

Capitolo 4: Elementi di Acceleratori di particelle

**Corso di Fisica Nucleare e
Subnucleare I**

Professor Carlo Dionisi

A.A. 2004-2005

Tipici microscopi

- ◆ Calcoliamo la lunghezza d' onda delle particelle α usate da Rutherford nella scoperta del nucleo atomico con $v_\alpha = 0.05c$

$$\lambda = \frac{h}{m_\alpha v} \approx \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (1.5 \times 10^7 \text{ ms}^{-1})} \approx 6.7 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

Quindi il potere risolutivo e' di 10^{-12} cm ricordiamo alcuni altri valori nella tabella che segue:

		Resolving power
Optical microscopes	Visible light	$\sim 10^{-4}$ cm
Electron microscopes	Low energy electrons	$\sim 10^{-7}$ cm
Radioactive sources	α-particles	$\sim 10^{-12}$ cm
Accelerators	High energy electrons, protons	$\sim 10^{-16}$ cm

Tipici microscopi

◆ Esercizio

con una sonda di protoni ottenere una risoluzione spaziale di: a) 1 fermi; b) 0.1 fermi.

$$1) pc = hc/\lambda = 200 \text{ MeV fermi}/\lambda$$

$$T = p^2/2m = 20 \text{ MeV}$$

$$2) \lambda = 0.1 \text{ fermi}$$

$$pc = 200/0.1 = 2000 \text{ MeV} ;$$

$$E_p = (p^2 + m^2)^{1/2} = 2.236 \text{ GeV}$$

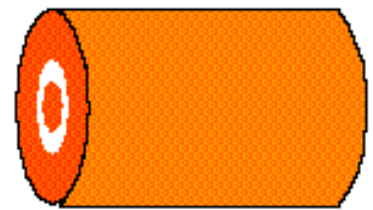
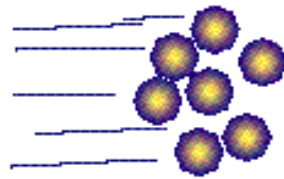
$$T_p = (E^2 - m^2)^{1/2} = 2 \text{ GeV}$$

Esperimenti a targhetta fissa versus esperimenti ai Collisionatori

W = Energy available in center-of-mass for making new particles

For **fixed target** :

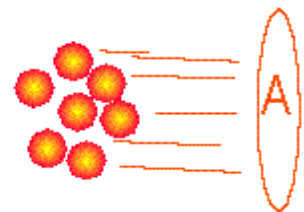
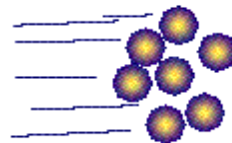
$$E_{c.m.} \cong \sqrt{2m_T E_B}$$



... and we rapidly run out of money trying to gain a factor 10 in c.m. energy

But a **storage ring** , **colliding** two beams, gives:

$$E_{c.m.} \cong 2 E_B$$



Problem: Smaller probability that accelerated particles collide "Luminosity" of a collider

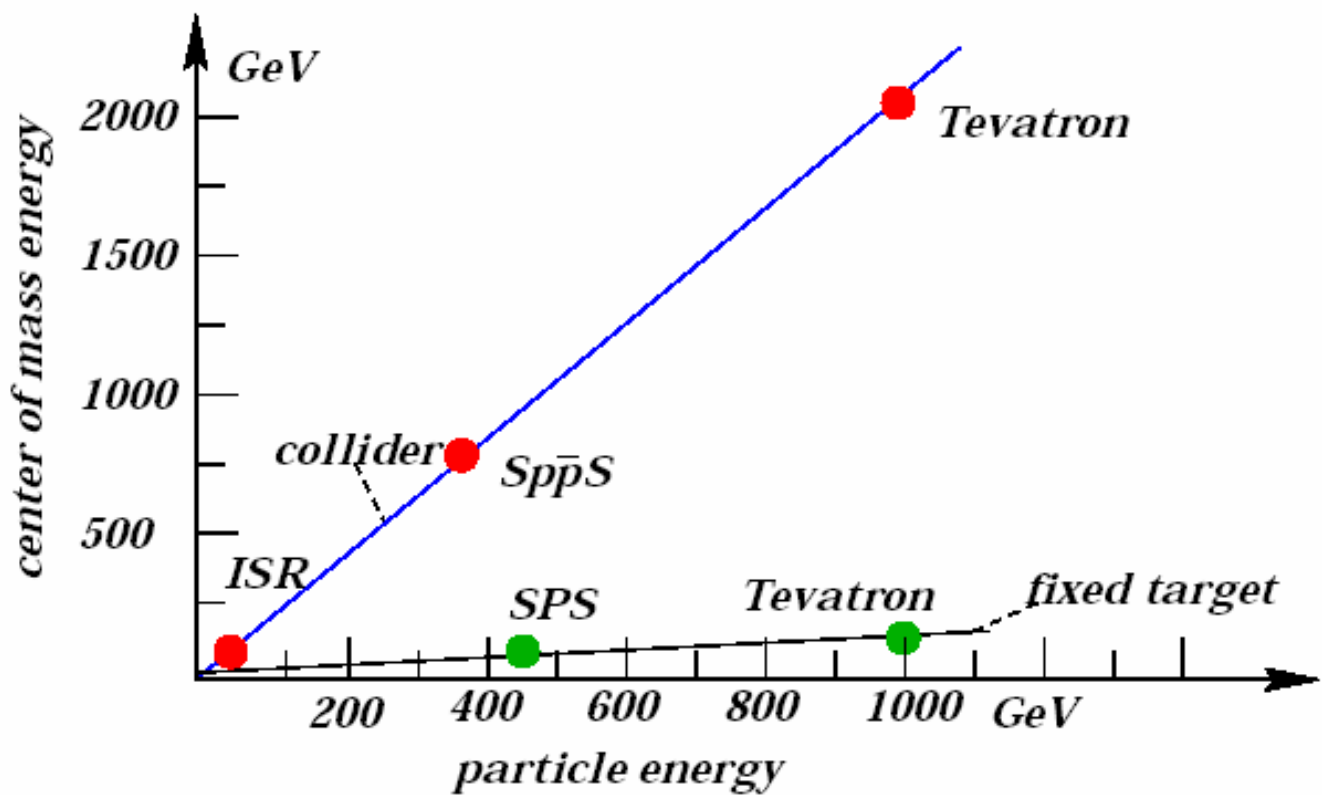
$$L = N_1 N_2 \frac{1}{A} \frac{\beta c}{2\pi R} \approx 10^{29} \dots 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Esperimenti a targhetta fissa versus esperimenti ai Collisionatori



Collider:

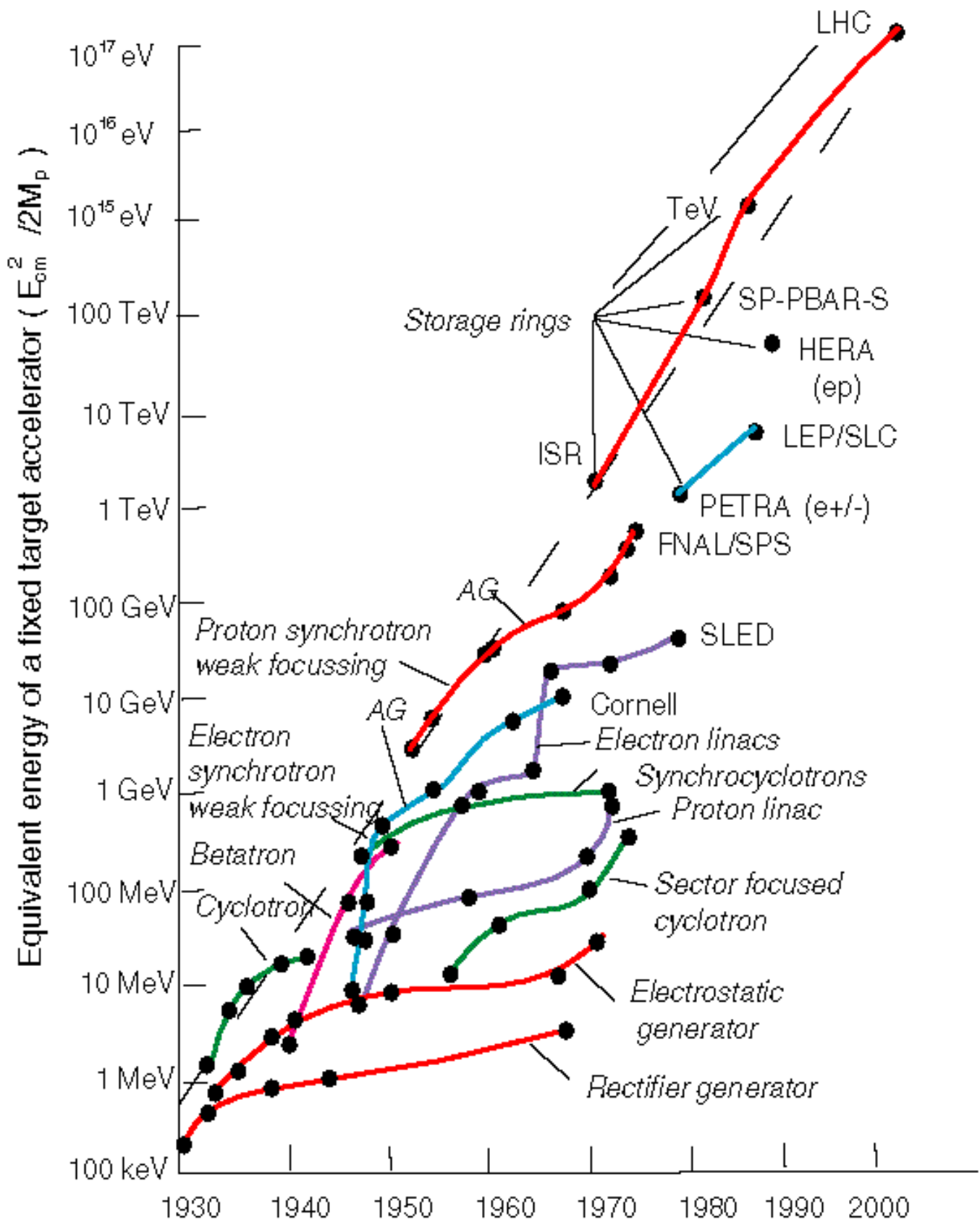
$$E_{CM} = 2 \cdot E_p$$



1960 ↗ : e^+ / e^- collider

1970 ↗ : p^+ / p^- collider

La storia degli acceleratori



Acceleration Concepts

● Lorentz Force:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = Q * (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

→ Energy gain only due to E field!

● Scalar and Vector Potential:

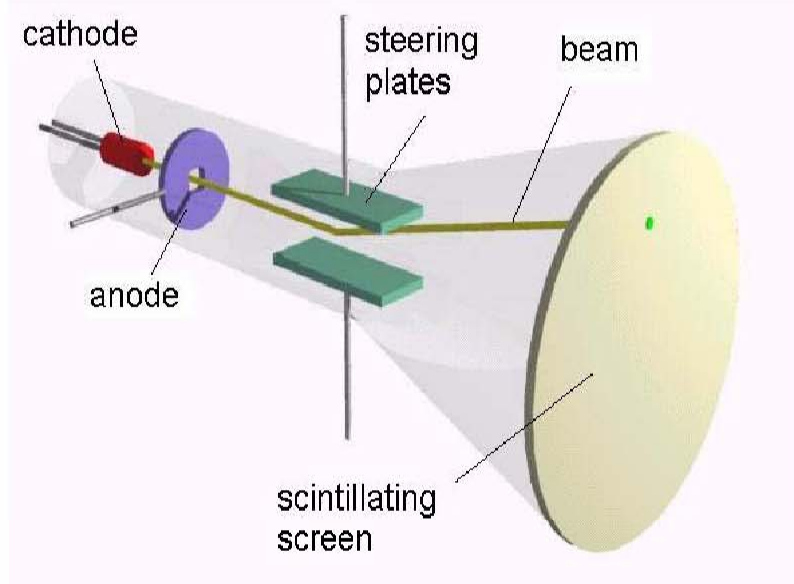
$$\vec{E} = -\text{grad } \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

