

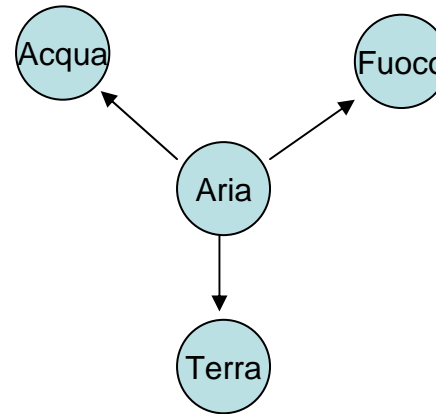
Capitolo 2: Metodologie della Fisica Nucleare e Subnucleare

Fisica Nucleare e Subnucleare I
Prof. Carlo Dionisi
A.A. 2004-2005

I Greci

- **Anassimene (~ 596-525 a. c.)**

Tutte le forme di materia sono
Ottenute condensando
O rarefacendo l'aria



- **Empedocle (~ V^o secolo a. c.)**

Quattro Elementi Fondamentali :
Terra, Acqua, Aria e Fuoco



- **Democrito (~ 460-360 a. c.)**

Ciascuna specie di materiale puo' essere suddiviso in pezzi sempre piu' piccoli fino a raggiungere un limite al di la' del quale **NON E' POSSIBILE** andare.

Questo **ATOMO** ($\alpha\tau\omicron\mu\omicron\zeta$ = non divisibile) invisibile ad occhio nudo, per Democrito era la **PARTICELLA di BASE** costituente della materia.

I “Chimici”

- Per 2400 anni questa idea dell' atomo e' rimasta solo una speculazione.
- All' inizio del diciannovesimo secolo si ebbero le prime Evidenze Sperimentali (Dalton, Avogadro, Faraday)
 - 1) $M_{\text{grammo molecola}} = N_A \times M_{\text{molecola}}$
 - 2) $F = 96500 \text{ C/mole} = N_A \times e$
 $e = \text{carica elettrica elementare}$

I "Chimici" cont

- La costante N_A e' il Numero di Avogadro:
 $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1}$

- Tavola di Mendeleev
 A intervalli regolari si presentano elementi con proprieta' chimiche analoghe (1868-1869)

- $e = F / N_A = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Table 1.4 A tribute to Dmitri Mendeleev (1834–1907), the discoverer of the periodic nature of the chemical properties of the elements.

1 H 1.008																	2 He 4.003				
3 Li 6.941	4 Be 9.012	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> Z Chemical symbol † Atomic Weight </div>														5 B 10.811	6 C 12.011	7 N 14.007	8 O 15.999	9 F 18.998	10 Ne 20.180
11 Na 22.990	12 Mg 24.305	The isotope $^{12}_6\text{C}$ is assigned an atomic mass of exactly 12 unified atomic mass units.														13 Al 26.981	14 Si 28.086	15 P 30.974	16 S 32.066	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
19 K 39.098	20 Ca 40.078	21 Sc 44.956	22 Ti 47.88	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.938	26 Fe 55.847	27 Co 58.933	28 Ni 58.69	29 Cu 63.546	30 Zn 65.39	31 Ga 69.723	32 Ge 72.61	33 As 74.922	34 Se 78.96	35 Br 79.904	36 Kr 83.80				
37 Rb 85.468	38 Sr 87.62	39 Y 88.906	40 Zr 91.224	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc 101.07	44 Ru 102.91	45 Rh 106.42	46 Pd 107.87	47 Ag 112.41	48 Cd 114.82	49 In 118.71	50 Sn 121.75	51 Sb 127.60	52 Te 126.90	53 I 126.90	54 Xe 131.29				
55 Cs 132.91	56 Ba 137.33	57–71 La series	72 Hf 178.49	73 Ta 180.95	74 W 183.85	75 Re 186.21	76 Os 190.2	77 Ir 192.22	78 Pt 195.08	79 Au 196.97	80 Hg 200.59	81 Tl 204.38	82 Pb 207.21	83 Bi 208.98	84 Po	85 At	86 Rn				
87 Fr	88 Ra	89–103 Ac series	(104)	(105)	(106)	(107)	(108)	(109)													
Lanthanide series		57 La 138.91	58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.24	61 Pm	62 Sm 150.36	63 Eu 151.97	64 Gd 157.25	65 Tb 158.93	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93	68 Er 167.26	69 Tm 168.93	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97					
Actinide series		89 Ac	90 Th 232.04	91 Pa	92 U 238.03	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lw					

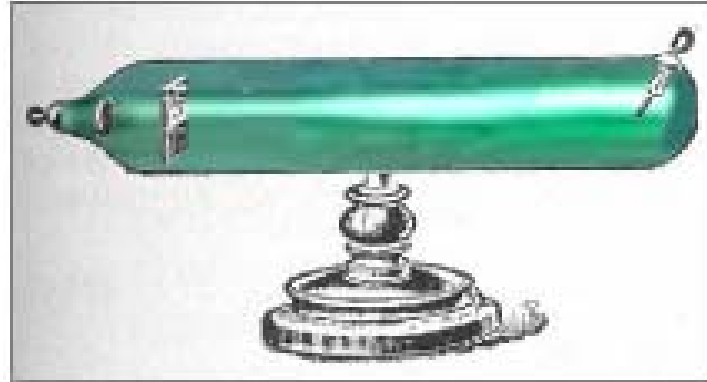
† The atomic weight is the average of the atomic mass for the isotopic mixture found terrestrially (although that can vary depending on the source of the element). Elements not given an atomic weight have no stable isotopes; exceptions to this in the table are uranium and thorium which both have isotopes with mean lives sufficiently long to have ensured their survival in terrestrial material. Look at Appendix A to find the full name for each symbol.

(104–109) These elements may have been produced but have not been named.

La Scoperta della Radioattività



L' otto novembre del 1895 Wilhelm Conrad Roentgen scopre i raggi X



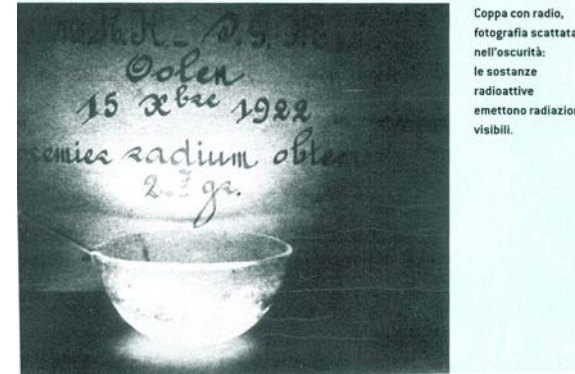
Quattro mesi dopo, il primo marzo del 1896, Antoine Henri Becquerel scopre accidentalmente la **radioattività** dai **Sali di uranio** : minerali di uranio emettono radiazioni penetranti : **Trasformazione degli Elementi Chimici**



■ le 26 février 1896, le beau temps n'est pas au rendez-vous ...

La Scoperta della Radioattività

★ Nel 1898 **Marie e Pierre Curie** scoprono, isolandoli dalla pechblenda, **il polonio ed il radio** e, molto più importante, dimostrano che la radioattività è una proprietà dei singoli atomi



★ Nel 1898, **Rutherford dimostra che ci sono due tipi di radiazioni, α e β . I raggi γ furono in seguito scoperti da Villard nel 1900.** Furono però necessari ancora alcuni anni prima di capire la natura di questi raggi:



- 1908 α = noyau d'hélium Rutherford
- 1900 β = électron Kaufman, ...
- 1914 γ = photon Rutherford/Andrade

Radioattivit  cont

- Ci sono tre tipi di radioattivit 

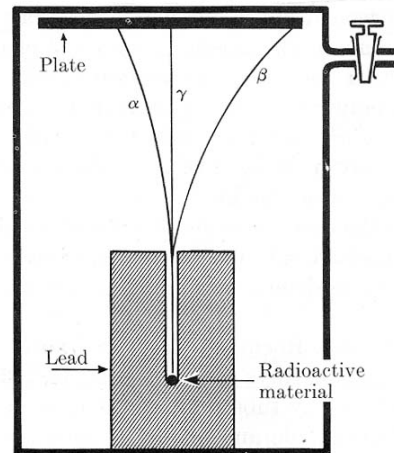
raggi α

raggi β

raggi γ



Modello di un atomo di elio



14 FIG. 2-5. The three radiations from radioactive materials and their paths in a magnetic field perpendicular to the plane of the diagram (schematic). subnucleare I

il Protone

- ◆ **Bombardando con particelle α atomi di azoto**, Rutherford osservò la produzione di particelle con carica positiva in grado di percorrere distanze di lunghezza non usuale.
- ◆ Egli aveva già visto particelle con questo comportamento, dette a lungo range, in esperimenti in cui usava l'idrogeno come bersaglio. Da questo concluse che **queste particelle erano nuclei di idrogeno e che, quindi, dovevano essere presenti allo stesso modo nei nuclei di azoto.**
- ◆ In realtà egli aveva osservato la reazione:
$$\alpha + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{17}\text{O} + \text{p}$$
nella quale il nucleo di azoto si converte in un nucleo di ossigeno, con l'emissione di un protone.
- ◆ **Il nucleo di idrogeno** poté quindi essere visto **come uno dei costituenti elementari dei nuclei atomici.**

