

Capitolo 9:

Le Particelle Elementari II

**Corso di Fisica Nucleare e
Subnucleare I**

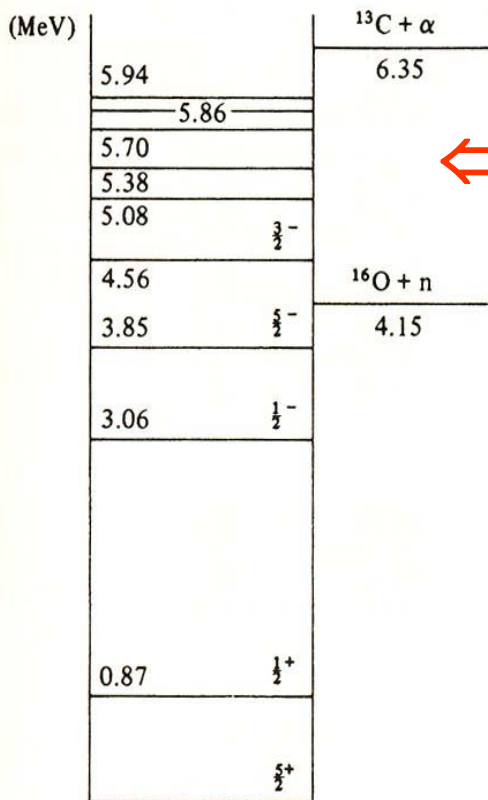
Professor Carlo Dionisi

A.A. 2004-2005

Le Risonanze Adroniche ed il Modello a Quark

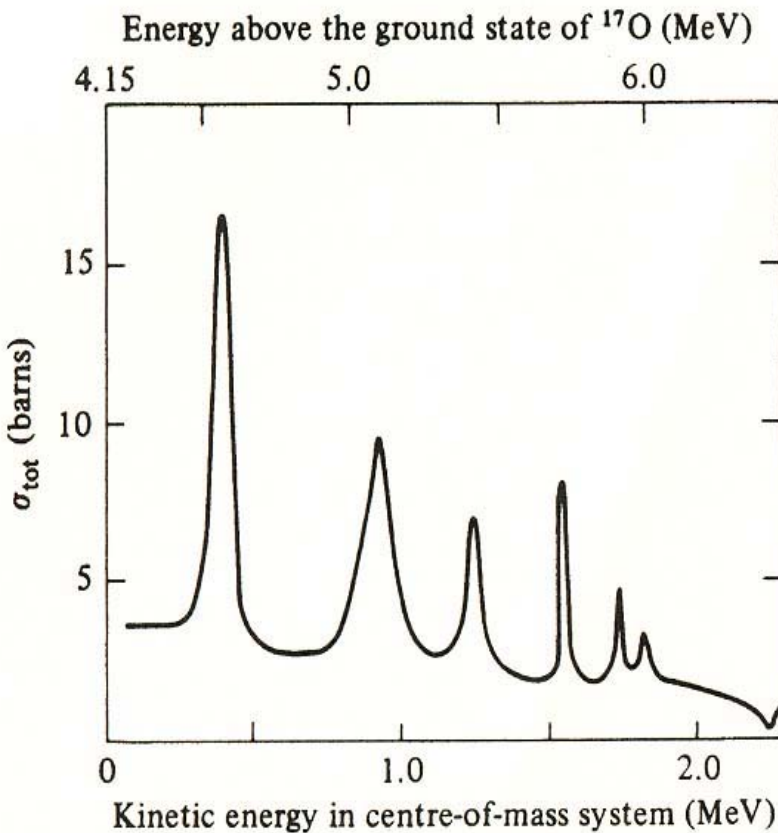
- 1) Le Risonanze Nucleari;
- 2) La Formazione e la Produzione di Risonanze;
- 3) Risonanze Mesoniche e Barioniche;
- 4) La Classificazione Eightfold Way: la scoperta dell' Ω -
- 5) Il Modello a Quark.

Risonanze Nucleari



← Diagramma dei livelli energetici dell' ^{17}O

◆ **sotto soglia** gli stati eccitati non possono disintegrarsi in nuclei piu' leggeri e decadono quindi elettromagneticamente, per esempio con emissione di fotoni, a stati energetici piu' bassi ed, alla fine, sullo stato fondamentale.



◆ Sezione d'urto totale della reazione $n + ^{16}\text{O}$ che mostra le **risonanze** che corrispondono alla formazione degli stati eccitati di ^{17}O

Risonanze Nucleari

◆ I picchi risonanti sono associati alla formazione di stati eccitati del ^{239}U . Mentre off-risonanza possiamo avere produzione di particelle α .

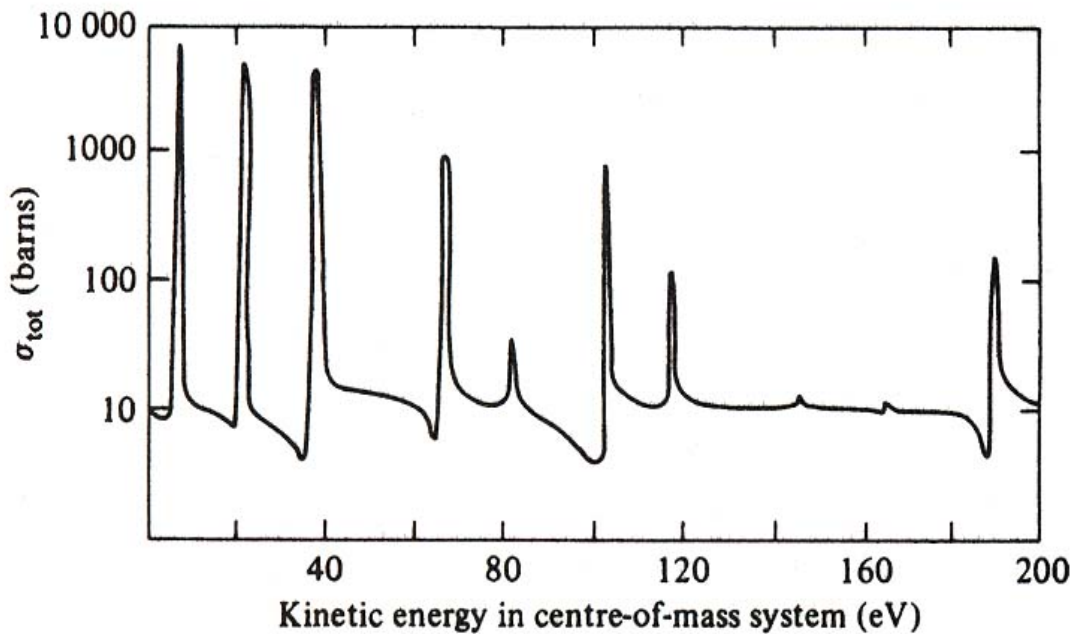
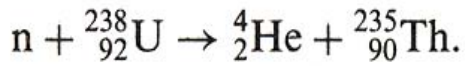


Fig. 8.2 The total cross-section for neutrons interacting with ^{238}U , as a function of centre-of-mass energy. Note that the vertical scale for the cross-section is logarithmic and the horizontal energy scale is in electron volts. (Data as in Fig. 8.1.)

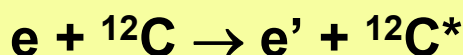
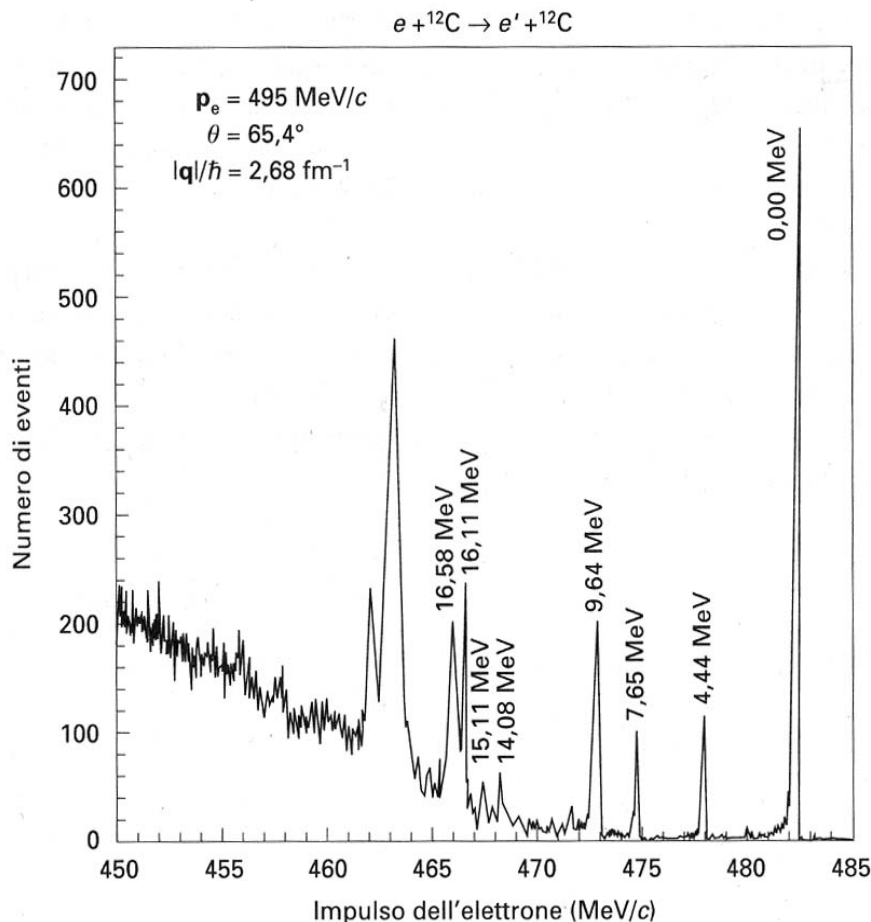
Eccitazioni Nucleari Anelastiche

- ◆ Come detto, nel caso della diffusione elastica di elettroni su nuclei, l' unica energia trasferita e' quella di rinculo ed il bersaglio **NON viene eccitato** ad un livello di energia superiore. Come ricavato in precedenza e fissato l' angolo di diffusione, le energie delle particelle entranti e di quelle uscenti sono connesse in maniera univoca dalla:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

- ◆ Guardando lo spettro sperimentale di energia degli elettroni diffusi, vedi figura in basso, si nota che l' energia trasferita e' piu' grande di quanto uno si aspetterebbe dal semplice rinculo: **abbiamo reazioni di tipo anelastico**.

I picchi, a parte quello elastico a $E' = 482$ MeV, sono dovuti a **stati nucleari eccitati del ^{12}C**



$$E = 495 \text{ MeV} ; \theta = 65.4^\circ$$

La Diffusione Quasi-Elastica

- Abbiamo fino ad ora considerato lo scattering elastico di elettroni su protoni (neutroni) liberi (quasi liberi). In questo tipo di reazione, per una fissata energia E del fascio e per un fissato angolo di scattering θ , gli elettroni emergono con una energia definita dalla:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

- Ripetendo l' esperimento con stessa E e θ , ma su nuclei con diversi nucleoni, si trovano spettri di energia molto piu' complessi: nella figura di seguito e' mostrato il caso su una targhetta di H_2O .

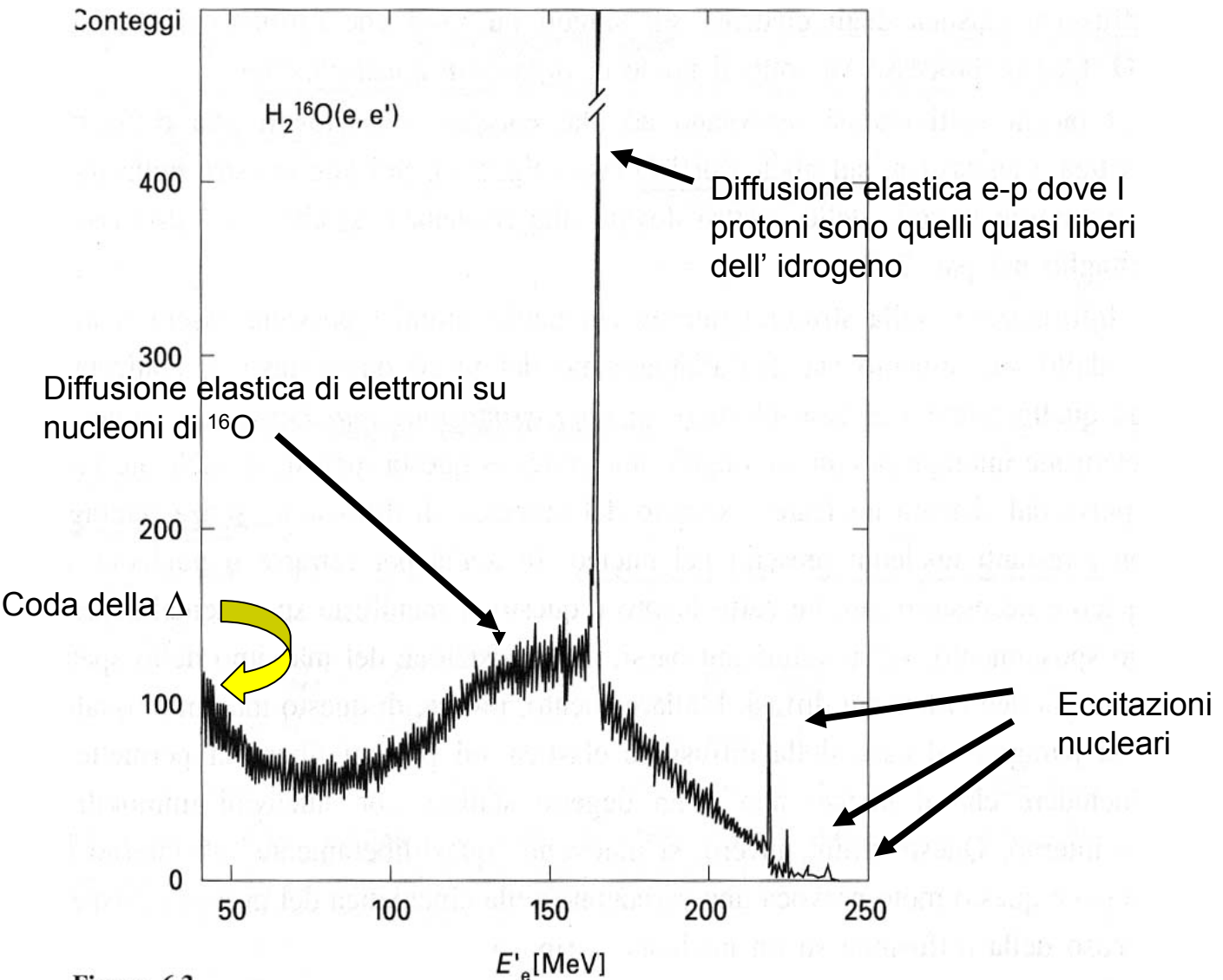
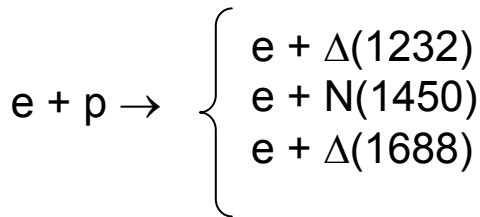


Figura 6.3

Spettro in energia degli elettroni diffusi su un bersaglio sottile di H_2O . La misura è stata effettuata all'acceleratore lineare MAMI-A di Mainz, ad una energia di fascio di 246 MeV e ad un angolo di diffusione di 148.5° .

