

# **Capitolo 7:** **Simmetrie e** **Numeri Quantici**

**Corso di Fisica Nucleare e  
Subnucleare I**

**Professor Carlo Dionisi**

A.A. 2004-2005

**Simmetrie  $\Rightarrow$  Invarianza**



**Leggi di Conservazione**

- 1) **Principi di Invarianza e leggi di Conservazione;**
- 2) **L' Isospin;**
- 3) **La Parita';**
- 4) **Inversione del tempo;**
- 5) **La Coniugazione di carica;**
- 6) **Il Teorema CPT;**
- 7) **La violazione della parita'.**

.

# Principi di invarianza e leggi di conservazione

◆ Come abbiamo più volte ricordato sebbene molti numeri quantici siano conservati nei processi legati alle interazioni forti, alcuni di essi sono “violati” dalle interazioni deboli e/o elettromagnetiche. Conseguentemente la comprensione dell’origine delle leggi di conservazione e delle condizioni sotto le quali esse possono essere violate, è un punto chiave per formulare una descrizione quantitativa della interazione tra particelle. Affrontiamo quindi la domanda: **come nascono le leggi di conservazione in fisica.**

◆ La risposta è semplice: non appena il sistema fisico possiede una proprietà di simmetria, cioè quando il sistema è invariante per una particolare trasformazione spazio-temporale ( variabili esterne ) o una trasformazione che coinvolge altre variabili dinamiche “interne” del sistema fisico, → allora possiamo definire un numero quantico associato alla trasformazione che si conserva. Inversamente, se c’è una quantità che si conserva allora esiste una proprietà di invarianza rispetto ad una trasformazione legata alla grandezza che si conserva:

## **teorema di Emmy Noether**

◆ Abbiamo **trasformazioni continue** ( una rotazione spaziale, una traslazione nello spazio tempo o una rotazione nello spazio dello spin isotopico ) e **trasformazioni discrete** ( una inversione spaziale o una trasformazione di coniugazione di carica nello spazio delle coordinate interno del sistema ).

◆ Le leggi di conservazioni associate sono rispettivamente **ADDITIVE** e **MOLTIPLICATIVE**.

# Isospin

- ◆ Il neutrone ed il protone hanno masse simili e spin  $\frac{1}{2}$ . Inoltre:
  - i) sezioni d'urto simili per diffusioni p-p, n-p, una volta corretto per l'effetto della carica coulombiana;
  - ii) i nuclei speculari, per esempio  ${}^7_3\text{Li}$  e  ${}^7_4\text{Be}$  e molti altri, quelli cioè che si ottengono uno dall'altro trasformando tutti i protoni in neutroni e tutti i neutroni in protoni, hanno livelli nucleari uguali, di nuovo dopo aver corretto per il campo coulombiano;

Questi risultati hanno portato Heisenberg, Condon e Carren (1932) alla conclusione che : **Le forze nucleari sono indipendenti dalla carica ( n-n = p-p = n-p )**. Notiamo che questa e' una ipotesi piu' forte di quella della simmetria di carica delle forze nucleari ( n-n=p-p ).

- ◆ Si introduce un nuovo grado di liberta' interno: lo **ISOSPIN** in analogia con lo spin. Nello spazio dell' isospin **I=1/2**, le due orientazioni (  $I_3=+1/2$ ;  $I_3=-1/2$  ) corrispondono rispettivamente alla componente protone e neutrone (Povh paragrafo 2.4 pag. 25).

◆ Così' come l' assenza di una direzione spaziale privilegiata porta dalla invarianza della interazione per rotazioni alla conservazione del momento angolare, in modo simile la incapacita' di distinguere i due stati di proiezione up e down nello spazio dell'isospin, implica che le le forze nucleari, e quindi l' hamiltoniano forte, sono Invarianti per rotazioni nello spazio dell' isospin: l' isospin e' conservato nelle interazioni forti. Così' **le interazioni forti non distinguono tra un protone ed un neutrone.**

◆ **Le interazioni elettromagnetiche INVECE NON CONSERVANO I.** Infatti poiche' sono accoppiate alla carica elettrica q nello spazio dell' isospin le interazioni elettromagnetiche selezionano  $I_3$ .

◆ Ne consegue che alla pari di J e P, **I** e' un numero quantico importante per le particelle che interagiscono forte.

## Neutron & flavor symmetry

$$M(n) = 939.565\,63 \pm 0.000\,28 \text{ MeV}/c^2$$

$$M(p) = 938.272\,31 \pm 0.000\,28 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Delta M = 1.293318 \pm 0.000\,009 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Delta M/M \approx 1.4 \times 10^{-3}$$

## Charge-independent nuclear forces?

$${}^3\text{H}(pnn) = 8.481\,855 \pm 0.000\,013 \text{ MeV}$$

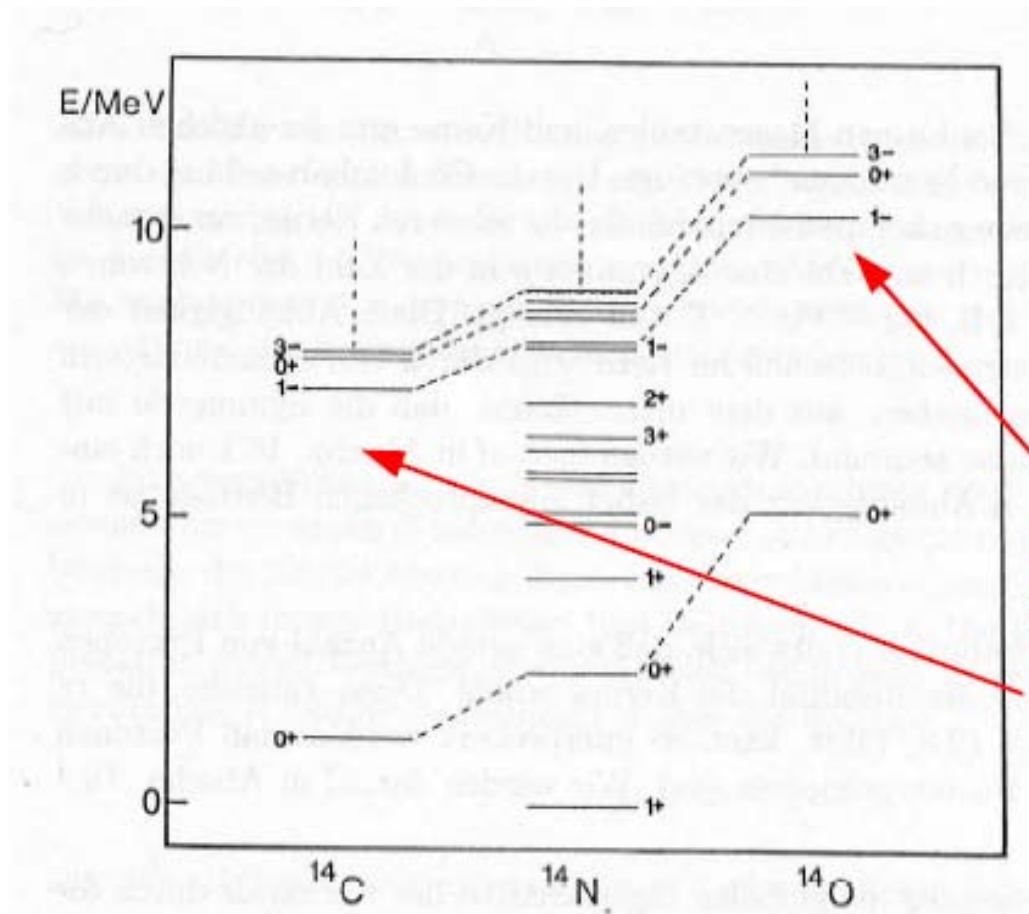
$${}^3\text{He}(ppn) = 7.718\,109 \pm 0.000\,013 \text{ MeV}$$

$$\Delta(\text{B.E.}) = 0.763\,46 \text{ MeV}$$

${}^3\text{He}$  charge radius  $r = 1.97 \pm 0.015 \text{ fm}$

$$\text{Coulomb energy: } \alpha/r \approx 0.731 \text{ MeV}$$

This can be seen by investigating mirror nuclei.