il protone

- L' idrogeno e' il sistema atomico piu' semplice ed una sua mole ha la massa di un grammo.
- La massa di un atomo di idrogeno e' quindi:
 $m_H = 1 \text{ grammo} / N_A = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- L' elettron Volt : $eV = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- $E = m c^2 \Rightarrow$ Unita' di massa: eV/c^2
- Dove c e' la velocita' della luce: $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- In queste unita' m_H vale:
$$m_H c^2 = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$
$$= 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ J} / 1.6 \cdot 10^{-19} = 0.94 \cdot 10^9 \text{ eV}$$
- $m_H c^2 = 0.94 \cdot 10^9 \text{ eV}$
- L' atomo di idrogeno e' uno stato legato protone-elettrone in cui la massa dell' elettrone, come vedremo, e' circa 2000 volte piu' piccola di quella del protone ed in cui la energia di legame e' trascurabile.
- m_H e' quindi in buona approssimazione la massa del protone
- $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$
- Protone e' il primo costituente elementare : (**primo** = $\pi\rho\omega\tau\omicron\varsigma$)
- Il protone ha carica + e massa m_p .

La scoperta dell' elettrone

- Come detto Faraday aveva ipotizzato l' esistenza di una carica elettrica fondamentale
- Ripetiamo ancora una volta che Geissler aveva costruito un tubo di vetro in cui veniva fatto il vuoto con due elettrodi saldati alle estremita'. Applicando l' alta tensione compariva una luminescenza verdastra dalla parte del catodo negativo che Crookes dimostro' essere deviata da un magnete. Il fenomeno non dipendeva NE' dal tipo di gas NE' dal materiale degli elettrodi. Questi "raggi catodici", una volta fatti sbattere su di un bersaglio, (Rontgen, 1895), creavano una radiazione penetrante, i raggi X, capace di attraversare oggetti opachi.

La scoperta dell' elettrone cont

- Nel 1897 Thomson con una serie di esperimenti in cui i raggi catodici venivano deviati da campi elettrici e magnetici, mostrò che essi:
 - i) camminano in linea retta tra i poli e vengono arrestati da un ostacolo;
 - ii) trasportano carica elettrica negativa e sono deflessi da campi elettrici e magnetici;
 - iii) ne misurò inoltre il rapporto tra carica elettrica e massa nel modo che segue:

La misura di e/m

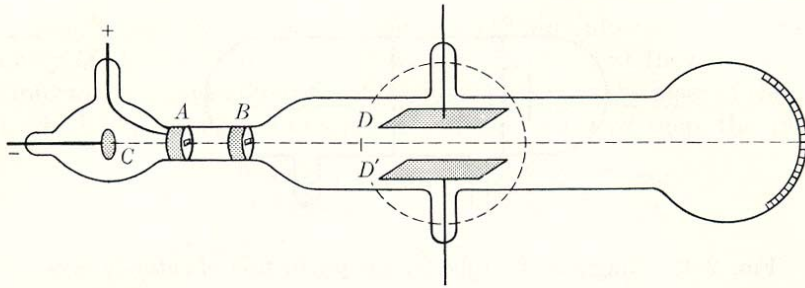
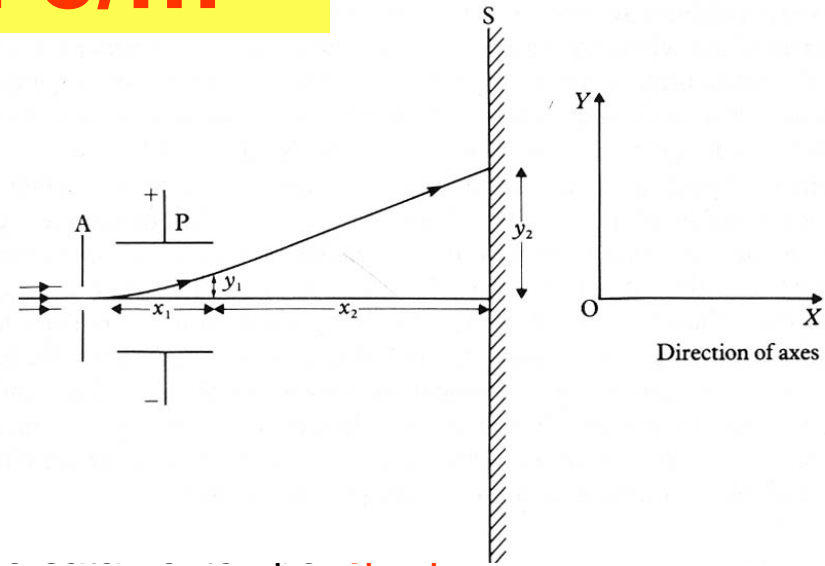


FIG. 2-2. The apparatus of J. J. Thomson for measuring the ratio e/m for cathode rays.



- ◆ Se la velocità iniziale è v , la lunghezza x_1 è attraversata in un tempo $t_1 = x_1/v$.
Mentre il tempo per raggiungere lo schermo è $t_2 = x_2/v$

- ◆ Dopo il tempo t_1 la deflessione in y è:

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m} \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m} \cdot \left(\frac{x_1}{v} \right)^2$$

- ◆ Al momento di uscire dal campo elettrico la componente v_y è:

$$v_y = \frac{eE}{m} \cdot t_1 = \frac{eE}{m} \cdot \frac{x_1}{v} \text{ per cui } y_2 = v_y \cdot t_2 + y_1 = \frac{e}{m} \cdot \frac{x_1}{v^2} \left(\frac{1}{2} \cdot x_1 + x_2 \right)$$

La misura di e/m

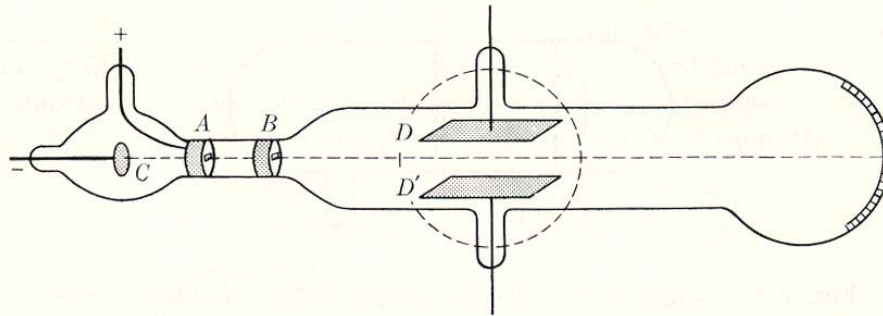


FIG. 2-2. The apparatus of J. J. Thomson for measuring the ratio e/m for cathode rays.

- ◆ Per valutare v Thomson applico' un campo magnetico B parallelo all' asse z di intensita' tale da avere

$$e\mathbf{v}B = e\mathbf{E} \quad \text{da cui si ricava} \quad \mathbf{v} = \mathbf{E}/B$$

In questo modo **dalla misura di v e dalla deflessione y_2 si misura e/m**

il valore misurato da Thomson e'

$$e/m = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

- ◆ Questa particella elementare di carica negativa e' l' **elettrone** ($\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\nu = \text{ambra}$)

La Carica dell' Elettrone

- La prima misura accurata della carica dell' elettrone fu fatta da **Millikan** nel 1909 misurando al microscopio la velocita' di caduta di gocce d' olio cariche per frizione.
- In assenza di campo elettrico la goccia raggiunge, nel campo gravitazionale, la velocita' di regime costante v_1 data da :

$$Mg=6\pi\eta r v_1$$

dove $M=4/3\pi r^3(\rho_0-\rho_a)$ e dove ρ_0 e ρ_a sono rispettivamente la densita' dell'olio e dell' acqua.