→ ■ *Electrostatic fields (A = 0)*

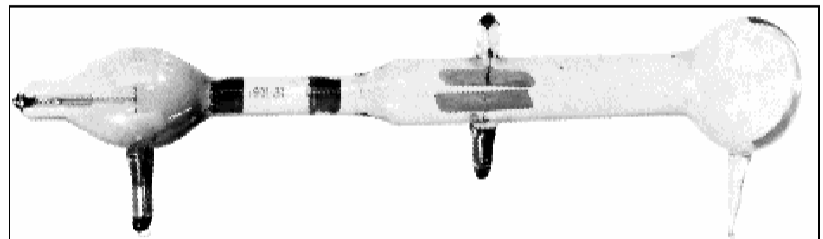
■ *Time varying fields ($\phi = 0$)*

Acceleratore Elettrostatico: principi

- electrons emitted by a hot filament
- cathode: negative high voltage (~ 10 kV)
- anode : grounded
- steering plates
 - timebase
 - signal



simplest example: oscilloscope



CRT of J.J. Thomson (1897)

sb/AccPhys2003_1/10

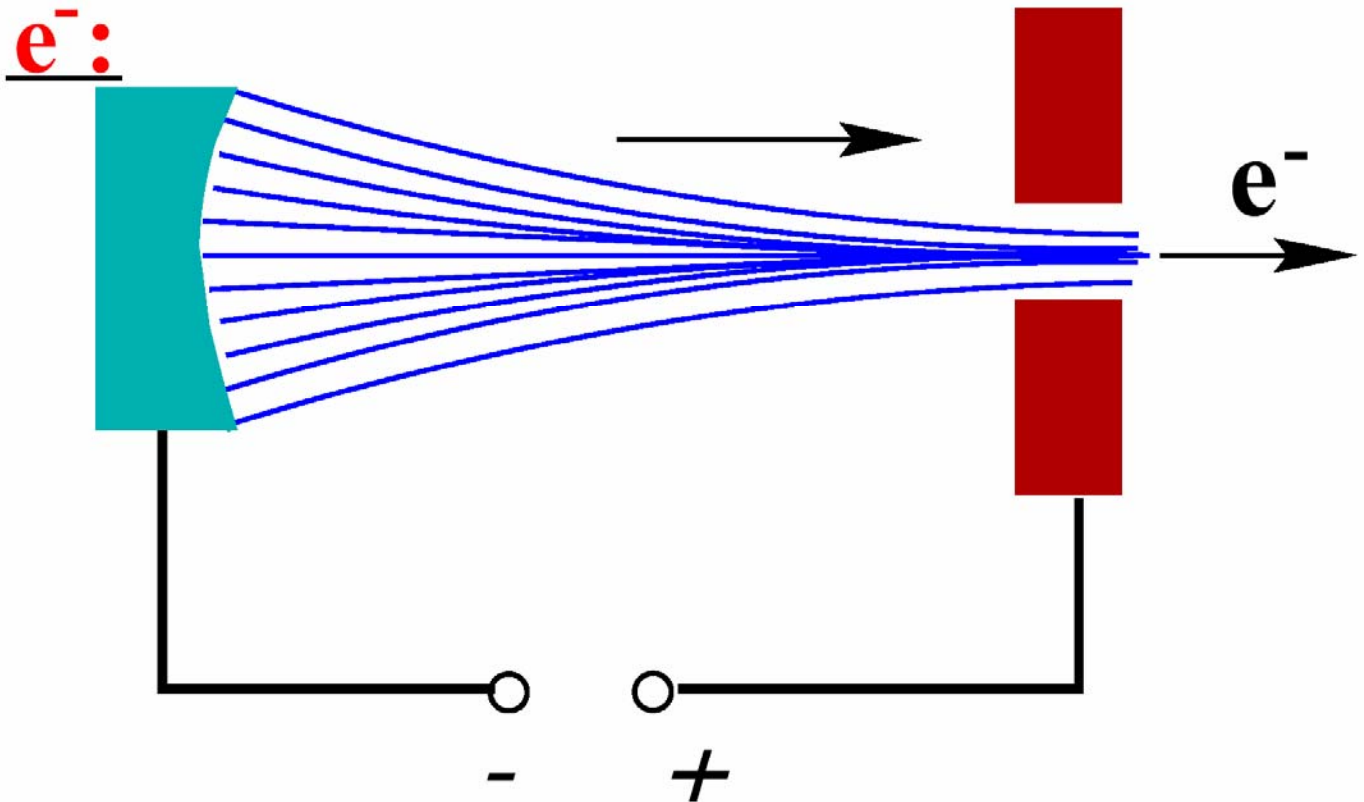
◆ **la particella guadagna l' energia $q\Delta V$:**

20 KV e' facile

100 kV molto difficile ci sono problemi di scarica

◆ **Ci vogliono nuove idee !**

Particle Sources:



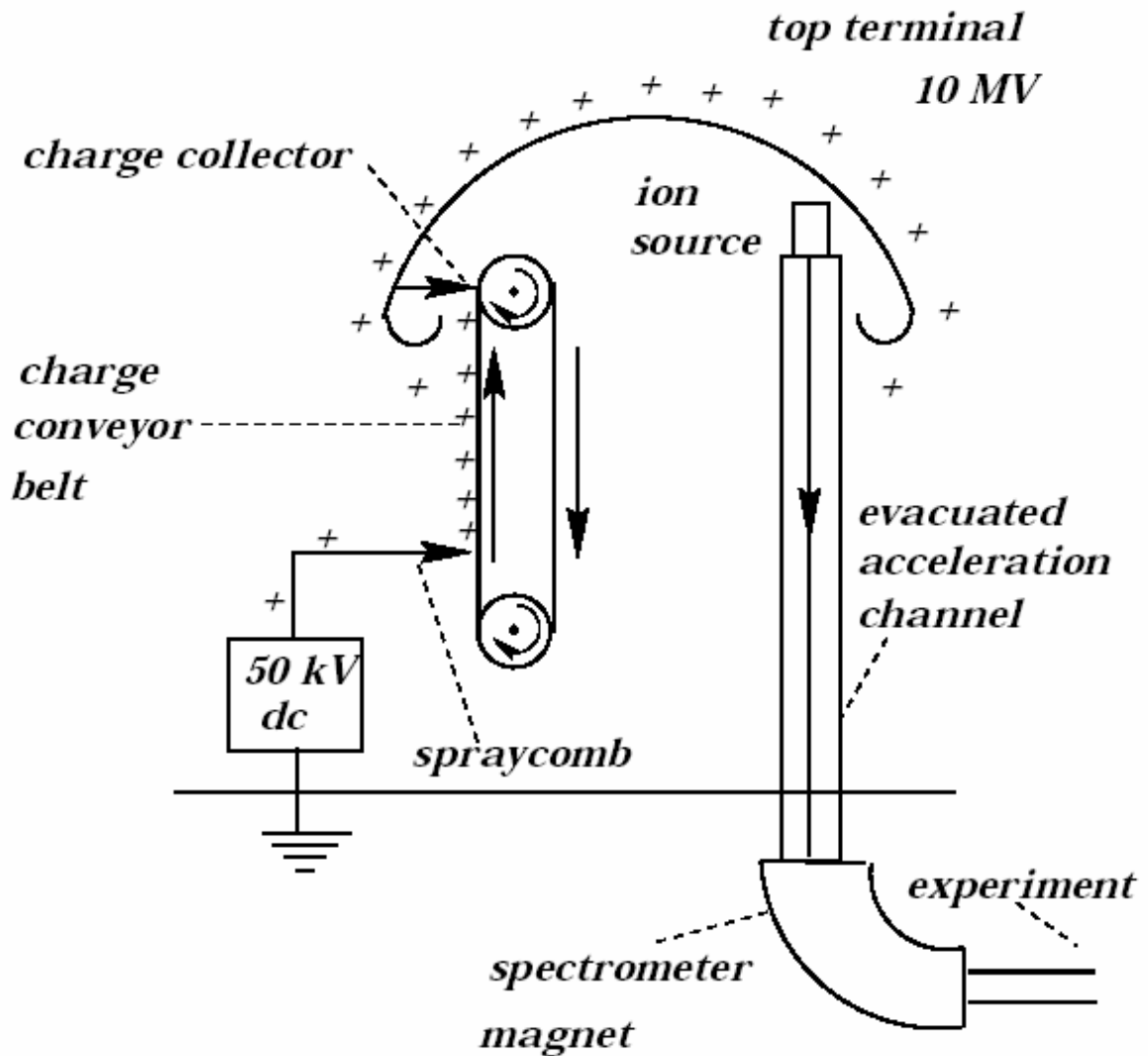
p^+ **Cathode Tube with H**



Antimatter: Pair Production

Generatore di Van de Graaf anno [1930]

● Single Unit:

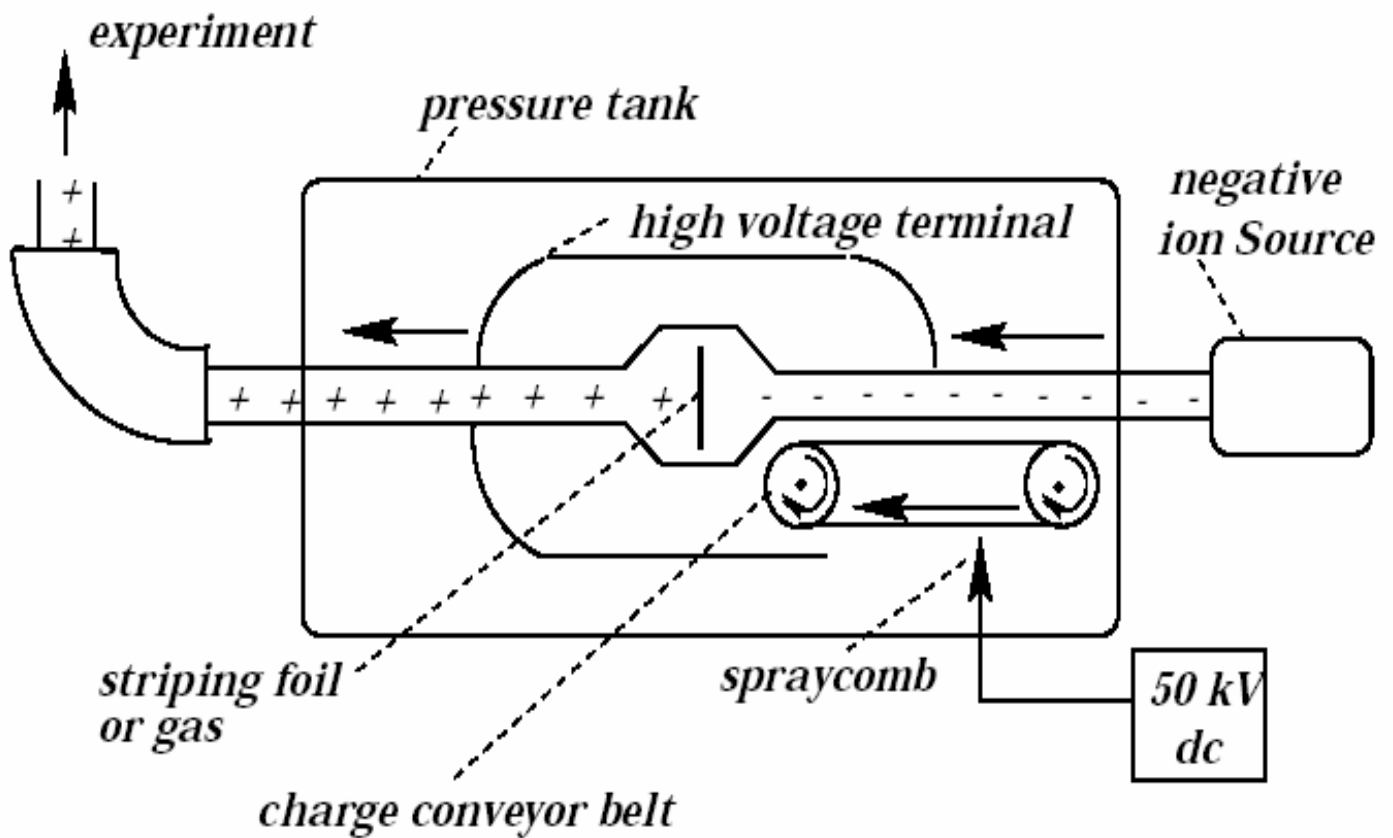


$V = 10 \text{ MVolt}_{max}$

◆ **Normalmente si lavora a 2 MVolt**

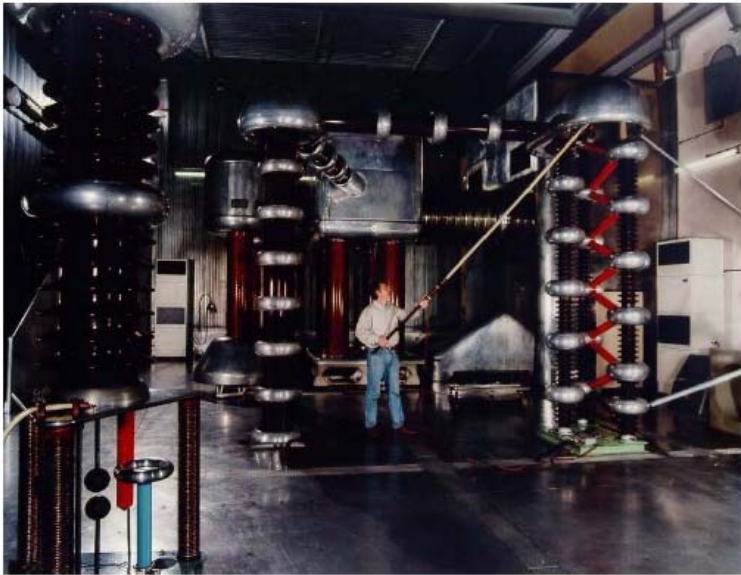
Generatore di Van de Graaf : Tandem [anno 1936]

● Tandem generator:



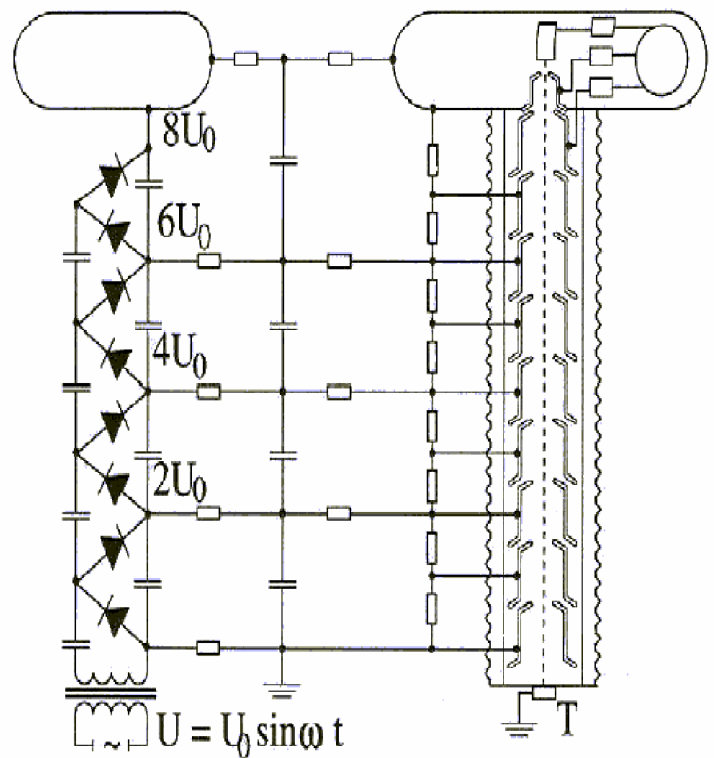
$$\underline{V = 25 \text{ MVolt}}_{\text{max}}$$

Acceleratore Elettrostatico di Cockroft-Walton [anno 1930]