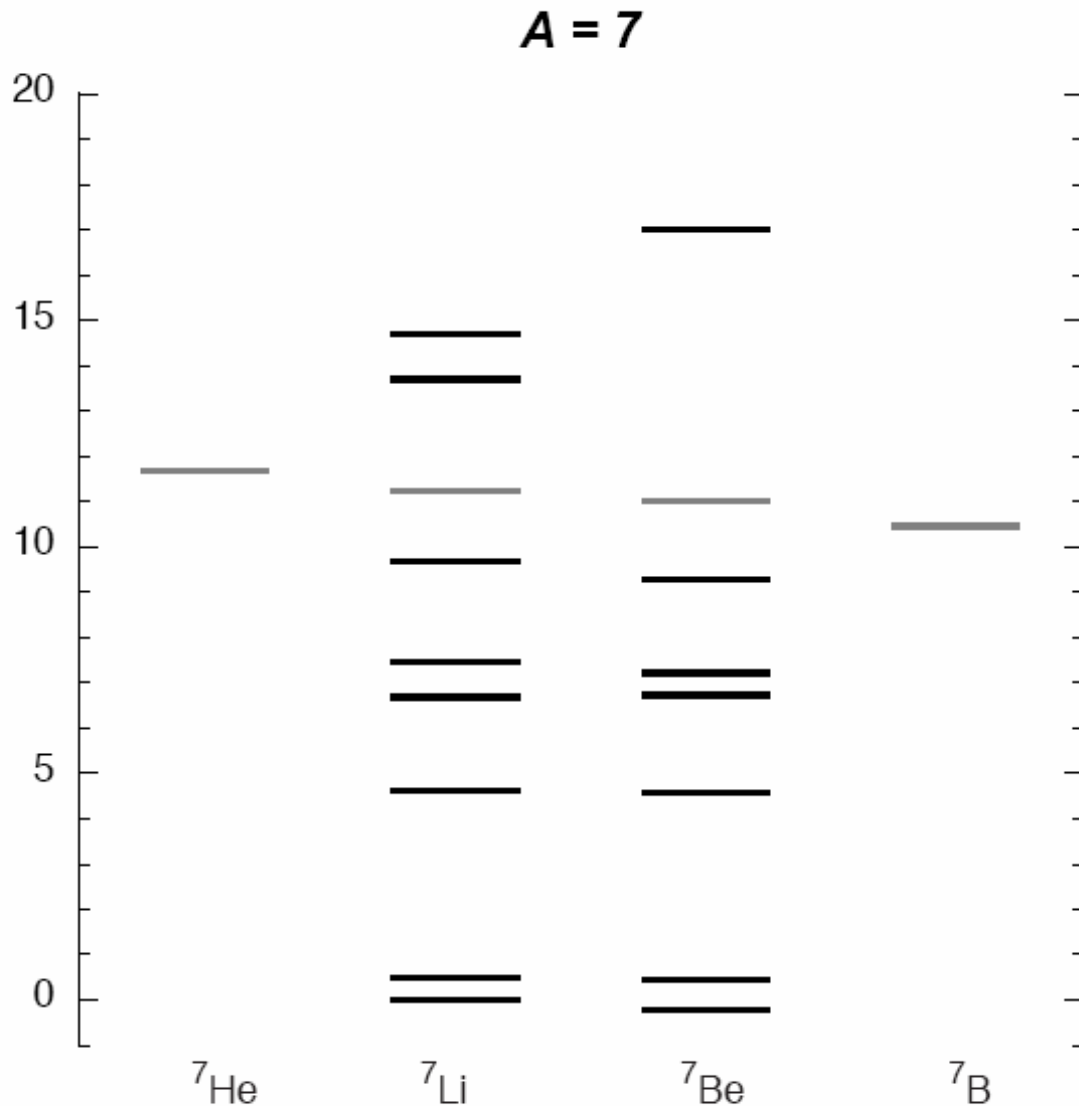
p: 6  
n: 8  
 $I_3: -1$

p: 8  
n: 6  
 $I_3: +1$

## Level structures in mirror nuclei. 1

$$I_3 = -\frac{1}{2} : {}^7\text{Li}(3p + 4n) \quad {}^7\text{Be}(4p + 3n) : I_3 = \frac{1}{2}$$

$$I_3 = -\frac{3}{2} : {}^7\text{He}(2p + 3n) \quad {}^7\text{B}(5p + 2n) : I_3 = \frac{3}{2}$$



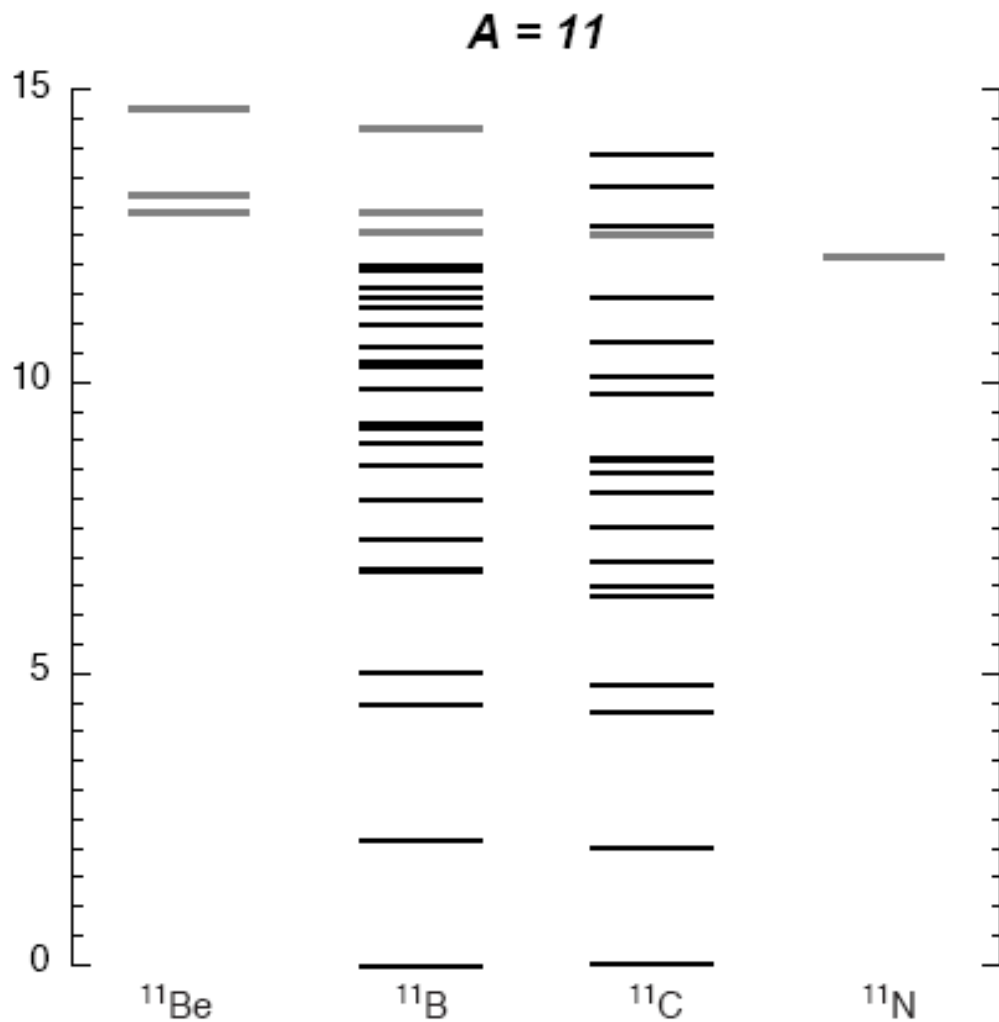
$n - p$  mass difference, Coulomb energy removed

**(isobaric analogue states)**

## Level structures in mirror nuclei. 2

$$I_3 = -\frac{1}{2} : {}^{11}\text{B}(5p + 6n) \quad {}^{11}\text{C}(6p + 5n) : I_3 = \frac{1}{2}$$

$$I_3 = -\frac{3}{2} : {}^{11}\text{Be}(4p + 7n) \quad {}^{11}\text{N}(7p + 4n) : I_3 = \frac{3}{2}$$



${}^{11}\text{Li}(3p + 8n)$  ground state (34.4 MeV)  $I = \frac{5}{2}$  isobaric analogue



