

Capitolo 6 :
Decadimenti, Risonanze,
Modello di Yukawa,
Interazioni tra Particelle

**Corso di Fisica Nucleare e
Subnucleare I**

Professor Carlo Dionisi

A.A. 2004-2005

Legge di decadimento

◆ Decadimento di una sostanza radioattiva

- i) la probabilità del decadimento **nella unità di tempo** è una proprietà della sostanza e del processo di decadimento e **NON** dipende dal tempo considerato;
- ii) dati N nuclei, la probabilità di decadimento del **SINGOLO** nucleo nella unità di tempo **NON** dipende da N.

Date queste condizioni avremo: $dp = \lambda dt$ dove λ è la **costante di decadimento**. Inoltre

$$-dN = \lambda N dt \rightarrow$$

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

◆ Attività di una sostanza radiativa

$$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

◆ Vita media:

$$\tau = \frac{\int_0^t t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{1}{\lambda}$$

◆ Tempo di dimezzamento:

$$\int_0^{t_{\frac{1}{2}}} \lambda N(t) dt = \int_{t_{\frac{1}{2}}}^{\infty} \lambda N(t) dt = \frac{N_0}{2} \Rightarrow t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2$$

Legge di decadimento

- ◆ **L'Attività** di una sorgente radioattiva e' il numero di decadimenti nella unita' di tempo. L' unita' di misura Curie e' :

$$\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ disintegrazioni al secondo}$$

Esempio: il nucleo Ra^{226}_{88} (radio) decade α ($T_{\alpha} = 4.9 \text{ MeV}$) con $t_{1/2} = 1602$ anni. Quindi avremo:

$$\tau = (t_{1/2}/\ln 2) = 1602 \times 3.15 \times 10^7 / 0.693 = 7.3 \times 10^{10} \text{ s}$$

L' attivita' di un grammo di radio sara':

$$A = N/\tau = (6.02 \times 10^{23} / 226) \times 1/\tau = 3.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

- ◆ **il Becquerel** e' uguale ad una disintegrazione al secondo.

$$1 \text{ Bq} = 0.27 \times 10^{-10} \text{ Ci}$$

Larghezza di decadimento

- ◆ In meccanica quantistica un sistema e' descritto dagli autostati a $t=0$ e dalla evoluzione temporale degli stessi:

$$|\Psi_i(t)\rangle = |\Psi_{i0}\rangle e^{-\frac{iE_i t}{\hbar}}$$

Se lo stato E_i e' stabile avremo: $\langle \Psi_i(t) | \Psi_i(t) \rangle = \langle \Psi_{i0} | \Psi_{i0} \rangle$

▲ **La densita' di probabilita' si conserva.**

- ◆ In meccanica quantistica la probabilita' di decadimento dallo stato $|i\rangle$ allo stato $|f\rangle$ si calcola con la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo.

- ◆ Se il sistema e' soggetto ad una interazione dipendente dal tempo (H_i) gli autovalori dell' energia vengono modificati

$$E_i \rightarrow E'_i = E_i + \Delta E_i - i\Gamma_i/2$$

e lo stato, non piu' stazionario, **non conserva la densita' di probabilita'** a causa del termine immaginario nella sua evoluzione temporale.

$$|i\rangle = |i_0\rangle e^{-\frac{i(E_i + \Delta E_i - i\Gamma_i/2)t}{\hbar}}$$

$$\langle i | i \rangle = \langle i_0 | i_0 \rangle e^{-\frac{\Gamma_i t}{\hbar}}$$

Ampiezza di Breit-Wigner

◆ Gli stati eccitati dei nuclei e degli adroni come conseguenza intrinseca delle caratteristiche di un decadimento di uno stato quantico hanno l'ampiezza a forma di una Breit e Wigner. Come abbiamo detto l'ampiezza dipendente dal tempo di ogni stato con vita media $\tau = \hbar/(2\pi\Gamma)$ e con un valor medio di massa centrale M_0 , puo' essere scritta nel suo sistema di riferimento e per $t > 0$ come:

$$\Psi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\left(M_0 - i\left(\frac{\Gamma}{2}\right)t\right)}$$

◆ Questo assicura il decadimento esponenziale dello stato con vita media $\tau = \hbar/(2\pi\Gamma)$ con probabilita' data da:

$$|\Psi(t)|^2 \cong e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$

◆ Prendiamo la trasformata di Fourier ed otteniamo l'ampiezza nello spazio coniugato di t : quello dell' energia:

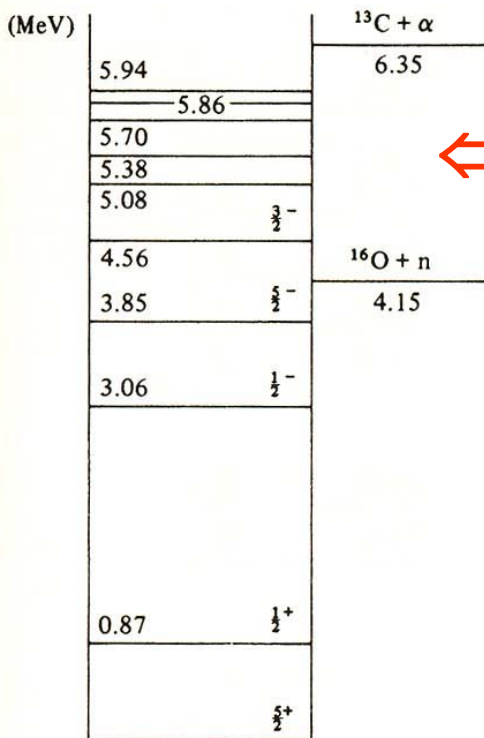
$$\Psi(M) \approx \int_0^\infty dt \Psi(t) e^{\frac{i}{\hbar}Mt}$$

$$\Psi(M) \approx \frac{1}{(M - M_0) + i\frac{\Gamma}{2}}$$

◆ Quadrando otteniamo **la forma di Breit e Wigner** o Lorenziana per una risonanza di massa M_0 e larghezza Γ