- Sotto un potenziale V di 5 kV la goccia si muove verso l' alto con una nuova velocita' di regime data da

$$qV/D-Mg=6\pi\eta r v_2 \quad \text{da cui} \quad \mathbf{q=6\pi\eta r(D/V)(v_1+v_2)}$$

Note η , ρ_0 , ρ_a e misurando v_1 , v_2 e D/V , **possiamo determinare q.**

- Tutte le cariche misurate sono multipli interi di una **carica elementare "e"**:

$$\mathbf{e=1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \text{da cui si ricava} \quad m_e=9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}$$

- $\mathbf{m_e/m_p=1/1836}$

La carica dell' Elettrone

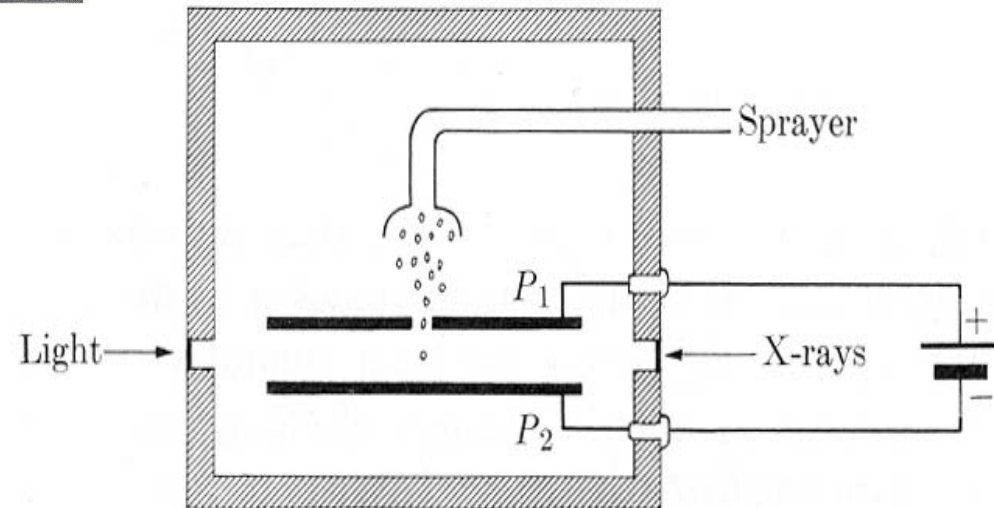
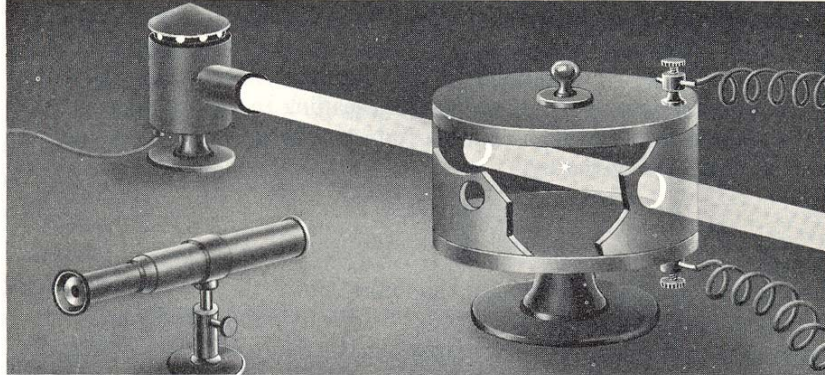


FIG. 2-4. Millikan's oil drop experiment.

Metodologie della Fisica Nucleare e Subnucleare

Sezioni d' Urto

- I tassi di conteggio misurati negli esperimenti di diffusione, gli spettri di energia e le distribuzioni angolari dei prodotti delle reazioni FORNISCONO informazioni dettagliate sulla dinamica della interazione **proiettile-bersaglio** (**forma del potenziale, intensità dell' accoppiamento etc**).
- **La sezione d' urto σ e' una misura della probabilita' della reazione.**

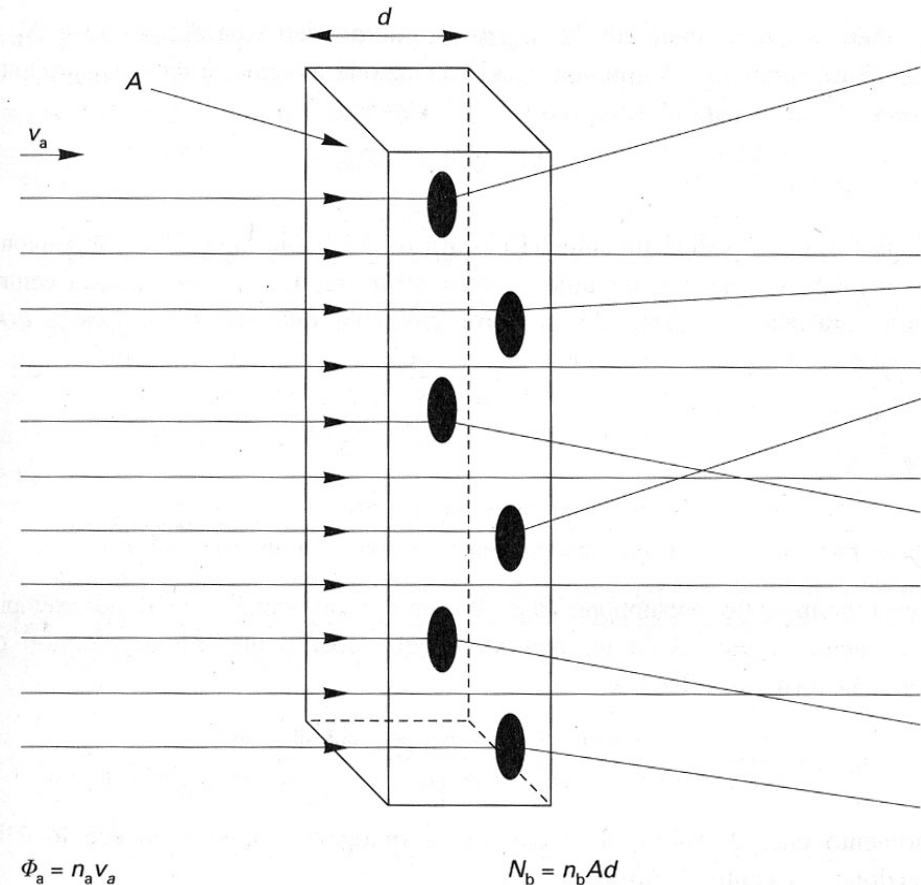


Figura 4.3

Misura della sezione d'urto geometrica. Le particelle del fascio, di tipo a, che arrivano da sinistra con velocità v_a e densità n_a , creano un flusso di particelle $\Phi_a = n_a v_a$. Questo colpisce un bersaglio (macroscopico) di spessore d e dimensione trasversale A . Alcune delle particelle del fascio interagiscono con i centri diffusori che compongono il bersaglio e sono deviate dalla loro traiettoria originaria. La frequenza con la quale questo processo avviene, è una misura della sezione d'urto geometrica associata ai centri diffusori.

Sezioni d' Urto cont

- Diffusioni Elastiche
(anche T conservata)
- Diffusioni Anelastiche
- Se **NON** distinguiamo, il NUMERO TOTALE di REAZIONI nell' UNITA' DI TEMPO e' :

$$(dN_a/dt)_{prima} - (dN_a/dt)_{dopo}$$

♣ **il flusso** :

$$\Phi = (dN_a/dt)_{prima}/A$$
$$= n_a \times v_a$$

dimensioni:

$$[(\text{area} \times \text{tempo})^{-1}]$$

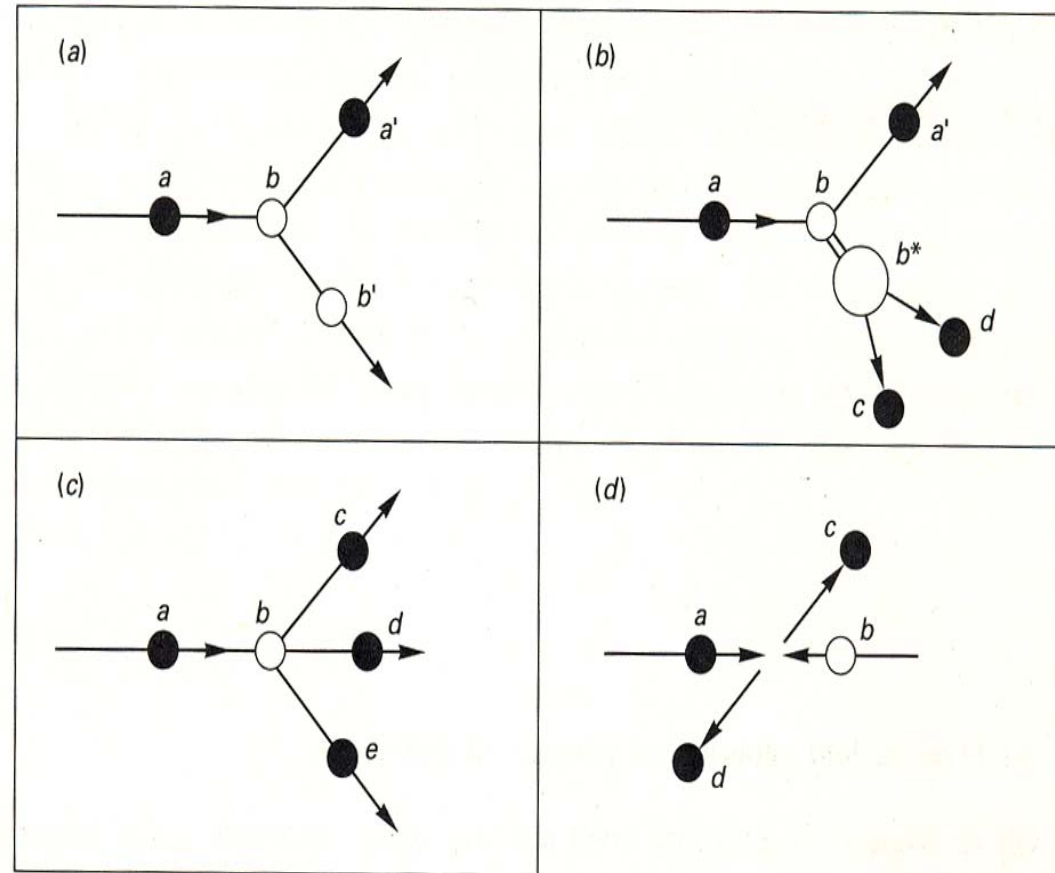


Figura 4.1

Processi di diffusione: (a) diffusione elastica; (b) diffusione anelastica con produzione di uno stato eccitato che poi decade in due particelle; (c) produzione anelastica di nuove particelle; (d) collisione fra fasci di particelle.