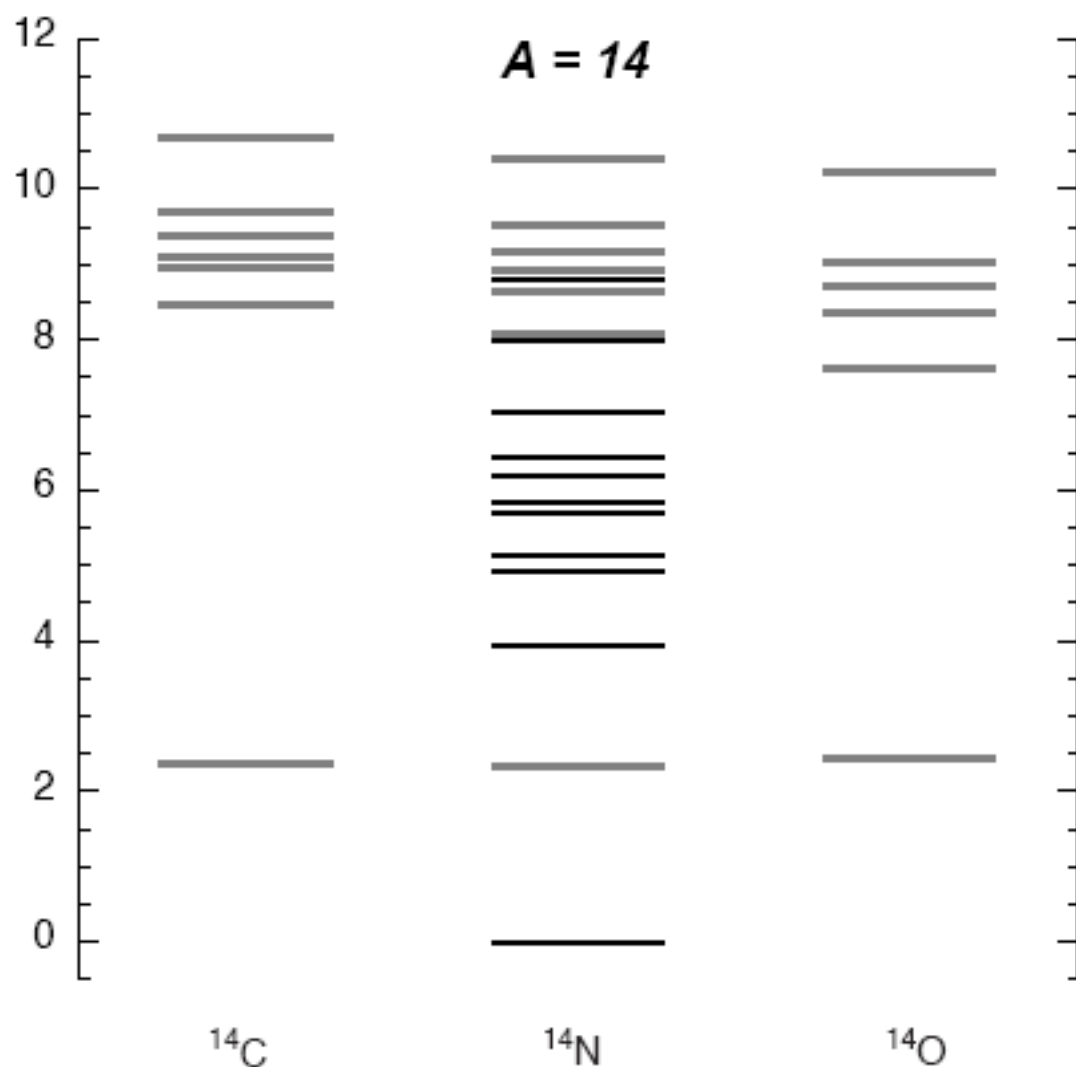
## Level structures in mirror nuclei. 3

$A = 14$ :  $NN$  outside closed core

$$^{14}\text{O} : \quad ^{12}\text{C} + (pp) \quad I_3 = +1$$

$$^{14}\text{N} : \quad ^{12}\text{C} + (pn) \quad I_3 = 0$$

$$^{14}\text{C} : \quad ^{12}\text{C} + (nn) \quad I_3 = -1$$



## The first flavor symmetry

isospin invariance  $\left( \begin{array}{c} p \\ n \end{array} \right)$  isospin rotations

In the absence of EM, *convention* determines which (combination) is up

*Aside: Without EM, how would we know there are two species of nucleons?*

# Isospin

Nel formalismo dell' isospin il protone ed il neutrone sono quindi visti come **DUE STATI del NUCLEONE** e formano un doppietto:

$$\text{Nucleone : } I = \frac{1}{2} \begin{cases} \text{Protone: } I_3 = + \frac{1}{2} \\ \text{Neutrone: } = - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Una coppia protone-neutrone puo' essere in uno stato totale di isospin pari a 1 o 0.

Per  $I_3$  vale la formula:

$$I_3^{nucleo} = \sum I_3^{nucleone} = \frac{Z - N}{2}$$

## Nuovo Principio di Esclusione:

per due fermioni identici la funzione d' onda totale  $\Psi$  DEVE ESSERE ANTISIMMETRICA rispetto allo scambio dei due fermioni. Dove  $\Psi$  e' definita da:

$$\Psi = \varphi(\text{spazio}) \chi(\text{spin}) \psi(\text{isospin})$$

$\Psi$  Spin ed Isospin hanno la stessa struttura matematica e questo, per due particelle, porta per entrambi a singoletto e tripletto.

$$I = 0 (n-p), \quad I = 1 (p-p, n-n, n-p)$$

Ricordando la notazione usata in spettroscopia:

$^{2S+1}L_J$  dove nell' ordine S, L e J sono rispettivamente

lo spin, il momento angolare e lo spin totale del

sistema nucleone-nucleone, avremo:

$$^1S_0; ^3P_1; ^1D_2 \quad ; \quad ^3S_1; ^1P_1; ^3D_{1,2,3}$$

# Isospin

◆ Analogamente al caso dello spin, due nucleoni esistono in quattro stati di isospin:

$$\text{Singoletto} : |I=0; I_3 = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|p,n\rangle - |n,p\rangle)$$

$$\text{Tripletto} : |I=1; I_3 = +1\rangle = |p,p\rangle$$

$$|I=1; I_3 = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|p,n\rangle + |n,p\rangle)$$

$$|I=1; I_3 = -1\rangle = |n,n\rangle$$

◆ Lo stato di singoletto e' **ANTISIMMETRICO**;

◆ Lo stato di tripletto e' **SIMMETRICO**

◆ **ESERCIZIO:** Dal Principio di Pauli sappiamo che lo stato di due nucleoni IDENTICI deve essere descritto da una funzione d' onda Totalmente Antisimmetrica:

$$\Psi_{\text{Totale}} = \varphi_{\text{spazio}} \cdot \chi_{\text{spin}} \cdot \psi_{\text{isospin}}$$

$$(-1)^L \cdot (-1)^{S+1} \cdot (-1)^{I+1} = -1 \Rightarrow L+S+I = \text{Dispari}$$

Ne segue quindi che se due nucleoni formano uno stato legato con  $L = 0$  deve essere :  $S+I = \text{Dispari}$  !

In natura NON si osservano stati legati di TRIPLETTO

p-p o n-n. Consideriamo il caso del Deutone ( stato legato p-n )

La simmetria di isospin richiede che il deutone sia lo stato di singoletto con  $I_D = 0$ . DEVE quindi essere  $S=1$  !

Questo e' verificato sperimentalmente.

# Isospin

♦ **La relazione di Gell-Mann e Nishijima** lega la carica di una particella alla terza componente dello spin isotopico ed alla ipercarica:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad ;$$

dove **Y** e' l' **Ipercarica** definita da:

$$Y = B + S + C + \tilde{B} + T$$

dove:

**B** = Numero Barionico, **S** = Stranezza,

**C** = Charm,  **$\tilde{B}$**  = Beauty, **T** = top.

**Deutone:  $J^P = 1^+$  ed il sistema ( p-n ) e' accoppiato con momento angolare  $L=0$ . NON ha stati eccitati !!**

**Inoltre la sua energia di legame e'  $BE = 2.225$  MeV ed il suo momento magnetico  $\mu_D = 0.8574 \mu_N$**

$$I_D = 0 \quad \rightarrow \quad Q_D = B/2 + I_3 = +1$$

♦ **Esistono due nuclei con  $A = 3$ , il Trizio, che costituiscono un doppietto di spin isotopico  $I = 1/2$ :**

$$\begin{aligned} \text{Trizio } {}^3_1H : \quad I_3 = -\frac{1}{2} \quad Q = \frac{B}{2} + I_3 = +1 \\ {}^3_2H : \quad I_3 = +\frac{1}{2} \quad Q = \frac{B}{2} + I_3 = +2 \end{aligned}$$

# Isospin

◆ Esiste un solo nucleo con  $A = 4$  :  ${}^4_2\text{He}$  che e' un singoletto di isospin particolarmente stabile.

◆ NON esistono nuclei stabili con  $A = 5$  !!!

◆ Esistono tre nuclei con  $A = 6$  che costituiscono un tripletto di isospin con  $I = 1$ :

$${}^6_2\text{He} : I_3 = -1 , Q = +2$$

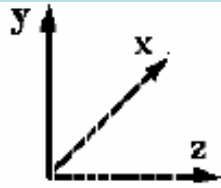
$${}^6_3\text{Li} : I_3 = 0 , Q = +3$$

$${}^6_4\text{Be} : I_3 = +1 , Q = +4$$

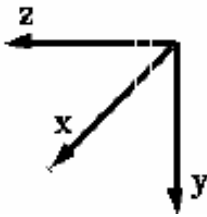
◆ L' isospin e' conservato nelle interazioni forti ma NON lo e' in quelle elettromagnetiche e deboli !!!

◆ Poiche' questa e' una proprieta' generale delle interazioni forti, il concetto di conservazione dello spin isotopico si estende a tutte le particelle che interagiscono via interazione forte e cioe' : **GLI ADRONI** !!!

# La Parita'



Dove  $\mathbf{u}_i$  sono i vettori unitari lungo i tre assi



$$(\vec{u}_x \times \vec{u}_y) \cdot \vec{u}_z = 1$$

$$(\vec{u}_x \times \vec{u}_y) \cdot \vec{u}_z = -1$$

◆ Per coordinate cartesiane  $x \rightarrow -x; y \rightarrow -y; z \rightarrow -z$

◆ Per coordinate polari:  $r \rightarrow r; \mathcal{G} \rightarrow \pi - \mathcal{G}; \varphi \rightarrow \varphi + \pi$

◆ Il concetto di parita' e' stato introdotto per la prima volta nel contesto della fisica atomica da Wigner nel 1927. L'operazione di parita' consiste:

i) nell'invertire i tre assi cartesiani (una inversione attraverso l'origine);

oppure:

ii) come un riflesso in un piano, per esempio x,y, seguita da una rotazione di 180° attorno ad un asse perpendicolare al piano di riflessione, nell'esempio l'asse z.