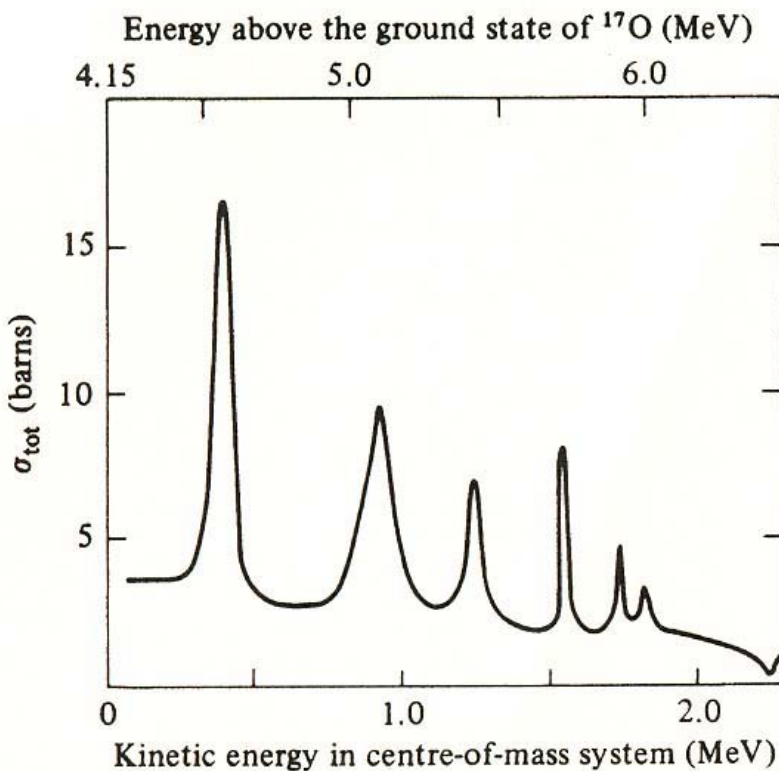
$$|\Psi(M)|^2 = \frac{1}{(M - M_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Risonanze Nucleari



← Diagramma dei livelli energetici dell' ^{17}O

◆ **sotto soglia** gli stati eccitati non possono disintegrarsi in nuclei piu' leggeri e decadono quindi elettromagneticamente, per esempio con emissione di fotoni, a stati energetici piu' bassi ed, alla fine, sullo stato fondamentale.



◆ Sezione d' urto totale della reazione $n + ^{16}\text{O}$ che mostra le **risonanze** che corrispondono alla formazione degli stati eccitati di ^{17}O

Risonanze Nucleari

◆ I picchi risonanti sono associati alla formazione di stati eccitati del ^{239}U . Mentre off-risonanza possiamo avere produzione di particelle α .

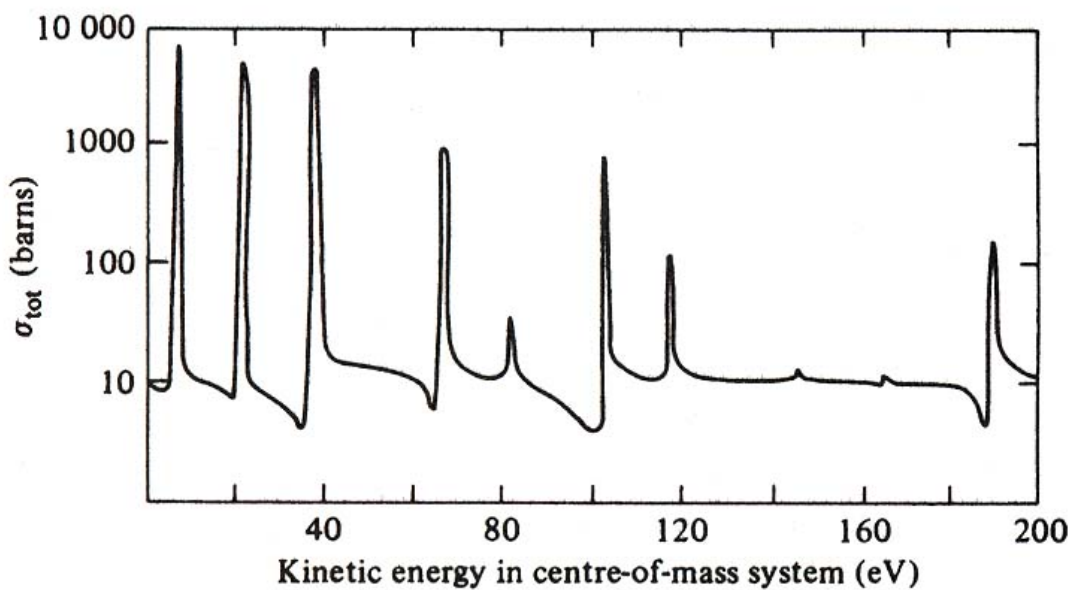
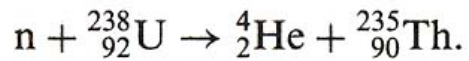


Fig. 8.2 The total cross-section for neutrons interacting with ^{238}U , as a function of centre-of-mass energy. Note that the vertical scale for the cross-section is logarithmic and the horizontal energy scale is in electron volts. (Data as in Fig. 8.1.)