Sezioni d' Urto cont

Il numero totale di particelle bersaglio nell' area del fascio sara' :
 $N_b = n_b \times S \times d$ per cui la **Frequenza** a cui la reazione avviene e':

$$dN_i/dt = \Phi_a \times N_b \times \sigma_i \quad n_b = N_b / V = (N_b / V)(M/M)(A/A) = (\rho/A)[A/(M/N_b)]$$

$$\sigma_i = (dN_i/dt) / (N_b \times \Phi_a) \quad n_b = (\rho \times N_A) / A$$

$[A/(M/N_b) = A / \text{massa-nucleone} = N_A]$

dove σ_i e' **la sezione d' urto** del processo i-esimo ed n_a ed n_b sono rispettivamente il numero di particelle del fascio e del bersaglio per unita' di volume. Possiamo anche scrivere:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= (dN_i/dt) / \{ n_b \times S \times d \times [(dN_a/dt)_{\text{prima}} / S] \} \\ &= [dN_i / (dN_a_{\text{prima}} \times d)] \times (1 / n_b) \\ &= [dN_i / (dN_a_{\text{prima}} \times d)] \times [A / (N_A \times \rho)] \end{aligned}$$

dove **A** e ρ sono **il peso Atomico** e **la densita'** del bersaglio ed N_A e' **il numero di Avogadro**.

Sezione d'Urto cont

- La sezione d' urto e' una grandezza fisica con le dimensioni di un' area e si misura in barn e sottomultipli :
- 1 barn = 10^{-28} m²
- La quantita' $\mathcal{L} = \Phi_a \times N_b$ e' chiamata **Luminosita'**

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \Phi_a \times N_b = \left[\frac{dN_a}{dt} / S \right] \times n_b \times S \times d = \\ &= \left(\frac{dN_a}{dt} \right) \times n_b \times d = n_a \times v_a \times N_b\end{aligned}$$

Sezioni d' urto Differenziali

- La sezione d' urto differenziale e' definita da

$$\dot{N}(E, \theta, \Delta\Omega) = \mathcal{L} \cdot \frac{d\sigma(E, \theta)}{d\Omega} \Delta\Omega.$$

- La sezione d' urto totale e' quindi :

$$\sigma_{\text{tot}}(E) = \int_0^{E'_{\text{max}}} \int_{4\pi} \frac{d^2\sigma(E, E', \theta)}{d\Omega dE'} d\Omega dE'.$$

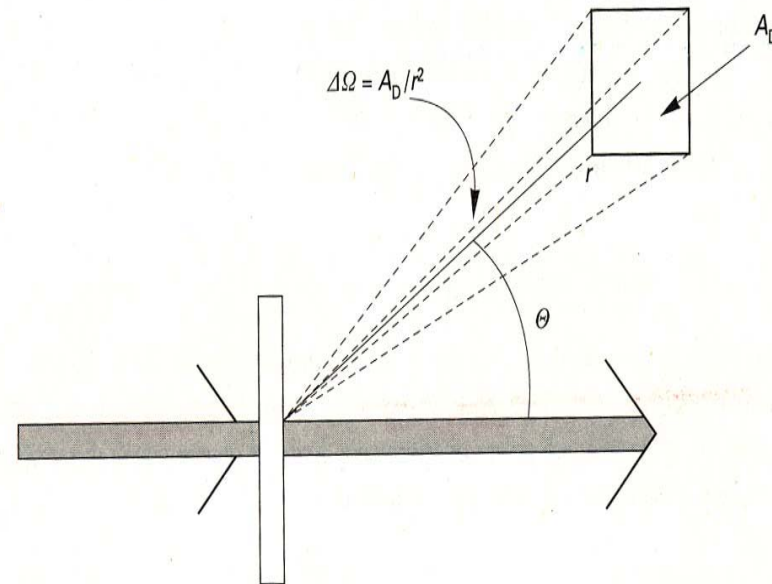


Figura 4.4

Descrizione della sezione d'urto differenziale. Solo le particelle diffuse nell'angolo solido $\Delta\Omega$ sono viste dal rivelatore di sezione trasversale A_D .

Coefficiente di assorbimento e lunghezza di attenuazione

- L' attenuazione del flusso incidente, dovuta all' urto col bersaglio, e':

$$\delta\Phi = -\Phi \times \sigma \times n_b \times \delta x$$

dove δx e' lo spessore del bersaglio attraversato

$$-\delta\Phi / \Phi = \sigma \times n_b \times \delta x$$

da cui

$$\Phi(x) = \Phi_0 \times \exp(-\sigma \times n_b \times x)$$

- Si definiscono :

coefficiente di assorbimento:

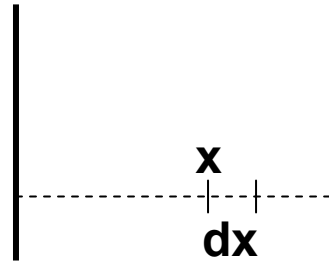
$$\mu = \sigma \times n_b \text{ [cm}^{-1}\text{]}$$

lunghezza di attenuazione:

$$\lambda = 1/\mu = 1/\sigma \times n_b \text{ [cm]}$$

Cammino Libero Medio

- Sia $P(x)$ la probabilita' per una particella di **non interagire** in una distanza x nel bersaglio



- Sia inoltre $w dx$ la probabilita' **di avere** una interazione tra x e $x+dx$.

Avremo:

$$P(x+dx) = P(x) \times (1-w dx) \Rightarrow P(x) + (dP/dx) \times dx = P(x) - P(x) \times w dx$$

da cui
$$dP = -w \times P(x) \times dx \Rightarrow P(x) = \exp(-w \times x)$$

$$P_{\text{interazione}}(x) = 1 - \exp(-w \times x)$$

$$dP_{\text{interazione}} = w \exp(-wx) dx = f_{\text{interazione}} dx$$

dove
$$f_{\text{interazione}} = \exp(-w dx) w$$

- Definiamo **Libero cammino Medio**

$$\lambda = \int x f_{\text{interazione}} dx = w \int x \exp(-wx) dx = 1/w = 1/\mu$$

Luminosità



$$\sigma_i = \frac{dN_i}{\frac{A \cdot n \cdot dx}{N/A}}$$

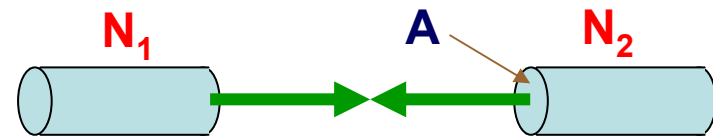
$$\Rightarrow dN_i = N \cdot n \cdot dx \cdot \sigma_i = N \cdot \sigma_i \cdot \left(dx \frac{\mathcal{N}_A}{M} \rho \right)$$

$$\mathcal{L} = \frac{dN_i}{\sigma_i}$$

Tipicamente si ha:

$$N = 10^{12}; \quad dx \frac{\mathcal{N}_A}{M} \rho \cong 10^{23} \text{ cm}^{-2}$$

$$dN_i = 10^{35} \sigma_i \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L} \cong 10^{35} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$



$$dN_i = \sigma_i \frac{N_1}{A} A \cdot n \cdot dx$$

$$= \frac{N_1}{A} \sigma_i \cdot A \frac{N_2}{A} = N_1 \cdot \sigma_i \frac{N_2}{A}$$

Se n_b = numero di bunches; f = frequenza di rotazione

$$dN_i = \frac{N_1 \cdot N_2}{A} n_b \cdot f \cdot \sigma_i \equiv \mathcal{L} \cdot \sigma_i$$

$$\mathcal{L} = \frac{N_1 \cdot N_2}{A} n_b \cdot f$$

$$\mathcal{L}_{\text{LEP}} \cong 7 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Il prezzo da pagare con gli anelli di accumulazione è:
targhetta a bassa densità \Rightarrow bassa rate