◆ L'operatore parita' trasforma quindi un sistema levogiro in uno destro e viceversa ed e' chiaramente **una trasformazione discreta**, poiche' nessuna trasformazione continua puo' ottenere questo risultato. E' una trasformazione unitaria con  $P^2_{operatore} = 1$ , ne segue che e' quindi anche hermitiana e quindi i suoi autovalori sono osservabili reali: **P e' un numero quantico moltiplicativo**.

$$P_{operatore} |\Psi\rangle = P_{autovalore} |\Psi\rangle \rightarrow |\Psi\rangle = P_{oper}^2 |\Psi\rangle =$$

$$P_{oper} \times P_{oper} |\Psi\rangle = P_{autov} \times P_{autov} |\Psi\rangle \rightarrow$$

$$P_{autov}^2 = 1 \rightarrow P_{autov} = \pm 1$$

◆ **Conservazione della parita'** vuol anche dire: l'immagine speculare di un fenomeno naturale rappresenta un altro fenomeno possibile in natura. Questo risulta vero per le interazioni forti ed elettromagnetiche **ma NON vero per quelle deboli**.

# Trasformazioni delle grandezze sotto P

- ◆ Scalari ( scalari, prodotti scalari di vettori etc ): rimangono invariati
- ◆ pseudoscalari ( prodotti di grandezze scalari con vettori assiali, prodotti di vettori con vettori assiali): cambiano segno
- ◆ vettori: cambiano segno
- ◆ vettori assiali ( momenti angolari, spin,..): Non cambiano segno.

Radial (position) vector  $\vec{r} \equiv (x, y, z) \Rightarrow (-x, -y, -z)$

Momentum vector  $\vec{p} \equiv (p_x, p_y, p_z) \Rightarrow (-p_x, -p_y, -p_z)$

(all three components change sign)

Angular momentum  $\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow \vec{r} \times \vec{p}$

(the three components do not change)

Spin  $\vec{s}$ : same behaviour as for angular momentum ( $\vec{s} \Rightarrow \vec{s}$ )

 a scalar term of type  $\vec{s} \cdot \vec{p}$  changes sign under P

If the transition probability for a certain process depends on a term of type  $\vec{s} \cdot \vec{p}$ , the process violates parity invariance



# La Parita' applicata ai neutrini

◆ Data una particella di momento  $\vec{p}$  e spin  $\vec{s}$  **la elicità'  $h$**  e' definita da:

$$h = \frac{\vec{p} \bullet \vec{s}}{|\vec{p}| \bullet |\vec{s}|} = \pm 1$$

◆ Un esempio di violazione di parita' da parte delle interazioni deboli e' dato dalla osservazione sperimentale che in natura esistono SOLO **neutrini left**,  $\nu_L$ , (quelli con elicità' negativa) e **antineutrini right**,  $\bar{\nu}_R$ , (quelli con elicità' positiva). Infatti se applichiamo l' operatore parita' abbiamo:

$$P|\nu_L\rangle = |\nu_R\rangle; P|\bar{\nu}_R\rangle = |\bar{\nu}_L\rangle$$

◆ Entrambi gli stati finali non esistono in natura per cui: **le interazioni deboli NON conservano la parita!** Vedremo la prova sperimentale di questo con l' esperimento di M.me Wu.

# La Parita' intrinseca

◆ Abbiamo visto che gli adroni sono composti di quark. Se il moto interno dei quark negli adroni ha una simmetria definita rispetto alla parita', sembra ragionevole assegnare all' adrone una **parita' intrinseca** che e' ben distinta da quella legata al moto spaziale dell' adrone come un oggetto intero.

Per esempio lo stato adronico piu' leggero, il  $\pi$  carico, e' composto di una coppia quark-antiquark in uno stato di momento angolare relativo  $L=0$ . Poiche' la parita' e' un numero quantico moltiplicativo, la parita' del pione carico sara' data dal prodotto di  $(-1)^L$  per le parita' intrinseche del quark e dell' antiquark. Vedremo dall' equazione di Dirac che le parita' intrinseche di un fermione e di un antifermione SONO OPPOSTE !  
Ne segue quindi che la parita' intrinseca del pione carico e' :

$$P_{\pi} = -1$$

**Molto prima dell' avvento dei quark la parita' intrinseca del pioni negativo era stata misurata da Panofsky et al. Facendo fermare in deuterio dei pioni negativi ( Burcham and Jobes pagina 259 ).**

**Per i bosoni si trova che la parita' intrinseca dei bosoni e' uguale per particella e antiparticella !**

**In forte contrasto con quanto detto per i fermioni e gli antifermioni !!**

# La Parita' intrinseca

◆ La parita' di ogni particella e' definita dalla parita' intrinseca di ogni particella e dallo stato di momento angolare. Se la parita' in una interazione si conserva, possiamo definire le parita' delle particelle prodotte nello stato finale conoscendo la parita' dello stato iniziale. Definiamo la parita' intrinseca dell' elettrone, del protone, del neutrone e del fotone. Poiche' il numero fermionico si conserva, la parita' intrinseca dei fermioni NON e' in effetti un osservabile ed e' **DEFINITA in MODO CONVENZIONALE**:

$$P(e^-) = P(p) = P(n) = +1$$

Secondo l' equazione di Dirac la parita' dei corrispondenti antifermioni e' definita negativa:

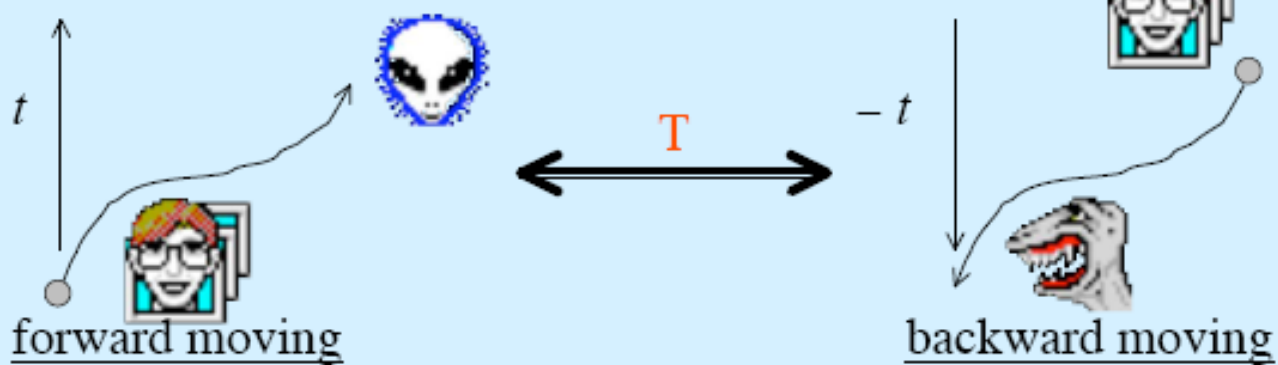
$$P(e^+) = P(\bar{p}) = P(\bar{n}) = -1$$

◆ Il fotone come autostato di un operatore vettoriale, **A**, ha parita' intrinseca negativa.

◆ Come detto la parita' e' un numero quantico moltiplicativo per cui la parita' di un sistema composto e' data da prodotto delle parita' dei suoi costituenti. Nelle interazioni forti P e' conservato come per esempio in  $p+p \rightarrow \pi^+ + p + n$ . Per assegnare una parita' allo stato iniziale ed a quello finale, cosi' come facciamo per applicare la conservazione della carica, e' necessario assegnare una **PARITA' INTRINSECA** al pione ( che risulta essere = -1 ). Per **convenzione si assegna parita' intrinseca positiva al protone ed al neutrone**. Mentre e' necessario introdurre la parita' intrinseca del pione poiche' puo' essere prodotto da solo, questo non e' vero per le particelle strane: quindi solo la parita' della coppia delle due particelle strane rispetto al nucleone e' una grandezza misurabile e si trova che la parita' del sistema  $\Lambda K$  e' negativa ( dispari ). Per convenzione si assegna parita' positiva all' iperone  $\Lambda$  per cui ne segue che il K ha parita' intrinseca negativa. La parita' delle altre particelle puo' quindi essere ottenuta, a partire da questa convenzione, attraverso l' analisi delle varie reazioni.

◆ **La Parita' Totale** di un sistema sara' data dal **prodotto** delle **parita' intrinseche** per **la parita' dovuta al moto relativo dei costituenti del sistema**. 19

T: time reversal



# Inversione del Tempo

◆ In termini semplici l'operatore inversione temporale corrisponde ad invertire la direzione del flusso del tempo. In meccanica classica abbiamo:

$$Tt = -t ; Tr = r ; Tp = -p ; TL = -L$$

◆ Le equazioni del moto, essendo al secondo ordine nella derivata temporale, sono invarianti sia per le forze gravitazionali che per quelle elettromagnetiche. Questo non e' pero' vero nel caso dei sistemi macroscopici dove la meccanica statistica definisce una unica direzione per il flusso del tempo: quella per cui l'entropia, il disordine, aumenta.

