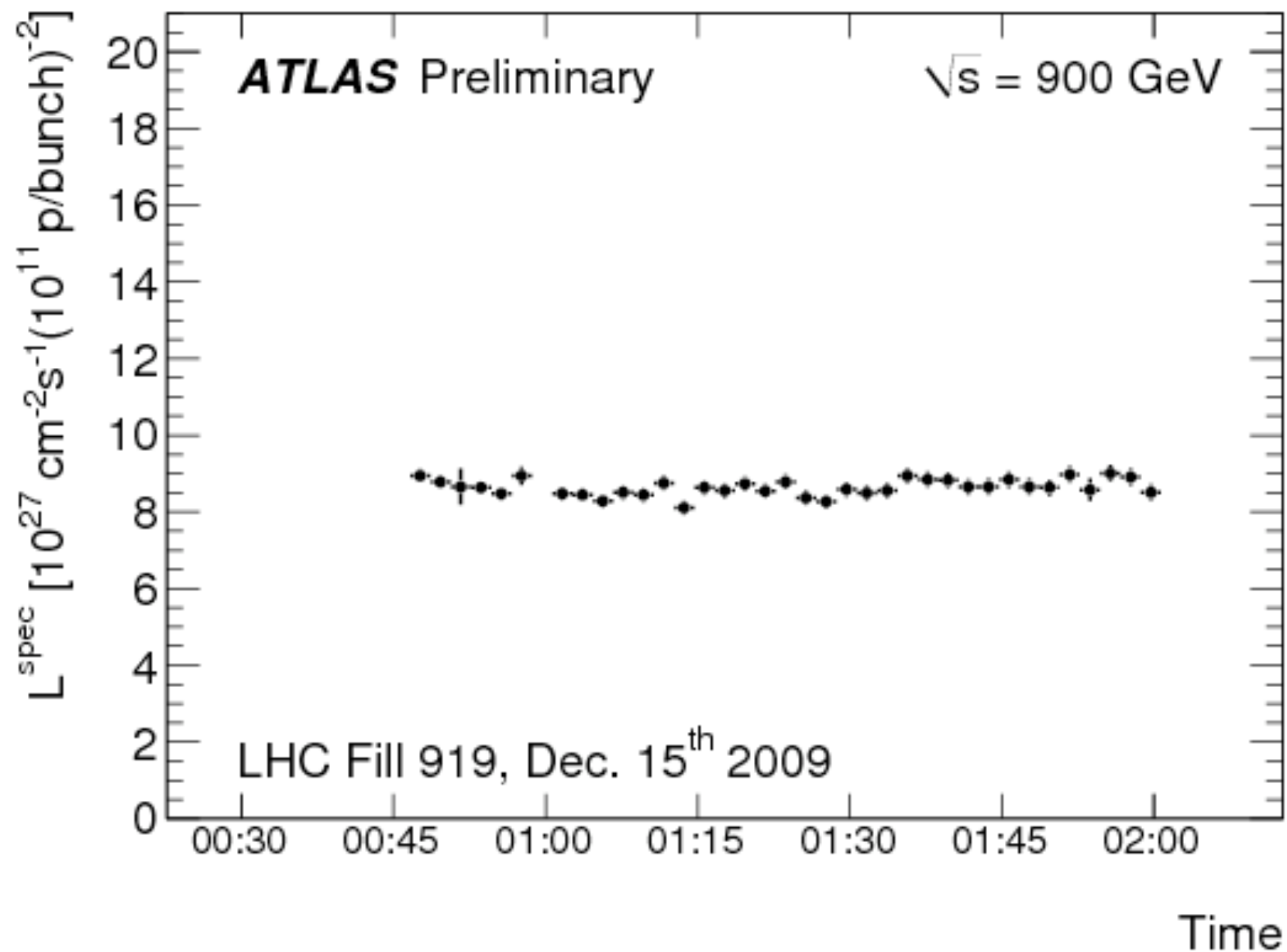
Eventi di collisione e di fondo



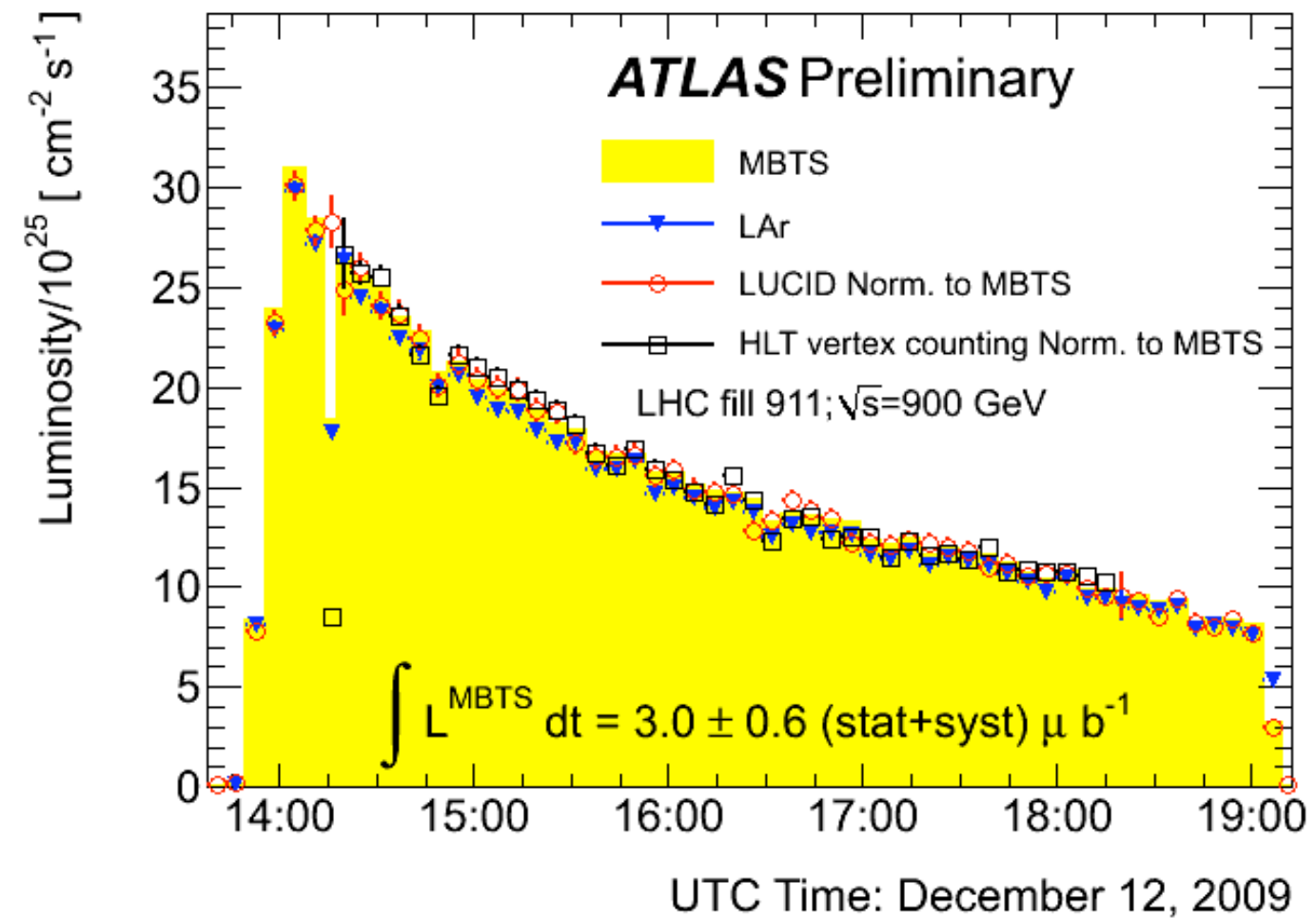
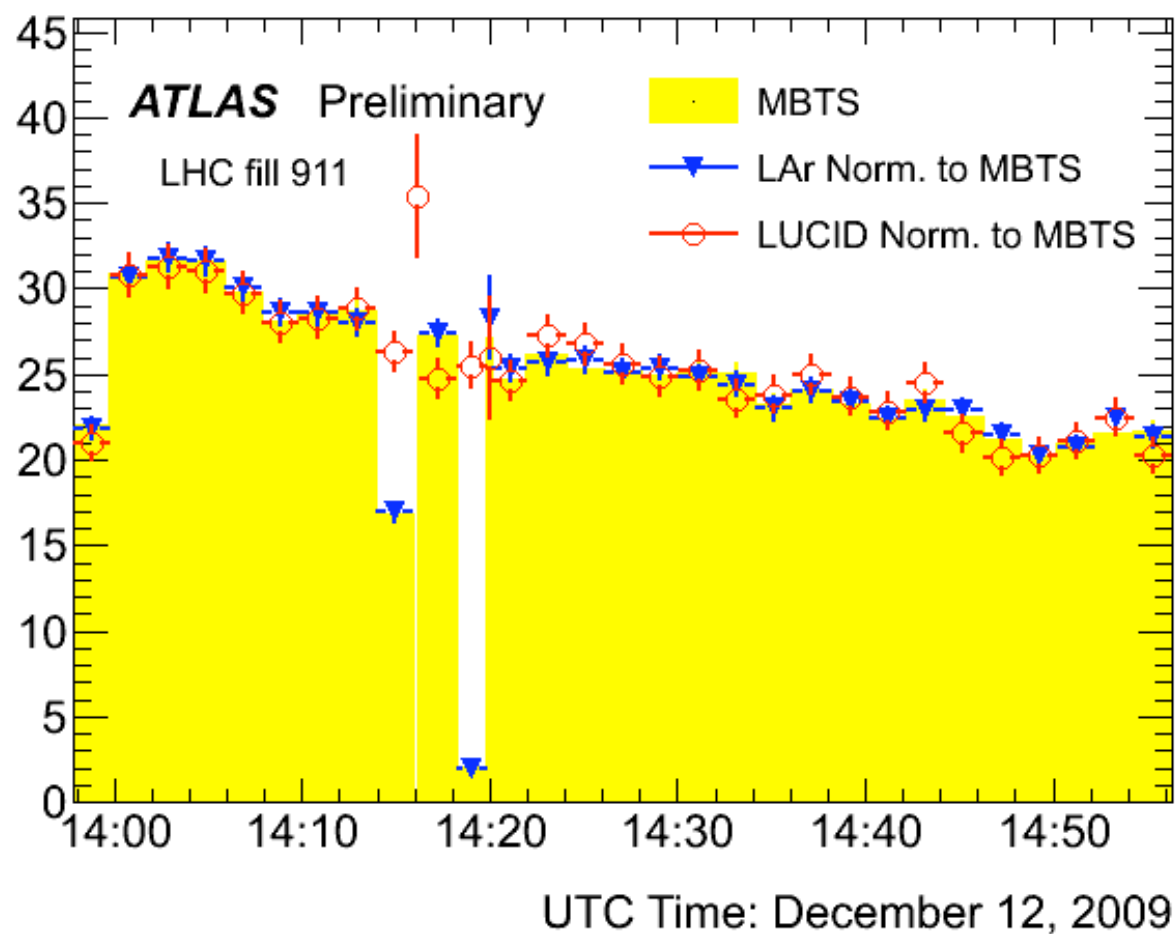
Luminosita' per pacchetto