Luminosità a LEP

Introducendo le correnti dei fasci:

$$I_i = N_i \cdot e \cdot f \cdot n_b \qquad \mathcal{L} = \frac{1}{4\pi e^2} \frac{I_1 \cdot I_2}{\sigma_x \cdot \sigma_y \cdot f \cdot n_b}$$

A LEP (run 1990):

$$n_b = 4 \ ; \quad f = 45 \text{ kHz} \ ; \quad N_i = 5 \cdot 10^{10}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \ ; \quad I_i = 1.44 \text{ mA}$$

$$\sigma_x \cong 250 \ \mu\text{m} \ ; \quad \sigma_y \cong 40 \ \mu\text{m} \ ; \quad \sigma_L \cong 1.2 \text{ cm}$$

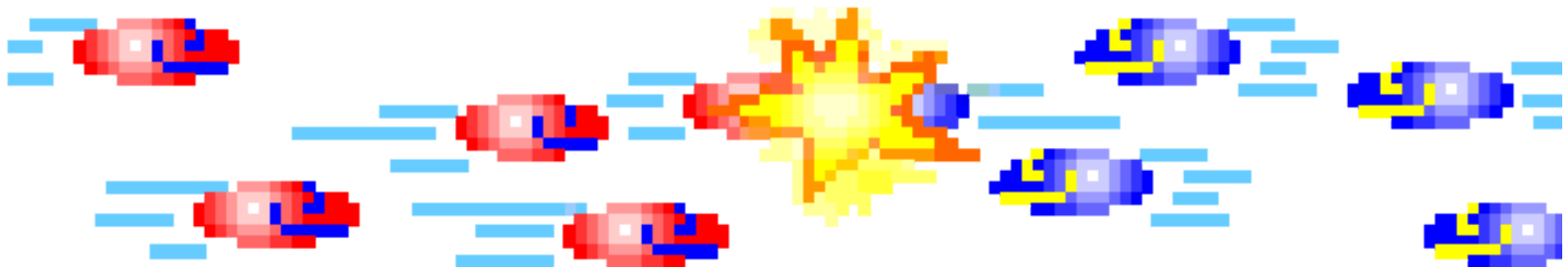


$$\mathcal{L} \cong 3 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

- **Esperimenti a targhetta fissa**

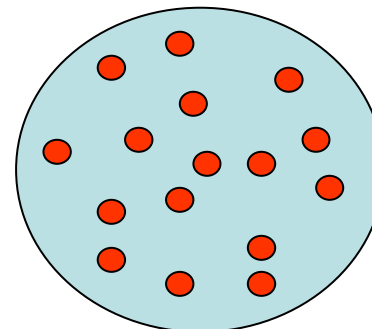


- **Esperimenti ai collisionatori**

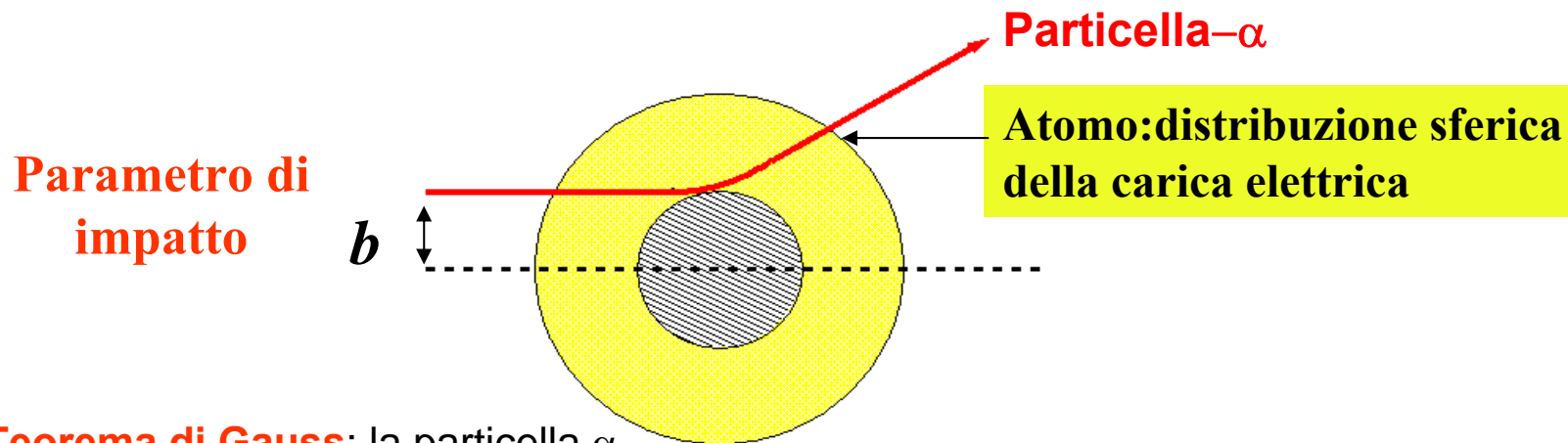


Modello atomico di Thomson

- Da quanto osservato e' ragionevole assumere che TUTTI gli atomi contengono elettroni
- Inoltre (Barkla-1909) il numero di elettroni in un atome e' $Z \cong A/2$ ed, essendo gli atomi neutri, devono possedere un ugual numero di cariche positive.
- Essendo $m_e = 1/1836 m_p$, e' ragionevole pensare che TUTTA LA MASSA dell' atomo e' associata alla carica positiva
- Thomson propose un modello, vedi figura, in cui l' atomo e' composto da una sfera di raggio 10^{-8} cm in cui e' distribuita, in modo continuo e con densita' costante, **la carica positiva**. In questa sfera sono immersi gli Z elettroni. Questo modello prevede che circa il 90% delle particelle α vengano diffuse in un angolo di 3° mentre ad angoli piu grandi di 90° ci si aspettano rate estremamente piu piccole di quelle ossservate (1 ogni 8000) sperimentalmente da Rutherford et al.
L' esistenza di una probabilita' piccola ma non nulla di diffusione a grande angolo era totalmente inesplicabile in termini del modello atomico di Thomson.

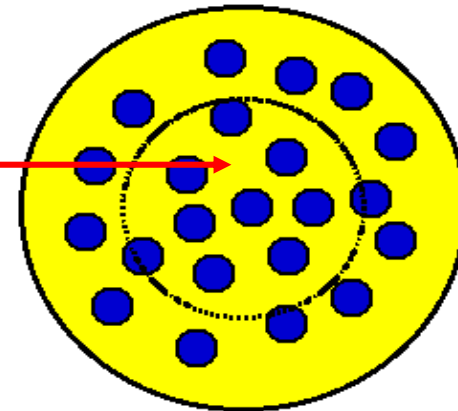


Cosa ci si aspetta per lo scattering α -nuclei



Teorema di Gauss: la particella α “sente” solo la carica dentro la sfera di raggio b !

Per il modello atomico di Thomson:
la carica elettrica “sentita” dalla particella α e’ nulla indipendentemente dal valore del parametro di impatto b !



\Rightarrow NON ci aspettiamo deviazioni a grande angolo !

Scattering Rutherford

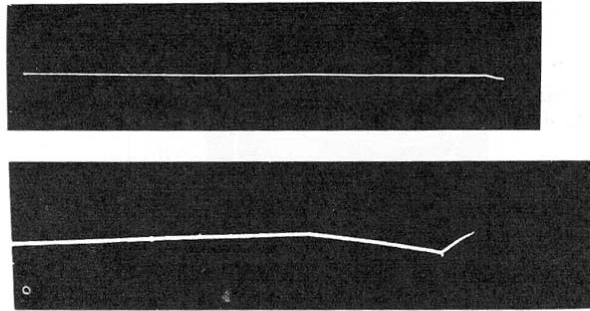


FIG. 2-15. Tracks of α -particles in air. The top photograph shows a complete track; the bottom photograph is an enlargement of the end portion of a track showing two deflections caused by collisions with atoms of the air. [Reprinted by permission from Rutherford, Chadwick, and Ellis, *Radiations from Radioactive Substances*. Cambridge University Press (Macmillan Co.) 1930.]