◆ D'altra parte, i sistemi macroscopici sembrano rispettare quasi sempre l'invarianza per inversione del tempo. In meccanica quantistica l'equazione di Schrodinger e' invariante per inversione del tempo se la funzione d'onda trasforma come:

$$T\Psi(\vec{r};t) = \Psi^*(\vec{r};-t)$$

questo operatore e' chiamato antilineare. Ne segue che le funzioni d'onda dipendenti dal tempo sono necessariamente complesse e quindi non possono essere autofunzioni dell'operatore T. Quindi non e' semplice associare numeri quantici alla invarianza per inversione temporale. Tuttavia invarianza sotto T implica che la ampiezza di transizione per il processo  $i \rightarrow f$  deve avere lo stesso valore di quello invertito nel tempo  $f \rightarrow i$  cioe':

$$|M_{i \rightarrow f}| = |M_{f \rightarrow i}| : \text{Principio del Bilancio Dettagliato.}$$

Sottoliniamo tuttavia che la frequenza di una reazione dipende anche dal fattore spazio delle fasi e da quello di spin per cui le due reazioni possono avere frequenze molto diverse!

◆ Sperimentalmente l'invarianza per inversione del tempo e' valida in quasi tutti, vedi nel seguito, i processi noti. Il test piu' spettacolare della invarianza sotto T delle interazioni elettromagnetiche e' data dalla ricerca del momento di dipolo elettrico del neutrone che da' un limite superiore di:

$$\mu_{el} < 10^{-25} \text{ e-cm}$$

◆ da semplici argomenti dimensionali possiamo stimare, chiamando d il diametro del neutrone,

$$\mu_{el} < ed \cong e \times 10^{-13} \text{ cm} \cong 10^{-13} \text{ e-cm}$$

# Coniugazione di Carica

◆ Sia la Parità che la Inversione del Tempo sono trasformazioni di simmetria discrete nello spazio-tempo. Un'altra trasformazione discreta che agisce solo nello spazio di Hilbert interno è la **Trasformazione di Coniugazione di Carica** che trasforma una particella nella sua antiparticella: La Trasformazione Coniugazione di carica quindi inverte il segno della carica elettrica, del momento magnetico e del numero fermionico. Se per esempio  $|e\rangle$  è lo stato di un elettrone rappresentato da massa, impulso, spin, carica elettrica, momento magnetico, numero fermionico,...

$$|e\rangle = \left| m, \vec{p}, \vec{s}, -e, -2 \times \left( \frac{e\hbar}{2m} \right) \vec{s}, +f, \dots \right\rangle$$

Lo stato coniugato di carica, il **positrone**, è definito dai numeri quantici

$$C|e\rangle = |\bar{e}\rangle = \left| m, \vec{p}, \vec{s}, +e, +2 \times \left( \frac{e\hbar}{2m} \right) \vec{s}, -f, \dots \right\rangle$$

**Quindi: C = Particle  $\Leftrightarrow$  antiparticle transformation**

◆ Se consideriamo l'azione degli operatori di carica elettrica, Q, e coniugazione di carica C su di una particella di carica q, avremo rispettivamente:

$$Q|q\rangle = q|q\rangle \quad \text{e} \quad C|q\rangle = |-q\rangle$$

◆ **Q e C non commutano** difatti:  $QC|q\rangle = Q|-q\rangle = -q|-q\rangle$

$$CQ|q\rangle = qC|q\rangle = q|-q\rangle$$

◆ E lo stesso avviene per il momento magnetico ed il numero fermionico. Quindi **SOLO** gli stati di carica, momento magnetico, numero fermionico ( ed altri numeri quantici che studieremo più avanti ) **NULLI** possono essere **AUTOSTATI** della coniugazione di carica. Lo sono il fotone, lo stato  $(e^+, e^-)$  ed il  $\pi^0$ ; **NON** lo è il neutrone poiché ha momento magnetico e numero fermionico **NON NULLI**.

# Coniugazione di Carica

◆ Il campo elettromagnetico è generato da cariche e da correnti elettriche e si inverte quindi per azione della coniugazione di carica. L'energia elettromagnetica dipende dai quadrati  $q^2$  e  $\mathbf{A}^2$  e dal prodotto  $q\mathbf{A}$  ed è quindi invariante per l'inversione della carica. Ne concludiamo che:

i) l'hamiltoniana dell'interazione elettromagnetica è invariante per coniugazione di carica, ovvero  $C$  è una simmetria dell'hamiltoniana di interazione;

ii) l'operatore campo elettromagnetico,  $A$ , si inverte per coniugazione di carica.

◆ Ne segue che il fotone ha autovalore di coniugazione di carica negativo:  $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$

◆ Quindi dal decadimento del  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  ne deduciamo che il  $\pi^0$  è pari sotto coniugazione di carica:  $C|\pi^0\rangle = C(|\gamma\rangle|\gamma\rangle) = (-1)^2 = +1$ .

◆ Invarianza sotto coniugazione di carica porta quindi a restrizioni sui tipi di interazioni o decadimenti che possono aver luogo! Per esempio un  $\pi^0$  non può decadere in un numero dispari di fotoni poiché questo violerebbe la conservazione di  $C$ .

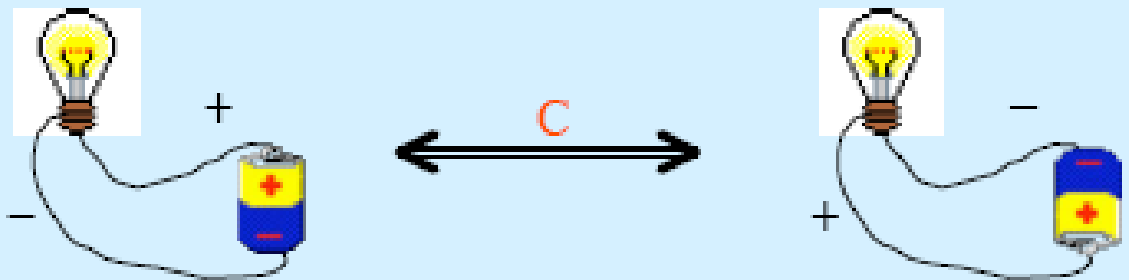
◆ come abbiamo detto in natura **ESISTONO SOLO neutrini left,  $\nu_L$**  (quelli con elicità negativa) ed **antineutrini right,  $\bar{\nu}_R$** , (quelli con elicità positiva). Avremo allora:  $C|\nu_L\rangle = |\bar{\nu}_L\rangle$ ;  $C|\bar{\nu}_R\rangle = |\nu_R\rangle$

⇒ essendo entrambi i processi non verificati in natura ne deduciamo che **la coniugazione di carica è VIOLATA dalle interazioni deboli!** Abbiamo visto che questo è vero anche per la trasformazione di Parità. Applichiamo quindi di seguito  $P$  e  $C$ :

$$CP|\nu_L\rangle = C|\nu_R\rangle = |\bar{\nu}_R\rangle; CP|\bar{\nu}_R\rangle = C|\bar{\nu}_L\rangle = |\nu_L\rangle$$

◆ Quindi applicando  $CP$  partiamo da uno stato fisico ed otteniamo un nuovo stato **ANCORA** fisico:  $CP$  è conservata dalle interazioni deboli. Vedremo che questo NON è vero per TUTTE le interazioni deboli.

C: charge conjugation



In particle physics reversing internal quantum numbers  
charged states

$e^-$ (electron)	$\Leftrightarrow$	$e^+$ (positron)
$p$ (proton)	$\Leftrightarrow$	$\bar{p}$ (anti proton)
$\pi^+$ (positive pion)	$\Leftrightarrow$	$\pi^-$ (negative pion)
$u$ (u quark)	$\Leftrightarrow$	$\bar{u}$ (anti u quark)

neutral states

$n$ (neutron)	$\Leftrightarrow$	$\bar{n}$ (anti neutron)
$K^0$ (k-zero meson)	$\Leftrightarrow$	$\bar{K}^0$ (anti k-zero meson)
$\pi^0$ (neutral pion)	$\Leftrightarrow$	$\pi^0$ (neutral pion)



# Pro Memoria su Parita' e Coniugazione di Carica

## ◆ Parita'

⇒ Le particelle a riposo sono autostati di parita' e l' autovalore (  $\pm 1$  ) e' chiamato : "parita' intrinseca" della particella ( anti-particella ).

⇒ Dalla equazione di Dirac abbiamo che: particelle di spin  $\frac{1}{2}$  hanno parita' intrinseca opposta delle loro antiparticelle.