Appendice 1: larghezza di decadimento

Se il sistema è soggetto ad una interazione dipendente dal tempo descritta dalla hamiltoniana H_I l'autovalore di energia viene modificato dall'interazione

$$E_j \rightarrow E_j + \langle j|H_I|j\rangle + \sum_{k \neq j} \frac{|\langle k|H_I|j\rangle|^2}{E_k - E_j} - i\pi \sum_{k \neq j} |\langle k|H_I|j\rangle|^2 \delta(E_k - E_j) + \dots$$

e lo stato non è più stazionario per effetto del fattore immaginario nell'evoluzione temporale. La grandezza

$$\Gamma_j = 2\pi \sum_{k \neq j} |\langle k|H_I|j\rangle|^2 \delta(E_k - E_j)$$

è chiamata *larghezza di decadimento*. L'evoluzione temporale dello stato diventa

$$|\psi_j(t)\rangle = |\psi_{j0}\rangle e^{-iE_j t/\hbar} e^{-\Gamma_j t/2\hbar}$$

e la densità di probabilità decresce in modo esponenziale nel tempo

$$\langle \psi_j(t)|\psi_j(t)\rangle = \langle \psi_{j0}|\psi_{j0}\rangle e^{-\Gamma t/\hbar}$$

La larghezza di decadimento rappresenta l'incertezza con cui è nota l'energia dello stato $|\psi_j\rangle$ non stazionario ed è legata alla vita media dello stato dalla relazione di indeterminazione

$$\Gamma \tau = \hbar$$

Per ottenere la funzione di distribuzione dell'energia attorno al valor medio E_j consideriamo la trasformata di Fourier dell'evoluzione temporale dello stato $|\psi_j\rangle$

$$\chi(E) = \kappa \int e^{iEt/\hbar} \psi(t) dt = \kappa \int \psi_{j0} e^{(i/\hbar)(E - E_j + i\Gamma/2)t} dt = \kappa \psi_{j0} \frac{\hbar/i}{E - E_j + i\Gamma/2}$$

La probabilità che il sistema abbia energia E è

$$P(E) = |\chi(E)|^2 = \kappa^2 |\psi_{j0}|^2 \frac{\hbar^2}{(E - E_j)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

dove la costante κ è definita dalla condizione di normalizzazione $\int P(E) dE = 1$

$$P(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E - E_j)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Otteniamo la legge di decadimento esponenziale (appendice ???). Γ_i è chiamata *larghezza di decadimento* e rappresenta l'indeterminazione dell'energia dello stato non stazionario: se il sistema ha un valor medio del tempo di sopravvivenza nello stato $|i\rangle$ pari a τ , la sua energia è nota con una incertezza Γ definita dalla relazione di indeterminazione

$$\Gamma \tau = \hbar$$

La funzione di distribuzione dell'energia dello stato $|i\rangle$ attorno al valor medio E_i è una curva lorentziana con larghezza pari a Γ

$$f(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E - E_i)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

La probabilità di decadimento nell'unità di tempo dallo stato $|i\rangle$ allo stato $|f\rangle$ si calcola con i metodi della teoria delle perturbazioni (appendice ???). Al primo ordine dello sviluppo perturbativo:

$$\frac{1}{\tau} = \lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_I | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

Nei decadimenti dei nuclei la variazione di energia è $\Delta E \simeq 100 \text{ keV} \div 10 \text{ MeV}$. I decadimenti radiativi con le vite medie più brevi, $\tau \geq 10^{-16} \text{ s}$, hanno larghezza di decadimento $\Gamma \leq 10 \text{ eV}$, quindi gli stati di energia non si sovrappongono e, a tutti gli effetti, il decadimento dei nuclei avviene tra stati *quasi* stazionari.

Quindi uno stato instabile che ha vita media τ ha una distribuzione in energia attorno al valore E_j che è una funzione lorentziana con larghezza a metà altezza pari a Γ .

Se il sistema decade nello stato $|\psi_f\rangle$ per effetto della hamiltoniana di interazione H_I , la larghezza di decadimento, al primo ordine dello sviluppo perturbativo, si calcola con la regola d'oro di Fermi (appendice ???)

$$\Gamma_{j \rightarrow f} = 2\pi |\langle \psi_f | H_I | \psi_j \rangle|^2 \rho(E_f)$$

Il sistema può decadere in più stati: in questo caso il decadimento $|\psi_j\rangle \rightarrow |\psi_k\rangle$ è caratterizzato dalla *larghezza parziale di decadimento* Γ_k . La *larghezza (totale)* è la somma delle larghezze parziali (la probabilità di decadimento è la somma delle probabilità dei diversi canali di decadimento) e la vita media dello stato $|\psi_j\rangle$ è

$$\frac{\hbar}{\tau} = \Gamma = \sum_k \Gamma_k$$

Il rapporto Γ_k/Γ è chiamato *frazione di decadimento* o *branching ratio*

$$BR_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma} \quad \sum_k BR_k = 1$$

Appendice 2: Seconda regola d'oro di Fermi

1) come visto la σ sperimentale è misurata dalle **Frequenza dei Conteggi**: N

2) la σ teorica è data dal quadrato delle ampiezza la quale è data dall'elemento di matrice di transizione:

$$M_{fi} = \langle \Psi_f | H_{\text{int.}} | \Psi_i \rangle = \int \Psi_f^* H_{\text{int.}} \Psi_i dV$$

dove le caratteristiche del potenziale di interazione sono contenute nell'operatore di Hamilton $H_{\text{int.}}$.