La diffusione inelastica elettrone-protone

➤ Consideriamo ora lo scattering di elettroni su atomi di idrogeno. Nella Fig. 2 di seguito sono mostrati risultati ottenuti all' elettrosincrotrone di Desy da Bartel et al. Questi dati sono a valori molto piu' alti di Q^2 di quelli appena analizzati su nuclei di elio ma la somiglianza con le Fig. 1a ed 1b e' innegabile. Accanto al picco elastico a $x=1$, sono chiaramente visibili a valori di x piu' bassi I picchi che corrispondono alla eccitazione delle risonanze del protone attraverso I processi:



❖ l' esistenza di questi stati dimostra che il protone e' un sistema composto.

➤ Al di la delle risonanze, a piu' alte energie trasferite al protone (valori piu' bassi di x), vediamo un larga zona continua che, in analogia con lo scattering elettrone-nucleo di elio interpretiamo come scattering incoerente con I costituenti del protone. A valori ancora piu' alti di Q^2 il picco elastico e quelli delle risonanze diminuiscono ma lo scattering quasi elastico, che abbiamo chiamato inclusivo, non cambia: la sezione d' urto inclusiva scala indicando che lo scattering avviene con costituenti puntiformi. Si osserva una grande produzione di adroni ma NON dei costituenti del protone: NON c' e' analogia con il picco quasi elastico dovuto all' urto con I costituenti del nucleo che, a causa dell' urto, vengono espulsi dallo stesso: qualsiasi siano gli oggetti dentro il protone essi NON vengono mai buttati fuori: **sono confinati nel protone.**

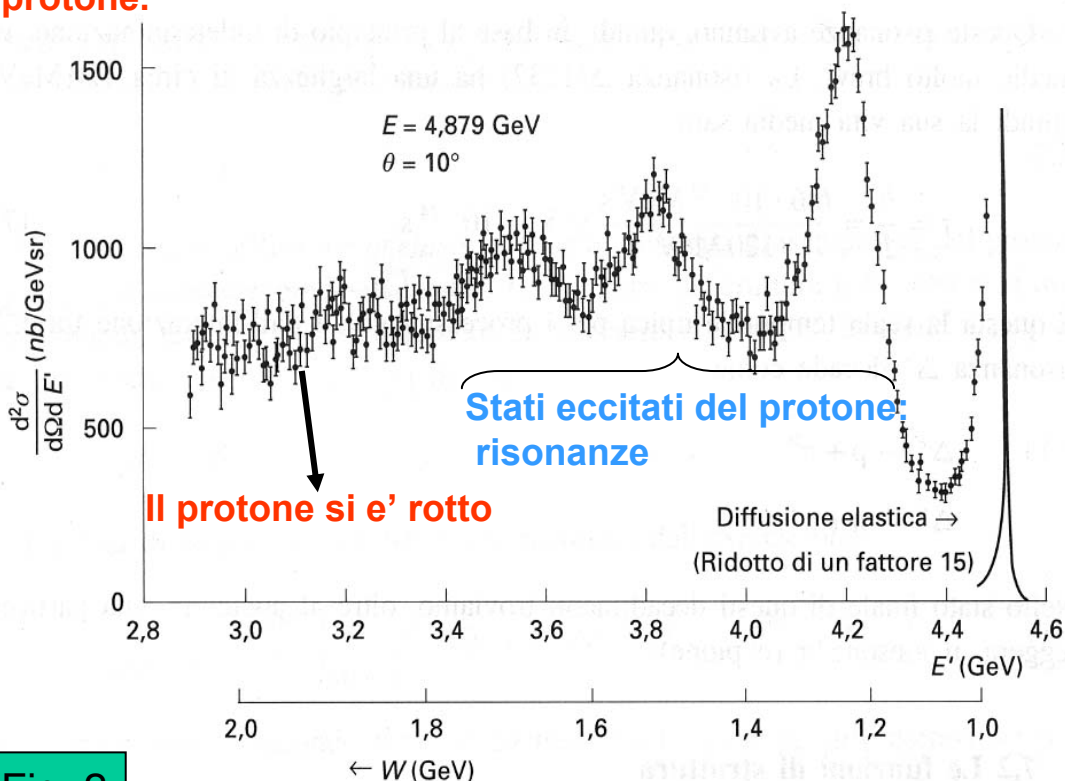


Fig. 2

Spettro degli elettroni diffusi nell'urto elettrone-protone. L'energia degli elettroni incidenti è $E = 4.879$ GeV e l'angolo di diffusione è $\theta = 10^\circ$ (da [Ba68]).

Le Risonanze Adroniche

◆ Abbiamo già visto, Povh par. 5.5, 17.1, 17.3 e appunti capitolo sul Nucleo, la presenza di “picchi” associati ad eccitazioni del nucleo. Spettri simili si osservano nel caso della diffusione di elettroni su nucleoni, Povh par. 7.1, e corrispondono a stati eccitati del nucleone che chiameremo Risonanze Nucleoniche. L’ esistenza di questi stati eccitati dimostra che il nucleone è un sistema composto. Nel caso di atomi e nuclei gli stati eccitati possono decadere emettendo fotoni: il quanto del campo elettromagnetico. Allo stesso modo le risonanze adroniche, hadros = forte da $\alpha\delta\rho\sigma$, decadono emettendo mesoni:

$$\gamma N \rightarrow N_{e.m.}^* \rightarrow N\gamma \quad \text{analogamente} \quad \pi N \rightarrow N_{hadr.}^* \rightarrow N\pi$$

◆ Questi sono chiamati processi di **formazione delle risonanze**. Avremo anche **processi di produzione** delle stesse con diagrammi simili a quelli di figura 1a ed 1b. Come abbiamo già visto nel capitolo degli appunti sui metodi di misura, le larghezze tipiche di queste risonanze quando decadono forte sono $\Gamma \cong M_\pi c^2$ e a queste corrispondono vite medie $\tau = h/M_\pi c^2 = 10^{-23}$ s.

◆ Le risonanze possono essere stati eccitati barionici con spin semi-intero oppure stati eccitati mesonici con numero barionico nullo e spin intero.

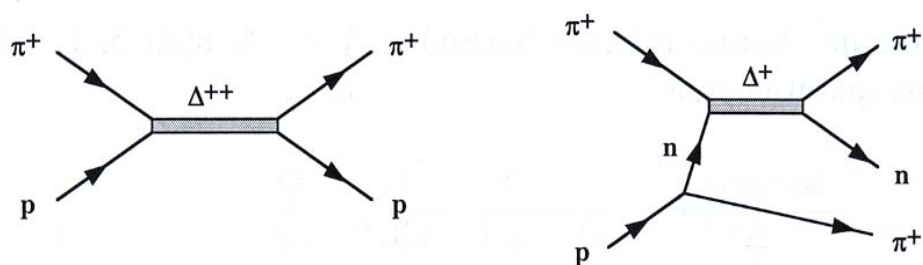


Figure 3.6: Eccitazione e produzione della risonanza Δ

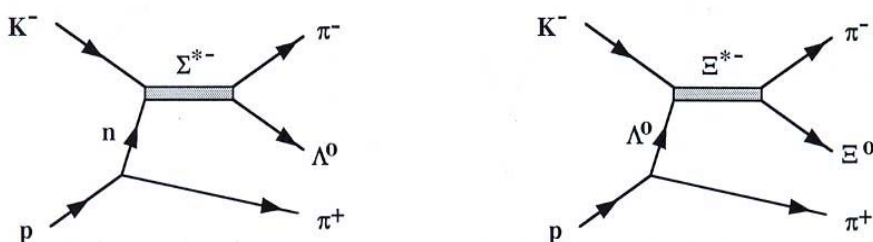


Figure 3.7: Esempi di produzione di risonanze barioniche con stranezza

Le risonanze π

◆ La prima risonanza adronica fu scoperta da Anderson e Fermi al Ciclotrone di Chicago nel 1952 studiando il processo di formazione $\pi+p \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow \pi+p$. La dipendenza dall'energia e' data dalla formula di Breit-Wigner

$$\sigma = \frac{4\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \frac{2J+1}{(2S_\pi+1) \times (2S_p+1)} \frac{\left(\frac{\Gamma_{\Delta^{++}}}{2}\right)^2}{(E_{CdM} - M_{\Delta^{++}})^2 + \left(\frac{\Gamma_{\Delta^{++}}}{2}\right)^2}$$

◆ Si trova $M_{\Delta^{++}} = 1232 \text{ MeV}$; $\Gamma_{\Delta^{++}} \cong 120 \text{ MeV}$. Sapendo che al picco $p_{CdM} = 230 \text{ MeV}/c$, misurando la σ al picco si ricava $2J+1=4$ da cui ricaviamo lo spin della Δ^{++} : $J = 3/2$.

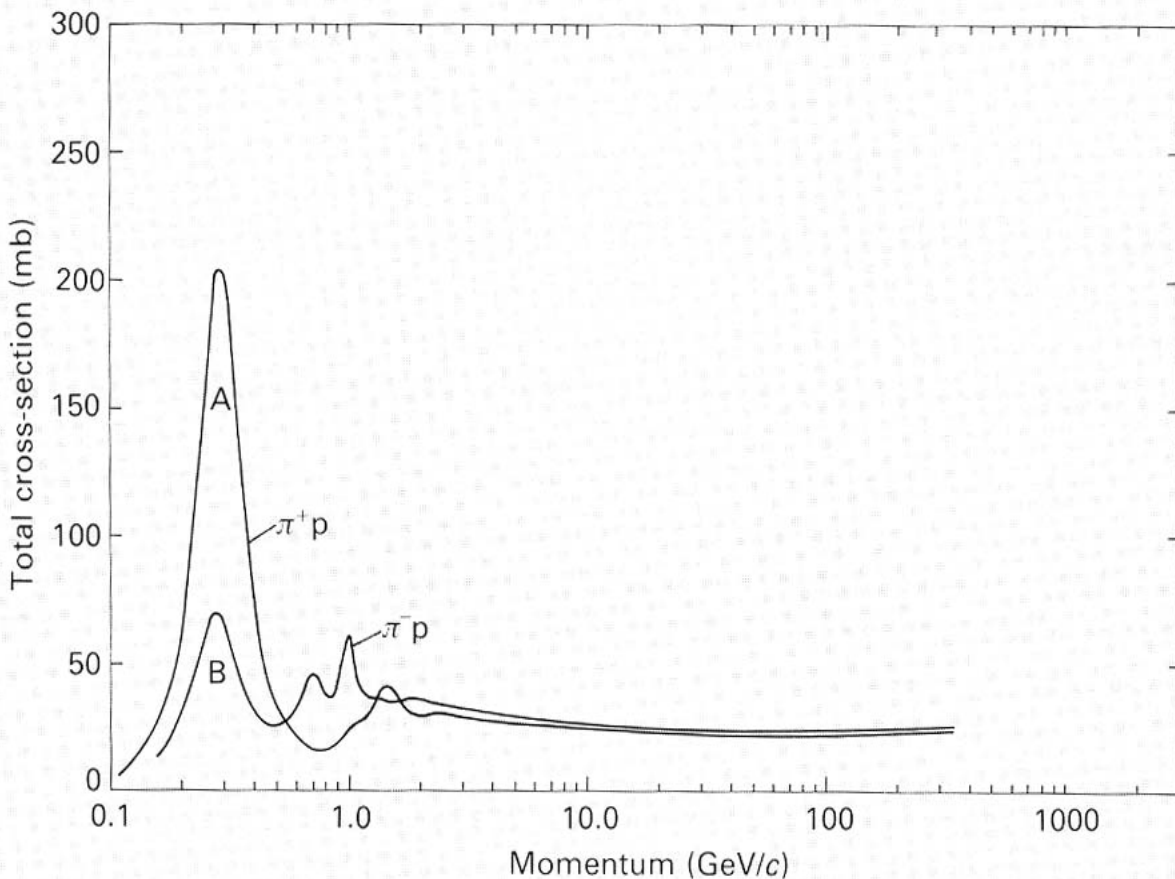


Fig. 10.2 The total cross-sections for positive and negative pions on protons as a function of incident laboratory momentum. As with protons and antiprotons, the two cross-sections converge and start a slow rise with increasing energy. At low momenta the cross-sections change rapidly with momentum showing peaks characteristic of compound state formation. These peaks are sometimes called resonances. Peak A is due to the formation of the $\Delta^{++}(1232)$ and peak B is due to the $\Delta^0(1232)$ (Section 10.3).