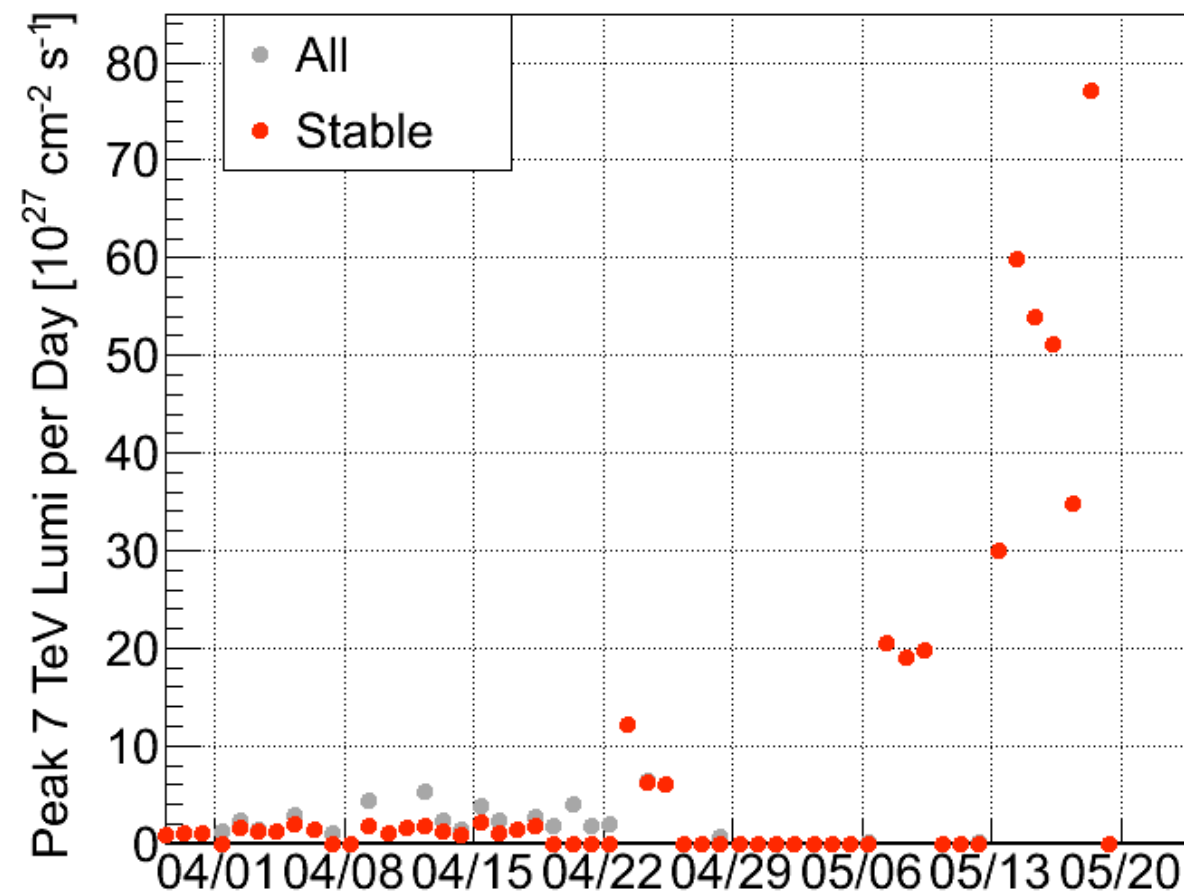
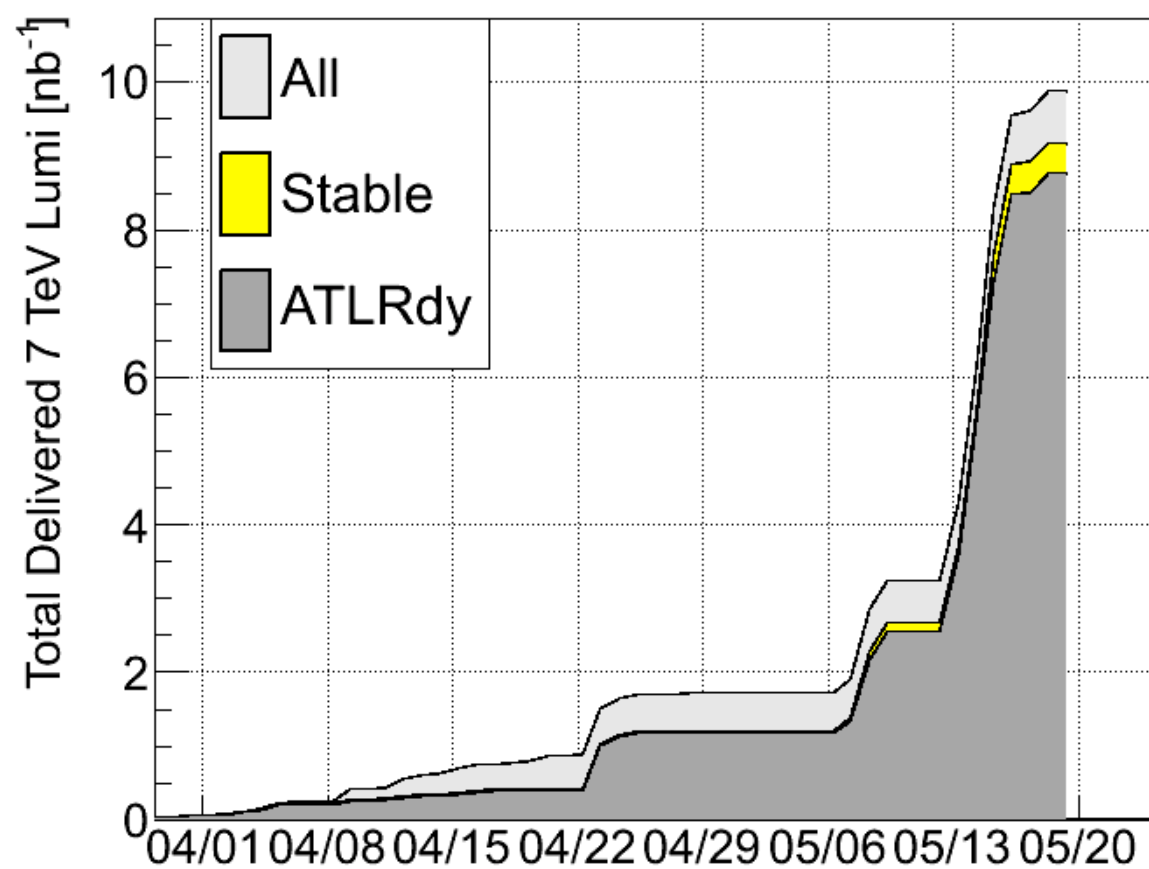
Luminosita' specifica