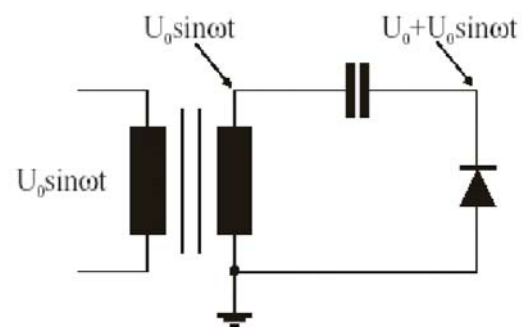
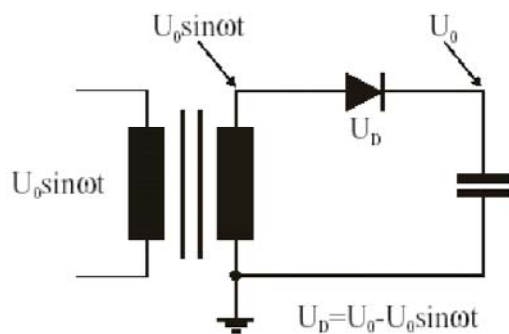
- 1928: tunneling hypothesis
 ➔ lower energy needed
- 1932: first nuclear reaction with accelerated protons
 ${}^7\text{Li} + p \rightarrow 2\alpha$
 ${}^7\text{Li} + p \rightarrow {}^7\text{Be} + n$
 $E_p = 400 \text{ keV}$

- Greinacher cascade
- voltage distributed over many electrodes to control focussing
- high current $I = 100 \text{ mA}$
- $V_{\text{max}} \cong 2 \text{ MV}$
- injector for high energy, high intensity accelerators

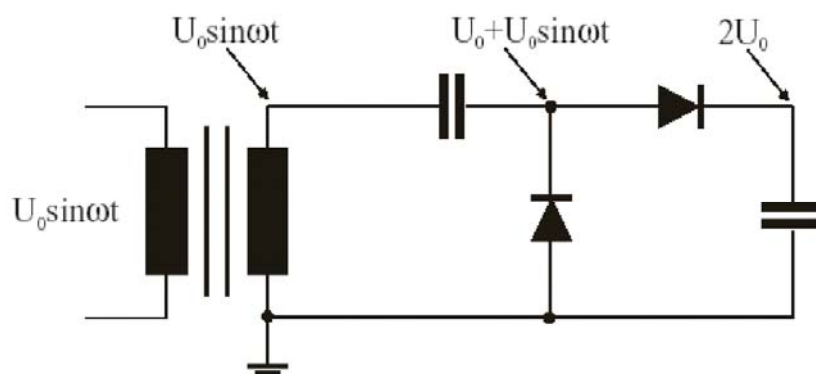


Acceleratore Elettrostatico di Cockroft-Walton

Greinacher cascade

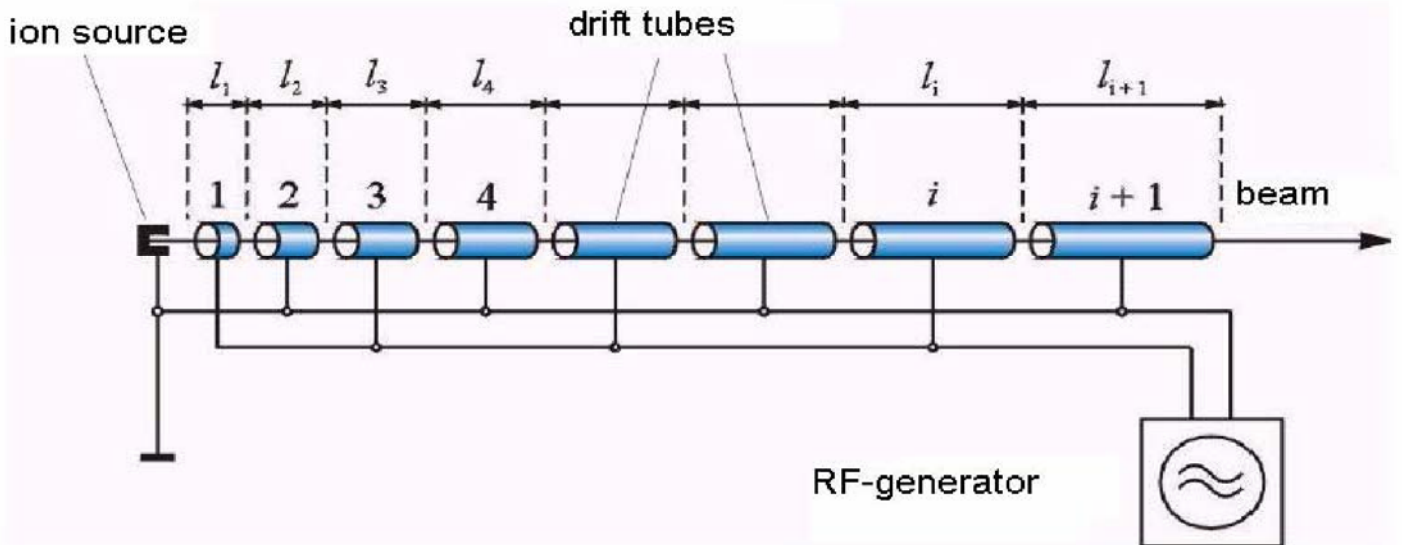


combination of two circuits is a voltage doubler + rectifier



stacking n circuits leads voltage multiplication with factor n

Acceleratore Lineare di Wideroe [1928]



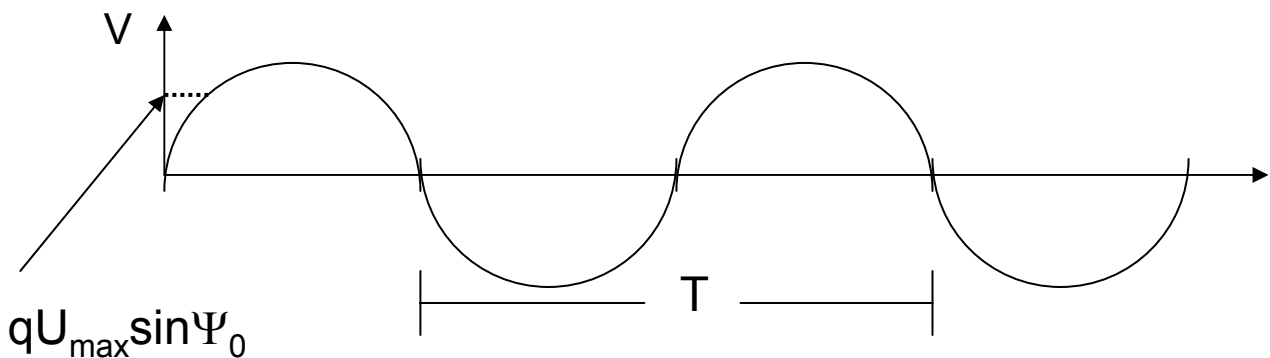
- ◆ I tubi sono connessi a polarita' alternate
- ◆ I tubi agiscono da gabbie di Faraday: le particelle non avvertono il cambio di polarita' all' interno del tubo
- ◆ la particella viene accelerata tra un tubo e l' altro e guadagna una energia pari a;

$$\Delta E = qU_{\max} \sin \Psi_0$$

dove Ψ_0 e' la fase della R.F. che la particella vede quando attraversa la gap tra un tubo e l' altro.

- ◆ L' energia guadagnata dalla particella dipende dal numero di gap attraversate:

$$E_n = n (qU_{\max} \sin \Psi_0)$$



Acceleratore Lineare di Wideroe

- ◆ Durante l'accelerazione la velocità aumenta monotonamente mentre la frequenza della radio-frequenza rimane costante
- ◆ Il cambio di polarità della R.F. deve avvenire mentre la particella si trova all'interno di un tubo: ne consegue che **il tempo di attraversamento di un tubo DEVE ESSERE SEMPRE LO STESSO !**

- ◆ Supponiamo che la particella abbia energia

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2$$

e che T sia il periodo della R.F. Il minimo tempo di attraversamento del tubo deve quindi essere $T/2$ e la lunghezza minima del tubo n -esimo deve essere:

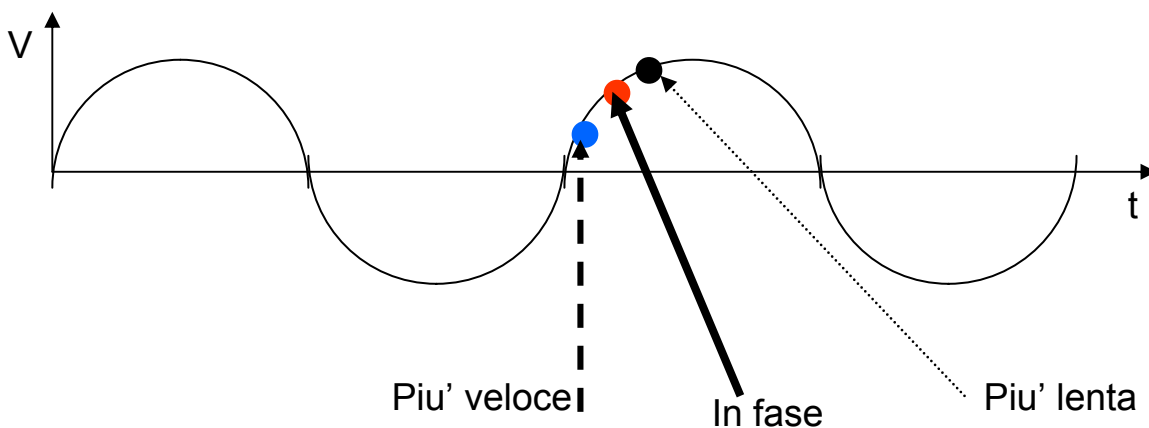
$$l_n = v_n T/2 = v_n / 2v_{RF} = v_n \lambda_{RF} / 2c = \beta_n \lambda_{RF} / 2$$

$$l_n = 1/v_{RF} \{n (qU_{\max} \sin \Psi_0) / 2m\}^{1/2}$$

- ◆ **I tubi hanno lunghezza variabile fino a quando β non satura a 1 !**

Stabilita' di fase

- ◆ Per essere accelerate, le particelle devono essere perfettamente sincronizzate con la R.F.
- ◆ La sincronizzazione si puo' perdere per : i) imprecisione meccanica nella costruzione ii) diverse velocita' iniziali delle particelle iii) instabilita' della R.F. iv) urti con le molecole residue nei tubi a vuoto ...etc
- ◆ n meccanismo, chiamato **Stabilita' di fase**, garantisce la corretta sincronia tra velocita' delle particelle e R.F.



- ◆ La particella piu' veloce vede un potenziale piu' basso ed e' quindi accelerata di meno rispetto a quella in fase. La particella piu' lenta vede un potenziale piu' alto e quindi e' accelerata di piu' rispetto a quella in fase.

il Linac di Fermilab (400 MeV)



Acceleratori Circolari

- ◆ il moto di una particella di massa m e carica elettrica q in un campo di induzione magnetica \mathbf{B} e' descritto dalla legge

$$d\mathbf{p}/dt = d(\gamma m\mathbf{v})/dt = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

In un moto circolare, con traiettoria di raggio R e con \mathbf{B} perpendicolare a \mathbf{v} , avremo :

$$ma = mv^2/R = qvB$$

da cui

$$i) mv = qRB$$

$$ii) \mathbf{R} = mv/qB = p/qB$$

$$iii) \mathbf{cp} = qcBR$$

- ◆ Per una carica unitaria $q=e$, la relazione tra quantita' di moto, raggio di curvatura e campo magnetico e' :

$$pc[\text{Joule}] = ecBR =$$

$$1.6 \cdot 10^{-19} [\text{Coulomb}] \cdot 3 \times 10^8 [\text{ms}^{-1}] B[\text{Tesla}] R[\text{metro}]$$

oppure in unita' piu' pratiche:

$$pc[\text{GeV}] = 0.3 B[\text{Tesla}] R[\text{metro}]$$

Acceleratori Circolari

◆ Avremo anche:

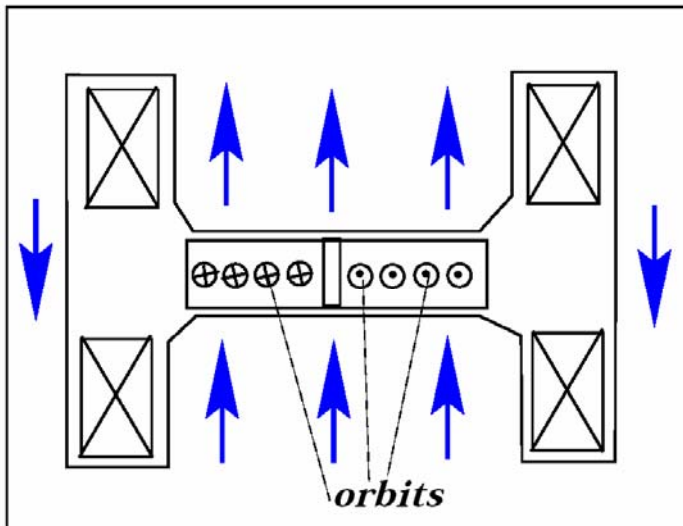
$$B \times R = p/e = \text{rigidita' magnetica}$$

◆ se mettiamo tutto nelle corrette unita' di misura avremo:

$$\begin{aligned} B \times R &= 33.356 \times p \text{ [kg*m]} = \\ &= 3.3356 \times p \text{ [T *m]} \\ &\quad (\text{ se } p \text{ e' in GeV/c }) \end{aligned}$$

Acceleratori Circolari: ciclotrone

1929: Lawrence → Cyclotron



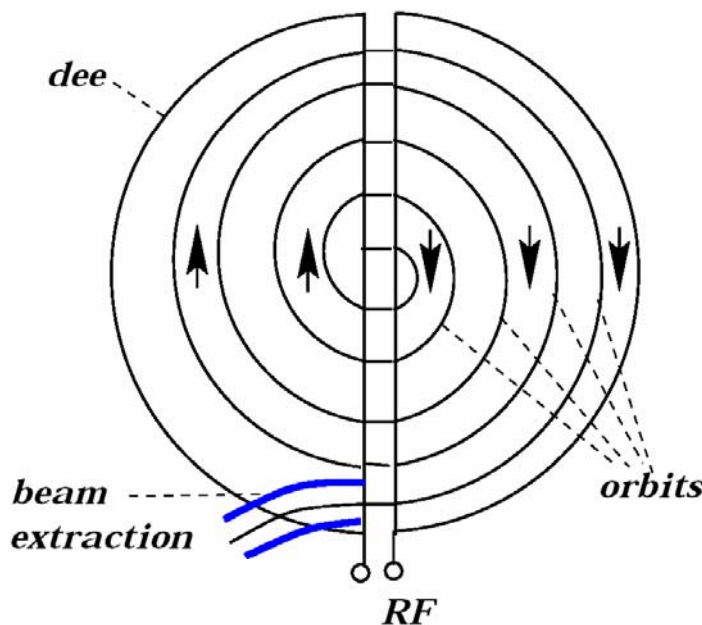
$$\omega = \frac{Q}{m} \cdot B$$

$$r = \frac{m}{Q} \cdot \frac{v}{B}$$

$m = \text{const}$

$f_{RF} = \text{const}$

$B = \text{const}$



1931: Livingston → H to 80 keV

1932: Lawrence → p to 1.2 MeV
(NP 1939)

Acceleratori Circolari: ciclotrone

- ◆ Abbiamo ricavato $R = mv/qB = p/qB$ (nel caso relativistico $mv \Rightarrow \gamma mv$)

$$T = 2\pi R/v = 2\pi\gamma m/qB$$

$$\omega = 2\pi/T = qB/\gamma m$$

- ◆ Se e' soddisfatta la condizione di risonanza :

$$\omega_{RF} = \omega \quad [\text{uguale a } 10 \text{ MHz per RF di circa } 100 \text{ kW di potenza}]$$

gli ioni attraversano di nuovo la zona tra i due elettrodi in fase con la differenza di potenziale e vengono di nuovo accelerati. Quindi gli ioni percorrono una traiettoria a spirale con raggio via via crescente e l' aumento di energia per giro e' $\Delta E = 2q \Delta V$. Quando il raggio di curvatura e' maggiore di R gli ioni, non piu' soggetti all' azione del campo magnetico, escono tangenti alla traiettoria andando a finire contro il bersaglio della reazione nucleare in studio.