K+p → risonanze

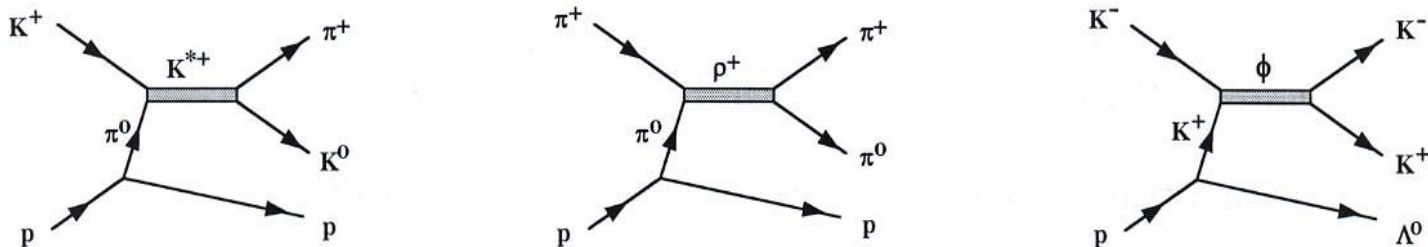


Figure 3.9: Esempi di produzione di risonanze mesoniche

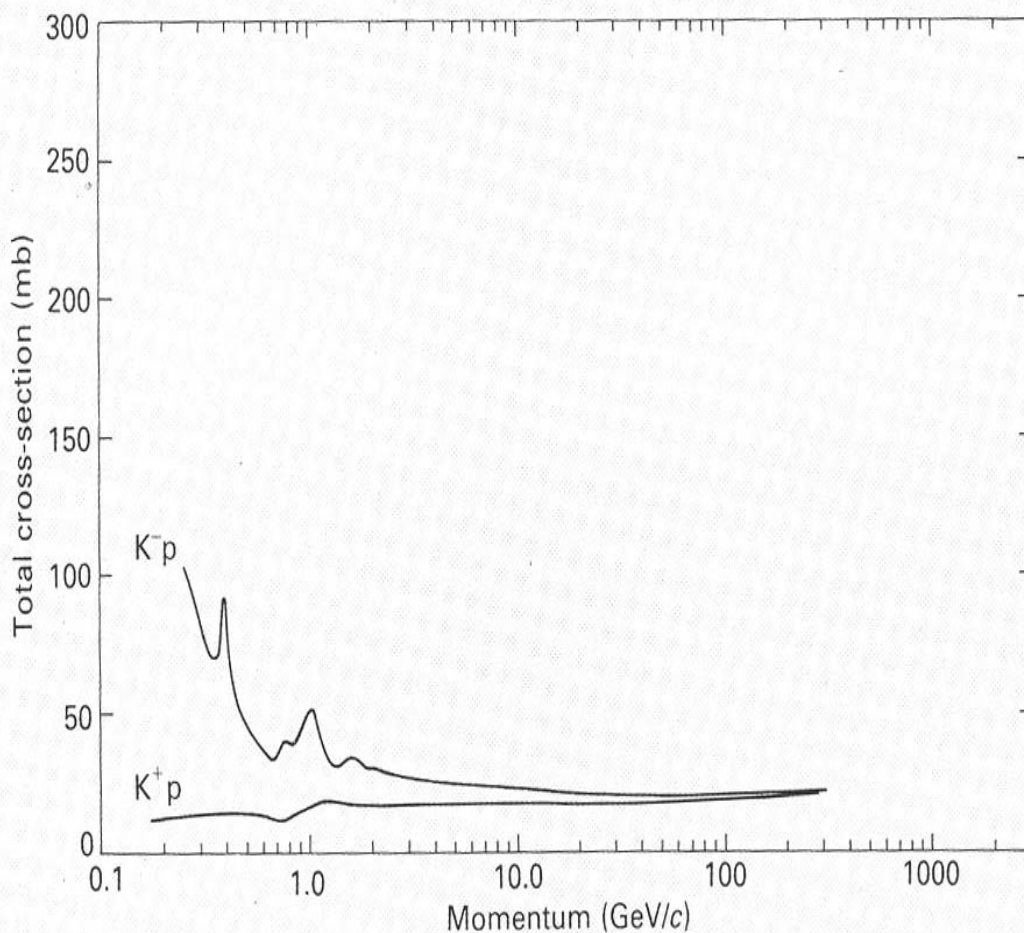
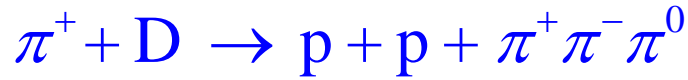


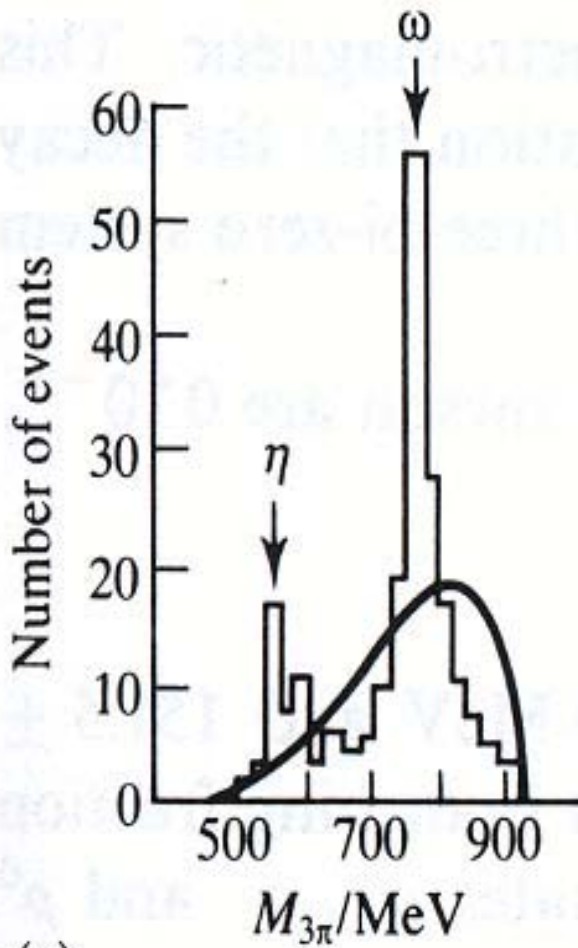
Fig. 10.7 The total cross-sections for positive and negative kaons on protons as a function of incident laboratory momentum. As with the charged pions, the two cross-sections converge and start a slow rise with increasing energy. At low momenta the K^-p cross-section shows peak characteristic of compound state formation. In contrast, the K^+p cross-section is featureless apart from a small rise above 700 MeV/c. To allow comparisons, the vertical scale is the same in this figure as it is in Figs. 10.1 and 10.2.

Produzione delle risonanze eta ed omega

La risonanza eta e' stata scoperta nel 1961 prodotta nello stato finale della reazione:



$$M_\eta = 547.75 \pm 0.12 \text{ MeV}/c^2 \quad ; \quad \Gamma_\eta = 1.29 \pm 0.07 \text{ KeV}$$



$$\eta \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- \pi^0 & 23.6 \pm 0.6 \text{ per cent} \\ \pi^0 \pi^0 \pi^0 & 31.9 \pm 0.4 \text{ per cent} \\ \gamma\gamma & 38.9 \pm 0.5 \text{ per cent} \\ \pi^+ \pi^- \gamma & 4.88 \pm 0.15 \text{ per cent} \end{cases}$$

Scoperta della risonanza omega

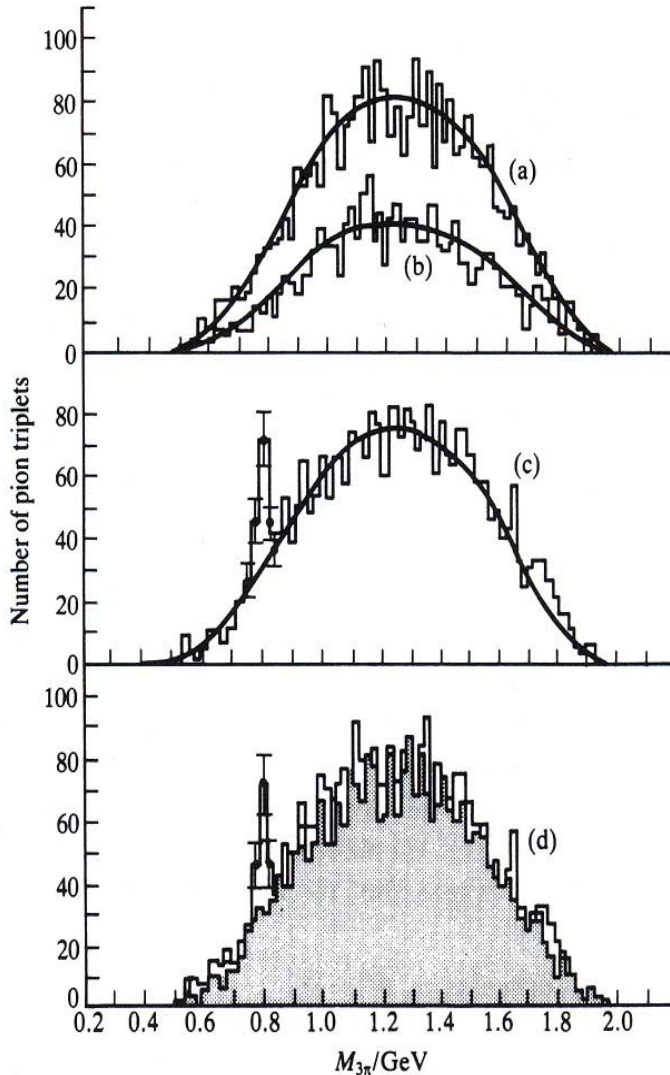


Figure 9.16 Three-pion invariant mass distributions from the annihilation process $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$: curve (a), $\pi^+\pi^+\pi^-$ and $\pi^+\pi^-\pi^-$ combinations; curve (b), $\pi^+\pi^+\pi^0$ and $\pi^-\pi^-\pi^0$ combinations; curve (c), $\pi^+\pi^-\pi^0$ combinations. In (d) the combinations (a) and (b) (shaded) are contrasted with (c). The ω meson appears only in the neutral charge state $\pi^+\pi^-\pi^0$. (After Maglic B C *et al.* 1961 *Phys Rev Lett* 7 (178).)

La risonanza omega e' stata scoperta nel 1961
prodotta nello stato finale della reazione :_

$$\bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0$$

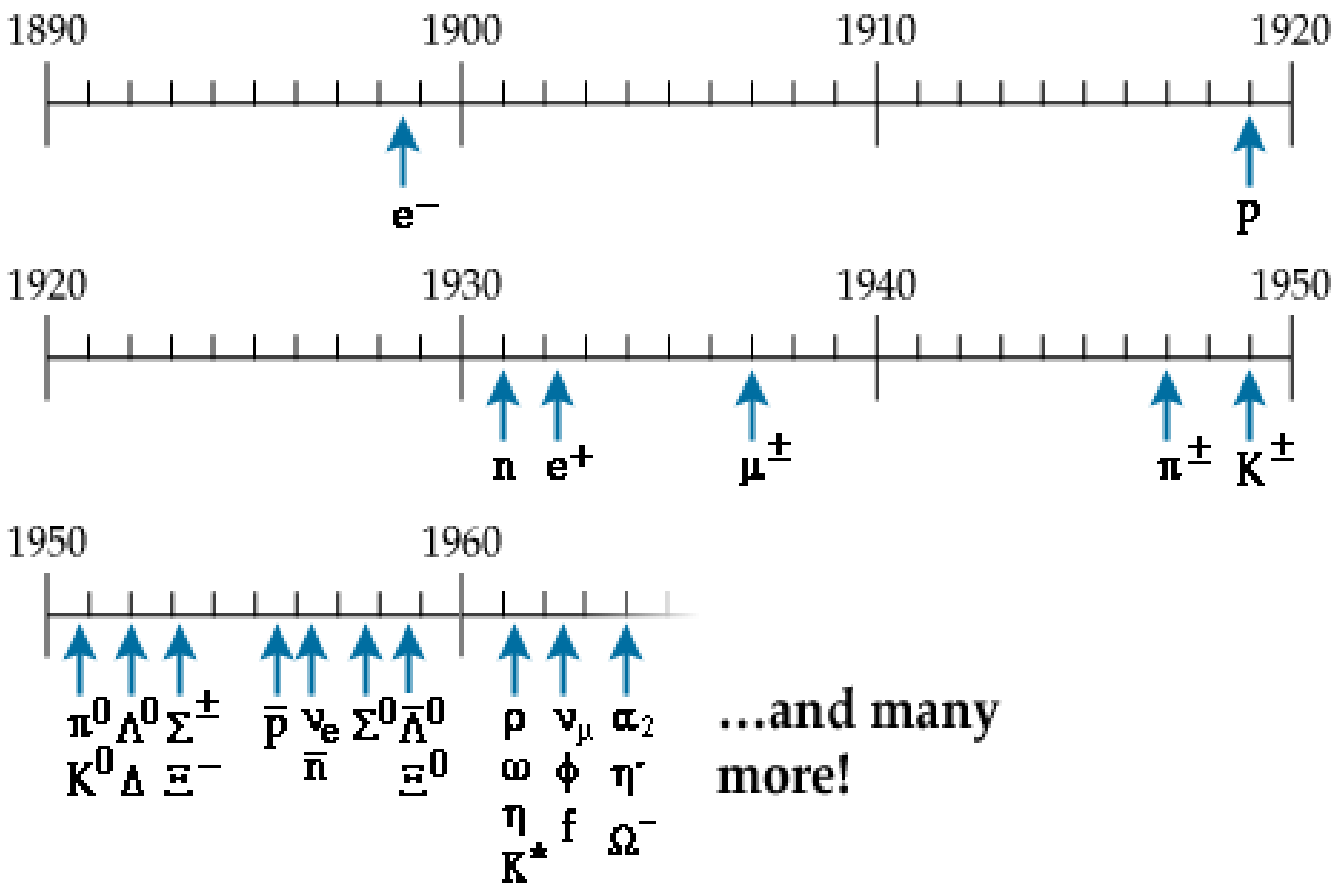
$$M_\omega = 782.59 \pm 0.11 \text{ MeV} / c^2 ;$$

$$\Gamma_\omega = 8.49 \pm 0.08 \text{ MeV}$$

Gli Adroni sono Particelle Elementari ?