Confronto tra rivelatori diversi



Prestazioni attuali di LHC



Ricapitolazione

- La luminosita' dipende dall'intesita' dei fasci dalla frequenza di interazione e dalla sezione trasversa dei fasci
- Luminosita' relativa e' fondamentale per conoscere le prestazioni dell'acceleratore
- la luminosita' e' proporzionale alla rate di eventi. Qualunque processo con una rate di alcuni hertz e' sufficiente per valutare la luminosita' relativa
- difficolta' stima dell'efficienza
- saturazione

Luminosita' assoluta

- Le misure di luminosita' relativa descritte fin ora sono affette da una grande incertezza sulla scala assoluta dovuta alla simulazione monte carlo necessaria a valuta l'efficienza e la la sezione d'urto totale
- Ci sono 2(3) metodi per ottenere la normalizzazione assoluta in modo
 - ✓ Teorema ottico
 - ✓ metodo di Van der Meer

Applicazione teorema ottico

$$\sigma_{el} = \frac{\pi \hbar^2}{p^2} |f(\theta)|^2 = \frac{\pi \hbar^2}{p^2} [(\Re f(\theta))^2 + (\Im f(\theta))^2]$$

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi \hbar}{p} \Im(f(\theta = 0))$$

$$\frac{\sigma_{tot}^2}{\sigma_{el}} = \frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{(\Re(f(\theta = 0)))^2}{(\Im(f(\theta = 0)))^2} \right]$$

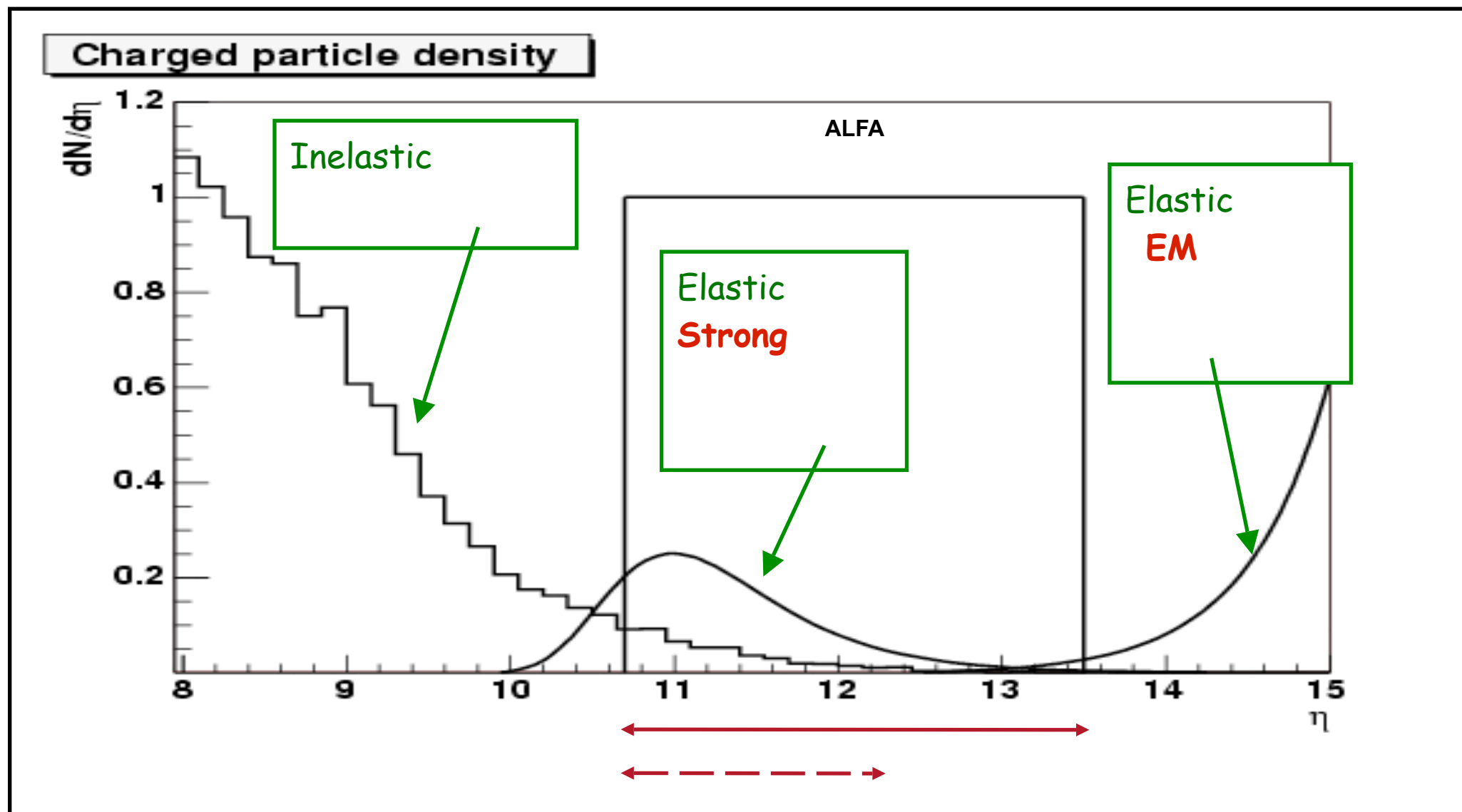
Se possiamo misurare la sezione d'urto elastica nel limite di angolo zero, possiamo fare una misura indipendente della sezione d'urto totale e quindi estrarre la luminosità'. Il rapporto della parte immaginaria e reale di f deve essere calcolato (LHC $\sim 0.1 \pm 0.02$)