⇒ Per Convenzione: a quark e leptoni viene assegnata parita' +1

$$P_{e^-} = P_{\mu^-} = P_{\tau^-} = P_u = P_d = \dots = +1$$

— le loro antiparticelle devono avere parita' -1

$$P_{e^+} = P_{\mu^+} = P_{\tau^+} = P_{\bar{u}} = P_{\bar{d}} = \dots = -1$$

⇒ Dalla Teoria dei Campi si dimostra che:

— particelle e antiparticelle di spin 0 hanno la stessa parita' intrinseca

⇒ Dalle Teorie di gauge : I bosoni di gauge hanno parita' -1 :

$$P_{\gamma} = P_{\xi} = P_W = P_Z = -1$$

( — Dalle equazioni di Maxwell :  $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$  quando  $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$  )

⇒ Per sistemi a multi-particelle la parità e' un numero quantico moltiplicativo:

$$\hat{P}\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, t) = P_1 P_2 \dots P_n \psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, t)$$

⇒ Particelle in uno stato di momento angolare orbitale definito sono anche esse autostati di parità :

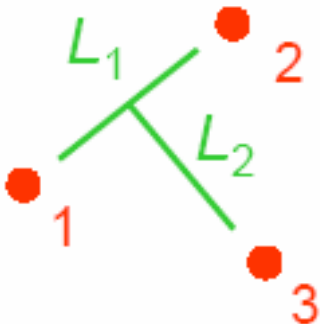
$$Y_{lm}(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \phi)$$

— La parità totale di un sistema a due particelle e' :



$$P = P_1 P_2 (-1)^L$$

— La parità totale di un sistema a tre particelle e' :



$$P = P_1 P_2 P_3 (-1)^{L_1} (-1)^{L_2}$$



## ◆ Coniugazione di Carica

⇒ Come sappiamo l' operatore Coniugazione di Carica sostituisce tutte le particelle nelle loro anti-particelle nello stesso stato:

$$\hat{C}|a, \psi\rangle = C|\bar{a}, \psi\rangle$$

— i.e. Tutti i numeri quantici interni cambiano segno, lasciando posizione, impulsi, spin,... Invariati :

$$\begin{array}{cccc} q \rightarrow -q & B \rightarrow -B & L \rightarrow -L & \dots \end{array}$$

electric charge    baryon no.    lepton no.

⇒ Come per l' operatore parita' :

- C e' un osservabile hermitiano;
- Gli autovalori possibili sono  $\pm 1$  ;
- C e' un numero quantico moltiplicativo.

⇒ Tuttavia : la gran parte delle particelle, a riposo o no, **NON** sono autostati di C. Per esempio :

$$\hat{C}|\pi^+\rangle \rightarrow |\pi^-\rangle$$

E come sappiamo  $\pi^+$  e  $\pi^-$  sono particelle distinte con valori opposti di carica elettrica.

⇒ Solo particelle che sono anche anti-particelle di se stesse sono autostati di C

■ Per esempio lo sono i bosoni di gauge neutri :

$$\begin{array}{ccc}
 \gamma, g, Z^0 & & \\
 \underline{C = -1} & \begin{array}{c} + \\ \downarrow E \\ - \end{array} \xrightarrow{\hat{C}} \begin{array}{c} - \\ \uparrow -E \\ + \end{array} & 
 \end{array}$$

■ Ed i mesoni neutri al centro dei nonetti:

$$\begin{array}{cc}
 \pi^0, \eta^0, \eta' & \rho^0, \omega^0, \phi^0 \\
 \underline{C = +1} & \underline{C = -1}
 \end{array}$$

⇒ Abbiamo imparato che le interazioni deboli NON conservano C mentre le interazioni elettromagnetiche e forti conservano C :

$$\begin{array}{l}
 \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \\
 +1 = -1 \cdot -1
 \end{array}$$

**PERMESSA**

$$\begin{array}{l}
 \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma \\
 +1 \neq -1 \cdot -1 \cdot -1
 \end{array}$$

**PROIBITA**

$$B(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma) < 3.1 \times 10^{-8}$$

# Il Teorema CPT

◆ Abbiamo visto che le interazioni deboli non sono invarianti ne' sotto P ne' sotto C. Tuttavia G. Luders, W. Pauli e J. Schwinger nel 1952 hanno dimostrato che essenzialmente tutte le interazioni sono invarianti sotto CPT e questo per qualsiasi ordine vengano applicati i tre operatori.

◆ Conseguenze del teorema CPT sono:

i) particelle ed antiparticelle hanno la stessa massa , la stessa vita media e lo stesso momento magnetico: questa uguaglianza e' verificata con grande precisione dai risultati sperimentali;

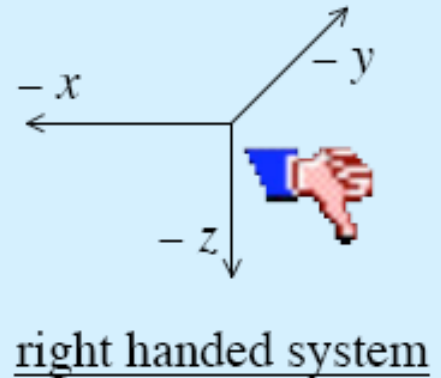
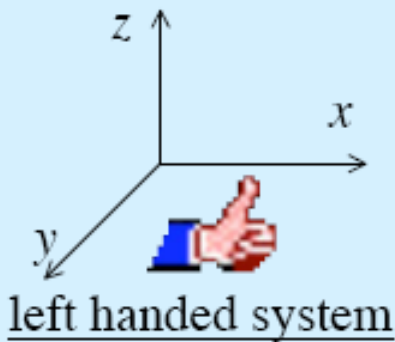
ii) tutti I numeri quantici interni delle antiparticelle sono opposti a quelli delle particelle;

iii) particelle con spin intero ubbidiscono la statistica di Bose-Einsein, mentre quelle con spin semi-intero ubbidiscono quella di Fermi-Dirac.

◆ Come vedremo nei corsi specialistici, il fatto che per i K ed i mesoni con beauty CP non e' conservato, dato che CPT e' conservato, deve essere violato anche T !

# La Parita'

P: parity or space reflection



## Violation of Parity

**E' una trasformazione discreta !**

World



90%

10%

Mirror World

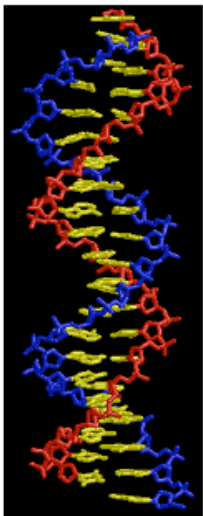


10%

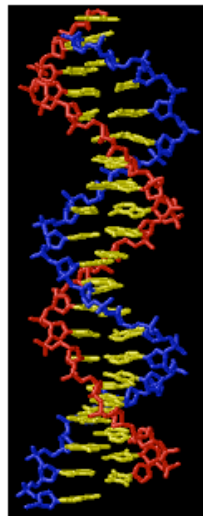
90%

DNA

World



Mirror World

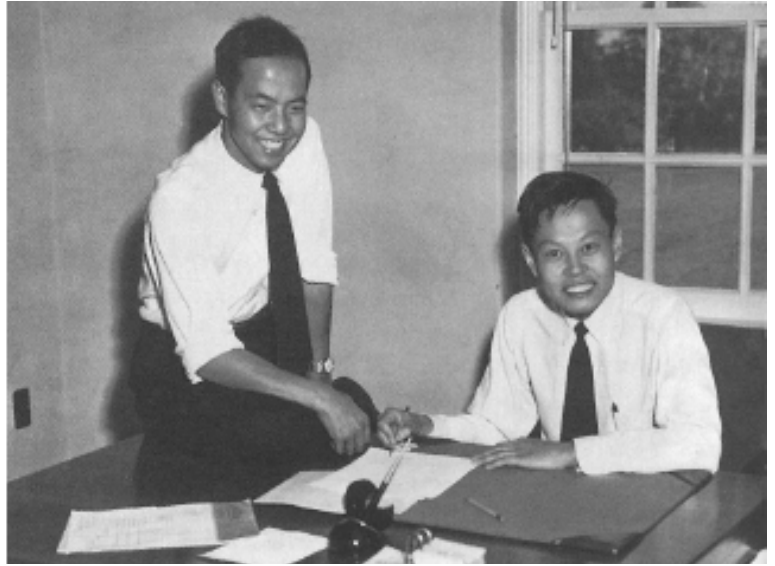


World  $\neq$  Mirror World  
(parity violation)

World  $\neq$  Mirror World by 100%  
Parity is fully violated.

# The death of parity

1950, Lee & Yang



*To decide univocally whether parity is conserved in weak interactions one must perform an experiment to determine whether weak interactions differentiate the right from the left.*

*measure the angular distributions of the electrons coming from beta decays of oriented nuclei... an asymmetry of the distribution... constitutes an unequivocal proof that parity is not conserved in beta decays*



C.S. Wu (1913-1997)

One day in the early spring of 1956, Prof. T.D. Lee came up to my little office, explaining: "...the violation should also be observed in the space distribution of the beta-decay of polarized nuclei..."

This was a golden opportunity for a beta-decay physicist to perform a crucial test, and how could I let it pass? ...That spring, my husband, Chia-Liu Yuan, and I had planned to attend a conference in Geneva and then proceed to the Far East. Both of us had left China in 1936, exactly twenty years earlier. Our passages were booked on the Queen Elizabeth before I suddenly realized that I had to do the experiment immediately, before the rest of the Physics community recognized the importance of this experiment and did it first. So I asked Chia-Liu to let me stay and go without me. On Christmas eve I told Professor Lee that the observed asymmetry was reproducible and huge.