➔ Un po di storia

★ Il proliferare delle risonanze adroniche, nella figura che segue sono mostrate le particelle scoperte dal 1898 al 1964 in ordine di massa crescente, rendeva stringente una loro “sistemazione” che tenesse conto di eventuali regolarita’ come, per esempio, quelle sottolineate per i barioni ed i mesoni quando vengono classificati in funzione della carica e della stranezza (vedi dispense del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I di C. Dionisi).

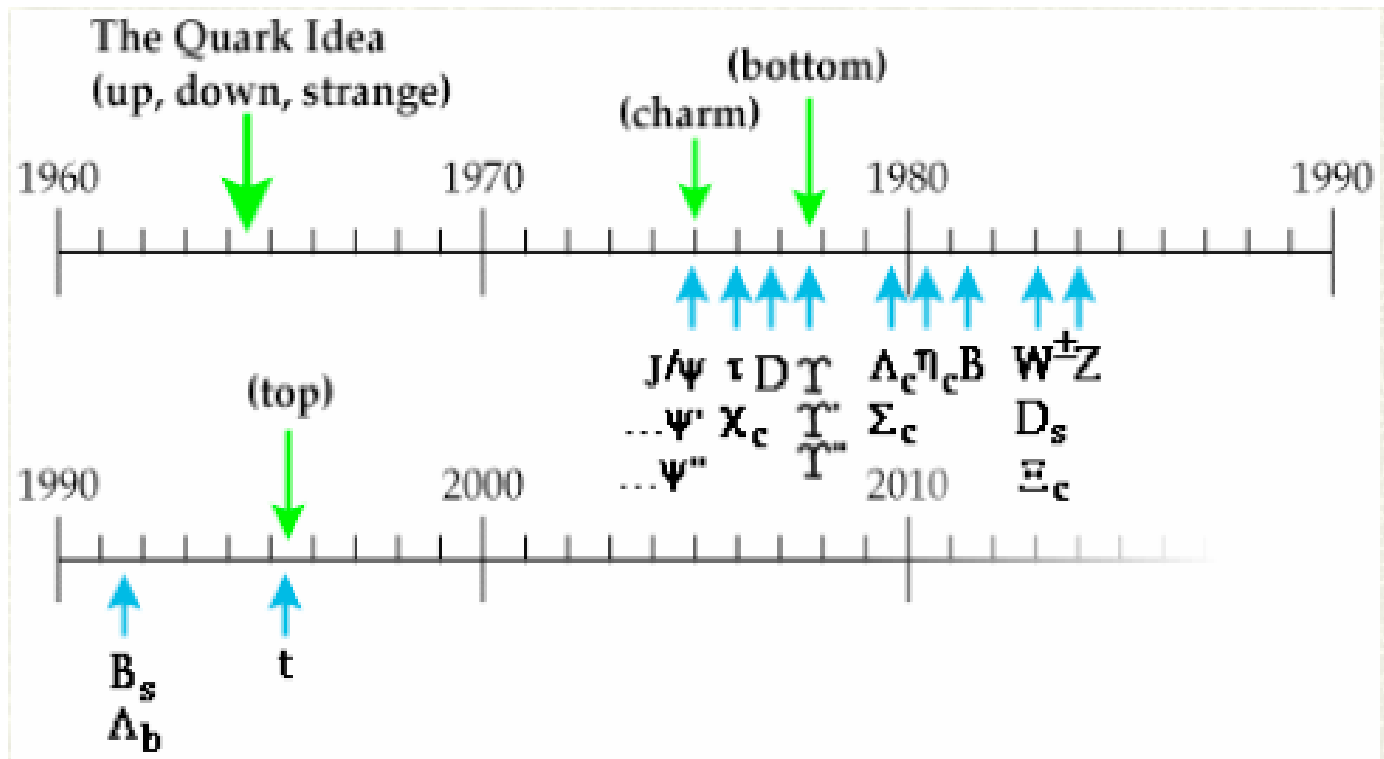


★ Fermi e Yang proposero di riprodurre TUTTE le risonanze allora note pensandole composte di stati legati protone-neutrone. Nel 1956 Sakata, per descrivere le risonanze dotate di stranezza, estese questa idea aggiungendo a p e n la Λ : tutte le risonanze sono fatte di $|p, n, \Lambda\rangle$ e le loro antiparticelle.

Lo Zoo degli Adroni

- ★ Nel 1961 M. Gell-Mann e, indipendentemente, Y. Ne'eman proposero uno schema che metteva ordine nella giungla delle risonanze. Lo schema, **Eightfold Way**, era basato sulle proprietà del gruppo di simmetria SU(3) SENZA fare ricorso a nessuna struttura interna. Il nome fu coniato da Gell-Mann che prese lo spunto da un detto Buddista: "si deve condurre la propria vita in conformità con gli otto comandamenti della religione Buddista".

➔ Le particelle scoperte ad oggi:



Eightfold Way (1961-1964)

★ L' idea di Gell-Mann, novello Mendeleev delle particelle elementari, fu quella di classificare tutti gli adroni usando la loro carica, I_3 , e l' ipercarica forte, Y . L' aggiunta della stranezza, attraverso l' ipercarica, rendeva naturale "allargare" il gruppo di simmetria dell' isospin, $SU(2)$, ad uno piu' largo di "rango" 2: **$SU(3)$: Special Unitarity group** di dimensione 3.

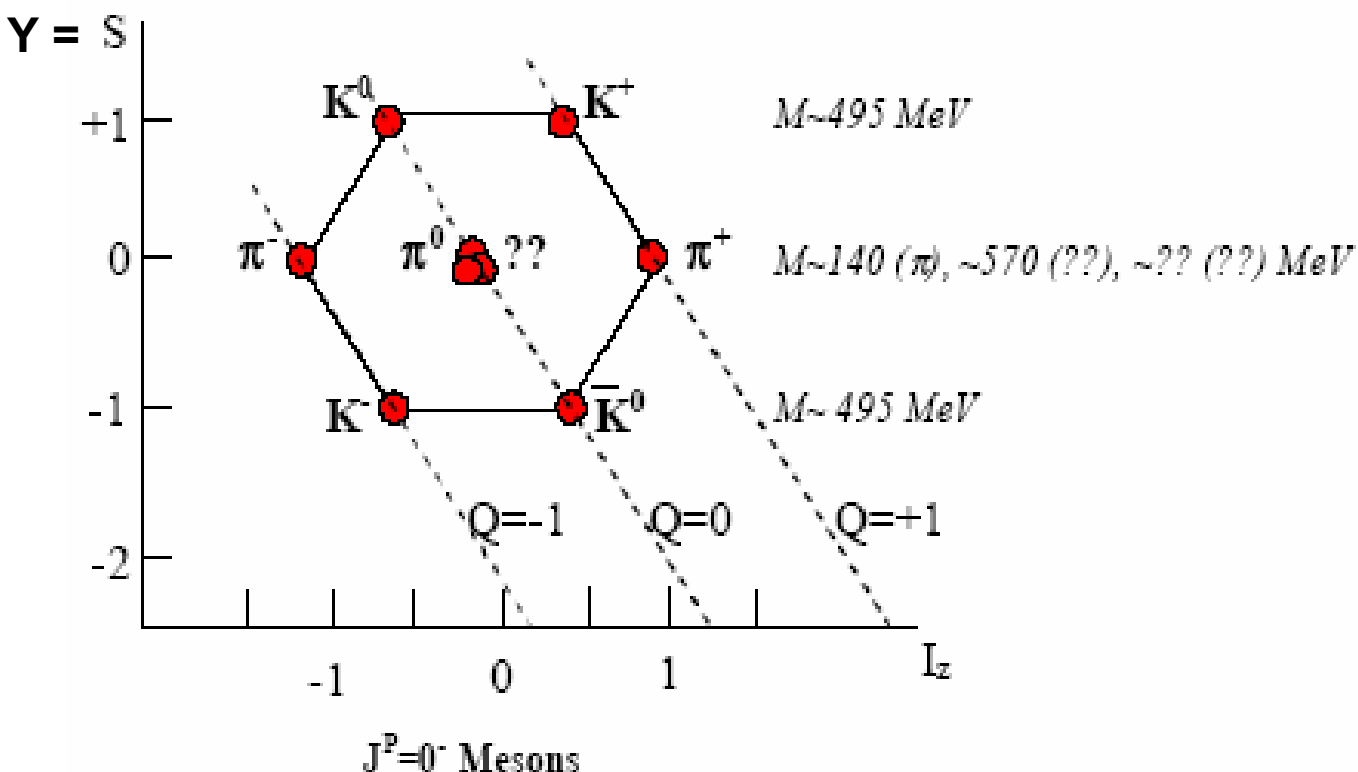
★ Questa simmetria e' chiamata $SU(3)$ di "**sapore**" per distinguerla da $SU(3)$ di "**colore**": la simmetria esatta che forma la base della cromodinamica quantistica (QCD) vedi piu' avanti nel corso.

Le particelle vanno a formare i multipletti di $SU(3)$ e ciascun multipletto contiene particelle che **devono avere** lo stesso valore di spin e parita'. L' entita' basica del modello e' l' otteetto: otto particelle. Tutte le particelle e/o le risonanze appartengono all' otteetto o ai multipletti che si ottengono combinando tra loro gli ottetti seguendo regole analoghe a quelle con cui si sommano i momenti angolari.

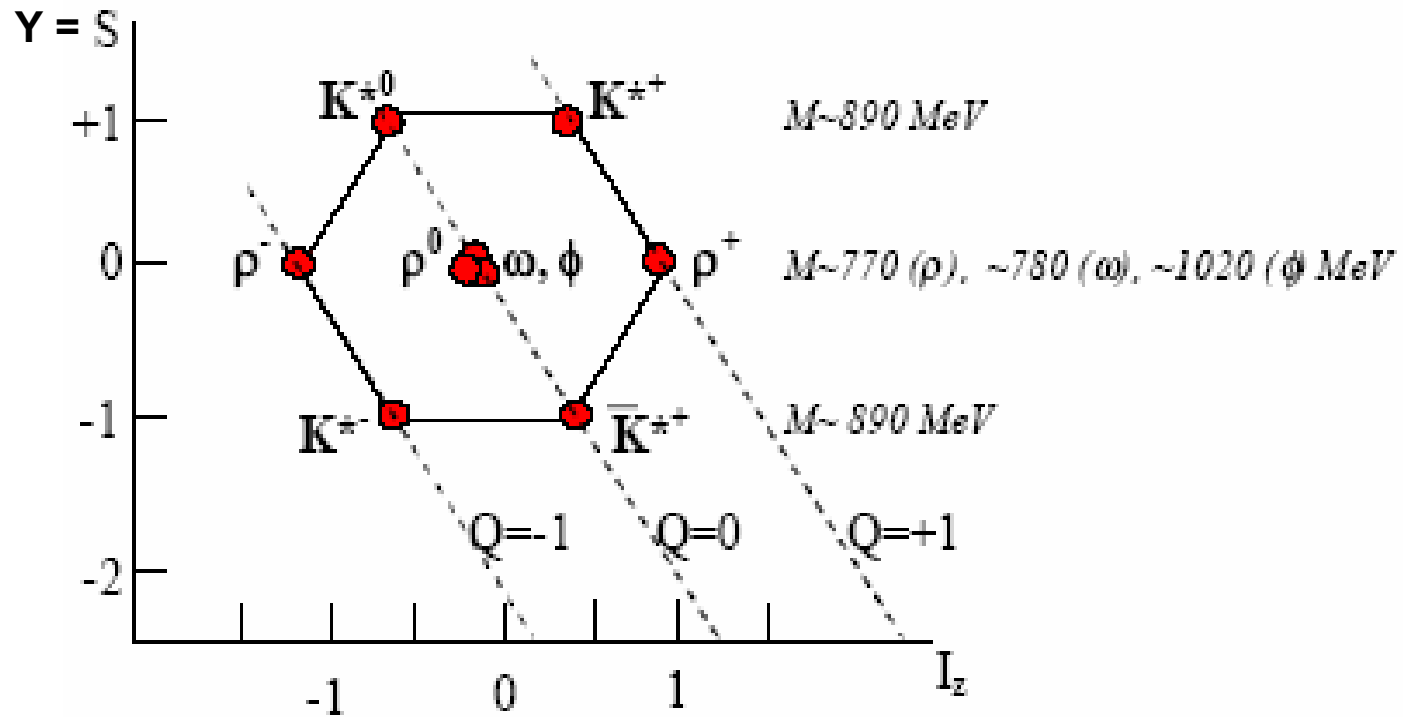
Con due ottetti di $SU(3)$ si possono avere solo multipletti di dimensione 1, 8, 10 e 27. Il multipletto 27, corrispondendo a valori di stranezza +1 mai trovati in natura, viene per questo scartato.

La gestazione di $SU(3)$ fu lunga e difficile. Fu un trionfo per gli autori, non solo trovare che alcuni multipletti riproducevano le particelle/ risonanze fino ad allora conosciute, ma soprattutto fare delle previsioni di esistenza di particelle/risonanze prima che esse fossero scoperte come verra' ricordato in seguito.