M_{fi} è quindi l'**AMPIEZZA** delle probabilità per la transizione $i \rightarrow f$.

σ_{Teorica} va confrontata con $\sigma_{\text{sperimentale}}$.

3) La **FREQUENZA** delle reazioni dipende anche dal **NUMERO DI STATI DISPONIBILI** per lo stato finale: **la densità dello SPAZIO DELLE FASI**.

Per il principio di indeterminazione ogni particella occupa nello spazio delle fasi a 6 dimensioni, definito dall'impulso e dalle coordinate della particella, un **VOLUME** pari a:

$$(2\pi\hbar)^3$$

Consideriamo una particella diffusa in un volume V ed in un intervallo di impulsi compresi tra p' e $p' + dp'$. Nello spazio degli impulsi la CALOTTA SFERICA di raggio interno p' e spessore dp' avrà un volume $4\pi p'^2 dp'$.

Se trascuriamo processi con variazioni di $\gamma p'u$,
 il NUMERO DI STATI FINALI DISPONIBILI E' :

$$dn(p') = \frac{V \cdot 4\pi p'^2 dp'}{(2\pi\hbar)^3}$$

Inoltre: $E' = \sqrt{p'^2 c^2 + m^2 c^4} \implies dE' = \frac{1}{2E'} 2p' dp' c^2$

$$dE' = \frac{p'}{E'} c^2 dp' = v' dp'$$

Da cui: la DENSITA' degli STATI FINALI $\rho(E')$ in dE' :

$$\rho(E') = \frac{dn(E')}{dE'} = \frac{dn(E')}{v' dp'} = \frac{V \cdot 4\pi p'^2}{v' (2\pi\hbar)^3}$$

La SECONDA REGOLA D'ORO di FERMI lega W (normalizzata ad UNA particella del fascio ed UNA particella del bersaglio) a $\rho(E')$:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E')$$

Ricordando le nostre definizioni avere:

$$W = \frac{\dot{N}(E)}{N_a N_b} = \frac{\Phi_a N_b \sigma}{N_a N_b} = \frac{m_a v_a N_b \sigma}{N_a N_b} = \frac{v_a \cdot \sigma}{V}$$

$$\sigma = \frac{W \cdot V}{v_a} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E) \frac{V}{v_a}$$

Potremo avere le seguenti possibilità:

i) $\text{Hint è noto} \longrightarrow \text{calcoliamo } \sigma$

ii) Misuriamo $\sigma \longrightarrow \text{determiniamo } M_{fi}$

iii) $W = \frac{1}{\tau} \left\{ \begin{array}{l} \text{misura } \tau \longrightarrow \text{determino } W \\ \text{misura } \Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \longrightarrow \text{"} \end{array} \right.$

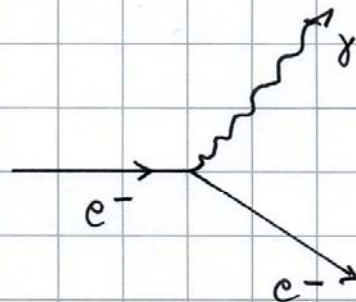
Range delle interazioni forti e Ipotesi di Yukawa

Abbiamo già notato come dallo scattering a distanze $d \sim 2 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 2 \text{ fm}$ la formula di Rutherford non riproduce i dati sperimentali. Come vedremo questo è dovuto alle interazione attrattiva tra i nucleoni e la particella π incidente. Il range delle interazioni forti è attrattivo per $r \approx$ qualche femmi e repulsivo per $r < 0,2 \div 0,5 \text{ femmi}$.

La prima spiegazione del "range", campo di azione, delle forze nucleari è stata data da Yukawa nel 1935 in termini di SCAMBIO tra neutrone e protone di una PARTICELLA, che come stato libero venne in seguito identificata come il pione π (oggi: scambio di q etc, quark + gluoni).

Processi Virtuali

Consideriamo il processo



Nel sistema di riferimento dell'elettrone iniziale avremo:

$$e^-(E_0; \vec{0}) \rightarrow e^-(E_k; -\vec{k}) + \gamma(c|\vec{k}|; \vec{u})$$

abbiamo imposto la conservazione dell'impulso.

Range delle interazioni forti e Ipotesi di Yukawa

Nello spazio libero avremo :

$$E_0 = m_e c^2 ; E_K = \sqrt{k^2 c^2 + m_e^2 c^4} ; E_\gamma = c k$$

$$E_f - E_i = \Delta E = E_K + k c - E_0 \quad \text{Avremo :}$$

$$\Delta E = E_K + k c - E_0 \begin{cases} k c \ll m_e c^2 \rightarrow E_K \simeq m_e c^2 \rightarrow \Delta E \gtrsim k c \\ k c \gg m_e c^2 \rightarrow E_K \simeq 2 k c \rightarrow \Delta E < 2 k c \end{cases}$$

$$k c \leq \Delta E \leq 2 k c$$

$\Delta E \neq 0$: **la Conservazione dell'energia è violata**.