Molteplicita di particelle vs theta

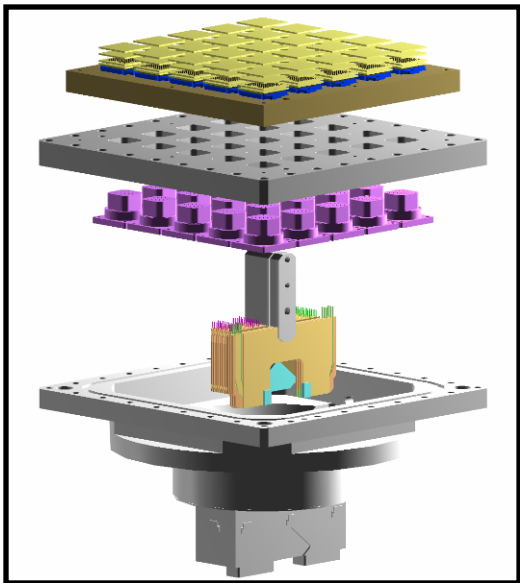
diffusione elettromagnetica

$$t \ll 1 \quad t \sim (p\theta)^2$$

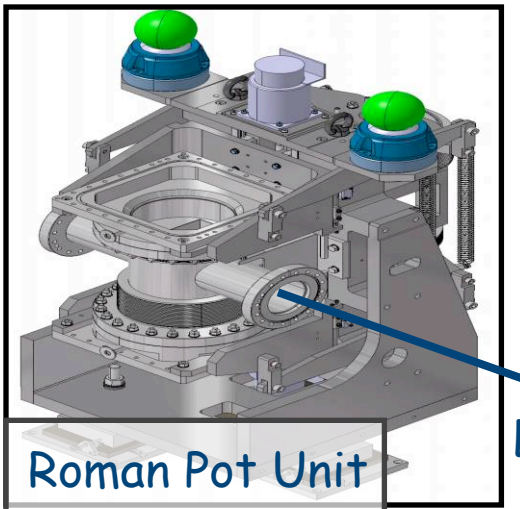
$$\frac{dN}{dt} = L\pi |F_C + F_N|^2 = L \left(\frac{4\pi\alpha^2 (\hbar c)^2}{|t|^2} - \frac{\alpha\rho\sigma_{tot} e^{-B|t|/2}}{|t|} + \frac{\sigma_{tot}^2 (1 + \rho^2) e^{-B|t|}}{16\pi (\hbar c)^2} \right)$$



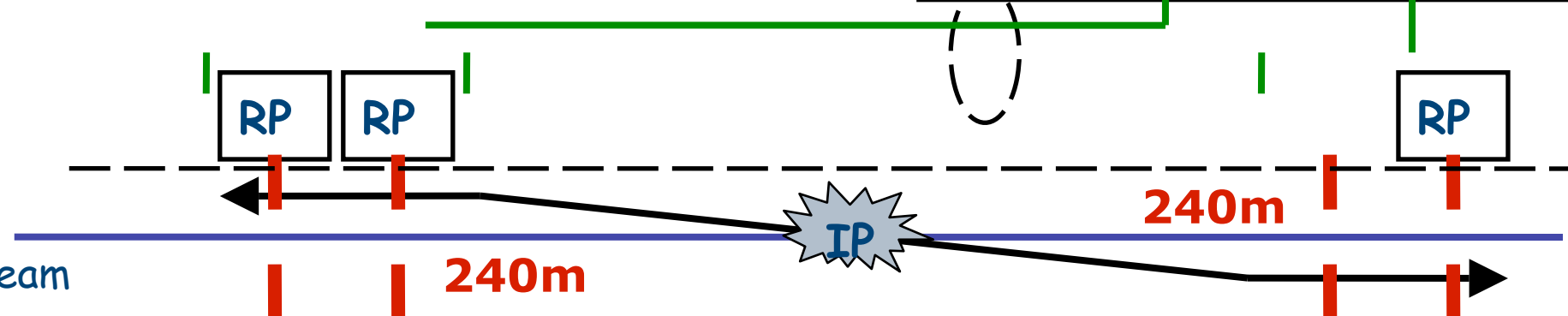
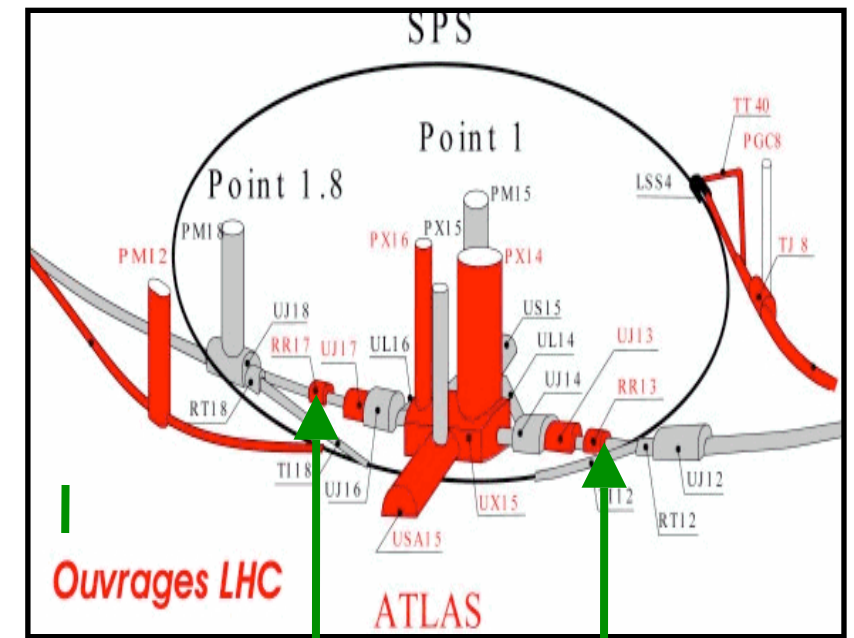
Rivelatore: roman pot



Concetto: tracciatore di fibre scintillanti estremamente vicino al fascio
(Non ancora installato)