★ Mentre il fatto che il protone ed il neutrone hanno valori della massa quasi identiche rende la simmetria di isospin poco approssimata, la simmetria $SU(3)$, raggruppando insieme particelle strane a quelle non strane e' una simmetria molto piu' approssimata. Di seguito vengono mostrati come esempio alcuni multipletti:



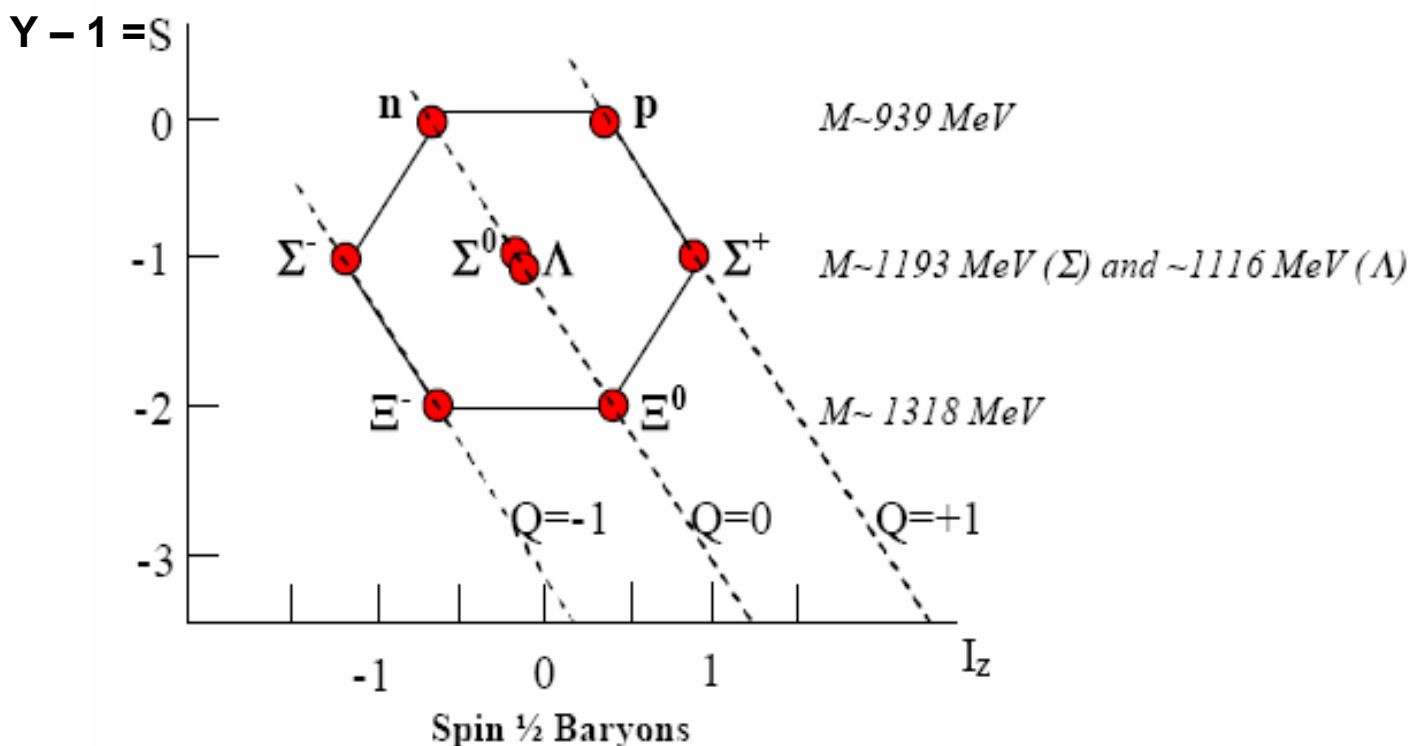
Eightfold Way (1961-1964)



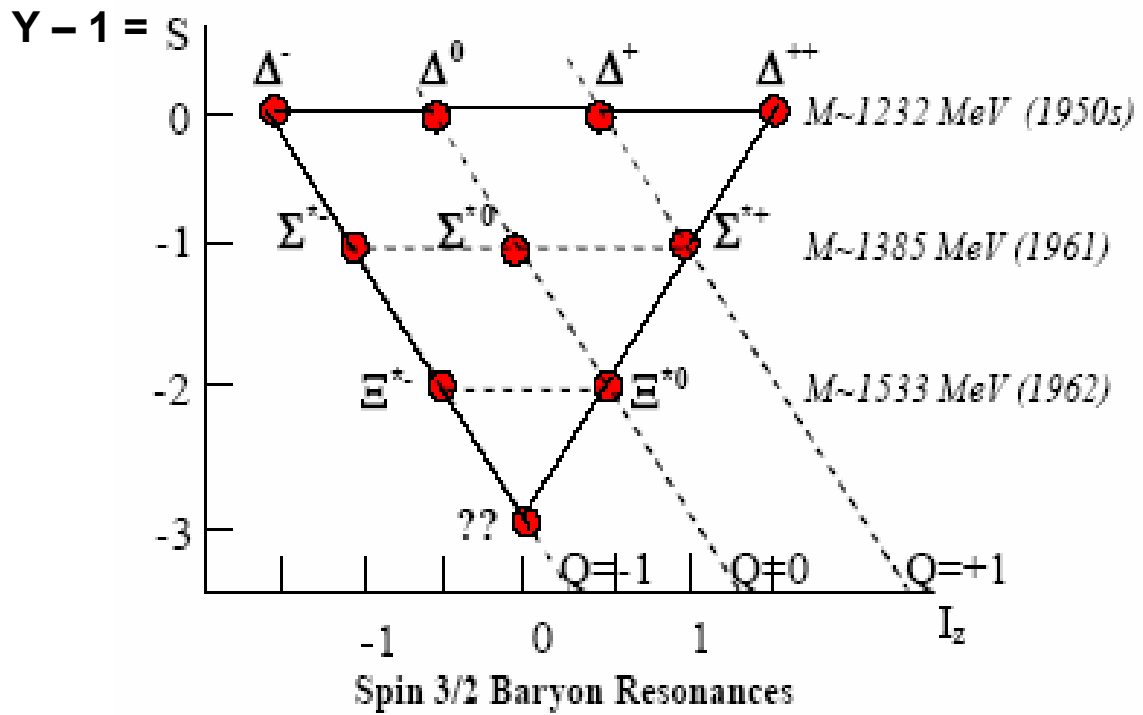
$J^P=1^-$ Meson Resonances

(all discovered by 1961)

- predisse un nuovo mesone di massa $\sim 570 \text{ meV}$, trovato da Alvarez nel 1961: $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$
- predisse che il barione Ξ aveva spin $\frac{1}{2}$: confermato nel 1963.



Eightfold Way (1961-1964)



Risonanze Barioniche (3/2)⁺

- ★ Notiamo di nuovo anche per queste risonanze una simmetria rispetto allo isospin I_3 ed alla ipercarica Y .
Viene predetto un nuovo multipletto di risonanze Ξ^* con $S = -2$ ed una nuova risonanza con $S = -3$ (???).

★ Conferenza Internazionale del 1962 :

Discovery of Ξ^* resonance with mass ~ 1530 MeV is announced at the conference

Gell-Mann and Ne'eman right at the same conference

predicted a new particle and wrote down all its properties:

Name = Ω^- (*Omega* would mean that the particle was the last in the decuplet)

Mass ≈ 1680 MeV (note that masses of Δ , Σ^* and Ξ^* are about equidistant, ~ 150 MeV)

Charge = -1

Spin = 3/2

Strangeness = -3

Lifetime $\sim 10^{-10}$ s (note that it does not have a corresponding spin-1/2 with $S=-3$ that it could decay to via a strong force as all other resonances in this decuplet would do)

Decay modes: $\Xi^0 \pi^-$ and $\Xi^- \pi^0$

Isospin = 0 (no charge-partners of similar mass)

- ★ Come ricordato, l'esistenza del barione Ω^- prevista da Gell-Mann nel 1962, fu scoperta due anni dopo a Brookhaven da Samios et al nella camera a bolle ad idrogeno di 80-inch. Vedi fig.1. Inoltre con $S=-3$ Ω^- **puo' decadere solo debole** poiche' l'unica possibile via di decadimento con $S=-3$, e' data da $\Omega^- \rightarrow \Lambda \bar{K}^0 K^-$ che, avendo massa dello stato finale $\cong 2100$ MeV piu' grande della massa della Ω^- (1700 MeV), non conserva l'energia e quindi NON e' possibile. Anche l'interazione elettromagnetica conserva la stranezza per cui NON ci puo' essere un decadimento di tipo elettromagnetico:
l'unica via di decadimento e' quella debole:

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 \pi^- ; \Xi^- \pi^0 ; \Lambda^0 K^-$$

$$\tau_{\Omega^-} \cong 0.82 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

La scoperta dell' Ω^-

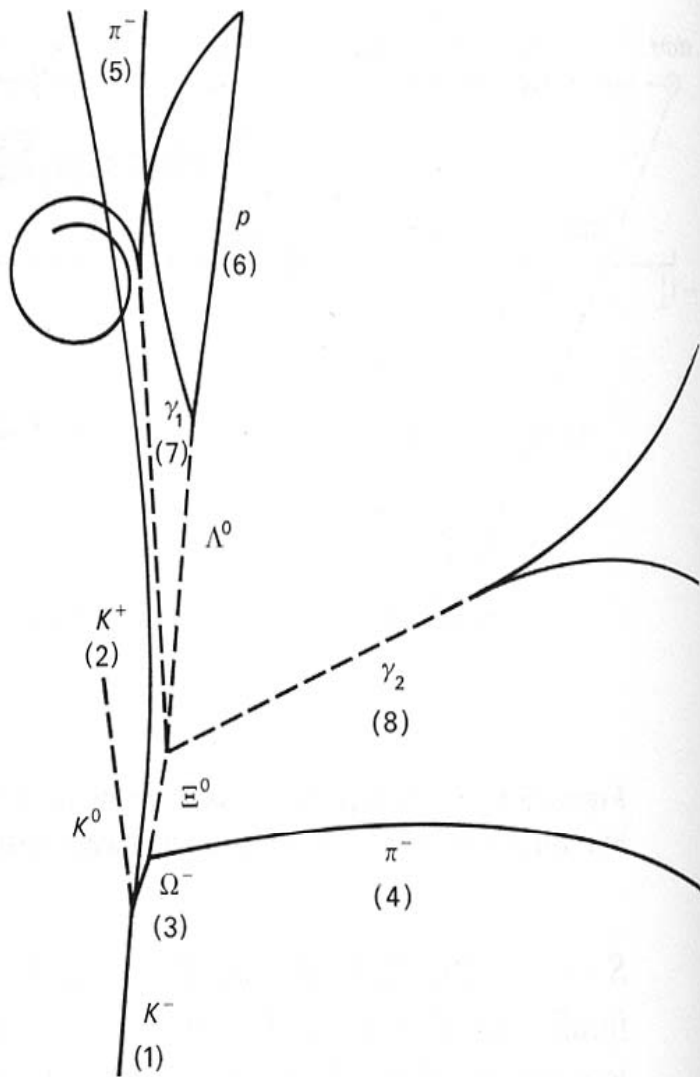
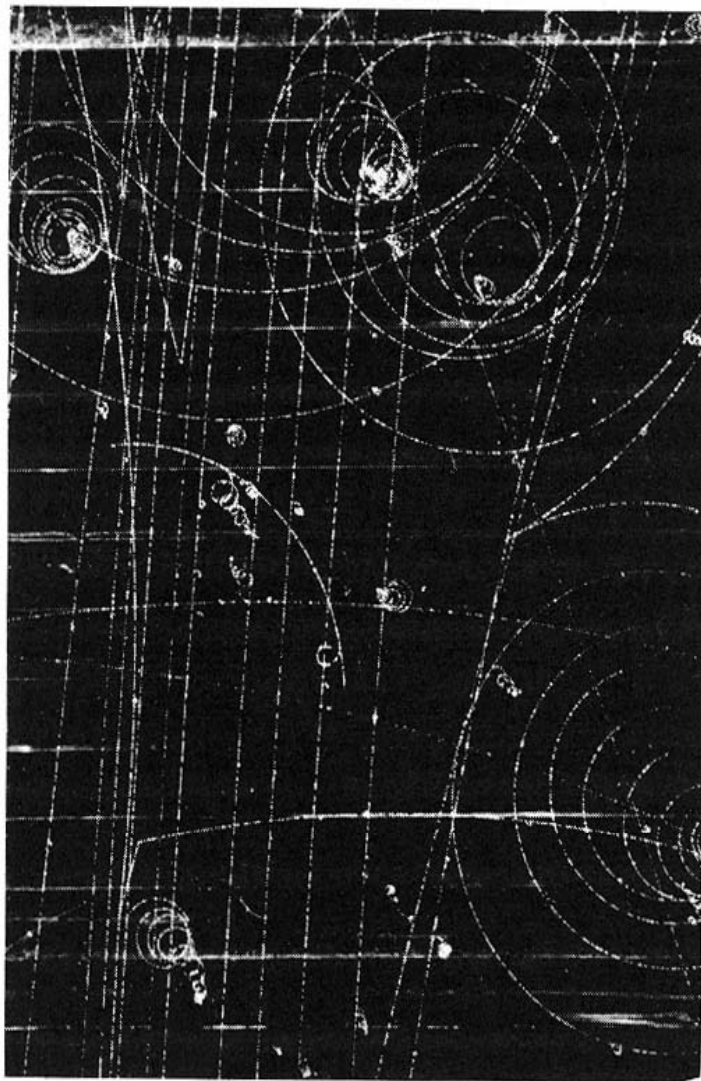
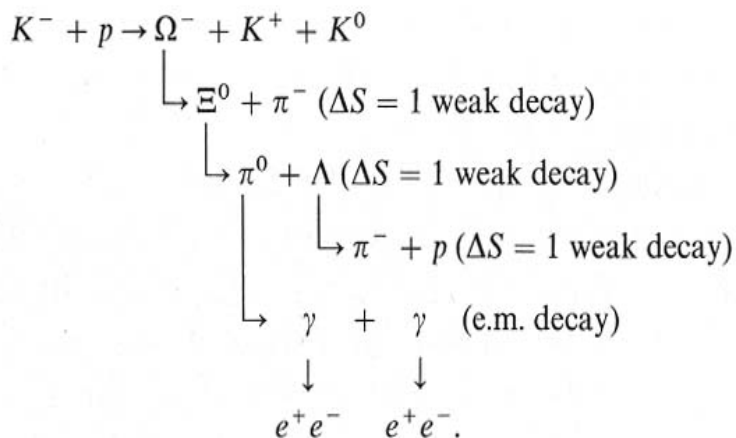


Figure 5.2 The first Ω^- event (Barnes *et al.* (1964).) (Courtesy Brookhaven National Laboratory.) It depicts the following chain of events:



Modello “statico” a Quark

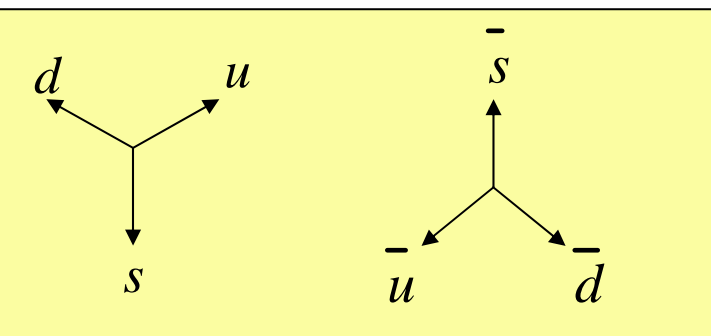
Una comprensione piu' profonda di SU(3) e del suo successo nel descrivere cosi' bene le proprieta' degli adroni emerse nel 1964 quando M. Gell-Mann e G. Zweig proposero indipendentemente l' ipotesi che tutti gli adroni sono composti di tre costituenti basici che Gell-Mann chiamo' **quark**. Il nome cosi' stravagante era tratto dalla ormai famosa citazione “ Three quarks for Muster Mark” contenuta nella novella di James Joyce “Finnegan’s wake”.