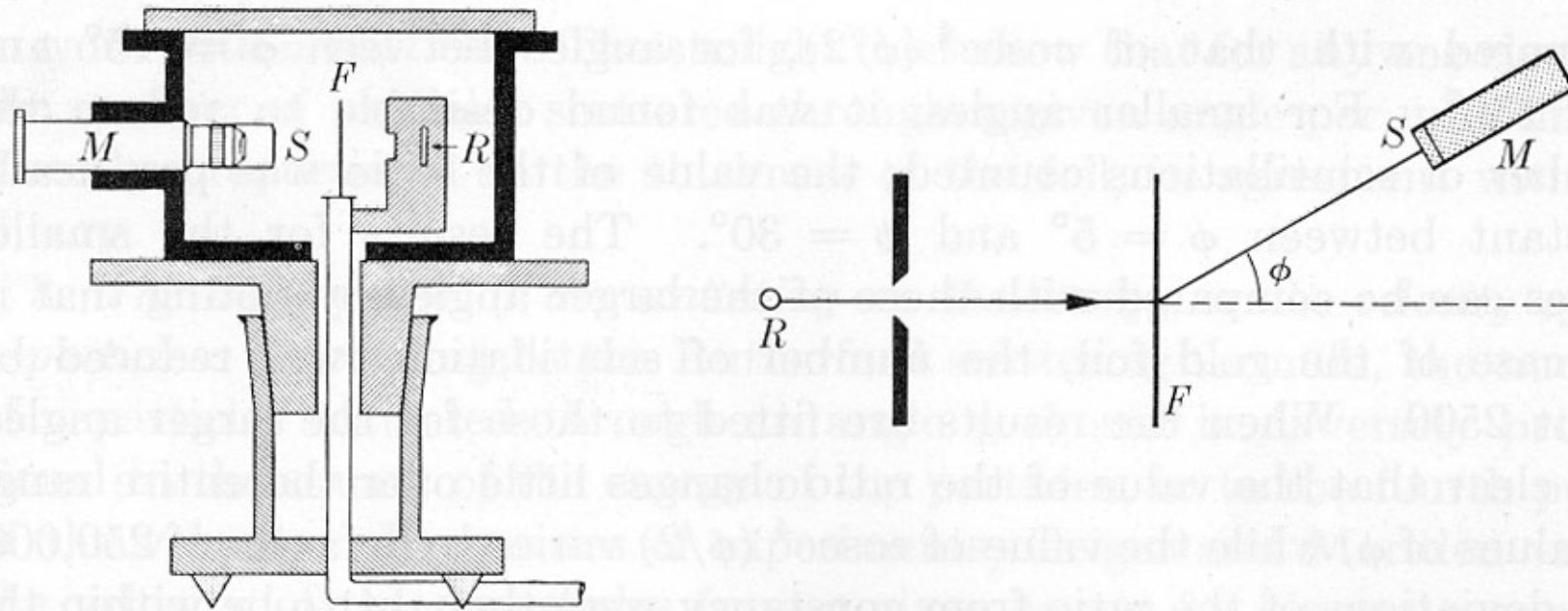
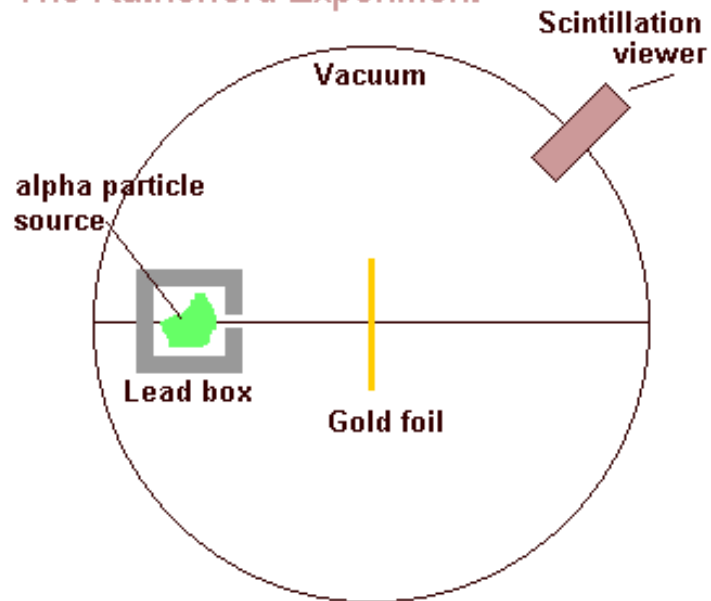


FIG. 3-2. Apparatus of Geiger and Marsden for testing the angular dependence of α -particle scattering.⁽⁶⁾

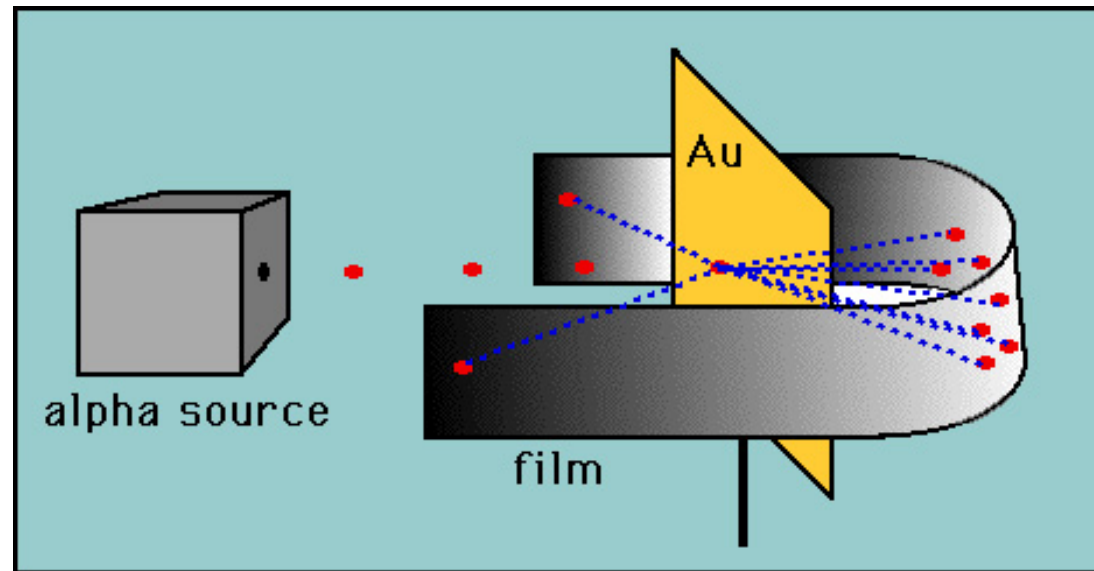
Scattering Rutherford

The Rutherford Experiment



©1999 Science Joy Wagon

• Risultati:



Il Modello di Rutherford

Ipotesi :

1) proiettile di massa m , carica ze , con
 $v \ll c$

2) targhetta puntiforme di massa M , carica Ze ,
con $m \ll M \rightarrow$ urto senza rinculo

3) campo coulombiano(e quindi
conservativo) $\rightarrow F = (zZe^2)/(4\pi\epsilon r^2)$

4) diffusione elastica(quindi si conserva anche l'energia
cinetica) $\rightarrow p=p'$. Quindi:

$$\Delta p = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'| = 2p \sin \theta / 2$$

5) $E_{\text{tot}} > 0 \rightarrow m$ descrive una
iperbole aperta

Scattering Rutherford

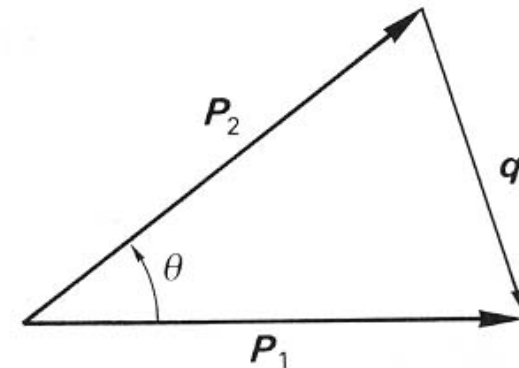
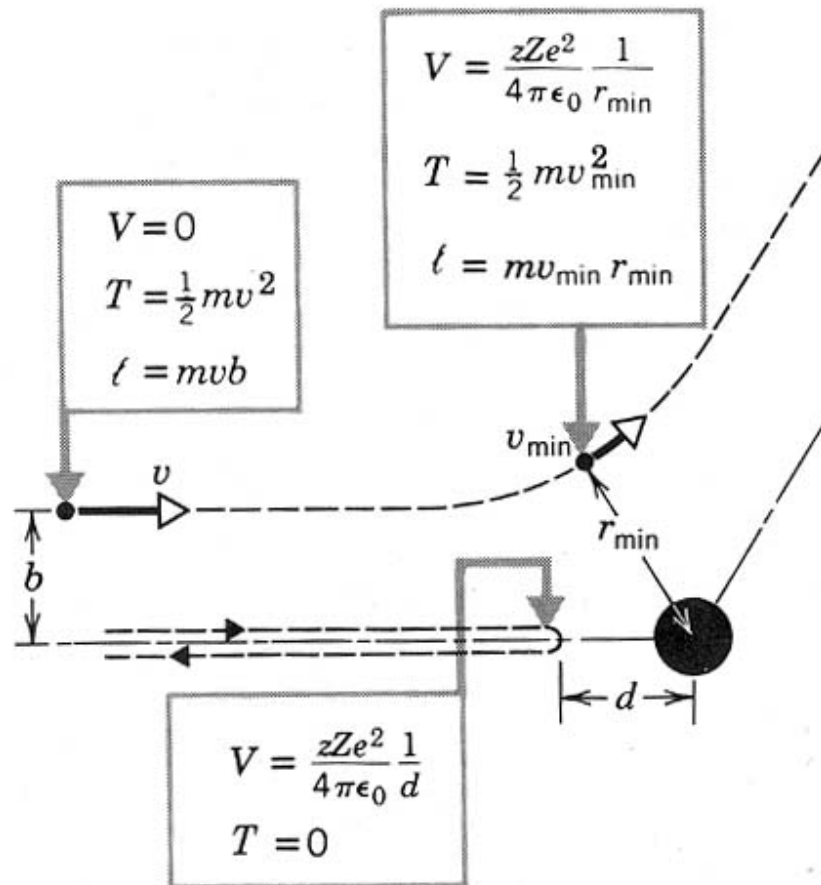