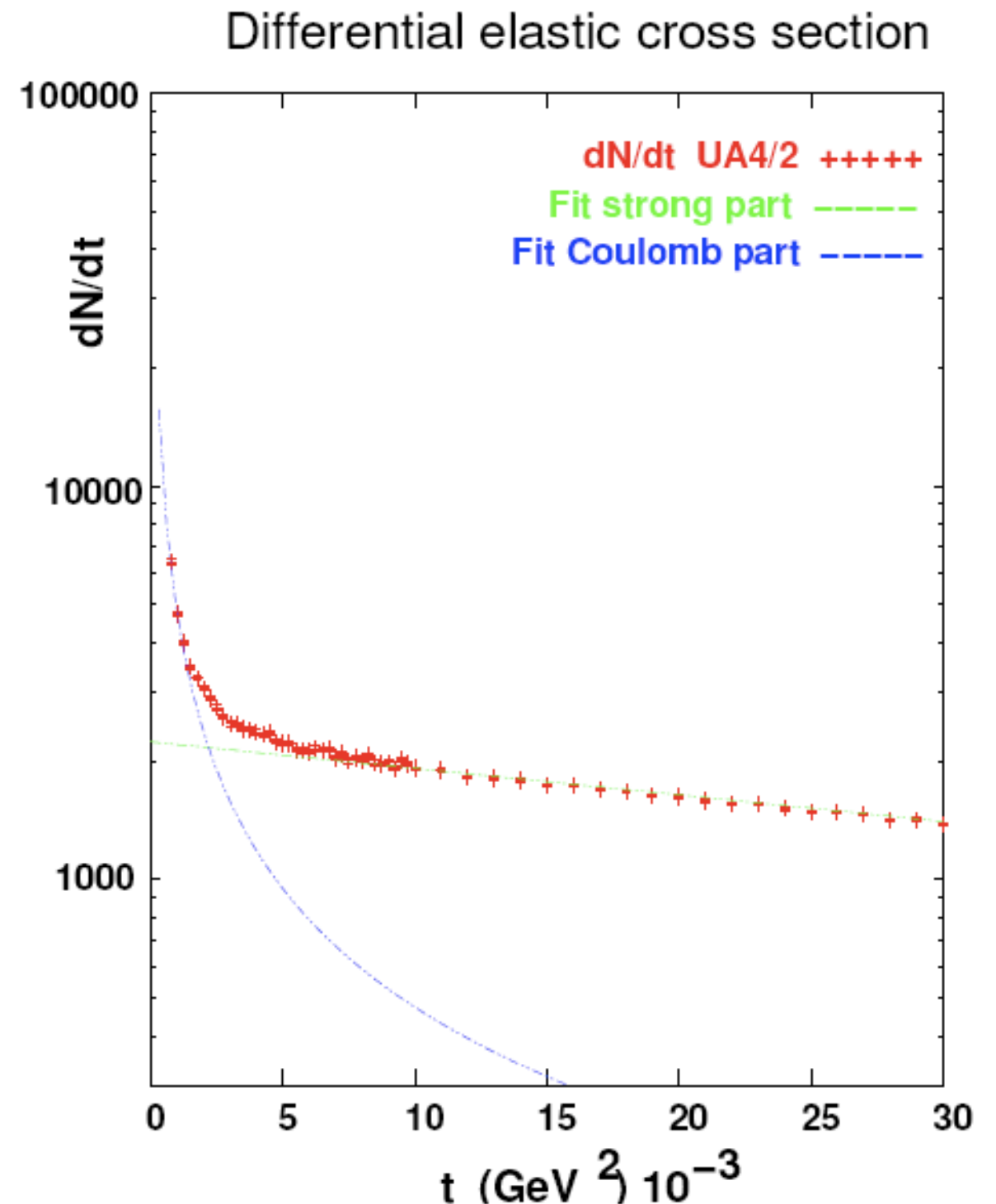


LHC Beam



Fit alla sezione d'urto elastica

Facendo un fit in t alla sezione d'urto elastica, si possono estrarre tutti i parametri necessari alla misura della luminosita'.



Luminosita' beam separation

$$\mathcal{L} = n_b \cdot f_r \cdot N_1 \cdot N_2 \int \rho_1(x, y) \cdot \rho_2(x, y) dx dy$$

dove, n_b e' il numero di pacchetti, f_r la frequenza di rivoluzione, N_1 e N_2 sono il numero di particelle rispettivamente nel pacchetto del fascio 1 e 2. $\rho(x, y)$ e' la densita' di particelle nel piano trasverso, tale che:

$$\int \rho(x, y) dx dy = 1$$

nell'ipotesi che non ci sia correlazione in x e y la luminosita' si riduce a

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= n_b \cdot f_r \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot I_x(\rho_1(x) \cdot \rho_2(x)) \cdot I_y(\rho_1(y) \cdot \rho_2(y)) \\ I_x(\rho_1(x) \cdot \rho_2(x)) &= \int \rho_1(x) \cdot \rho_2(x) dx \end{aligned}$$

Fasci con profilo gaussiano

Nel caso in cui la densita' di particelle dei fasci sia rappresentata da una Gaussiana:

$$G(x, \sigma, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

possiamo calcolare esplicitamente l'integrale di convoluzione ottenendo:

$$I_x(G_1(x, \sigma_1, \mu_1 = 0) \cdot G_2(x, \sigma_2, \mu_2 = 0)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Sigma_x}}$$

da cui si ricava l'espressione generale della luminosita':

$$\mathcal{L} = n_b \cdot f_r \cdot \frac{N_1 \cdot N_2}{2\pi \cdot \Sigma_x \cdot \Sigma_y}$$

notare che $\Sigma_{x(y)}$ e' la sigma di convoluzione e non la sigma del fascio. Nel caso di fasci uguali $\Sigma_{x(y)} = \sqrt{2}\sigma_{x(y)}$ da cui:

$$\mathcal{L} = n_b f_f \frac{N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y}$$

Metodo di Van der Meer

Il metodo proposto da Van der Meer (1968 - ISR) per misurare la luminosita' assoluta consiste nel misurare direttamente l'integrale di convoluzione. Poiche' la rate di interazione e' proporzionale alla luminosita', lo sara' anche l'integrale di convoluzione. Nel caso in cui i due fasci non siano in asse ma i loro centri siano separati di una distanza h , avremo:

$$R(h) = A \cdot I_x(\rho_1(x) \cdot \rho_2(x-h))$$

dove $R(h)$ e' la rate di interazione quando i fasci sono separati di h , ed A e' una costante di proporzionalita' sconosciuta.

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(h) dh = A \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \rho_1(x) \rho_2(x-h) dx \right] dh =$$