Questi processi sono chiamati "VIRTUALI" per sottolineare che NON possono avvenire isolati nello spazio libero.

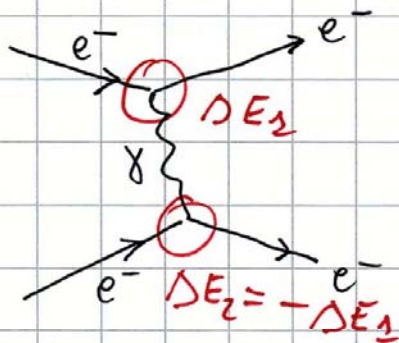
Questo è possibile solo per un tempo $t < \hbar / \Delta E$: difetto per questo tempo il fenomeno NON è OSSERVABILE.

In questo tempo $t = \hbar / \Delta E$, andando alle velocità della luce c possiamo percorrere una distanza l data da $l = c t = c \hbar / \Delta E$. Più è piccolo ΔE più è grande l .

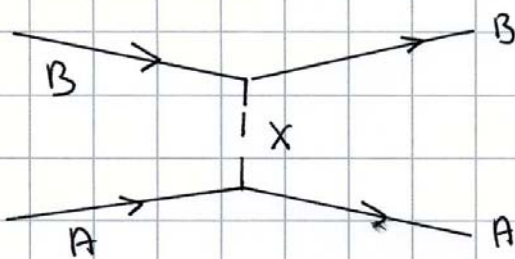
Per avere UN PROCESSO REALE ; dobbiamo combinare due o più processi virtuali in modo tale che la conservazione delle energie è violata SOLO per un periodo di tempo τ compatibile con il principio di indeterminazione tempo - Energia $\tau \Delta E \sim \hbar$.

Range delle interazioni forti e l'ipotesi di Yukawa

In particolare gli stati iniziali ($t = -\infty$) e finali ($t = +\infty$) DEVONO AVERE LA stessa energia.



Vediamo lo scambio di particelle nella reazione $A + B \rightarrow A + B$, Scattering elastico



$$g_{AX} = g_{AB} = g_{BX}$$

In A avremo: $A(M_A c^2; \vec{0}) = A(E_p; \vec{p}) + X(E_x; -\vec{p})$

$$E_x = (p^2 c^2 + M_x^2 c^4)^{1/2}; \quad E_A = (p^2 c^2 + M_A^2 c^4)^{1/2}$$

$$\Delta E = E_x + E_A - M_A c^2 \rightarrow pc \quad \text{per } p \rightarrow \infty$$

$$\rightarrow M_x c^2 \quad \text{per } p \rightarrow 0$$

$\Delta E \geq M_x c^2$ per qualsiasi valore di p .

Poiché, come detto, questa violazione della conservazione dell'energia può essere valida solo per un tempo $\tau \approx \hbar / \Delta E$, essa le permette di determinare la distanza che la particella X può raggiungere

Range delle interazioni forti e ipotesi di Yukawa

PRIMA di essere assorbita dalle particelle B sarà data da

$$R \approx c \cdot t = c \frac{\hbar}{\Delta E} = c \frac{\hbar}{M_x c^2} = \frac{\hbar}{M_x c}$$

Questa distanza R è il **RANGE** delle interazioni.

Se viceversa conosciamo R , per esempio $R \approx 1.4$ fermi potremmo ricavare il valore della massa M_x . Abbiamo infatti:

$$c^2 M_x = \frac{\hbar c}{R} = \frac{6.58 \cdot 10^{-22} (\text{MeV} \cdot \text{s}) \cdot 3 \cdot 10^8 (\frac{\text{m}}{\text{s}})}{1.4 \cdot 10^{-15} \text{ m}} \approx 140 \text{ MeV}$$

$$M_{\text{Yukawa}} \approx 140 \text{ MeV}/c^2 : \text{MESONE DI YUKAWA}$$

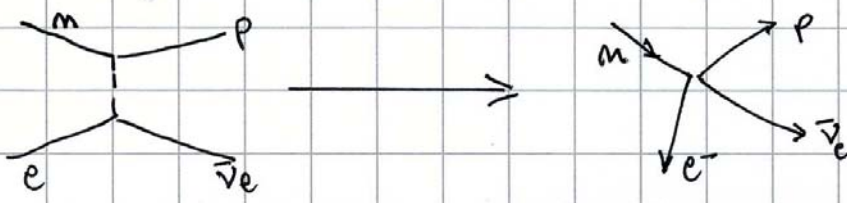
⇒ **MESON** (mesone: massa "INTERMEDIA" "TRA" quella dell'elettrone e quella del protone)

⊕ Per $M_x = 0 \rightarrow R = \infty$; Int. Elettromagnetiche

◇ Per $M_x = M_W = 80.3 \text{ GeV}/c^2$

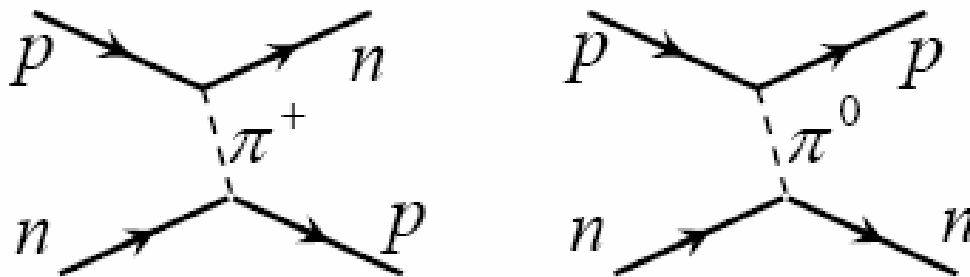
$$R_W = \frac{\hbar}{M_W c} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$$