# La Violazione della Parita' ( 1956 )

◆ L' idea che la parita' non si conservasse nelle interazioni deboli e' maturata dal paradosso del "puzzle  $\theta^+-\tau^+$ ". Infatti si trovava:

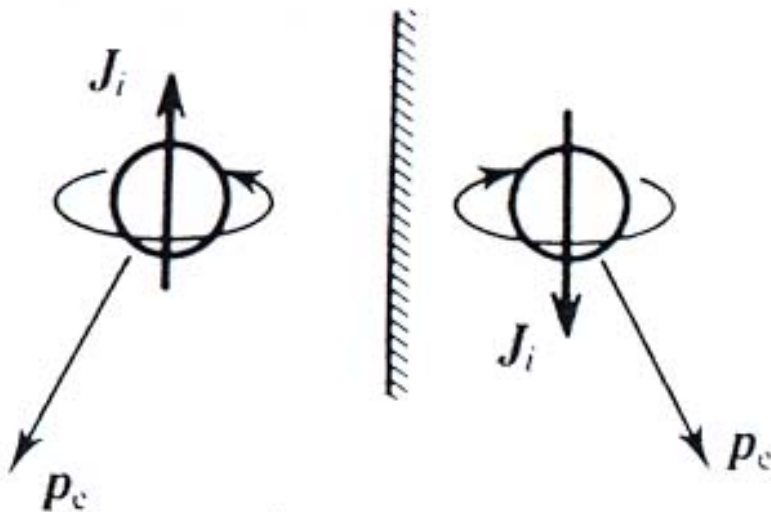
a)  $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$  ed, essendo  $J^P(\pi) = 0^-$ , nell' ipotesi che la parita' si conservi, lo spin di  $\theta^+$  deve essere o  $0^+$ , o  $1^-$ , o  $2^+$  etc;

b)  $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$ . Da una analisi del Dalitz Plot si misura  $J^P(\tau^+) = 0^-$ ;

Ne segue che il  $\theta^+$  ha parita' positiva ( + ) mentre il  $\tau^+$  ha parita' negativa ( - ). Il paradosso nasce dalla constatazione che la massa e la vita media del  $\theta^+$  e del  $\tau^+$  SONO UGUALI suggerendo quindi che  $\theta^+$  e  $\tau^+$  sono la STESSA particella. MA la parita' risulta essere opposta ! Nel 1956 T. D. Lee e C. N. Yang fecero una analisi critica di tutte le misure fino ad allora effettuate, sottolineando che nessuna di esse misurava parametri sensibili alla violazione della parita' come per esempio una quantita' pseudoscalare come l' elicitita'  $\vec{s}_e \bullet \vec{p}_e$ , oppure il prodotto scalare tra lo spin del nucleo e l' impulso dell' elettrone :  $\vec{I}_e \bullet \vec{p}_e$ .

◆ Quindi se la parita' e' conservata, il decadimento  $\beta$  di un nucleo deve dare **una distribuzione dell' angolo** tra  $\mathbf{J}$ , spin del nucleo, e  $\mathbf{p}_e$ , l' impulso dell' elettrone. **SIMMETRICA** rispetto al piano perpendicolare a  $\mathbf{J}$  come indicato nella figura che segue:

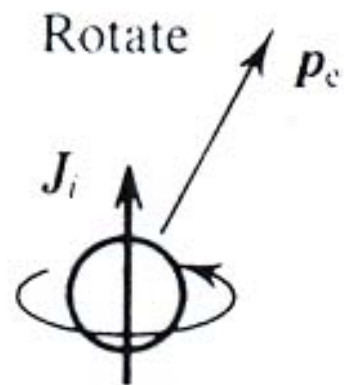
Reflect



(a)

(b)

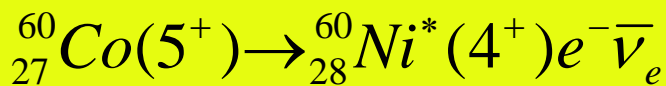
Rotate



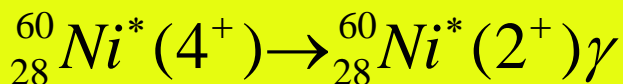
(c)

# La Violazione della Parita' ( 1956 )

- ◆ Ci sono due categorie di transizioni nucleari: 1) transizioni tipo Fermi in cui NON cambia il momento angolare del nucleo; 2) tipo Gamov-Teller in cui sono permesse transizioni in cui il momento angolare del nucleo cambia di una unita'.
- ◆ La non conservazione della parita' nelle interazioni deboli e' stata stabilita da Wu et al. nel 1956 misurando la distribuzione angolare degli elettroni, emessi nel decadimento  $\beta$  del Cobalto 60 polarizzato, relativamente alla orientazione dello spin del nucleo. La fig 1a mostra l' apparato sperimentale usato: una sorgente di  $Co^{60}$  che decade in accordo allo schema riportato in Fig 1b, decadimento alla Gamov-Teller, e riassunto dalle reazioni sotto indicate Reaz. 1, era incorporato in un cristallo di nitrati di "cerium-magnesium". Se viene applicato un campo magnetico esterno di  $B \cong 0.05$  T, a questo sale paramagnetico, l' orientazione dei suoi elettroni produce un forte campo locale fino a 10-100 T che, polarizza i nuclei del  $Co^{60}$  quando e' raffreddato a temperature di 0.01 K.



◆ Reaz. 1



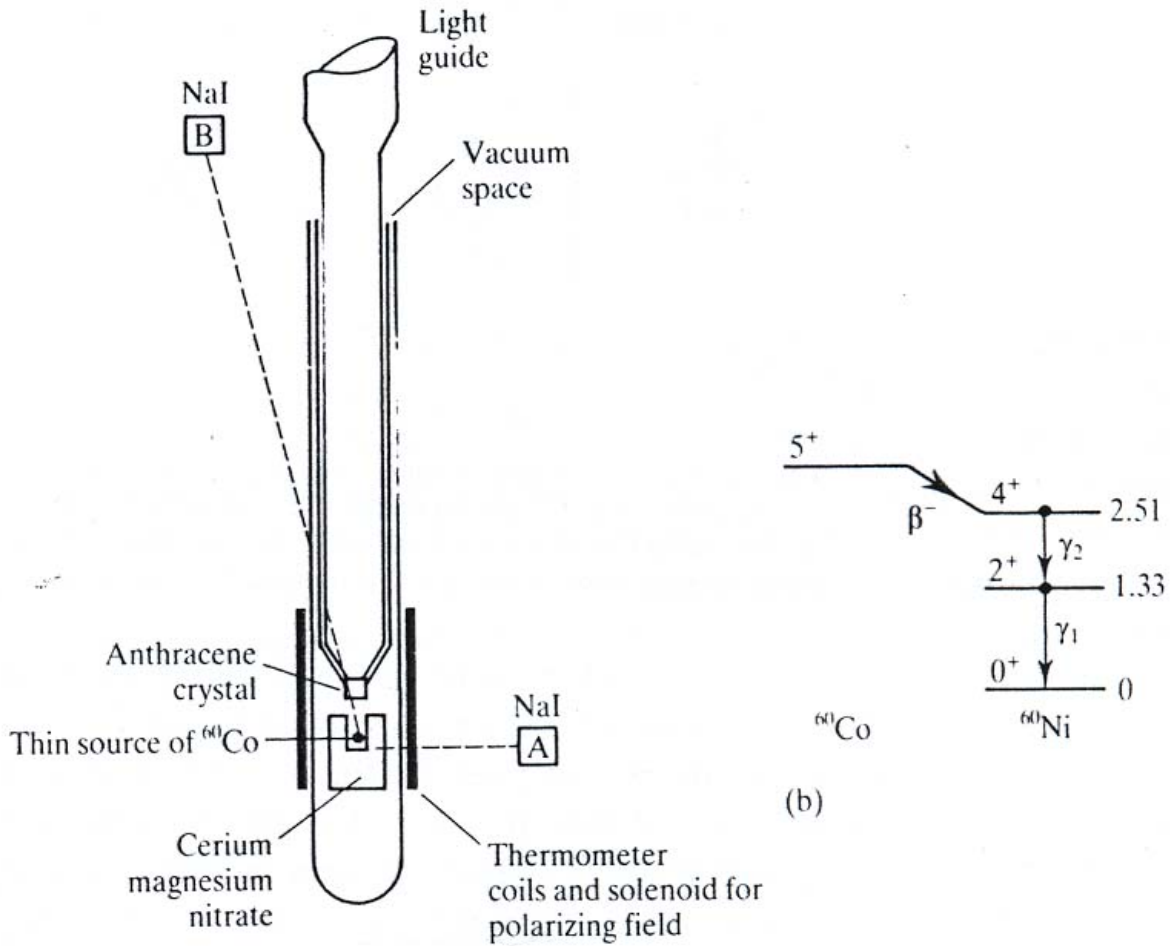
- ◆ La conservazione del momento angolare impone che gli spin dell' anti- neutrino e dell' elettrone siano allineati a quelli del  $Co^{60}$ .