La massima energia raggiungibile e' limitata dal valore del campo, B, e dal raggio del magnete, R: $p_{\max} = 0.3BR$

Per $B=1 \text{ T}$, $R=1 \text{ m}$, $q=e$, si ha: $p_{\max} = 300 \text{ MeV}$ che corrisponde per un protone a $\beta = 0.3$.

Per $v \ll c$ la frequenza di ciclotrone e' costante.

Per raggiungere energie piu' elevate, essendo $\omega = 2\pi/T = qB/\gamma m$.

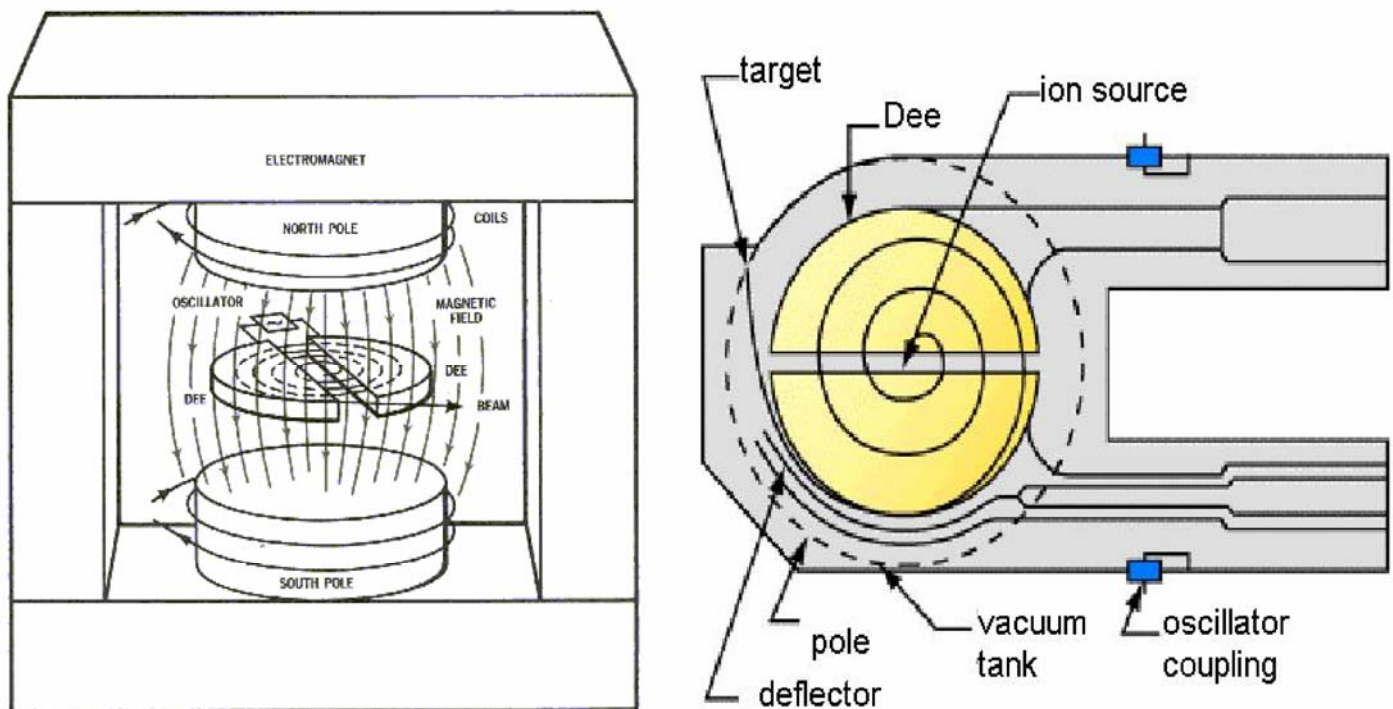
occorre diminuire la frequenza ω_{RF} durante il ciclo di accelerazione.

E' quello che avviene nel caso del sincro-ciclotrone

Ciclotroni e (sincrociclotroni) accelerano protoni ed ioni fino a circa 22 MeV (500 MeV) per carica elettrica.

- ◆ gli elettroni sono subito relativistici e quindi il ciclotrone non e' adeguato allo scopo.

Acceleratori Circolari: ciclotrone

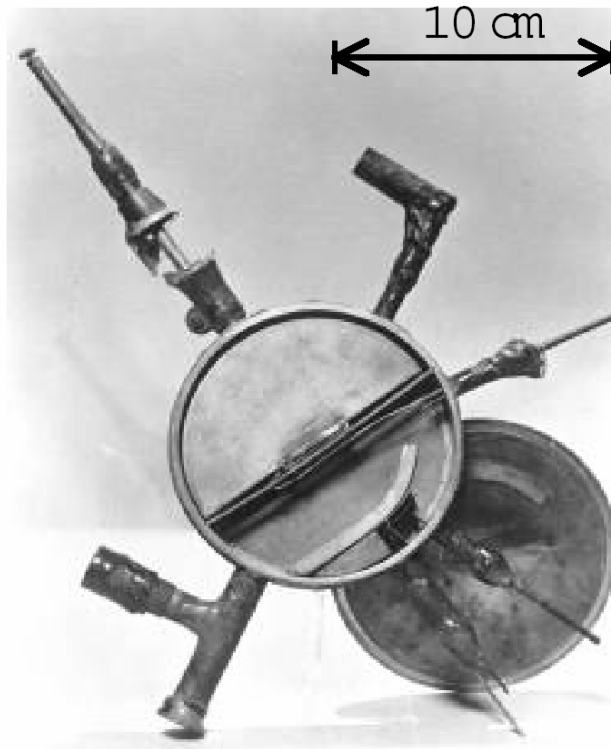


◆ Quando il ciclotrone fu realizzato si notò che le particelle, che avrebbero dovuto descrivere una spirale, facevano molti giri senza urtare il magnete. E.M. Mc Millan spiegò il fenomeno come dovuto agli effetti di **“focalizzazione”** nel piano verticale dovuto ai gradienti dei campi magnetici, vedi figura in cui si può notare che il campo magnetico decresce radialmente. Il fenomeno viene chiamato di:

Focalizzazione debole

Acceleratori Circolari: ciclotrone

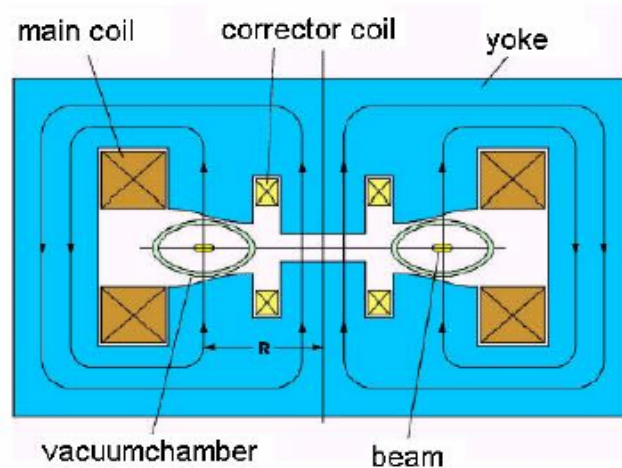
- vacuum chamber first cyclotron



Acceleratori Circolari: betatrone

betatron (1940)

- Kerst : working prototype
- breakthrough: stabilization orbit with non-homogeneous field
- only used for electrons



- sb/AccPhys2003_1/28
- ◆ un campo magnetico variabile induce un campo elettrico che accelera una particella carica:

$$2\pi R E = -\pi R^2 d\langle B \rangle / dt \Rightarrow E = -R/2 \times d\langle B \rangle / dt$$

l' elettrone sente quindi una forza tangente alla traiettoria data da

$$dp/dt = -eE = eR/2 \times \langle dB/dt \rangle \quad (1)$$

- ◆ inoltre per stare su un' orbita circolare deve esserci una forza centripeta tale che $p = eRB$ da cui derivando

$$dp/dt = eRdB/dt \quad (2)$$

uguagliando (1) e (2) avremo:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{2} \times \left\langle \frac{dB}{dt} \right\rangle$$

Condizione di Wideroe

Dal Ciclotrone al sincrotrone

◆ il ciclotrone ed il betatrone sono costituiti da un grosso magnete centrale: $E \propto R \Rightarrow \text{Massa del Magnete} \propto E$
Per esempio il magnete del Betatrone da 300 MeV realizzato nel 1940 in Illinois aveva una massa di circa 275 tonnellate

◆ Era necessario trovare una strada diversa per aumentare l'energia :

$R = p/qB \Rightarrow R$ costante aumentando B al crescere di p

◆ Nasce il Sincrotrone;

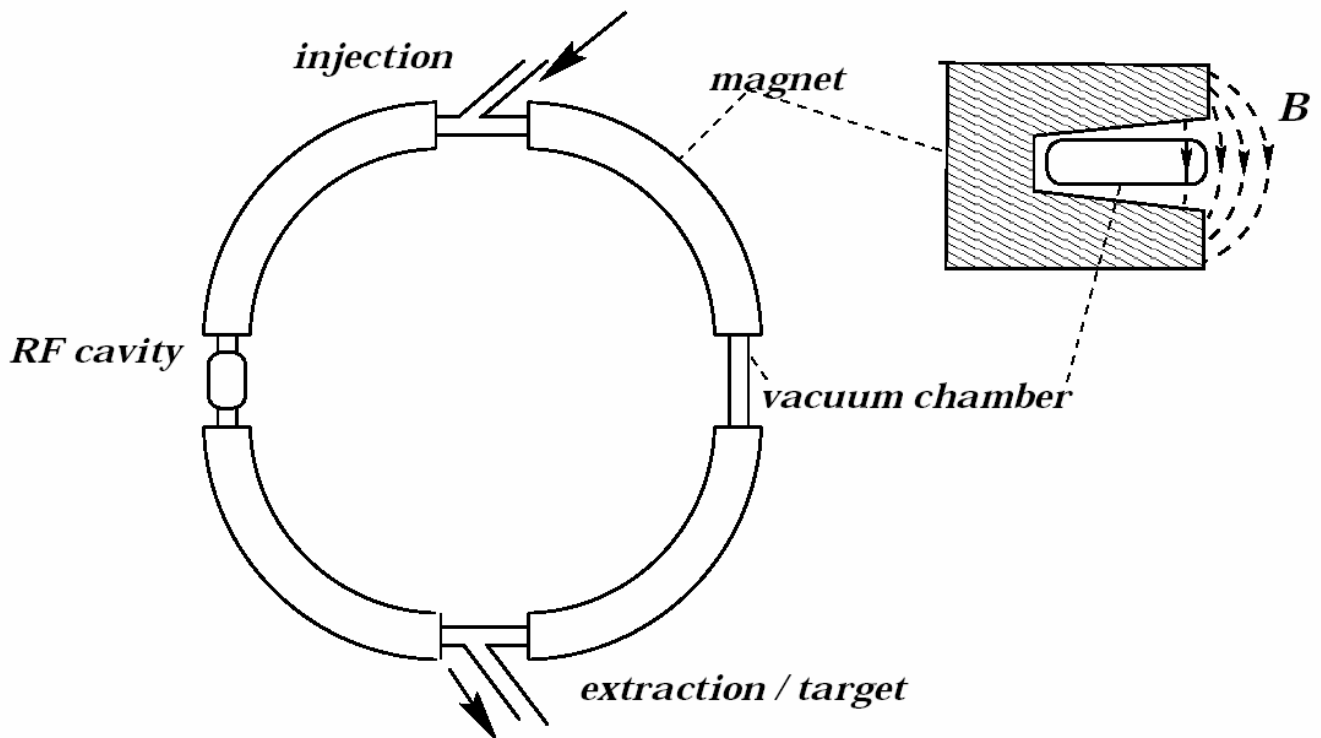
- 1) per particelle relativistiche la frequenza della radiofrequenza non varia
- 2) le particelle possono compiere molti giri (10^5) prima di raggiungere la energia massima \Rightarrow quindi V_{RF} puo' essere limitato.