Se $p \ll M_W$: $R = 0$: **INTERAZIONE PUNTFORME**



Yukawa's Theory

- In 1935, while QED was becoming increasingly popular, Yukawa postulated that **nuclear forces may be mediated by a massive scalar boson**, later identified with the pion



$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \Rightarrow \Delta E \Delta x \sim \hbar c$$

$\Delta x \sim \text{range of force} \equiv R \sim 1 \text{ fm}$
 $\Delta E \sim \text{mass of particle} \equiv M$

$$\Rightarrow M \sim \frac{\hbar c}{R} \equiv 200 \text{ MeV}$$

it can't be the muon, which is too penetrating to be consistent with having strong interactions

- ◆ Nel 1949 Yukawa riceve il premio Nobel “ for his prediction of the existence of mesons on the basis of theoretical work on Nuclear Forces”



Range delle interazioni forti e ipotesi di Yukawa

Se la particella B è diffusa dal potenziale di cui la particella A è la "SORGENTE", un bosone a spin zero di massa M_x ubbidisce alle equazioni di Klein-Gordon;

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \phi(\vec{x}; t)}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \phi(\vec{x}; t) + M_x^2 c^4 \phi(\vec{x}; t)$$

Le soluzioni stazionarie:

$$\nabla^2 \phi(\vec{x}; z) = \frac{M_x^2 c^2}{\hbar^2} \phi(\vec{x})$$

dove $\phi(\vec{x})$ è il potenziale statico. Per $M_x \rightarrow 0$ otteniamo l'equazione del potenziale elettrostatico.

Per una carica $-e$ integrante con una carica puntiforme posta all'origine, la soluzione è:

$$V(r) = -e \varphi(r) = -\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} \quad r = |\vec{x}|$$

Le soluzioni corrispondente per $M_x \neq 0$ è:

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-r/\hbar}}{r} \quad \hbar = \frac{\hbar}{M_x c}$$

$$g_{Ax} = g_{Bx} \quad ; \quad \alpha_x = \frac{g^2}{4\pi \hbar c}$$

Range delle interazioni forti e Ipotesi di Yukawa

Questo potenziale prende il nome da Hideki Yukawa che, come detto, per primo introdusse l'idea delle **FORZE BOVUTE ALLO SCAMBIO DI PARTICELLE**.

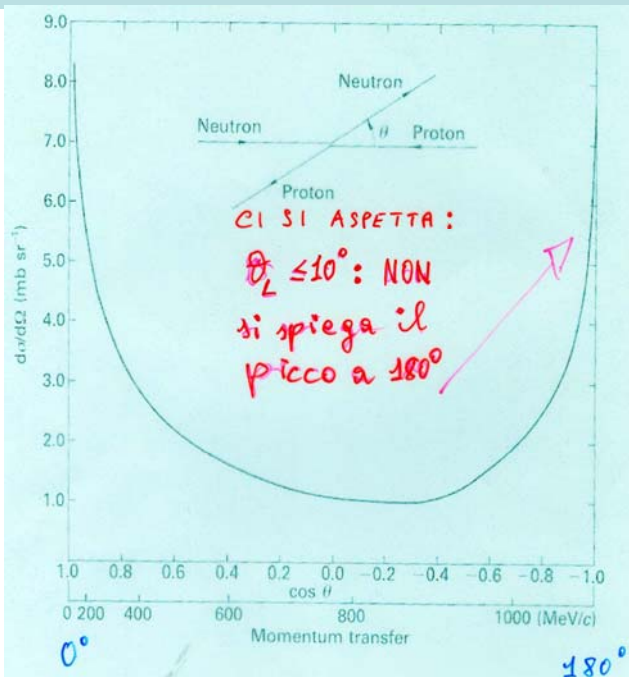
IPOTESI DEL MODELLO :

- i) i nucleoni sono le sorgenti del campo nucleare e l'interazione tra essi avviene mediante scambio di bosoni che rappresentano quindi i **QUANTI** del campo nucleare;
- ii) l'interazione è a corto raggio d'azione ed è **INDIPENDENTE** della carica elettrica;
- iii) il potenziale è a simmetria sferica;
- iv) dipende dagli spin dei nucleoni.