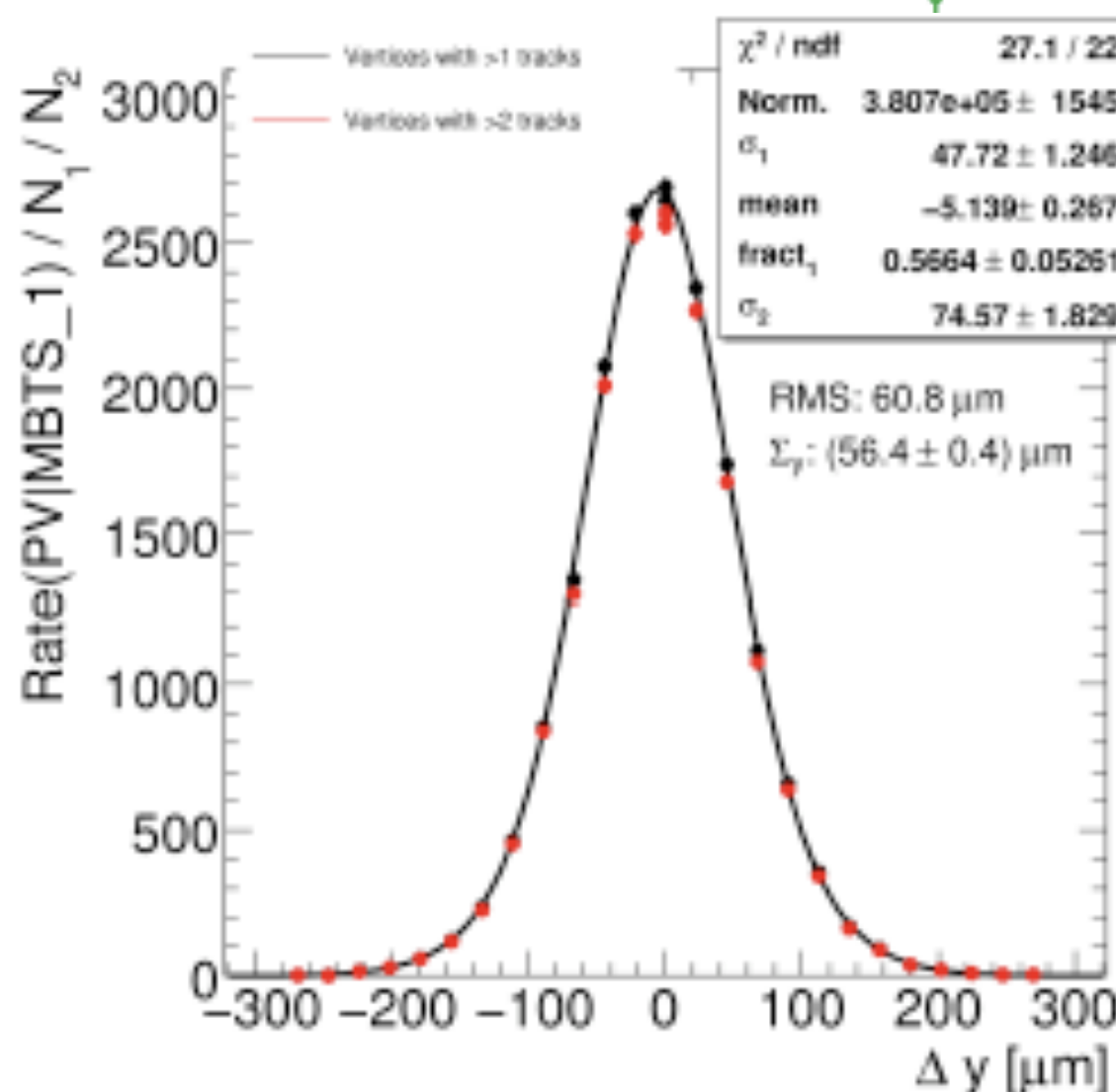
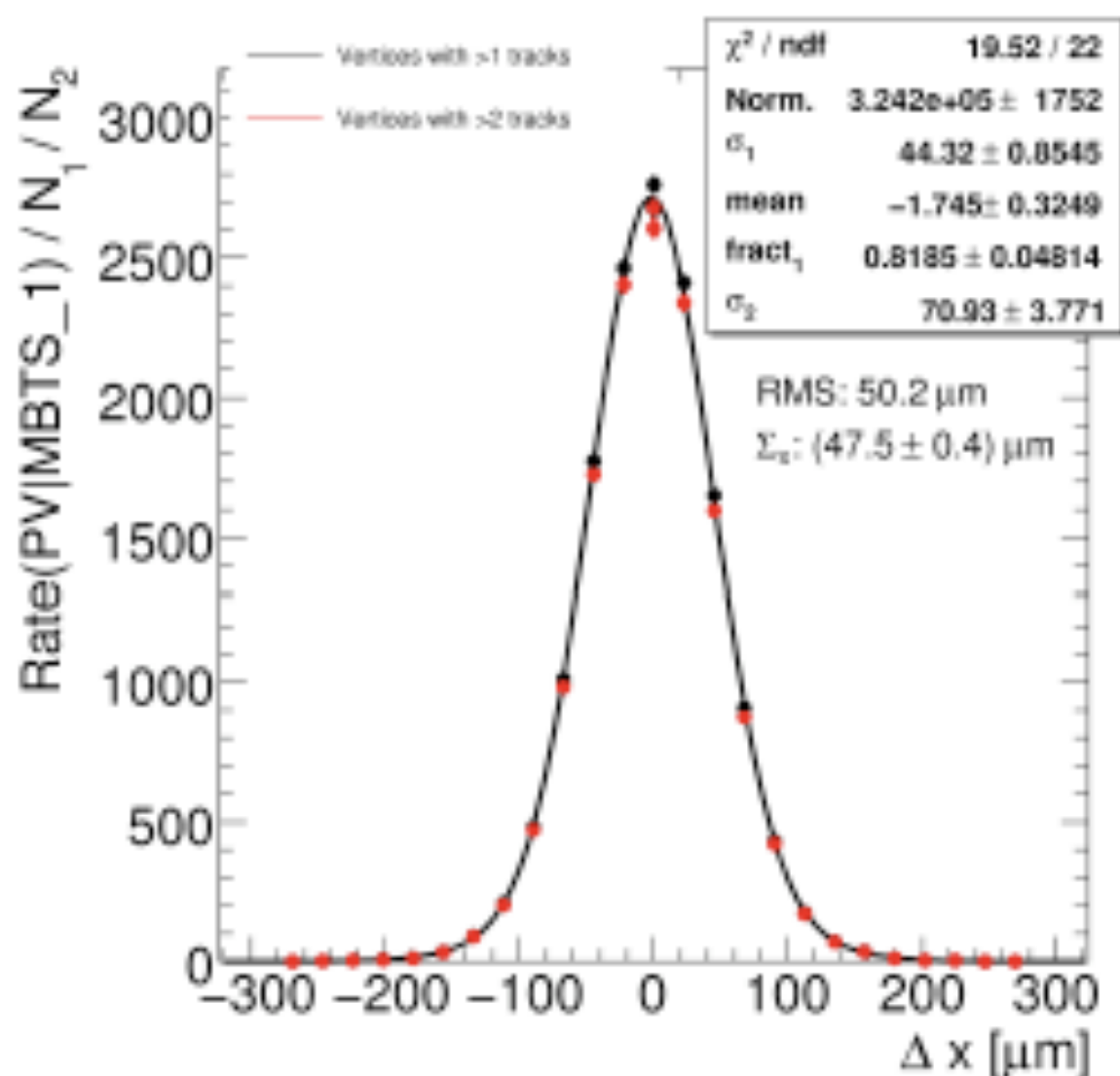
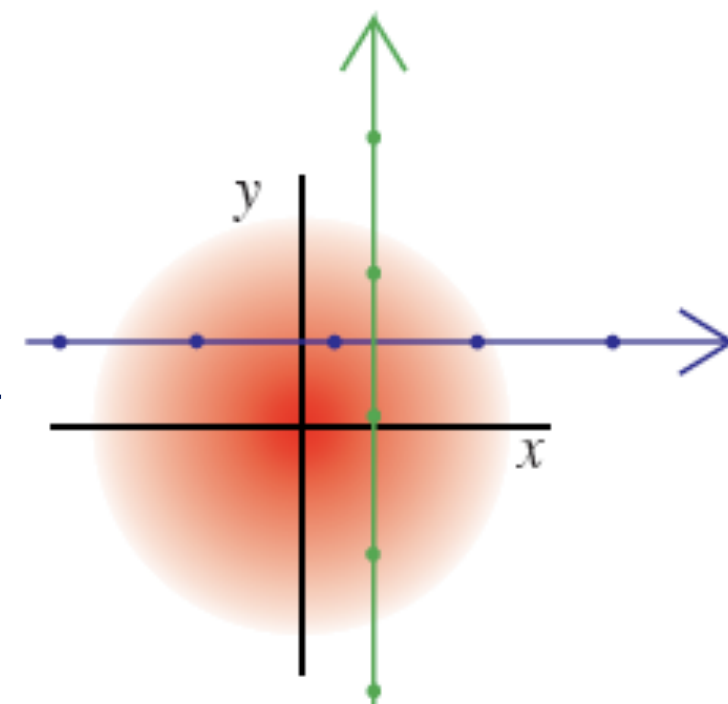
$$A \int_{-\infty}^{\infty} \rho_1(x) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \rho_2(x-h) dh \right] dx = A \int_{-\infty}^{\infty} \rho_1(x) dx = A$$

da cui otteniamo che l'integrale di covoluzione e' dato da:

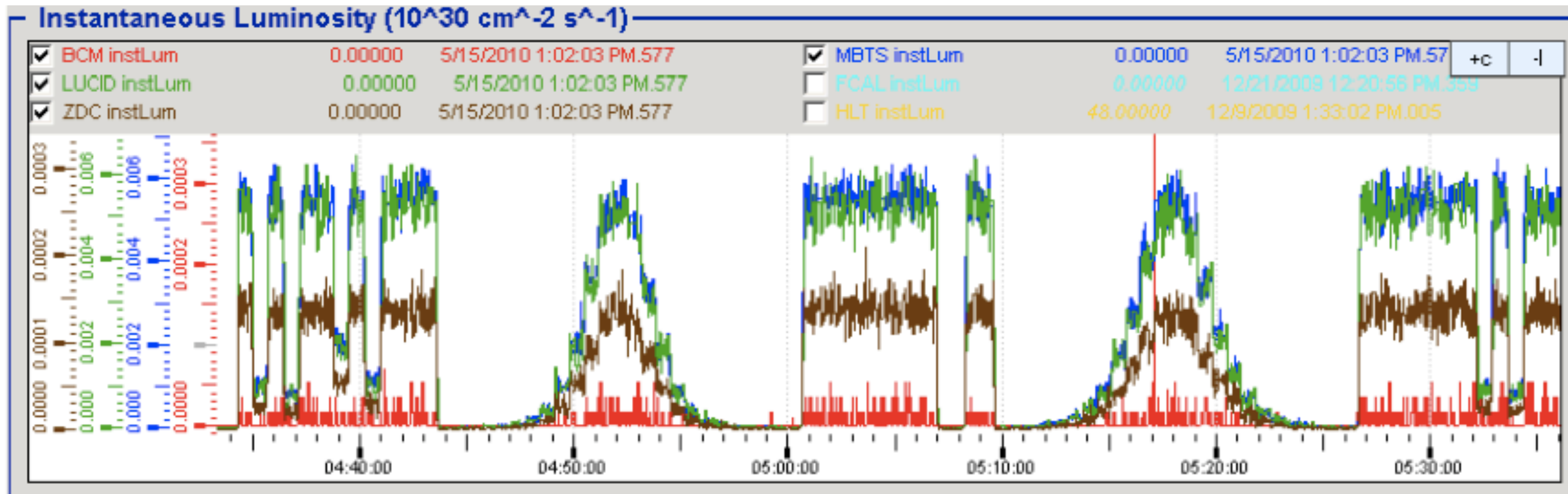
$$I_x(\rho_1(x) \cdot \rho_2(x)) = \frac{R(0)}{\int R(h) dh}$$

Metodo di Van der Meer

E' un metodo molto potente. Non e' stata fatta nessuna ipotesi sulla densita' dei fasci. Sperimentalmente si misura la rate di interazione in funzione della separazione e si calcola l'area sotto la curva



Evoluzione temporale dello scan



Metodo di Van der Meer: sistematiche

$$\mathcal{L} = n_b \cdot f_r \cdot N_1 \cdot N_2 \int \rho_1(x,y) \cdot \rho_2(x,y) dx dy$$

incertezze sistematiche:

1. numero di particelle per pacchetto: attualmente ~5% singolo fascio, ~7% sul prodotto

2. incertezza sulla scala delle lunghezze:

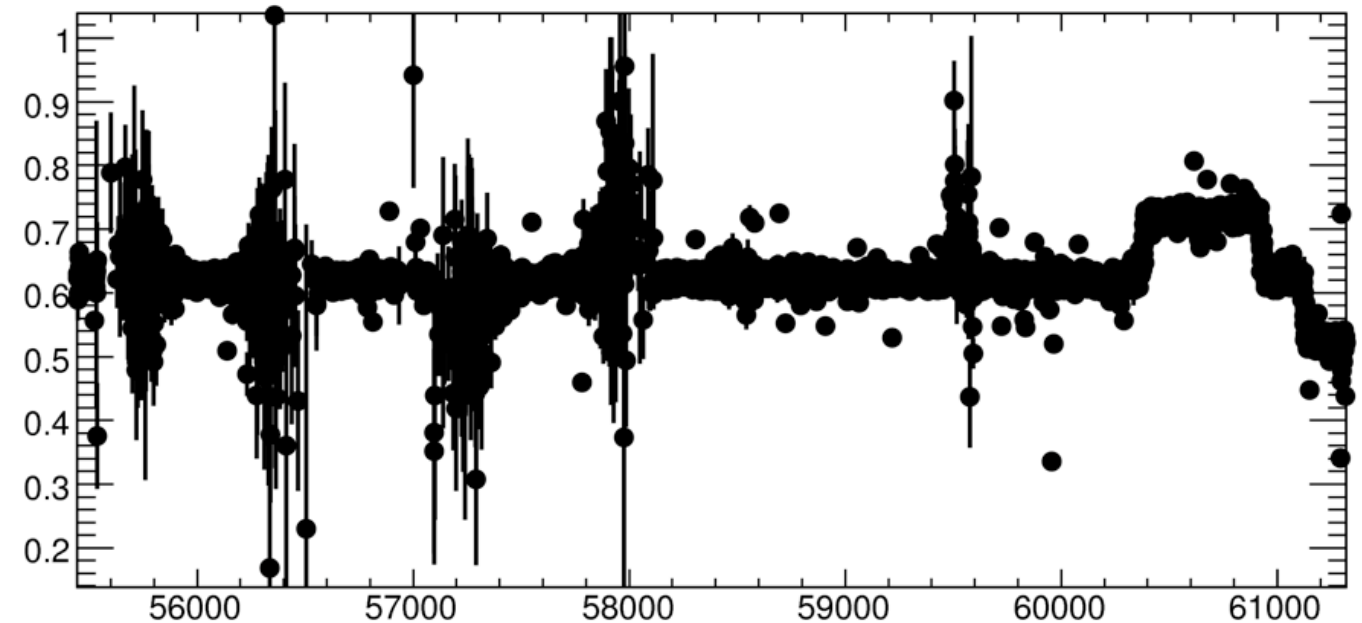
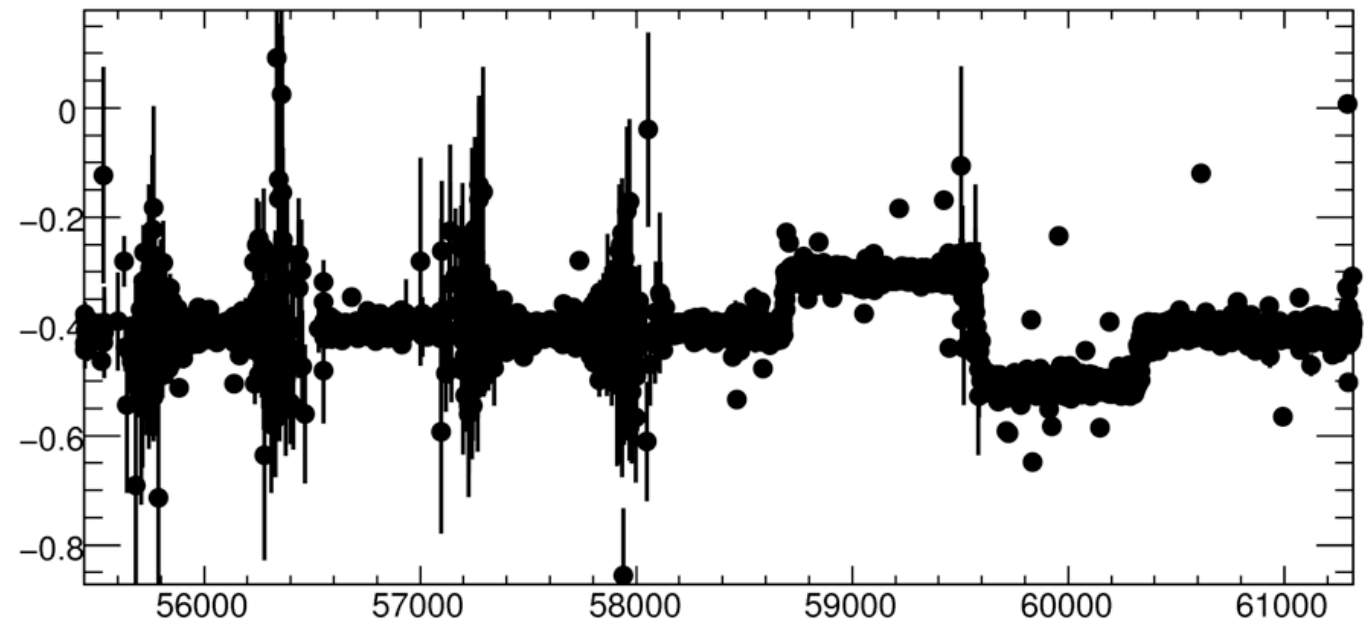
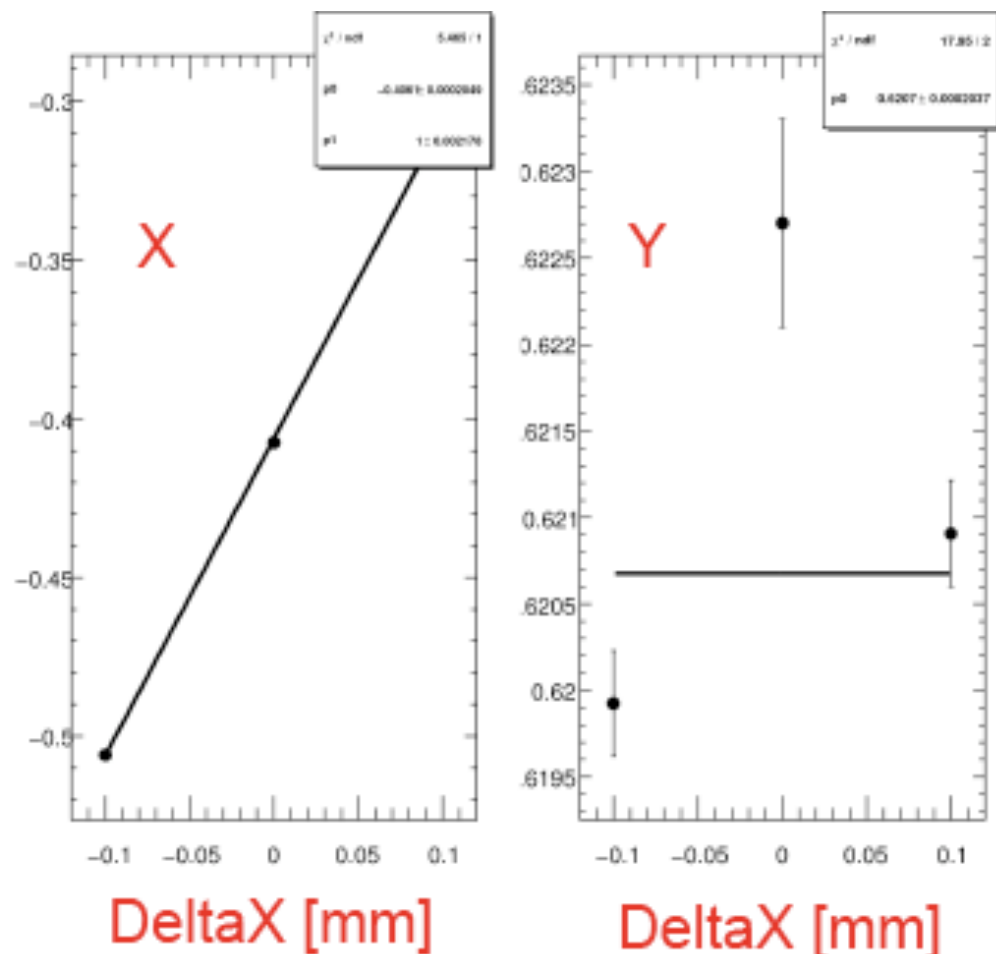
1. determinata dalla configurazione dei magneti dell'acceleratore