Circular Accelerators II

● Synchrotron:

■ 1952: *Cosmotron 3 GeV protons*

■ 1949: *electrons*



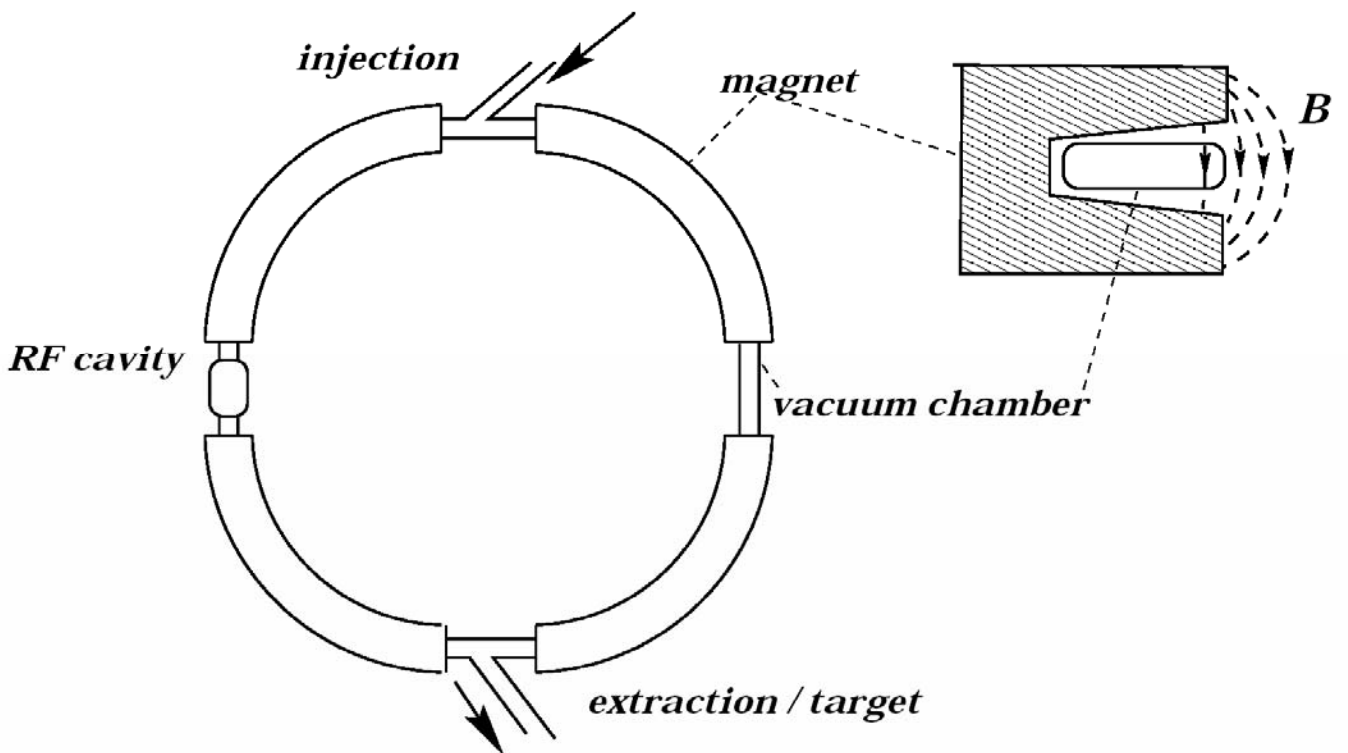
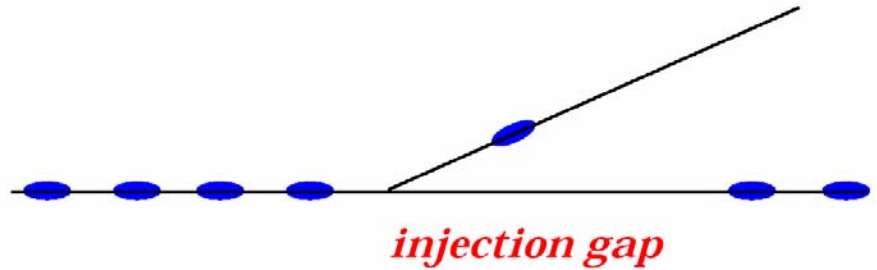
■ 1955: *Bevatron 6 GeV protons*

→ p^- (fixed-target experiment)

$$E_{cm} = 2 \cdot m_0 \cdot c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{E}{2 \cdot m_0 \cdot c^2}} - 1 \right)$$

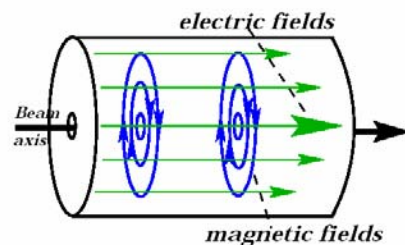
Synchrotron Inventory

Injection:



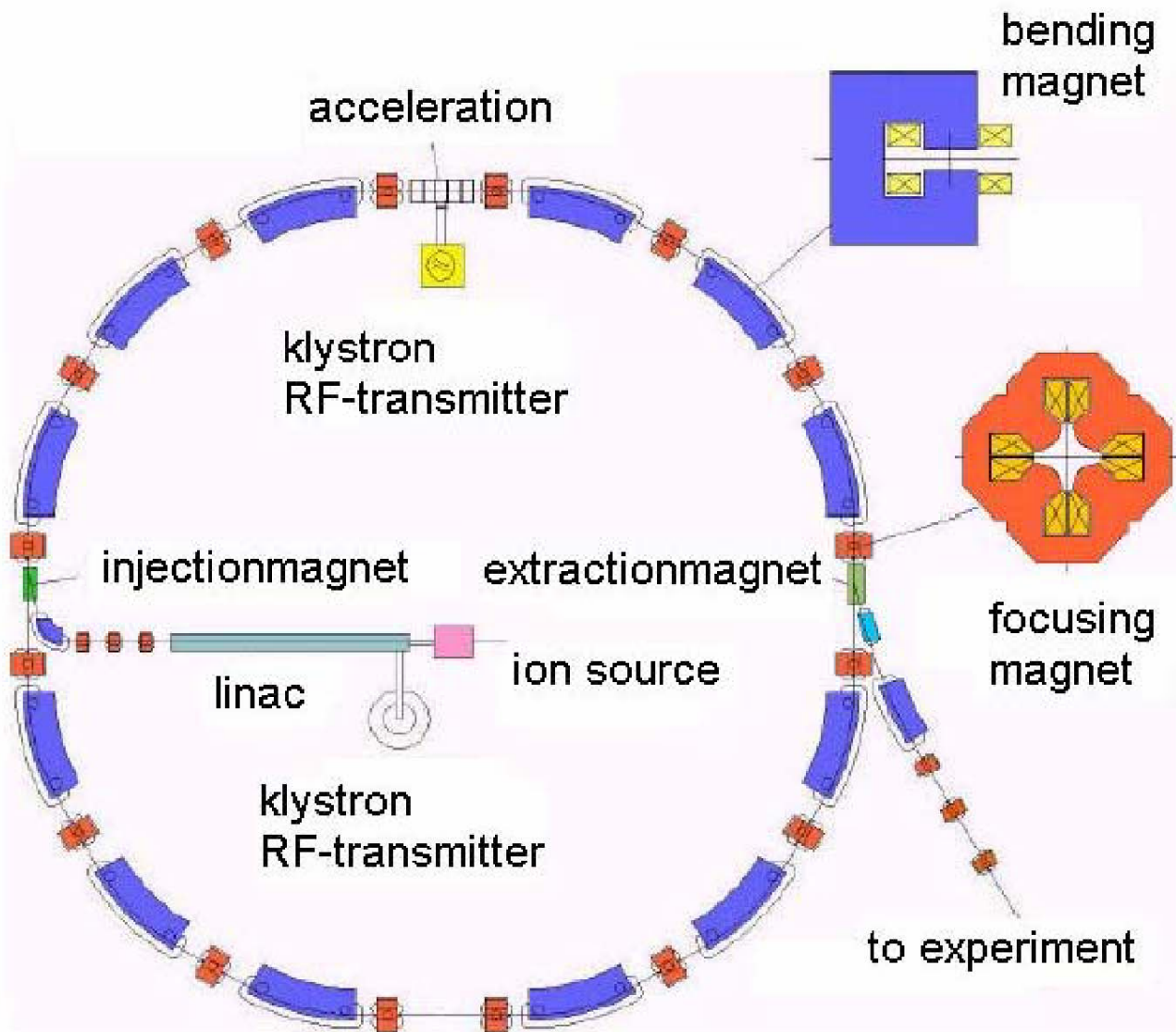
Ejection

RF Cavity



Bending Magnets

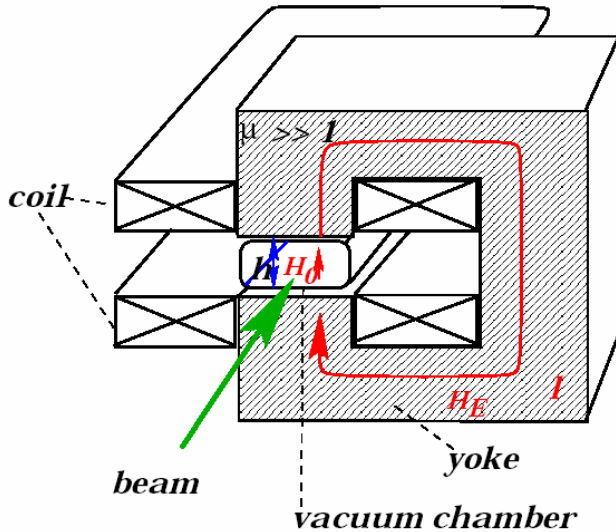
Acceleratori Circolari: componenti di un sincrotrone



Bending Magnet

● $\oint \mathbf{H} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{N}$

$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \mathbf{H}$



$\mu < 1$: Dia

$\mu > 1$: Para

$\mu \gg 1$: Ferro

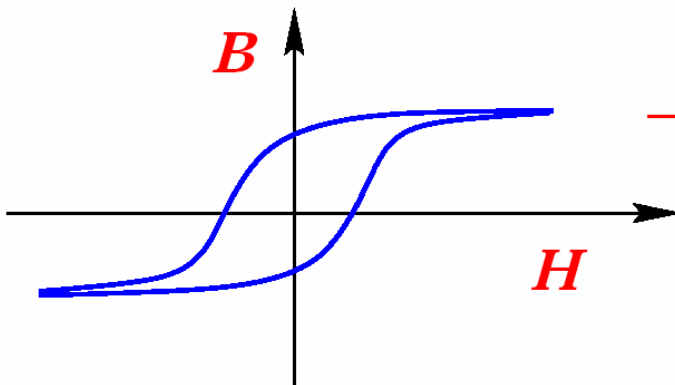
● Maxwell Equations:

$B_{0\perp} = B_{E\perp}$

$H_0 = \mu \cdot H_E$

$\oint \mathbf{H} = \mathbf{h} \cdot \mathbf{H}_0 + \mathbf{l} \cdot \mathbf{H}_E$

$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{h}$



$\frac{1}{\rho} [m^{-1}] = \frac{e \cdot B}{p} = 0.3 \cdot \frac{B [T]}{p [GeV]}$

focheggiamento forte

Quadrupole Focusing

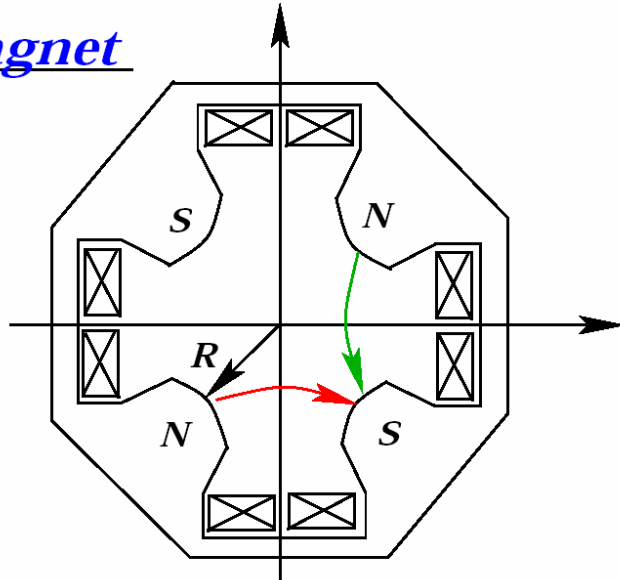
● Quadrupole Magnet

$$B_x = -g \cdot y$$

$$B_y = -g \cdot x$$

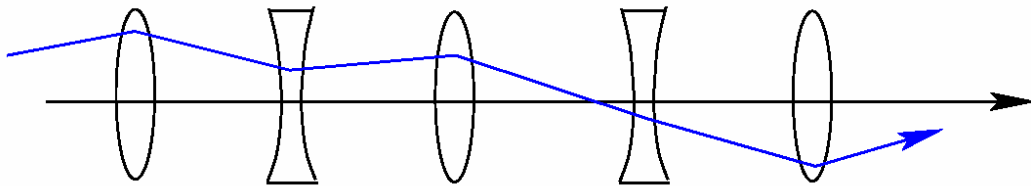
$$F_x = g \cdot x$$

$$F_y = -g \cdot y$$

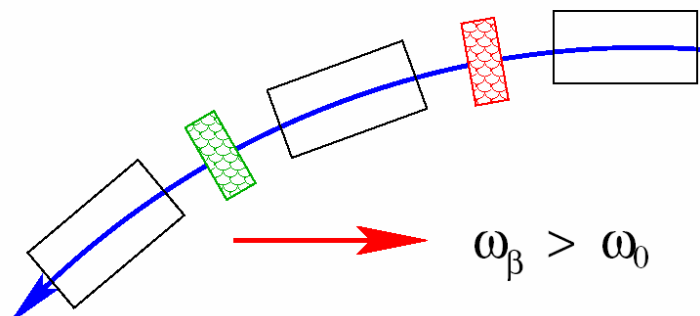


→ *defocusing in horizontal plane!*

● Alternate Gradient Focusing



*Idea: cut the arc sections in
focusing and defocusing elements*



Summary

● Acceleration Concept:

■ *Static field* *25 MeV*
discharge

■ *AC field* *no limit*
length

 *multiple passages*

● Circular Acceleration:

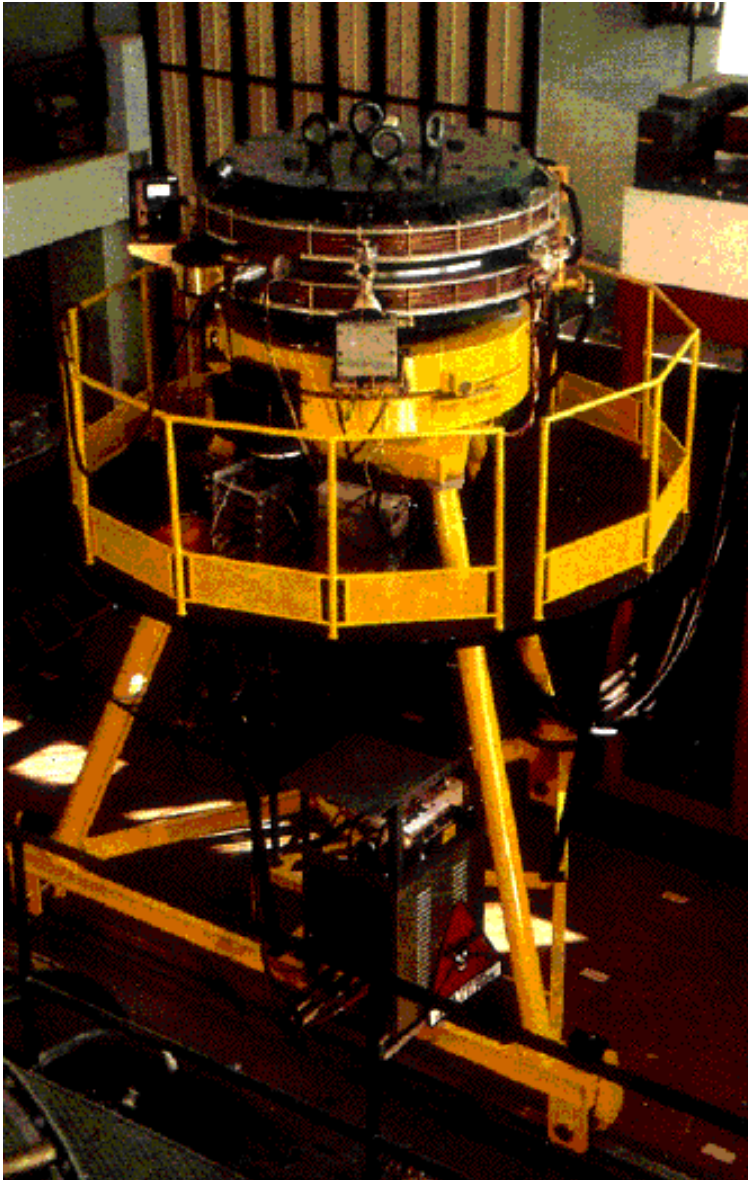
■ *Cyclotron* *25 MeV*
non-relativistic

■ *Synchrotron* *no limit*
small magnets

● In Practice:

Combination of several options

AdA (Anello di Accumulazione) il primo collisionatore $e^+ e^-$ [1961]



Peso magnete	8.5 t
diametro	160 cm
Freq. cavita'	147.2 MHz
Energia fascio	200 MeV

◆ L' energia era piu' che sufficiente per studiare:

$$e^+ e^- \Rightarrow e^+ e^-$$

$$\Rightarrow \mu^+ \mu^-$$

$$\Rightarrow \pi^+ \pi^-$$

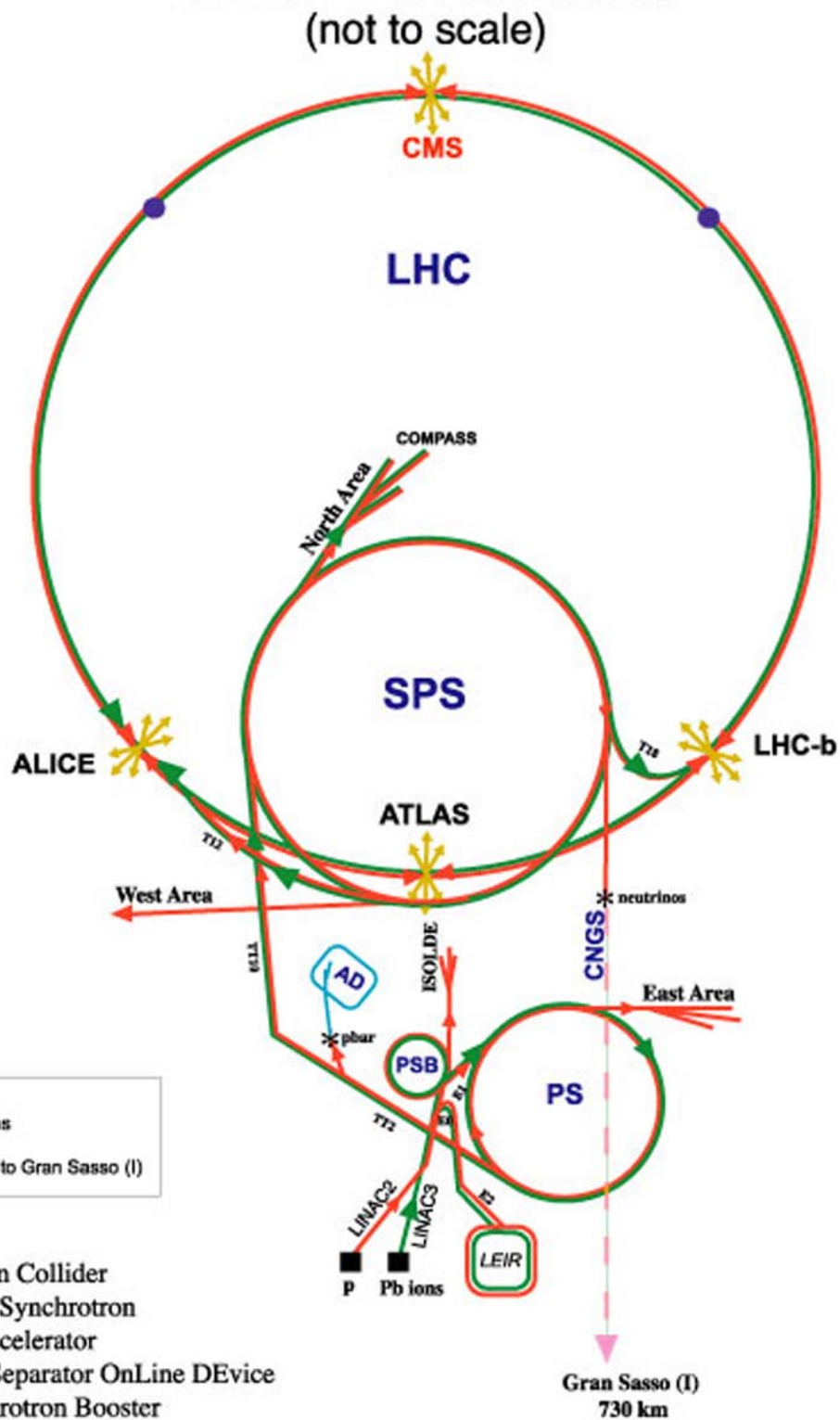
◆ Questi studi non furono pero' possibili a causa del basso numero di e^+ ed e^- che circolavano in AdA.

◆ in un urto con un fascio di positroni su una targhetta fissa di elettroni, per avere **400 MeV nel CdM** e' necessario un fascio di **$E_{\text{beam}}(e^+) = 160 \text{ GeV} !$**

La catena di acceleratori del CERN



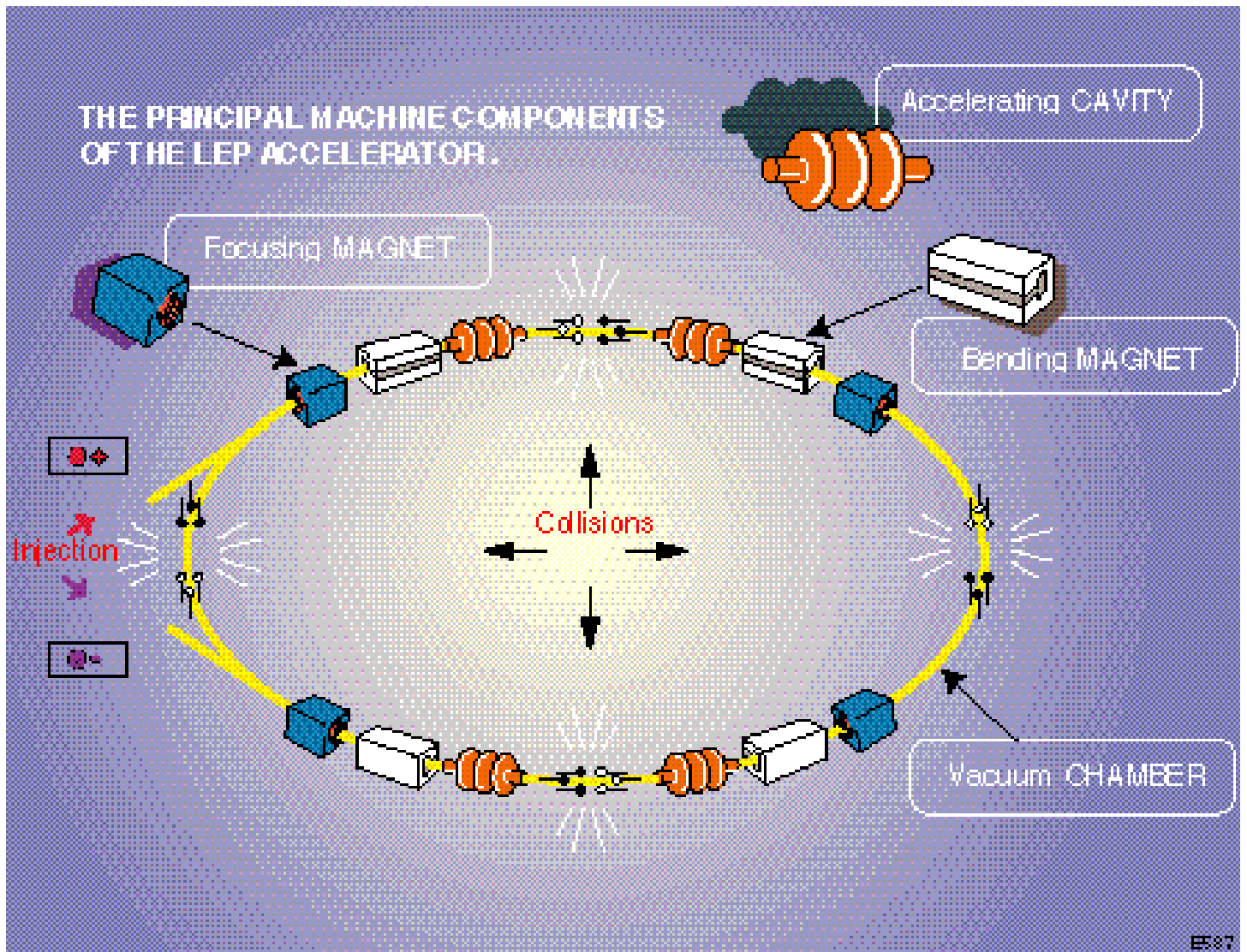
Il sistema di acceleratori del CERN di Ginevra



LHC: Large Hadron Collider
 SPS: Super Proton Synchrotron
 AD: Antiproton Decelerator
 ISOLDE: Isotope Separator OnLine DEvice
 PSB: Proton Synchrotron Booster
 PS: Proton Synchrotron
 LINAC: LINear ACcelerator
 LEIR: Low Energy Ion Ring
 CNGS: Cern Neutrinos to Gran Sasso

Rudolf LEY, PS Division, CERN, 02.09.96
 Revised and adapted by Antonella Del Rosso, ETT Div.,
 in collaboration with B. Desforges, SL Div., and
 D. Manglunki, PS Div. CERN, 23.05.01

Acceleratori Circolari: LEP

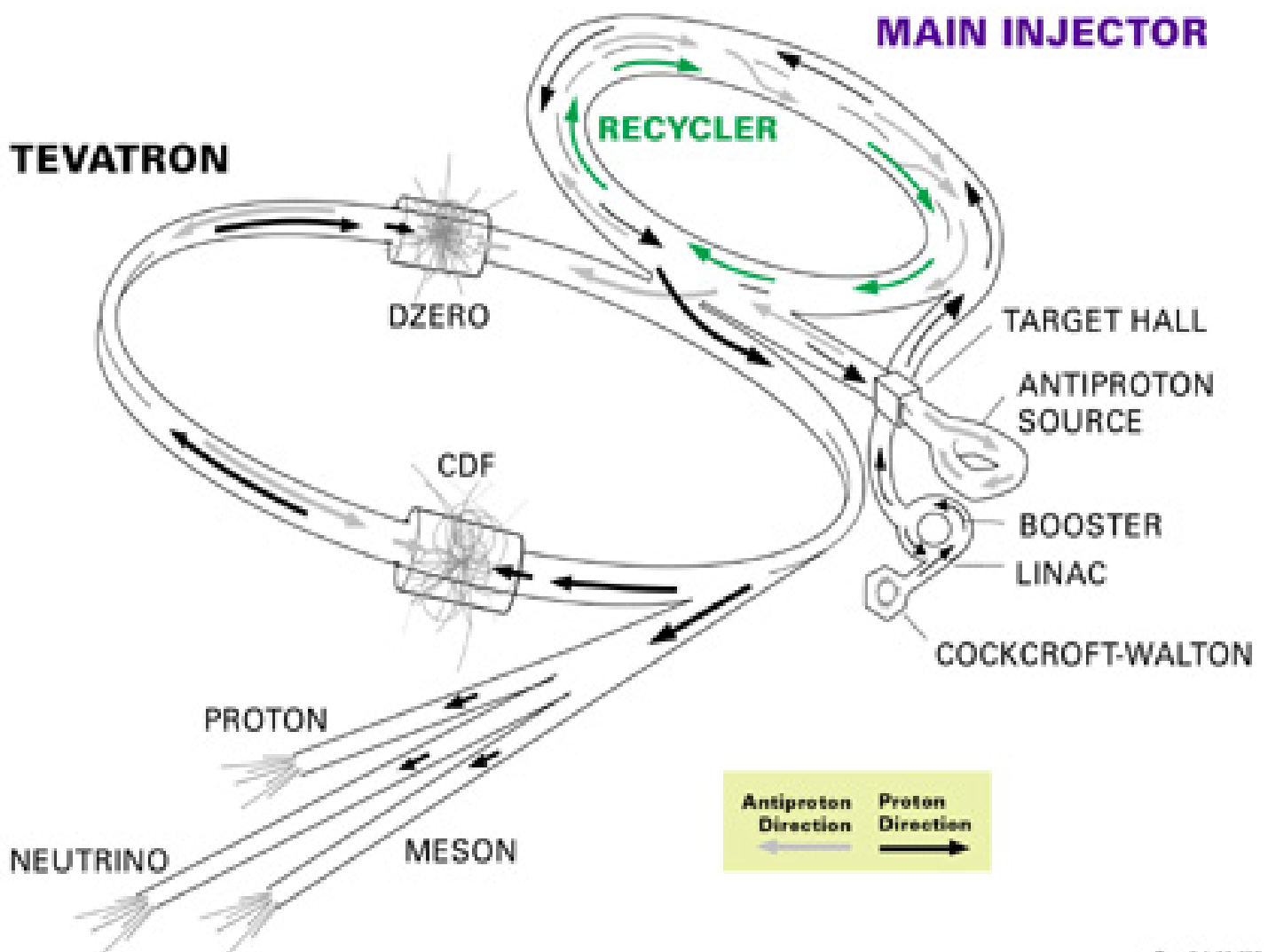


Gli acceleratori del Fermilab di Chicago



La catena di acceleratori del Fermilab di Chicago

FERMILAB'S ACCELERATOR CHAIN



Radiazione di Sincrotrone

- ◆ la potenza irradiata da una particella carica e relativistica vale:

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{(m_0 c^2)^2} \times \left[\left(\frac{d\vec{p}}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{d\tau} \right)^2 \right]$$

$$d\tau = \frac{1}{\gamma} dt$$

- ◆ **Acceleratore Lineare :** $\frac{d\vec{v}}{d\tau} \parallel \vec{v} \Rightarrow P_s \frac{e^2 c}{6\pi(m_0 c^2)^2} \left(\frac{dE}{dx} \right)^2$
- $$\frac{dE}{dx} \approx 15 \frac{\text{MeV}}{m} = 2.4 \times 10^{-12} \frac{\text{J}}{m}$$
- $$P_s \cong 4 \times 10^{-17} \text{W} \Rightarrow \text{trascurabile}$$

- ◆ **Acceleratore Circolare:**

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \perp \vec{v}$$

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{(m_0 c^2)^4} \frac{E^4}{R^2}$$

$$m_{\text{electron}} c^2 = 0.511 \text{MeV}$$

$$m_{\text{proton}} c^2 = 938.19 \text{MeV}$$

$$\frac{P_{s,\text{electron}}}{P_{s,\text{proton}}} = \left(\frac{m_{\text{proton}} c^2}{m_{\text{electron}} c^2} \right)^4 = 1.13 \times 10^{13} \quad !$$

Radiazione di Sincrotrone

◆ Energia irradiata in un giro:

$$\Delta E = \oint P_s dt = P_s \times t_b = P_s \times \frac{2\pi R}{c}$$

$$\Delta E = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 (m_0 c^2)^4} \frac{E^4}{R}$$

$$\text{elettroni} \Rightarrow \Delta E [\text{keV}] = 88.5 \frac{E^4 [\text{GeV}^4]}{R [\text{m}]}$$

◆ questa radiazione fu osservata la prima volta alla fine del 1940 al sincrotrone di 70 MeV della General Electric. Da questo il nome.

◆ E' inversamente proporzionale a R

$\Rightarrow R_{\text{LEP}} = 4.3 \text{ km}$ LEP e' l' ultimo acceleratore circolare !

La potenza perduta deve essere fornita dalle cavita' acceleratrici

Distribuzione angolare della Radiazione di Sincrotrone

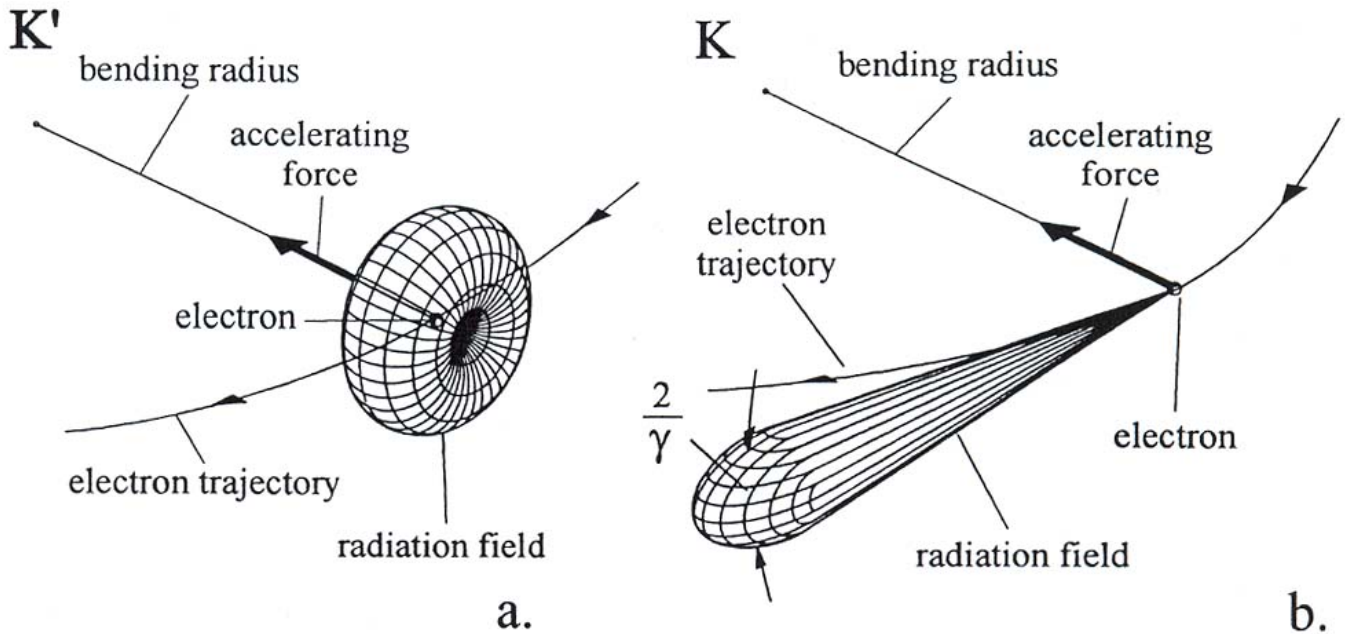
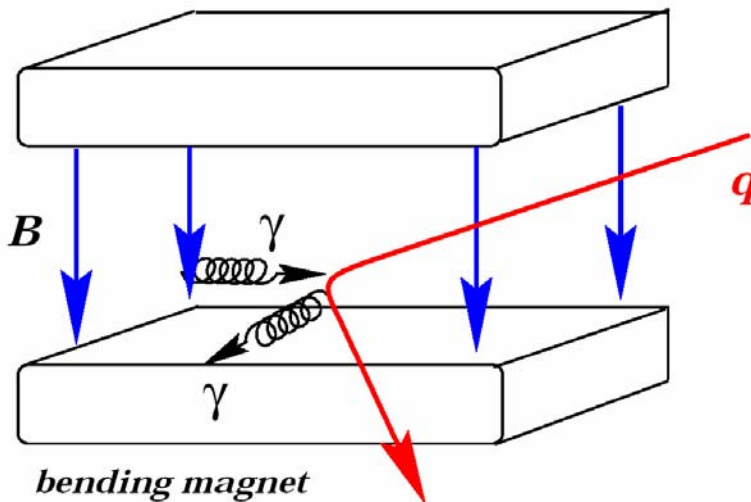


Fig. 2.3 Transformation of the axially symmetric radiation distribution in the centre of mass frame (a) into the sharply forward peaked distribution in the laboratory frame K (b).

- ◆ **Abbiamo una produzione di sorgenti di radiazione elettromagnetica con particolari caratteristiche di intensità, direzionalità e banda di frequenza.**
- ◆ **Importanti applicazioni nello studio di strutture molecolari e cristalline**

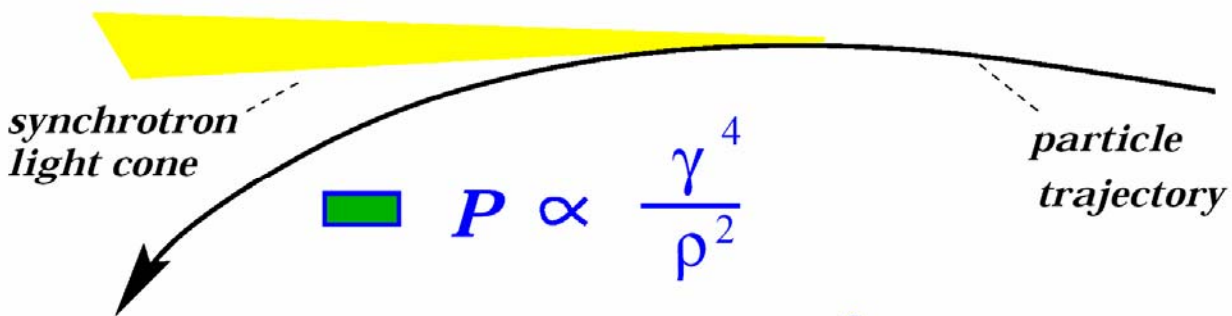
Synchrotron Radiation

● Quantum Picture:



→ radiation fan in bending plane

 opening angle $\propto \frac{1}{\gamma}$



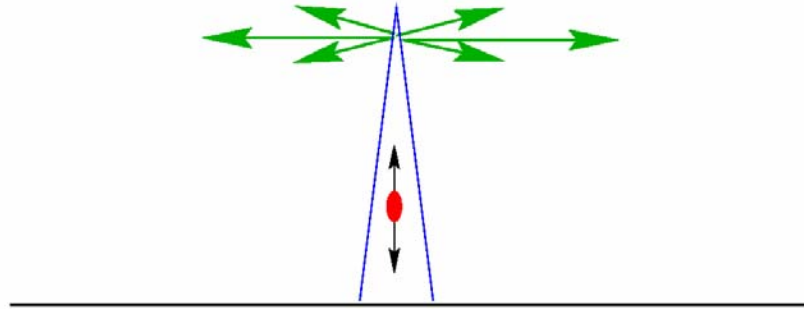
 $P \propto \frac{\gamma^4}{\rho^2}$

 $\langle E_\gamma \rangle \propto \frac{\gamma^3}{\rho}$

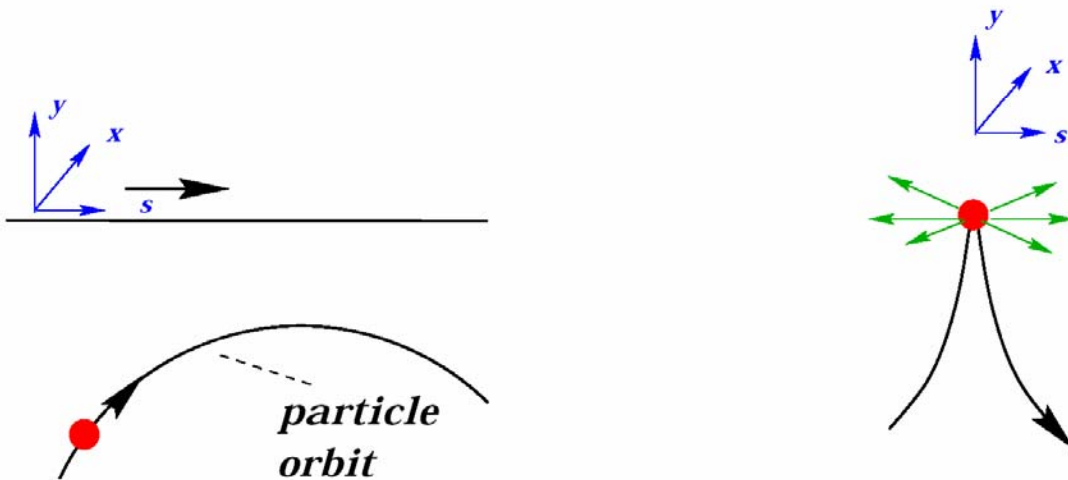
 polarised

Synchrotron Radiation

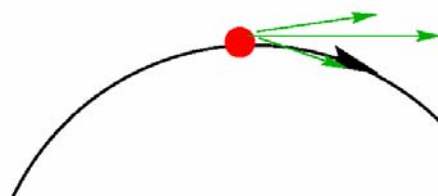
● Antenna:



● Particle Trajectory:




■ Lorentz Transformation:



Radiazione di Sincrotrone

Examples

	E [GeV]	ρ [km]	N [10^{12}]	U [MeV]	P [MW]	u_c [keV]
<i>LEP 1</i>	<i>45</i>	<i>3.1</i>	<i>4.7</i>	<i>260</i>	<i>2.1</i>	<i>90</i>
<i>LEP 2</i>	<i>100</i>	<i>3.1</i>	<i>4.7</i>	<i>2800</i>	<i>23</i>	<i>715</i>
<i>LHC</i>	<i>7000</i>	<i>3.1</i>	<i>312</i>	<i>0.007</i>	<i>0.005</i>	<i>0.04</i>