# La Violazione della Parita'

- ◆ I punti chiave della misura sono:
  - 1) polarizzazione Nucleare, come detto, attraverso Demagnetizzazione Adiabatica;
  - 2) misura del grado di polarizzazione del  $\text{Co}^{60}$  attraverso la misura del rate dei fotoni sul contatore azimutale di NaI ( A ), e quello polare ( B ): difatti la polarizzazione del  $\text{Co}^{60}$  e' trasmessa al  $\text{Ni}^{60}$  con un rate maggiore per I fotoni su A che su B. Non solo I due rate sono diversi per le due orientazioni opposte del campo magnetico, Up e down, ma in funzione del tempo, allo scaldarsi del campione, questa differenza di rate svanisce e quindi possiamo monitorare con essa la polarizzazione del  $\text{Co}^{60}$ .
  - 3) un contatore a scintillazione ad antracene, posto sopra la sorgente, misura la intensita' del decadimento in funzione delle due orientazioni Up e Down del campo magnetico;
- ◆ I risultati ottenuti sono mostrati in Fig 1c e 1d :
  - i) l' elettrone e' emesso in modo NON simmetrico ed e' preferita la direzione opposta a quella dello spin del nucleo;
  - ii) la asimmetria del decadimento  $\beta$  e la anisotropia della emissione dei  $\gamma$  spariscono simultaneamente allo scaldarsi del cristallo.
- ◆ **Conclusione** :

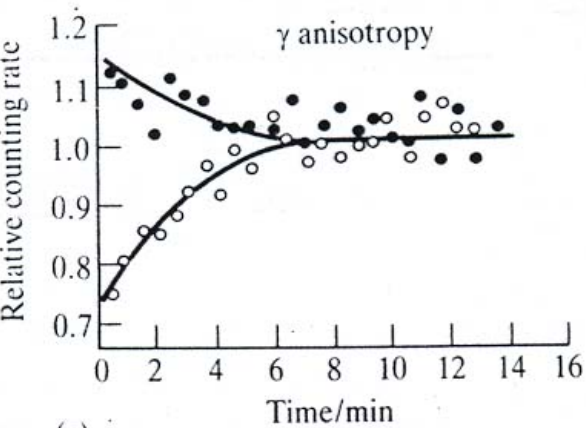
**la parita' non si conserva nelle interazioni deboli**

# L' esperimento di M.me Wu

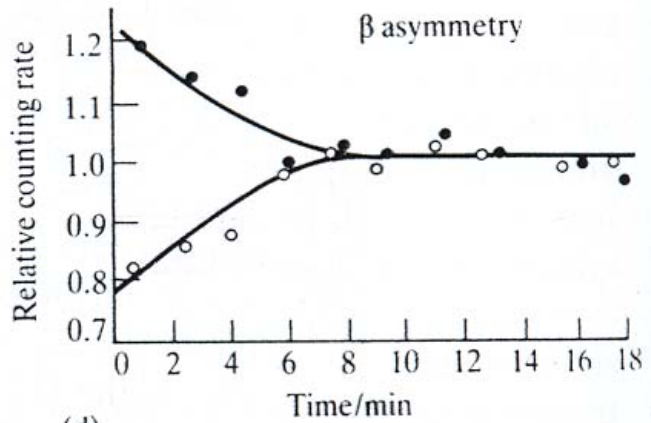


(a)

(b)



(c)



(d)

◆ Fig 1 a) Apparatus; (b) decay scheme of  $^{60}\text{Co}$  (Gamow-Teller decay); (c)  $\gamma$  ray anisotropy obtained from counter A (●) and counter B (○) at different times as the crystal warms up; the difference between the curves measures the net polarization of the nuclei; (d)  $\beta$  ray asymmetry shown by the counting rate in the anthracene crystal for two directions of polarizing field (●, down ↓; ○ up ↑) (Wu C S *et al.* 1957 *Phys Rev* **105** (1413)).

# Pauli's Reaction to the Downfall of Parity

---

*Es ist uns eine traurige Pflicht,  
bekannt zu geben, daß unsere  
langjährige ewige Freundin*

PARITY

*den 19. Januar 1957 nach  
kurzen Leiden bei weiteren  
experimentellen Eingriffen  
sanfte entschlafen ist.*

*Für die hinterbliebenen*

*e   μ   ν*

*It is our sad duty to announce  
that our loyal friend of many  
years*

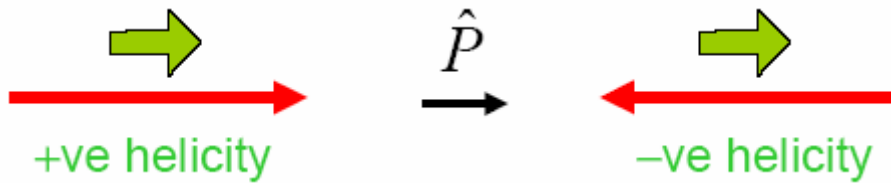
PARITY

*went peacefully to her eternal  
rest on the nineteenth of  
January 1957, after a short  
period of suffering in the face  
of further experimental  
interventions.*

*For those who survive her,*

*e   μ   ν*

- ◆ Il comportamento diverso degli stati di elicità positivi e negativi viola la parità :



Per cui invarianza sotto parità richiede intensità di interazione uguale per ciascun stato di elicità ( come in QED ).

- ◆ Come vedremo in seguito, nel Modello Standard I neutrini hanno per ipotesi massa zero (  $\beta$  e' sempre uguale ad 1 ) ed interagiscono solo via interazioni deboli.

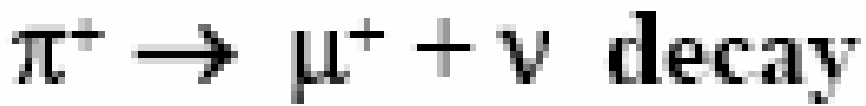


I Neutrini sono sempre left-handed

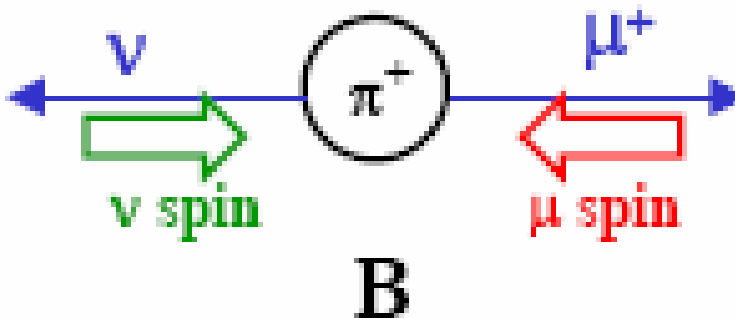
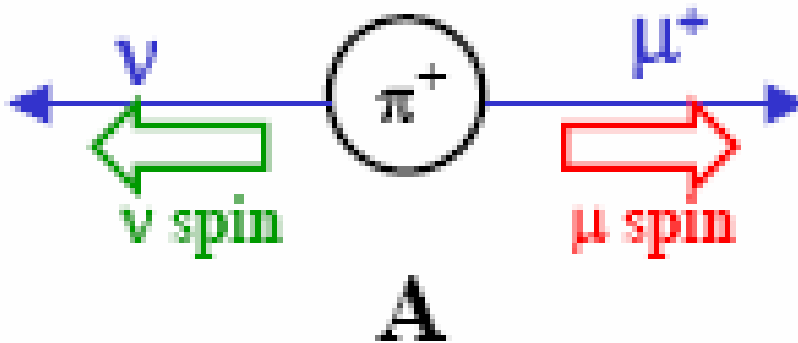
Gli Antineutrini sono sempre right-handed



L' anno prossimo vedrete come ci sia stata recentemente evidenza per neutrini di massa diversa da zero.



- ◆ La invarianza per Parita' richiede che i due stati A e B devono essere prodotti con uguale probabilita': il  $\mu^+$  emesso non e' polarizzato

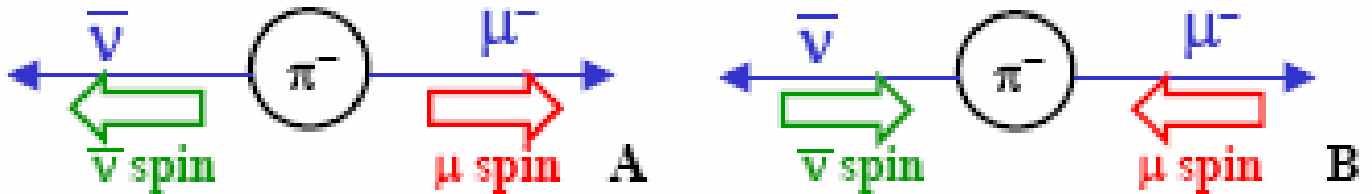


- ◆ Gli esperimenti trovano che il  $\mu^+$  e' completamente polarizzato con polarizzazione opposta alla direzione del suo impulso:
- ◆ Ne segue che lo stato A NON ESISTE e che quindi :

**Si ha massima violazione della invarianza per Parita' !**

# $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ decay

- ◆ Applichiamo la trasformazione di Coniugazione di carica al decadimento del  $\pi^-$



- ◆ **Gli esperimenti trovano che lo stato B NON esiste !**

- ◆ Se applichiamo in sequenza C e P : vediamo che troviamo uno stato che esiste in natura : il decadimento del mesone  $\pi^-$  **viola in modo massimale sia C che P MA E' INVARIANTE SOTTO CP !**