Fig. 1.7 The momentum transfer q in elastic scattering at a fixed target. The vectors P_1 and P_2 represent the incident and scattered particle momenta respectively ($|P_1| = |P_2| = P$). If the angle of scatter is θ , the geometry gives

$$q = 2P \sin(\theta/2).$$

Scattering Rutherford

- ◆ Ricaviamo la relazione tra b e θ : dal teorema dell' impulso, sfruttando la simmetria della traiettoria, abbiamo:

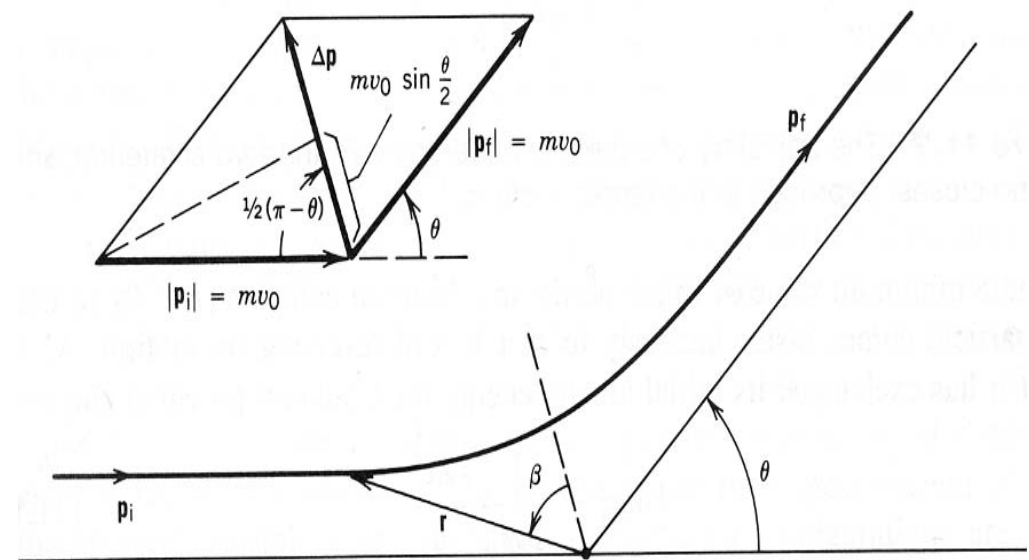
$$\Delta \mathbf{p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \beta}{r^2} dt$$

inoltre la velocità istantanea, scritta in termini delle componenti radiali e tangenziali sarà:

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{r} + r \frac{d\beta}{dt} \vec{\beta}$$

- ◆ Dalla conservazione del momento della quantità di moto rispetto al centro scatteratore avremo:

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{r} \otimes \vec{p} = \\ &= m \frac{dr}{dt} \vec{r} \otimes \vec{r} + mr^2 \frac{d\beta}{dt} \vec{r} \otimes \vec{\beta} \end{aligned}$$



Scattering Rutherford

◆ Avremo : $|\vec{L}| = mr^2 \frac{d\beta}{dt} |\vec{r} \otimes \vec{n}| = mr^2 \frac{d\beta}{dt}$ ed inoltre **L=costante=pb=mvb**

da cui : $\frac{dt}{r^2} = \frac{d\beta}{vb} = \frac{m}{pb} d\beta$

$$\Delta p = \int_{\beta = -\frac{(\pi-\vartheta)}{2}}^{\beta = +\frac{(\pi-\vartheta)}{2}} \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} m \frac{\cos \beta}{pb} d\beta = \frac{zZe^2 m}{4\pi\epsilon_0 pb} \left[\sin \beta \right]_{-\frac{(\pi-\vartheta)}{2}}^{+\frac{(\pi-\vartheta)}{2}}$$

$$\Delta p = \frac{zZe^2 m}{4\pi\epsilon_0 pb} 2 \cos \frac{\vartheta}{2} = 2p \sin \frac{\vartheta}{2}$$

◆ La relazione tra il parametro d' urto b e l' angolo di diffusione θ sara' quindi :

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{zZe^2 m}{4\pi\epsilon_0 bp^2} = \frac{\text{Energia Potenziale Coulombiana a } 2b}{\text{Energia Cinetica Iniziale}}$$

Scattering Rutherford

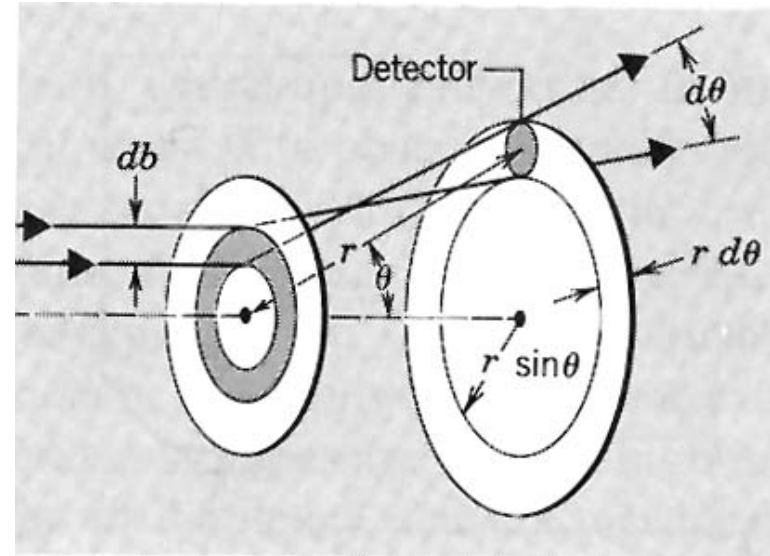
◆ A θ corrisponde la superficie bersaglio tra b e $(b+db)$ [con $db \rightarrow -d\theta$]

$$\sigma = 2\pi b db = 2\pi \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m^2}{p^4 \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} d \frac{\vartheta}{2}$$

Ricordando che $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$;
che $\sin[2(\theta/2)] = 2\sin\theta/2 \cos \theta/2$ e che $2d\theta/2 = d\theta$,
moltiplicando sopra e sotto per 4 si ottiene:

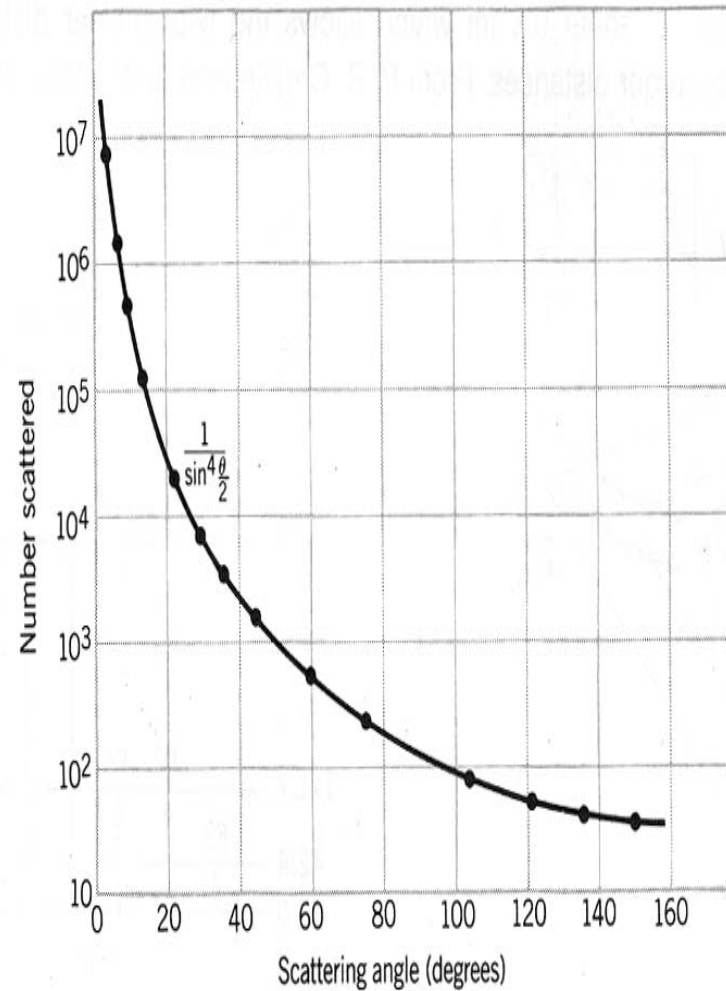
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon^0} \right)^2 \frac{m^2}{4p^4 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