In questo schema:

- I barioni sono formati da tre quark u , d , e s quarks (*up, down, strange*)
- I mesoni da coppie quark-antiquark
- I quark hanno spin $\frac{1}{2}$ e carica frazionaria $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ con segno opportuno

I tre quark u , d e s formano un tripletto che e' una rappresentazione **fondamentale** del gruppo. I quark sono fermioni di spin $\frac{1}{2}$ quindi, secondo la teoria di Dirac, esistono gli stati coniugati di carica, gli antiquark.

I quark si possono presentare in una forma vettoriale ed allora le loro combinazioni sono le somme dei vettori:



- Non era pero' chiaro se il tutto fosse:
“ a mathematical convenience, or reality “

Simmetrie e Multipletti (1)



Abbiamo visto, come conseguenza della conservazione dello spin isotopico nelle interazioni forti, che gli stati adronici si raggruppano in multipletti con spin isotopico totale determinato. Inoltre all' interno di ogni multipletto i diversi stati sono contraddistinti dal valore di I_3 .

In assenza di effetti che rompono la simmetria, i membri di ogni multipletto sono degeneri in massa. Le interazioni Elettromagnetiche, NON rispettando la simmetria di isospin, rimuovono la degenerazione in massa dando differenze di massa al livello del per cento nei multipletti di isospin.

Gli operatori di isospin commutano con la Hamiltoniana H delle interazioni forti e, quindi, ANCHE con gli operatori che a loro volta commutano con l' Hamiltoniana forte. In particolare tra questi con gli operatori **Momento Angolare e Parita'**.

Come conseguenza: **TUTTI** i membri di un multipletto di isospin hanno **LO STESSO SPIN e LA STESSA PARITA' !**

L' hamiltoniana delle interazioni forti e' inoltre invariante rispetto alle rappresentazioni unitarie di $SU(2)$. I numeri quantici che individuano i componenti dei multipletti saranno tanti quanti sono i generatori che, commutando tra di loro, possono essere diagonalizzati simultaneamente. Tale numero e' il "**rango**" del gruppo. **Nel casi di $SU(2)$ il rango e' 1 e si diagonalizza I_3 .** Valendo inoltre:

$$[I_k; I_l] = i\epsilon_{klm} I_m$$

Ognuno dei generatori commuta con:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2$$



Quindi I^2 , ovviamente hermitiano, puo' essere diagonalizzato contemporaneamente a I_3 e quindi i suoi autovalori, con quelli di I_3 , possono "**etichettare**" i vettori di stato e quindi , le particelle.

Da questo deriva la possibilita' di raggruppare gli stati di una particella in multipletti con un dato valore di I . All' interno di ogni multipletto gli operatori saranno rappresentati da matrici $(2I + 1) \cdot (2I + 1)$.

Nel linguaggio della teoria dei gruppi si dice che esse realizzano

" delle Rappresentazioni Irriducibili "

di dimensione $(2I + 1) \cdot (2I + 1)$ del gruppo di trasformazioni.

Simmetrie e Multipletti (2)

- ★ Possiamo generalizzare quanto detto per l' isospin: se realizziamo che l' hamiltoniano e' invariante rispetto a qualche tipo di trasformazione, allora:
- i) si cerca un gruppo di simmetria opportuno,
 - ii) si individuano le sue rappresentazioni irriducibili da cui ricavare i possibili multipletti,
 - iii) si verifica se questi descrivono effettivamente gli stati fisici esistenti.

Questo suggerì l' idea che i barioni ed i mesoni si raggruppavano in due ottetti composti di multipletti di spin isotopico.

Dovrebbe quindi esserci anche un gruppo di simmetria per l' hamiltoniana delle interazioni forti che contenga gli ottetti e decupletti mostrati nelle figure appena mostrate. In realtà, essendo le differenze di massa tra i membri dei multipletti di circa il 20%, la simmetria e' "rotta" cioè approssimata.

Poiché i membri dell' ottetto sono caratterizzati da due Numeri quantici Additivi, il gruppo di simmetria va cercato tra quelli di rango = 2: cioè tali che due dei generatori commutino tra di loro. Siamo interessati alle "rappresentazioni irriducibili": tali che da un membro qualsiasi di un multipletto si possono ottenere tutti gli altri mediante le trasformazioni del gruppo.

★ La rappresentazione non banale, diversa quindi dal singoletto, di dimensione più bassa viene chiamata rappresentazione fondamentale.

Nella simmetria SU(3) i generatori sono otto e di questi DUE sono DIAGONALI: uno e' associato a I_3 l' altro a Y.

Le rappresentazioni FONDAMENTALI sono dei TRIPLETTI. Da esse si ricavano i multipletti:

$$3 \otimes 3^* = 1 + 8;$$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 + 8 + 8 + 10 + 27$$

★ Nel seguito ci limiteremo a riportare i punti essenziali di SU(3) che permettano di capire le rappresentazioni degli adroni nei vari multipletti. Per una trattazione completa rimandiamo a Burcham and Jobes, capitolo 10 pagina 324.

Modello Statico a Quark

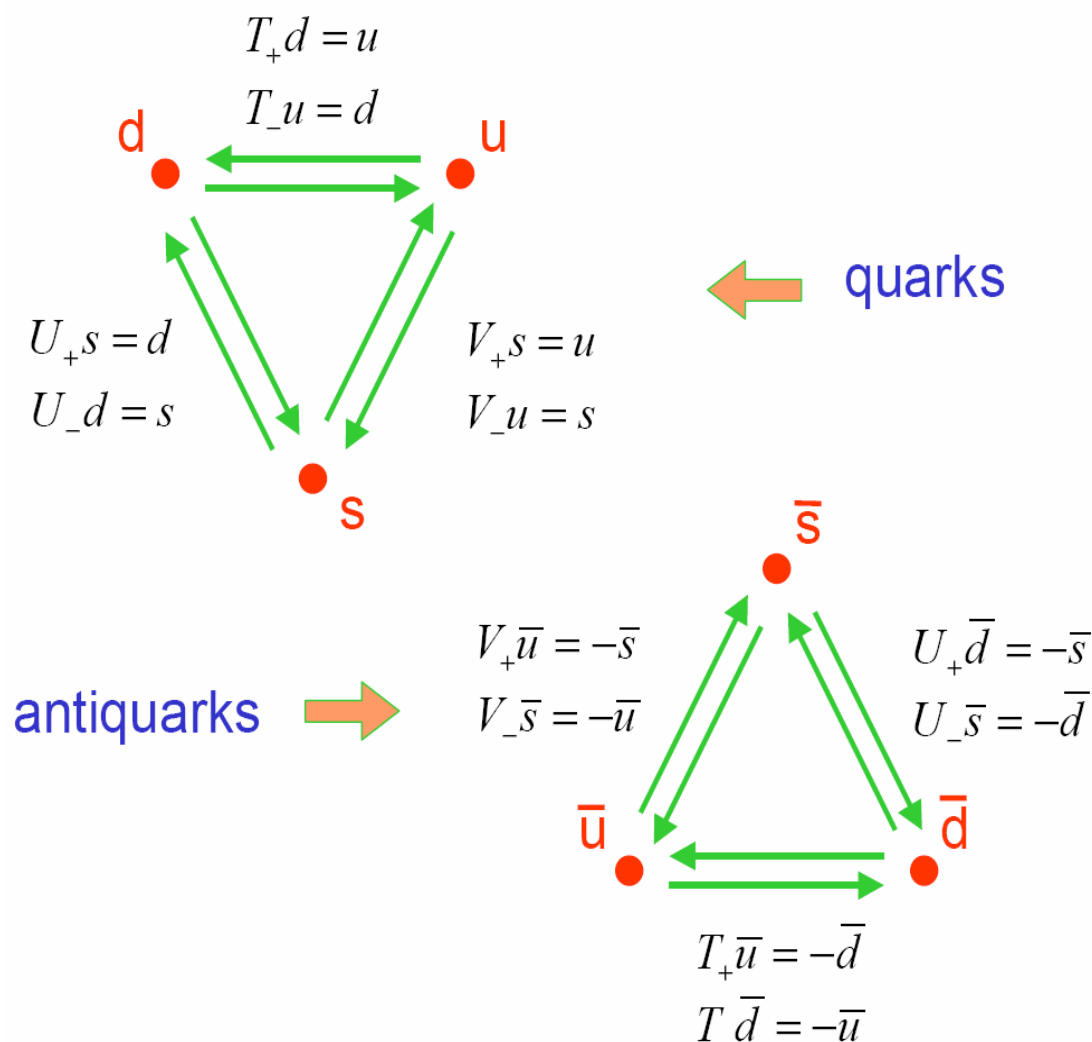


Tabella 14.1

I numeri quantici di quark e antiquark leggeri: B = numero barionico, J = spin, I = isospin, I_3 = terza componente dell'isospin, S = stranezza, Q/e = carica.

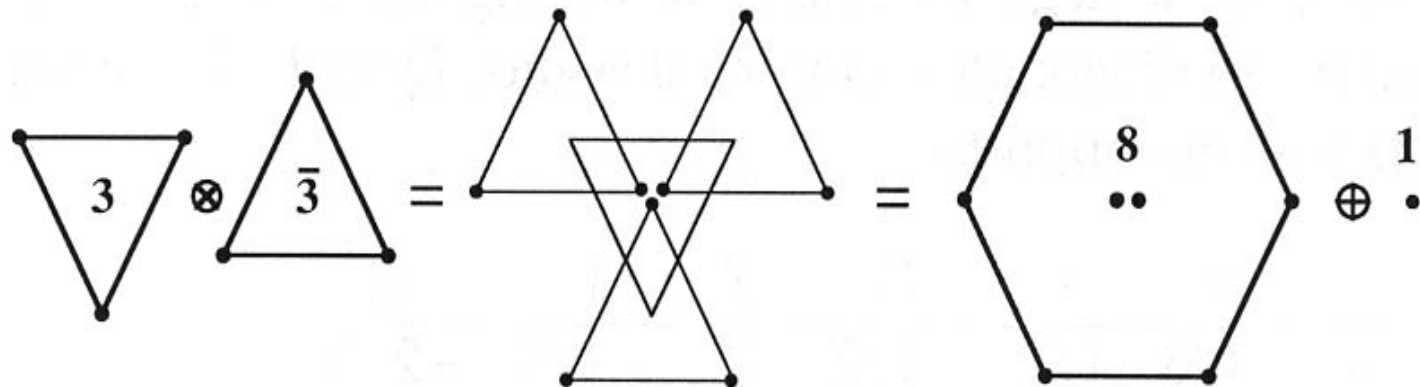
	B	J	I	I_3	S	Q/e
u	+1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+2/3
d	+1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-1/3
s	+1/3	1/2	0	0	-1	-1/3
\bar{u}	-1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-2/3
\bar{d}	-1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+1/3
\bar{s}	-1/3	1/2	0	0	+1	+1/3

Mesoni e Barioni nel modello a quark

- I mesoni sono costituiti da una coppia quark-antiquark ed accoppiati in onda s, p, d etc. Hanno spin intero e numero barionico nullo;
- i barioni sono costituiti da tre quark $q_1q_2q_3$. Hanno spin semi-intero e numero barionico $B=+1$;
- gli antibarioni sono costituiti da tre antiquark ed hanno numero barionico $B=-1$.

◆ Mesoni

Le combinazioni q-antiq sono 9 e formano un ottetto ed un singoletto la cui rappresentazione grafica e' data in figura.



I mesoni pseudoscalari ($J^P=0^-$) hanno q-qbar accoppiati in onda s e con spin opposti.