2. verificata dagli esperimenti misurando la posizione dei vertici primari

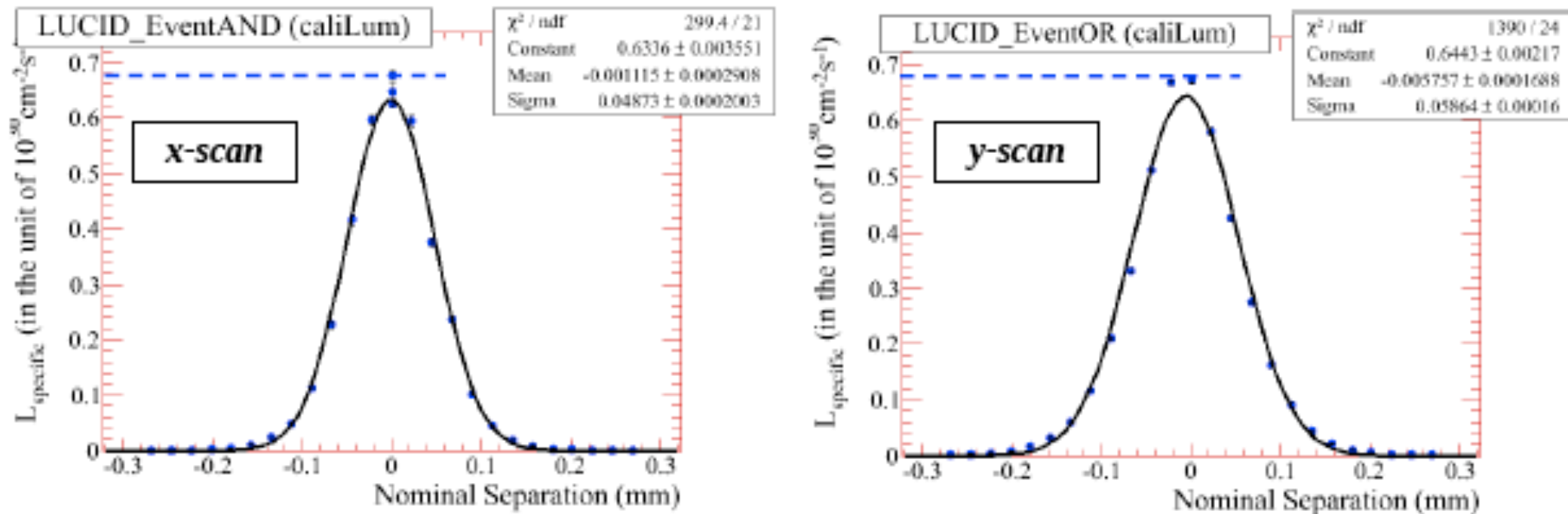
3. correlazioni tra x-y

verifica della scala delle lunghezze

entrambi i fasci vengono mossi nella stessa direzione di una quantità definita dalla posizione dei magneti. si misura la posizione del valore centrale della distribuzione dei vertici primari.



Calibrazione assoluta



- Use measured Σ to predict \mathcal{L}_{sp}
 - \mathcal{L}_{sp} predicted from Σ fits: 0.677×10^{30}
 - \mathcal{L}_{sp} using MC normalization 0.62 to 0.68×10^{30}
 - **Agreement to better than 10%!**
 - Warning: Very preliminary result; still lots to do!

Ricapitolazione

- la misura della luminosità assoluta è basata su 2 metodi:
 - ✓ teorema ottico e scattering elettromagnetico, eliminano il problema della stima della sezione d'urto totale
 - ✓ metodo di Van der Meer basato sulla misura esplicita dell'integrale di convoluzione dei due fasci
- Terzo metodo:
 - ✓ Misura di una sezione d'urto ben nota teoricamente e misurabile con ottima precisione per normalizzare la scala assoluta:
 - ◆ $W \rightarrow l\nu$ $Z \rightarrow ll$

Sommario

- definito in modo rigoroso la luminosita' come funzione delle caratteristiche del fascio e dell'integrale di convoluzione dei fasci
- discusso misure di luminosita' relative e metodi di conteggio
 - ✓ conteggio di eventi e conteggio di hit
- discusso i metodi di misura della luminosita' assoluta
 - ✓ teorema ottico e diffusione elettromagnetica
 - ✓ misura diretta dell'itegrale di convoluzione col metodo di Van der Meer

Bibliografia

- diffusione da potenziale:
 - ✓ Perkins/Sakurai
 - ✓ appunti Prof. Dionisi Università' Roma 1
 - ✓ appunti Prof. Ceradini Università' Roma 3
- Cinematica e molteplicità' di particelle:
 - ✓ Dan Green "High p_T Physics at hadron colliders" Cambridge Press
 - ✓ J.F. Grosse-Oetringhaus, K. Reygers arXiv:0912.0023