Nota Bene : il potenziale di Yukawa si ricorre quanto visto con un **fattore di schermo** per il potenziale elettrico

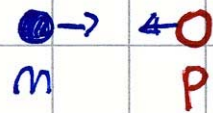
$$V(x) = \frac{q_1 q_2}{r} \iff V(x) = \frac{z_1 z_2 e^2}{r} \left(e^{-x/a} \right)$$

Range delle interazioni forti e Ipotesi di Yukawa

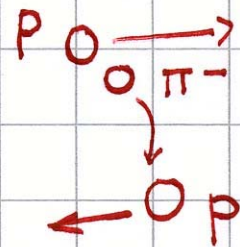


◆ Spiegazione di Yukawa:

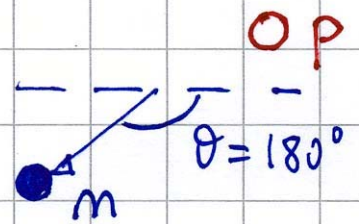
1) Stato Iniziale



2) Stato Intermedio



3) Stato finale



La distribuzione angolare **NON** è comprensibile in base alle dinamiche del processo:

Avremo scattering elastico neutrone-protoni:

$$p = |\vec{p}_i| = |\vec{p}_f| ; |\Delta \vec{p}| = |\vec{p}_i - \vec{p}_f| : \text{impulso trasferito}$$

$$\Delta p \approx \bar{F} (\text{forza media}) \cdot \Delta t (\text{tempo delle interazioni})$$

Se il potenziale nucleare ha raggio R_0 e profondità $-V_0$, avremo:

$$F \approx \frac{V_0}{R} ; \Delta t \approx R_0/v$$

$$\theta \approx \frac{\Delta p}{p} = \frac{F \cdot \Delta t}{p} = \frac{V_0}{R_0} \frac{\Delta t}{p} = \frac{V_0}{R_0} \frac{R_0}{v} \frac{1}{p} = \frac{V_0}{vp}$$

$$\theta \approx \frac{2m}{2m} \frac{V_0}{vp} = \frac{2m V_0}{2 p^2} = \frac{1}{T_{cin}} \cdot \frac{V_0}{2}$$

Se $V_0 = 35 \text{ MeV}$ e $100 \text{ MeV} < T_{cin} < 600 \text{ MeV}$

$$\theta \leq 10^\circ$$

Particelle ed Interazioni

Le **INTERAZIONI** tra i costituenti fondamentali, **Fermioni**, sono descritte da campi **BOSONICI** e la loro **INTENSITA'**, delle **COSTANTI DI ACCOPPIAMENTO**.

La probabilità che avvenga un processo fisico da uno stato iniziale $|i\rangle$ ed uno stato finale $|f\rangle$ è data da

$$W \propto |\langle f | H_I | i \rangle|^2 \rho \quad \left(\begin{array}{l} H_I = \text{Hamil. interazione} \\ \rho = \text{spetto delle fasi} \end{array} \right)$$

che determina per esempio:

- i) il **RATE**, frequenza, di decadimento di una particella **INSTABILE**;
- ii) la **sezione d'urto** σ di un processo di collisione.

Le **GRANDEZZE OSSERVABILI MISURATE** ($\sigma, \Gamma, \Gamma_i, \dots$) SARANNO PROPORZIONALI AL QUADRATO DELLA COSTANTE DI ACCOPPIAMENTO:

$$\sigma \propto g^2; \quad \Gamma \propto g^2; \quad \tau = \frac{1}{\Gamma} \propto \frac{1}{g^2} \text{ etc.}$$

Intervencono naturalmente anche le leggi di conservazione, numeri quantici etc per cui per esempio lo stesso tipo di interazione può dar luogo a diverse vite medie: $m_{\text{legato}} \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ OK
 $m_{\text{legato}} \rightarrow p + e^+ + \nu_e$ NON OK.

Particelle ed Interazioni

NOTA BENE: il decadimento del neutrone deve tener conto del Principio di Conservazione di Fermi e delle Conservazioni dell'energia: il protone prodotto DEVE TROVARE UN POSTO LIBERO da occupare, questo è il caso del decadimento del neutrone NON LIBERO.

Se i livelli più bassi in energia SONO TUTTI PIENI, DEVE AVERE energia sufficiente e riempire un livello più alto, eventualmente libero.

Ricordiamo che $m_n - m_p \approx 1.294 \text{ MeV}$ quindi ci mette 15 minuti a decadere SOLO SE È LIBERO.

Ricordiamo inoltre: a) il pione è la particella ad interazione forte più LEGGERA;
b) l'elettrone è il fermione più leggero.

Particelle ed Interazioni

Confronto delle intensità relative dei diversi tipi di interazioni tra particelle ricavate da σ e Γ sperimentali.

Confronto Interazioni Forti - Elettromagnetiche

i) delle misure di sezioni d'urto

$$\sigma_{\text{forte}} (\pi - N) \sim 1 \text{ mbar} ; \sigma_{\text{elett.}} \sim 0.1 \text{ } \mu\text{bar}$$

$$\frac{\alpha_{\text{forte}}}{\alpha_{\text{elett.}}} = \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-7}}} = 10^2 \Rightarrow \alpha_{\text{forte}} \approx 10^2 \alpha_{\text{elett.}}$$

ii) delle misure di Γ con ($\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeVs}$)

a) formazione forte in $K^- p \rightarrow \Sigma^0(1385) \rightarrow \Lambda \pi^0$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \approx 2 \cdot 10^{-23} \text{ sec} \quad \text{con } \Gamma = 36 \text{ MeV} \quad \text{e } Q_{\text{value}} \approx 130 \text{ MeV}$$

b) decadimento elettromagnetico di $\Sigma^0(1192) \rightarrow \Lambda \gamma$

$$\text{con } Q_{\text{value}} \approx 77 \text{ MeV} \quad \text{e } \tau = 10^{-19} \text{ sec}$$

$$\frac{\alpha_{\text{forte}}}{\alpha_{\text{elett.}}} = \sqrt{\frac{10^{-19}}{10^{-23}}} \approx 10^2 \Rightarrow \alpha_{\text{forte}} \approx 10^2 \alpha_{\text{elett.}}$$