Costruzione Grafica dell' ottetto dei mesoni

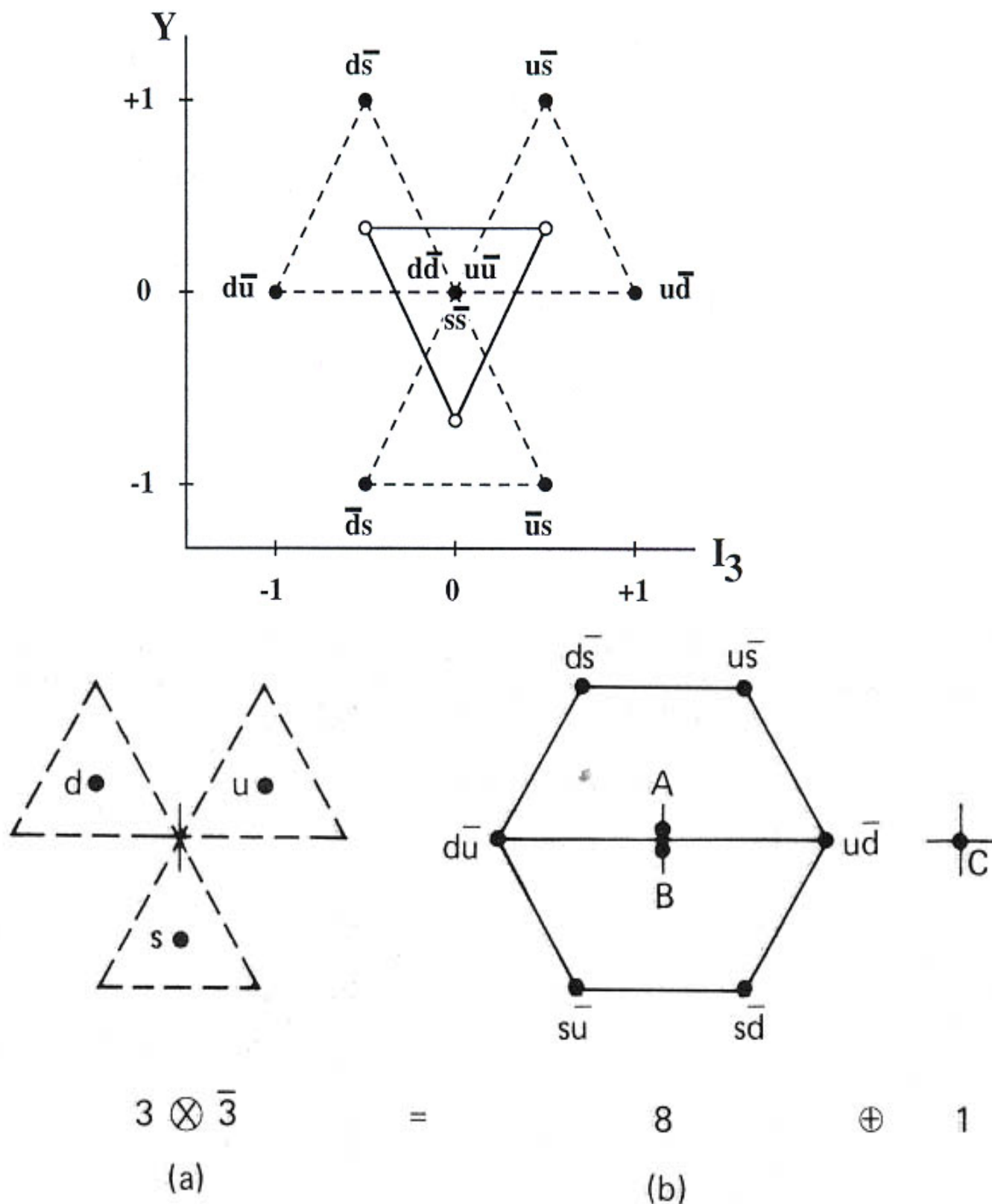
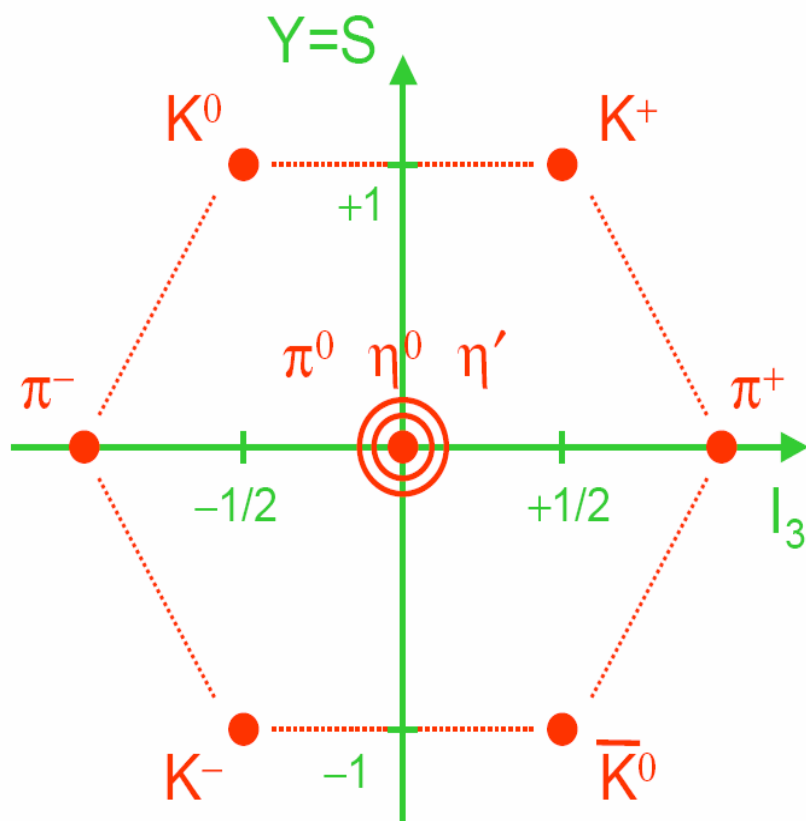


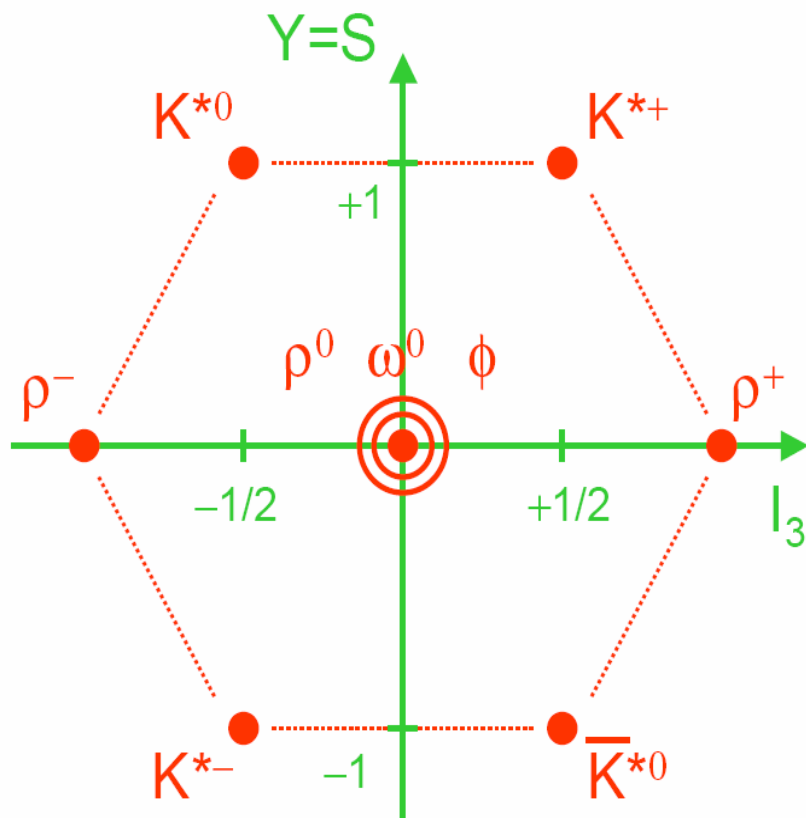
Fig. 2.5 The quark content of the meson nonet, showing the $SU(3)$ decomposition in the I_3, Y plane.

I Mesoni Leggeri



$$\underline{J^{PC} = 0^{-+}}$$

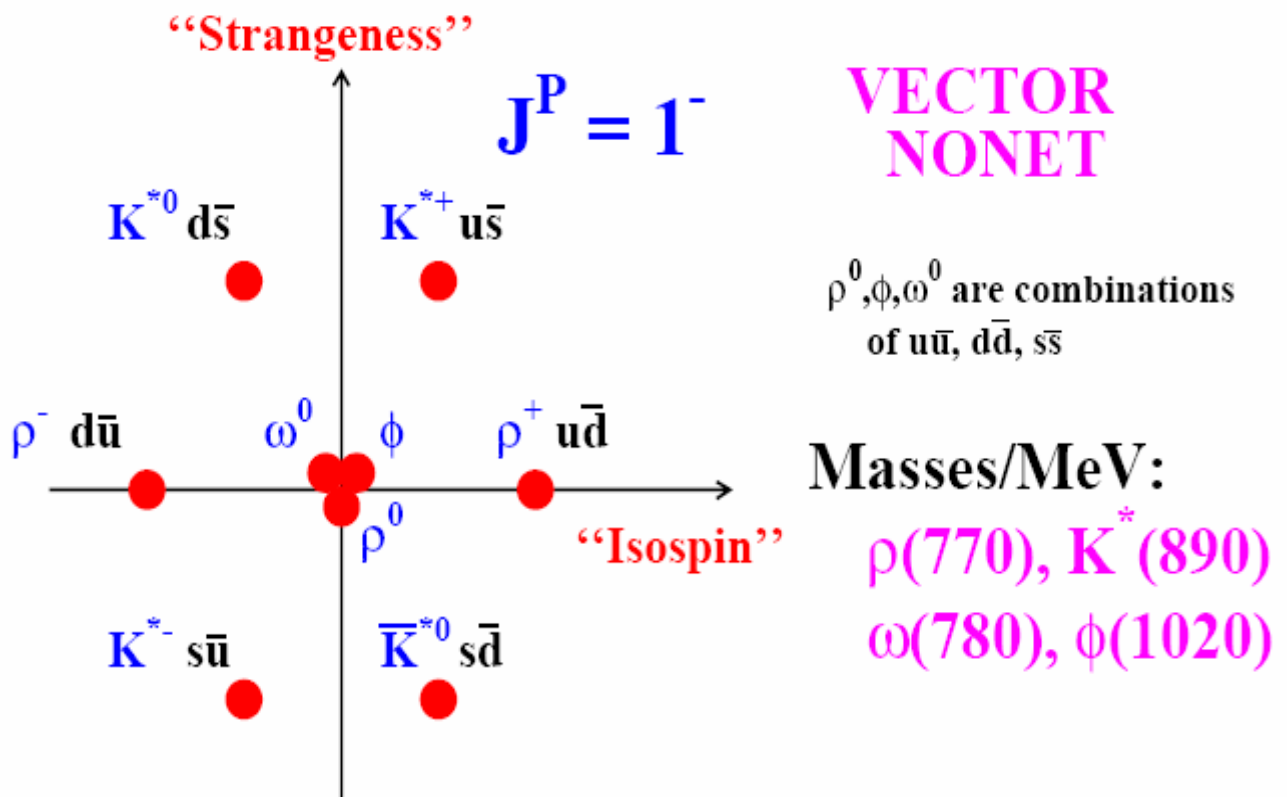
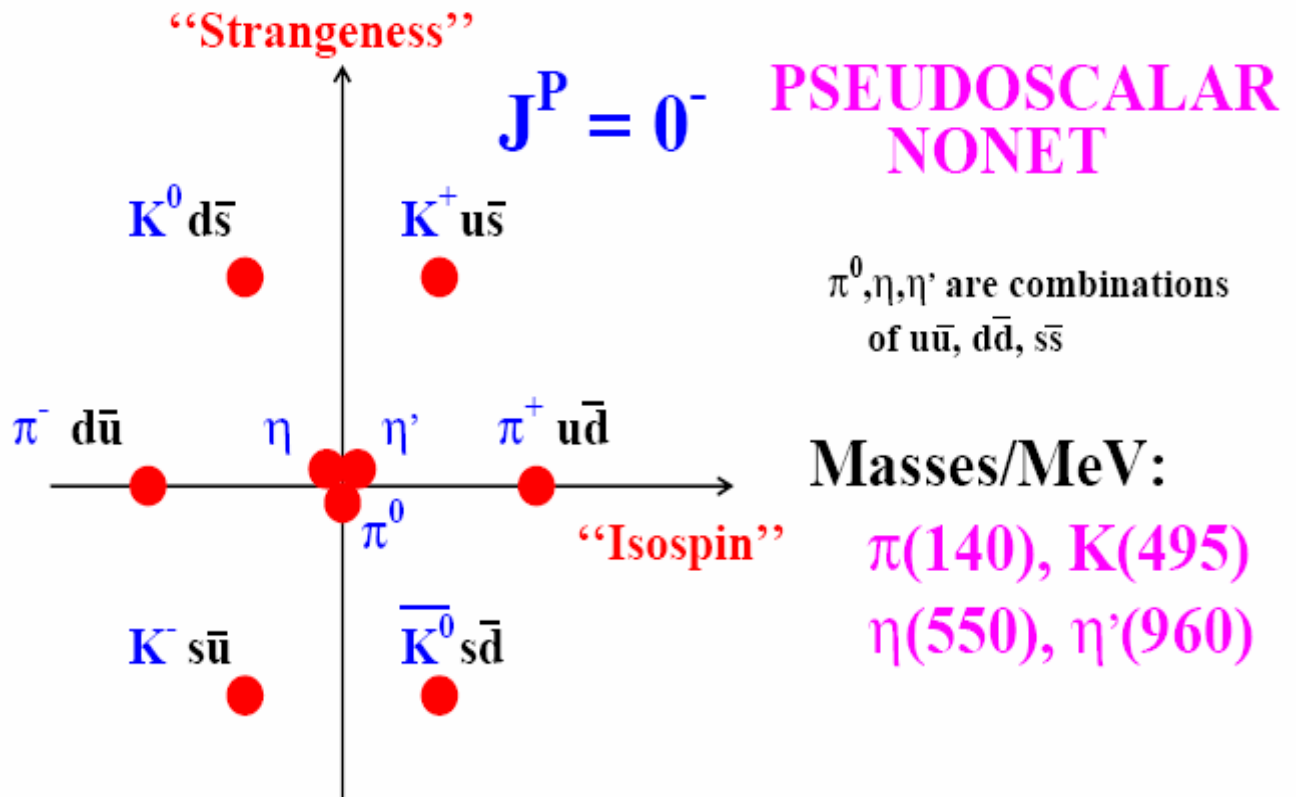
(pseudoscalar
nonet)



$$\underline{J^{PC} = 1^{-}}$$

(vector nonet)

Light Mesons



◆ I Barioni

I barioni sono combinazioni $q_1 q_2 q_3$. Combinando due quark si ottiene $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$. Combinando questi con il terzo quark ($6 \otimes 3 = 10 \oplus 8$, $\bar{3} \otimes 3 = 8 \oplus 1$) si ottiene un decupletto, due rappresentazioni equivalenti di ottetto e un singoletto

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

L'ottetto rappresenta i barioni di spin $1/2$. I tre quark hanno momento angolare orbitale $\ell = 0$ e la somma degli spin $J = 1/2$ ($\uparrow\uparrow\downarrow$). Ci sono due stati uds , con $Q = 0$, $I_3 = 0$, $Y = 0$: Σ^0 è uno stato di isospin $I = 1$ simmetrico ed è simmetrico anche per lo scambio $u \leftrightarrow d$, mentre il singoletto di isospin Λ^0 è antisimmetrico. Il decupletto rappresenta gli stati dei barioni con spin $3/2$. In questo caso i tre quark hanno spin paralleli ($\uparrow\uparrow\uparrow$). Il singoletto rappresenta un barione simile a Λ^0 con spin $3/2$.