**Sezione d'urto
di Rutherford**



◆ **Nota Bene** : $d\sigma/d\Omega \rightarrow \infty$ per $\theta \rightarrow 0$ Ma in natura le cariche sono schermate

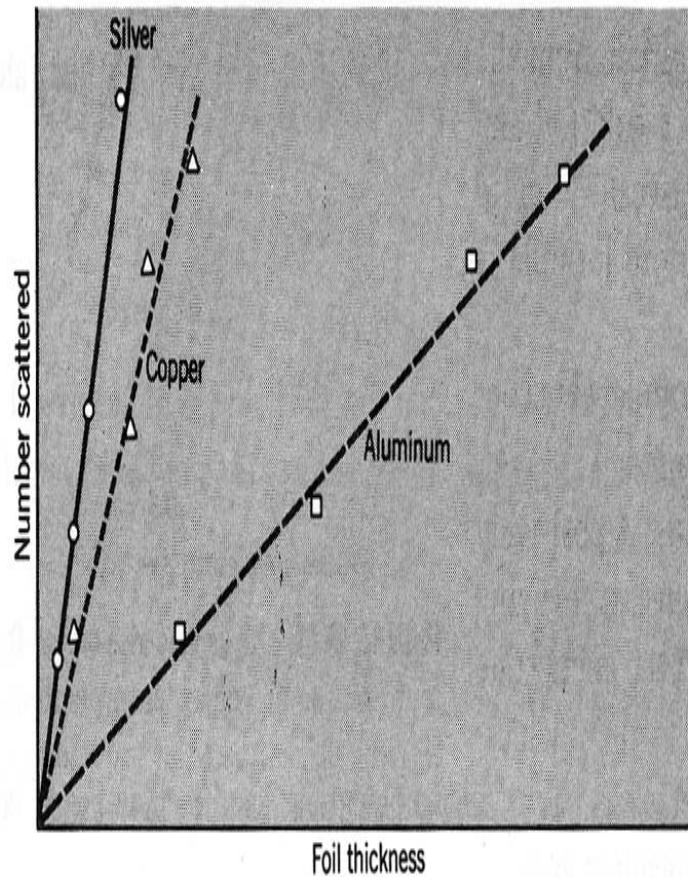
Scattering Rutherford



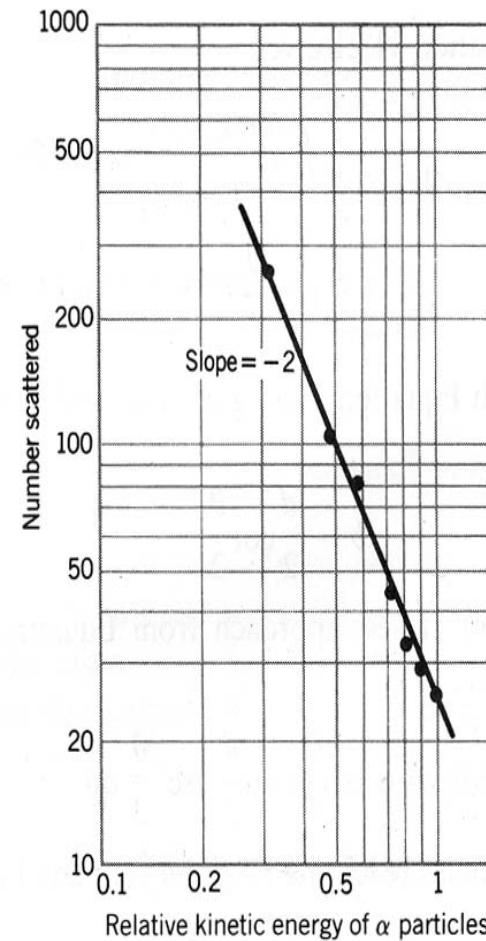
(d)

Figure 11.10 (d) The dependence of scattering rate on the scattering angle θ , using a gold foil. The $\sin^{-4}(\theta/2)$ dependence is exactly as predicted by the Rutherford formula.

Scattering Rutherford



(a)

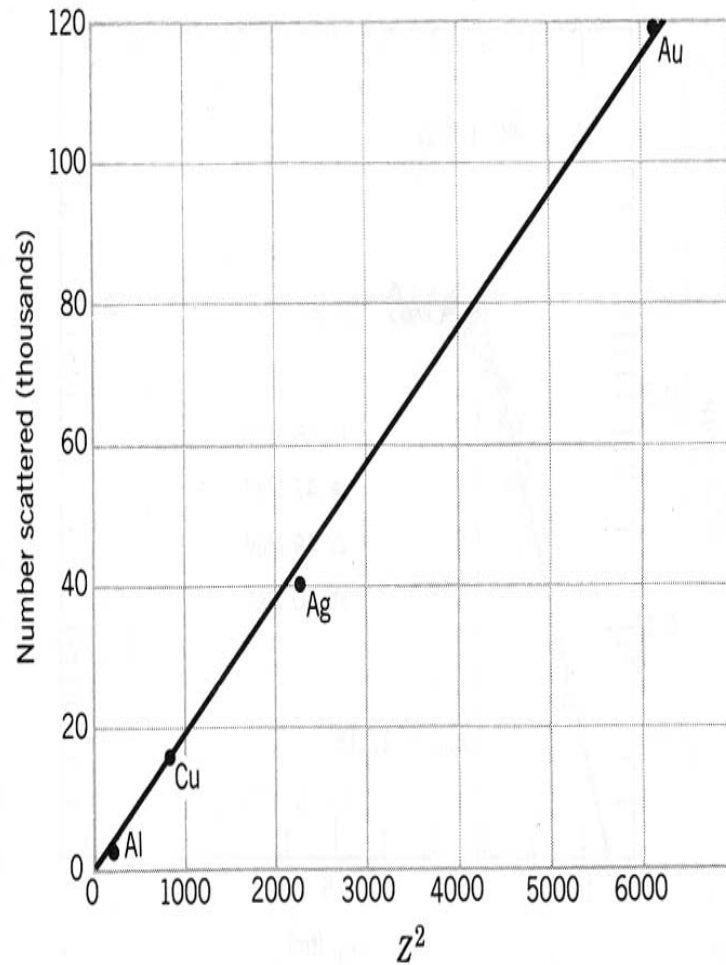


(c)

Figure 11.10 (a) The dependence of scattering rate on foil thickness for three different scattering foils.

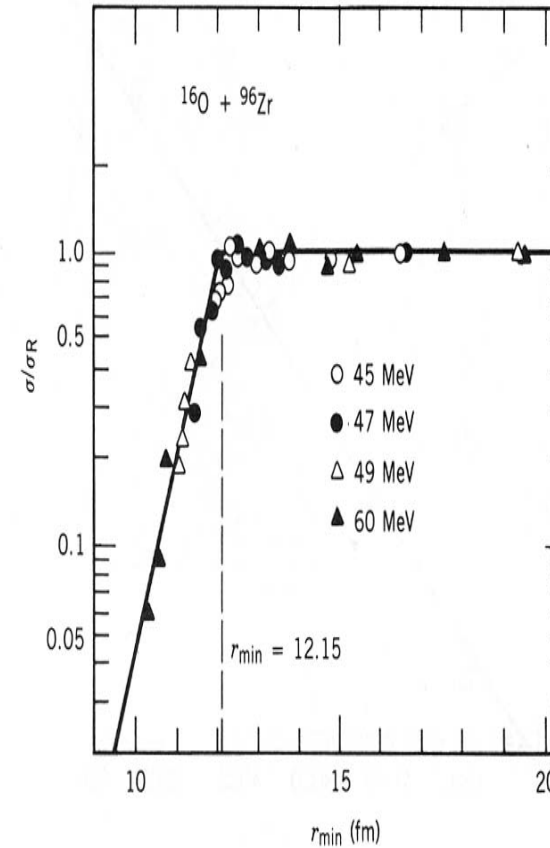
(c) The dependence of scattering rate on the kinetic energy of the alpha particles for scattering by a single foil. Note the log-log scale; the slope $\log N \propto -2 \log T$, or $N \propto T^{-2}$, as expected from the Rutherford

Scattering Rutherford



(b)

Figure 11.10 (b) The dependence of scattering rate on the nuclear charge Z for foils of different materials. The data are plotted against Z^2



1.11 Elastic scattering of ^{16}O from ^{96}Zr at several incident energies. The x-axis shows the minimum separation distance r_{\min} between projectile and target nucleus which varies with b and therefore with θ . The vertical axis shows the cross section in terms of the calculated Rutherford cross section. Nuclear scattering begins to appear at separations of less than 12.15 fm; this corresponds to $R_0 = 1.7$

“Scattering Rutherford”