Particelle ed Interazioni

Confronto Interazioni Deboli con Int. Elettromagnetiche

Debole : $\Sigma^+(1189) \rightarrow p \pi^0$ $Q_{\text{value}} = 189 \text{ MeV}$

$$\tau = 10^{-10} \text{ sec}$$

Elettromagnetica : $\Sigma^0(1192) \rightarrow \Lambda \gamma$ $Q_{\text{value}} = 74 \text{ MeV}$

$$\tau = 10^{-13} \text{ sec}$$

$$\frac{\alpha_{\text{debole}}}{\alpha_{\text{elett.}}} = \sqrt{\frac{10^{-13}}{10^{-10}}} \approx 10^{-5} \quad \text{da cui}$$

$$\alpha_{\text{debole}} \approx \alpha_{\text{elett.}} \cdot 10^{-5} \rightarrow \alpha_{\text{debole}} \approx \alpha_{\text{forte}} \cdot 10^{-7}$$

Confronto Int. Gravitazionali ed Elettromagnetiche

Calcoliamo la forza statica tra un elettrone ed un protone posti alla distanza D

$$f_{\text{gravit.}} = G_N \frac{m_e m_p}{D^2} \quad ; \quad f_{\text{Elett.}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{D^2}$$

$$f_G / f_E \approx 4.4 \cdot 10^{-40} : \text{totalmente trascurabile!}$$

$$f_G \approx f_E \cdot 10^{-40}$$

Naturalmente a livello nucleare.

◆ Riassumendo, se ci normalizziamo alla costante di accoppiamento della forza forte, avremo:

◆ $\alpha_{\text{forte}} = 1$

◆ $\alpha_{\text{elettromagnetica}} = 10^{-2}$

◆ $\alpha_{\text{debole}} = 10^{-7}$

◆ $\alpha_{\text{gravitazionale}} = 10^{-42}$

Particelle ed Interazioni: il propagatore

Ricordiamo che se il campo di interazione è $V(\vec{x}, t)$, descritto dalla Hamiltoniana H_I , nella approssimazione di Born, **LA AMPIEZZA DI PROBABILITA'** per una particella di essere diffusa da un valore iniziale di momento \vec{q}_i ed uno finale \vec{q}_f del potenziale $V(\vec{x}, t)$ è:

$$M(\vec{q} = \vec{q}_f - \vec{q}_i) = \int d^3\vec{x} V(\vec{x}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x} / \hbar}$$

che è **LA TRASFORMATA DI FOURIER** del campo $V(\vec{x})$ ed è chiamata **PROPAGATORE**. Per $V = \text{Pot. di Yukawa}$:

$$M(\vec{q}) \propto \frac{g^2 \hbar^2}{|q|^2 + M_x^2 c^2} : \text{Int. forti}$$

Questa ampiezza corrisponde allo scambio di M_x .

Alcuni Esempi:

i) Int. Elett. : $V(\vec{x}) \propto \frac{QQ'}{r} \quad \alpha = \frac{1}{137}$

$$M(q) = \langle f | H_I | i \rangle \propto \frac{4\pi QQ'}{q^2}$$

ii) Int. deboli:

$$M(\vec{q}) \propto \frac{\alpha_{\text{debb.}}}{q^2 + M_{W}^2} \left\{ \begin{array}{l} q^2 \ll M_W^2 : \text{Int. puntiforme di Fermi} \\ q^2 \gg M_W^2 : \alpha_{\text{debb.}} \approx \alpha_{\text{debb.}} \end{array} \right.$$

Particelle ed Interazioni: il propagatore

Esercizio : $\alpha_{\text{debole}} \approx \frac{\alpha_{\text{elett.}}}{\left(\frac{M_W}{M_P}\right)^2} \approx 10^{-6}$

ma $\alpha_{\text{elett.}} \approx 10^{-2}$ per cui

$$M_W \approx 10^2 M_P \rightarrow M_W \approx 100 \text{ GeV}$$

(oggi: $M_W = 80.4 \text{ GeV}$)

Calcoliamo il range di forze :

$$\Delta t \leq \frac{\hbar}{M_W c^2} \rightarrow c \Delta t \approx \frac{\hbar}{M_W c} \approx 10^{-3} \text{ fm}$$

Nota Bene : L'osservazione importante è che

NON è NECESSARIO introdurre una **NUOVA CARICA**

DEBOLE : basta SOLO la carica elettrica! ▽

Analogamente nel confrontare la carica elettrica

con quelle magnetiche, delle forze di Lorentz,

avremo : $\vec{F} = e \vec{E} + e \vec{v} \wedge \vec{B}$ dove la

costante arbitraria è c .

Tra $\alpha_{\text{elett.}}$ e α_{debole} la scala è M_W ! ▽

Table 1.2. *The fundamental fermions*

Particle	Flavour			$Q/ e $
leptons	e	μ	τ	-1
	ν_e	ν_μ	(ν_τ)	0
quarks	u	c	t	$+\frac{2}{3}$
	d	s	b	$-\frac{1}{3}$

Table 1.3. *The boson mediators*

Interaction	Mediator	Spin/parity
strong	gluon, G	1^-
electromagnetic	photon, γ	1^-
weak	W^\pm, Z^0	$1^-, 1^+$
gravity	graviton, g	2^+