 γ -rays: $Co_{60} \longrightarrow 1.3 \text{ MeV}$

 X-rays: $\longrightarrow \text{keV}$

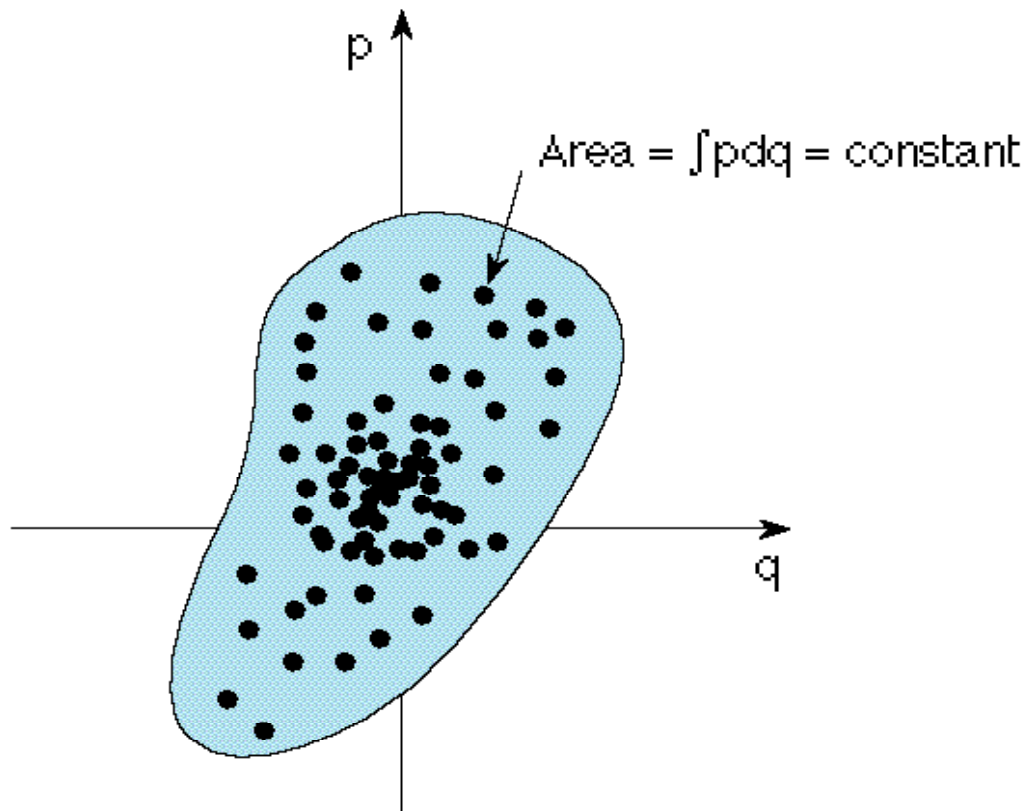
 Visible Light: $\longrightarrow \text{eV}$

$LEP 1 \longrightarrow X\text{-rays}$

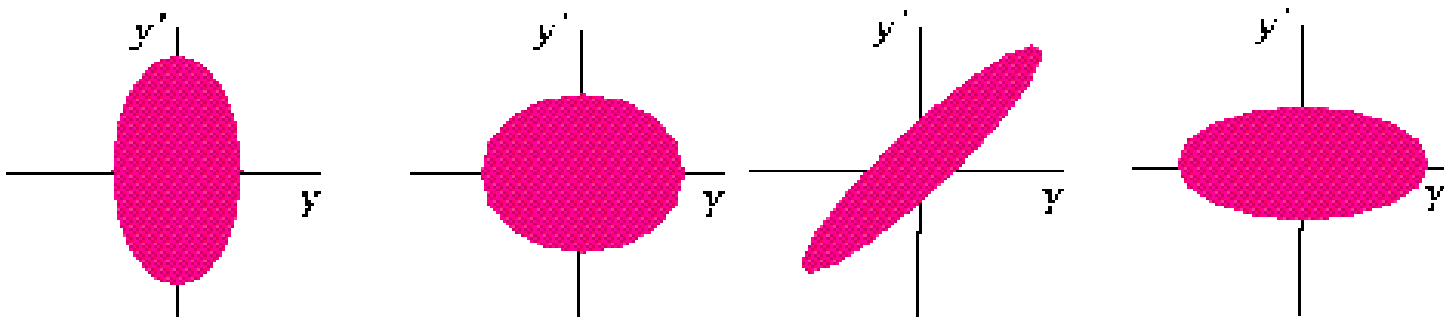
$LEP 2 \longrightarrow \gamma\text{-rays}$

$LHC \longrightarrow UV\text{ light}$

Liouville's theorem (Rough Version)



- ***“The area of a contour which encloses all the beam in phase space is conserved”***
- This area = $\pi\varepsilon$ is the **“emittance”**
- It is the same all round the ring



- **NOT TRUE:**
 - during acceleration
 - in an electron machine where synchrotron emission damps

Teorema di Liouville

◆ Versione rigorosa:

“ nella vicinanza delle particelle, la **Densita' delle stesse nello Spazio delle Fasi E' Costante** se le particelle si muovono I forze esterne non dipendenti dalla velocita' “

◆ Sistema di Coordinate:

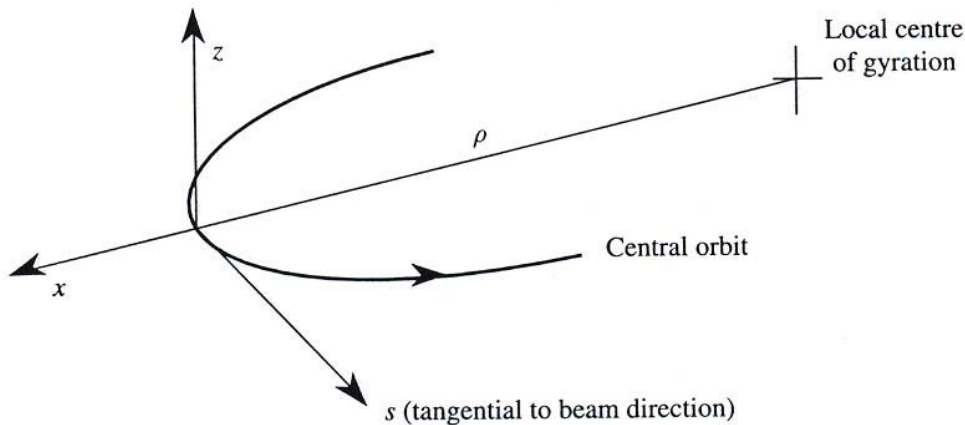


Fig. 2.1 Charged particle orbit in magnetic field.

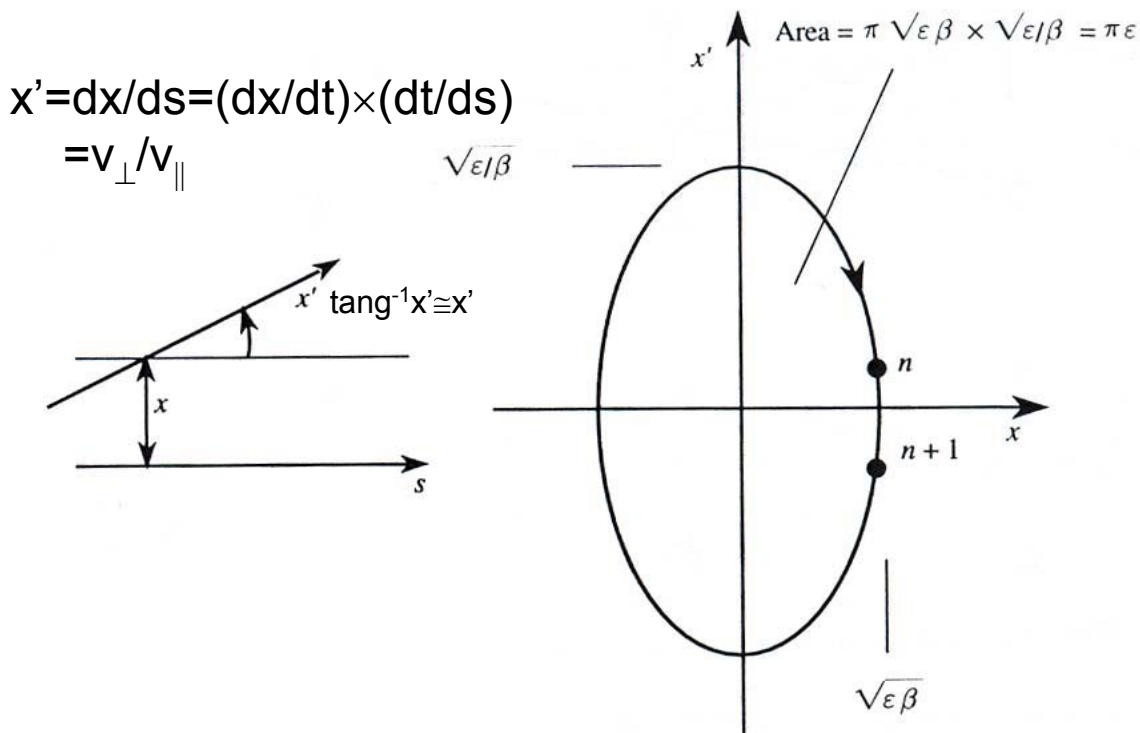


Fig. 2.7 The elliptical locus of a particle's history in phase space as it circulates in a synchrotron.

Teorema di Liouville

◆ Le coordinate usate negli acceleratori x (coordinata dello spostamento trasversale) e x' (divergenza) non sono tra loro coordinate canoniche nel senso Hamiltoniano (q e p). Troviamo la relazione tra il momento canonico p e la divergenza x' se $q=x$:

$$p = m \frac{dq}{dt} \gamma = m \frac{dq}{ds} \frac{ds}{dt} \gamma = m \frac{dx}{ds} v \gamma = m x' v \frac{c}{c} \gamma = mc \beta \gamma x'$$

$$\cos t = \int p dq = mc \beta \gamma \int x' dx = p_0 \varepsilon \pi$$

$$\text{emittenza} = \varepsilon \pi = \int x' dx = \frac{\pi \varepsilon^*}{\beta \gamma}$$

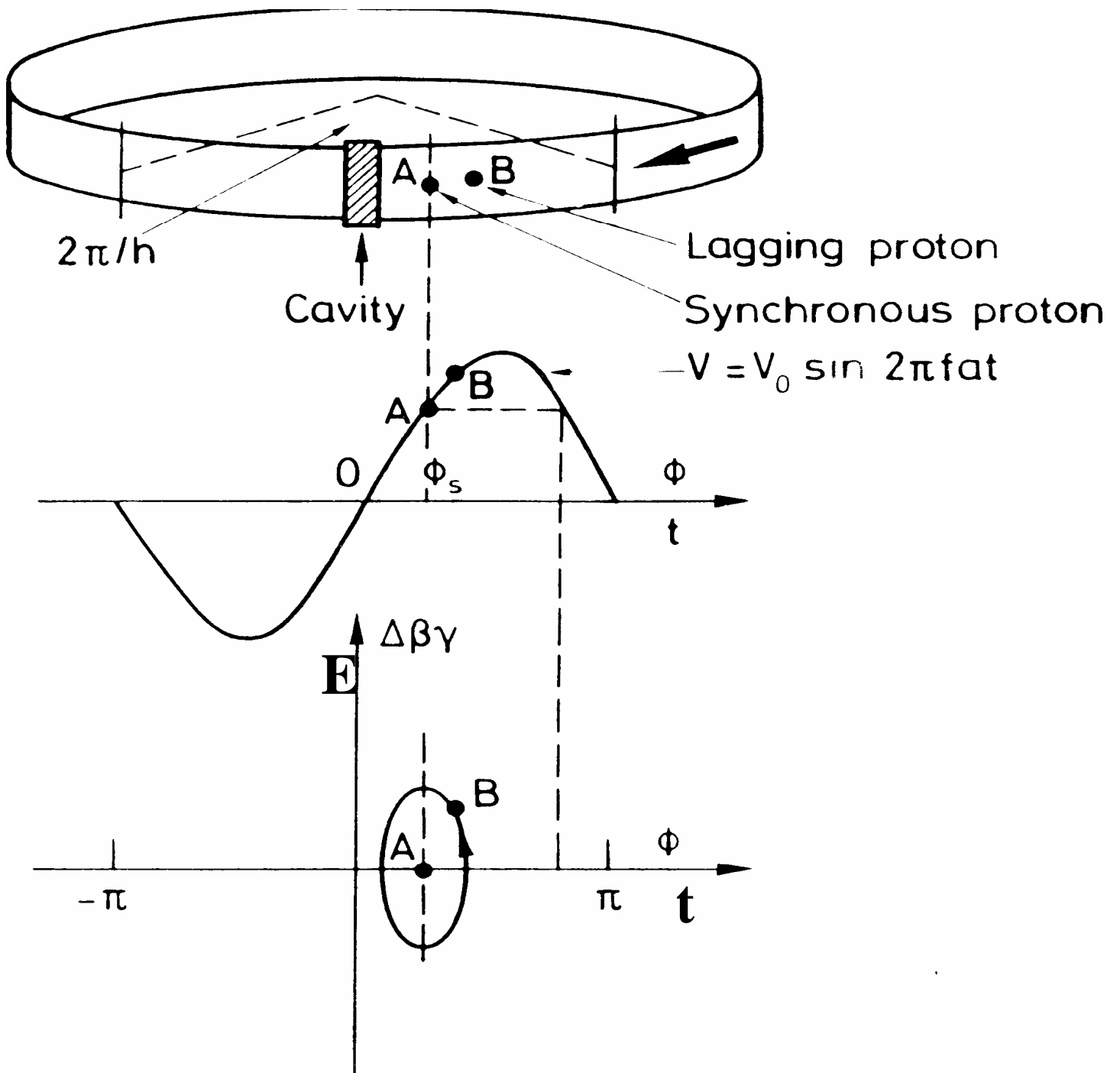
$$\text{emittenza} - \text{normalizzata} = \varepsilon^* = (\beta \gamma) \varepsilon \rightarrow (\pi, \text{mm}, \text{rad})$$

$$\pi \varepsilon = \int x' dx = \frac{\pi \varepsilon^*}{\beta \gamma} \propto \frac{1}{p_0} = \frac{1}{E}$$

◆ Le dimensioni trasverse del fascio diminuiscono come $1/(p_0)^{1/2}$ ne segue che per un acceleratore di protoni l' apertura critica e' quella all' iniezione !! Questa e' la ragione di utilizzare una catena di acceleratori ad energie sempre piu' crescenti (e quindi sempre piu' stretti nella dimensione trasversa con notevole guadagno di danaro !!)

◆ In una catena di acceleratori a protoni, la emittanza invariante , fissata all' inizio del linac, puo' quindi essere mantenuta per parecchie centinaia di GeV !!

Phase stability



La storia degli acceleratori