Costruzione Grafica dell' ottetto e decupletto dei barioni. Fig 1

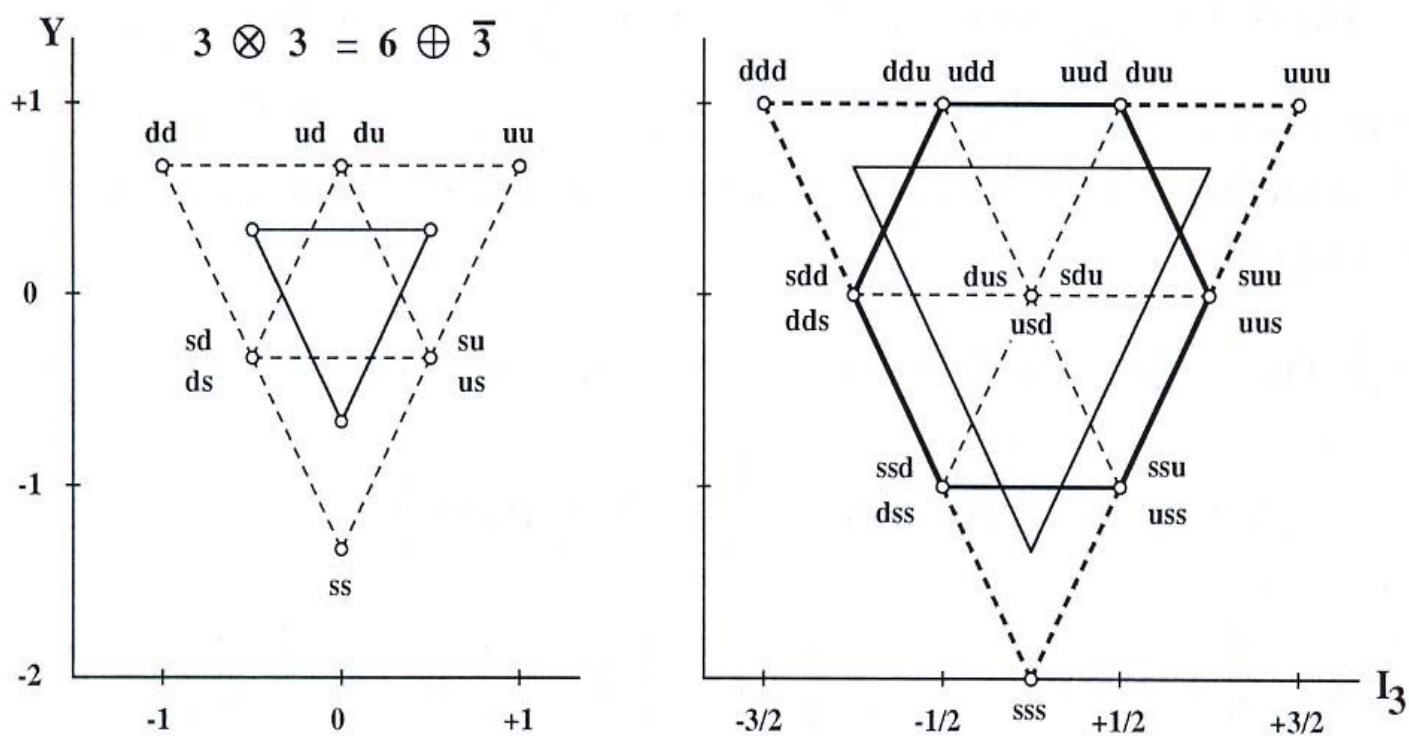
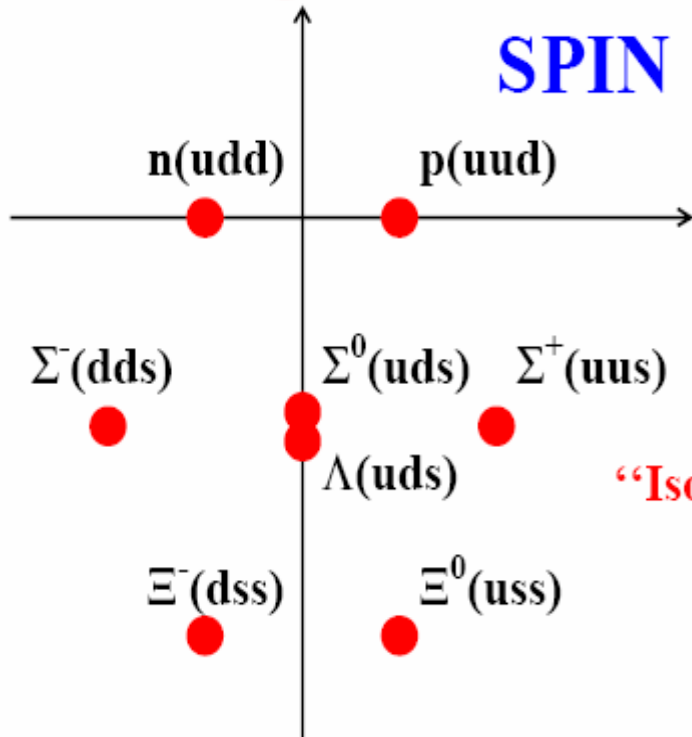


Fig 1

Ottetto e Decupletto dei Barioni

$S = Y - B$ "Strangeness"

SPIN 1/2



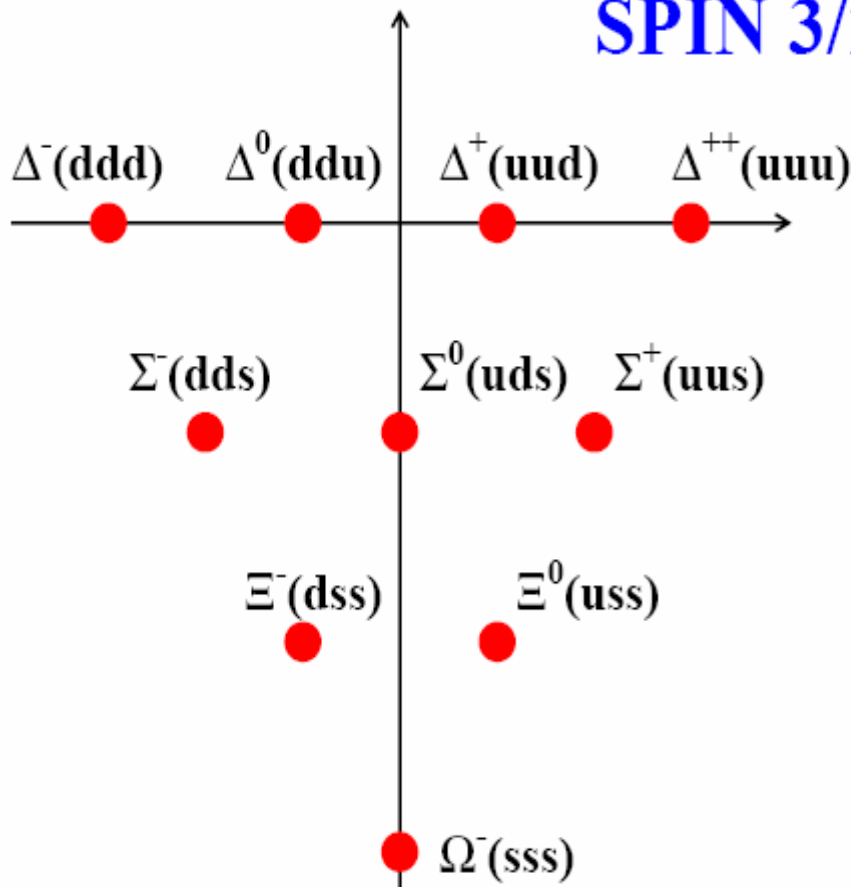
940 MeV

1190 MeV
1115 MeV

"Isospin"

1320 MeV

SPIN 3/2



1230 MeV

1385 MeV

1530 MeV

1670 MeV

Un Nuovo Numero Quantico : il Colore (1)

Consideriamo la risonanza Δ^{++} : $J = 3/2$ e $P = +1$
ed e' formata da tre quark di sapore u.

Essendo il barione piu' leggero con spin $J = 3/2$, possiamo quindi assumere che il suo momento angolare orbitale e' $L = 0$, il che corrisponde ad una funzione d' onda spaziale simmetrica.

Per poter avere $J = 3/2$ i tre spin dei tre quark u devono essere paralleli:

$$|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$$

⇒ Ne consegue che anche la funzione d' onda di spin e' simmetrica come lo e' quella di sapore :

$$\psi_{\text{baryon}} = \psi_{\text{space}} \psi_{\text{flavour}} \psi_{\text{spin}}$$

La funzione d' onda totale della Δ^{++} , che e' formata da tre quark, quindi da tre fermioni, sarebbe cosi' totalmente simmetrica !

Tuttavia i quark sono **FERMIONI**, quindi , se **NON** si vuole violare il Principio di Pauli, la funzione **DEVE** essere **ANTISIMMETRICA** per lo scambio di qualsiasi coppia di quark !

Soluzione: nel 1964 Greenberg, piu' tardi anche Han e

⇒ Nambu, suggerirono l' idea di assegnare un nuovo numero quantico ai quark identici tra loro e per tutti gli altri numeri quantici.

Un Nuovo Numero Quantico : il Colore (2)

Si introdusse quindi un nuovo grado di liberta' chiamato **COLORE**.

Viene postulato:

- i) che I quark esistono in tre colori, red green e blue;
- ii) gli anti-quark sono dotati di **ANTI-COLORE**;
- iii) che I mesoni e I barioni, che sono costruiti di quark, **NON** hanno colore: sono colour singlet.

In questo modo I tre quark possono essere distinti e la funzione d' onda totale diventa:

$$\psi_{\text{baryon}} = \psi_{\text{space}} \psi_{\text{flavour}} \psi_{\text{spin}} \psi_{\text{colour}}$$

Come abbiamo detto TUTTI gli adroni sono : **COLOUR SINGLETS**

$$\psi_{\text{colour}} = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb + gbr + brg - grb - rbg - bgr)$$

i.e. ψ_{colour} is anti-symmetric

E la funzione d' onda totale del Δ^{++} e' quindi **ANTISIMMETRICA** come deve essere !

Vedremo nel seguito diverse evidenze sperimentali della esistenza del colore !

Sezioni d' urto nei processi di collisione $e^+ e^-$

★ la sezione d' urto differenziale per la reazione $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ e':

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} (\hbar c)^2 \cdot (1 + \cos^2 \vartheta)$$

Dove il termine $(1 + \cos^2 \vartheta)$ deriva dal decadimento del fotone, che ha spin 1, in due fermioni di spin $\frac{1}{2}$ (vedi lezioni di QED). Integrando su tutto l' angolo solido Ω , si ottiene la sezione d' urto totale:

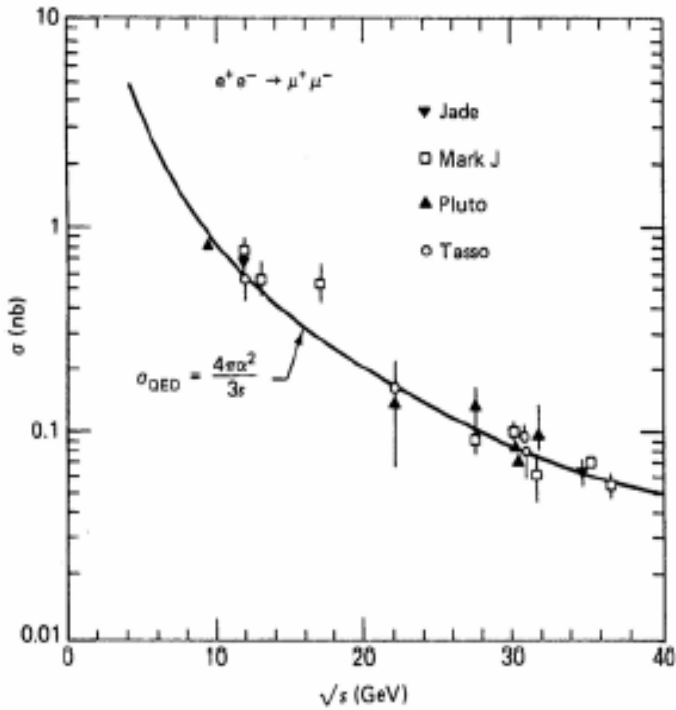
$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\hbar c)^2$$

$$\Rightarrow \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = 21.7 \frac{\text{nbarn}}{(E^2 / \text{GeV}^2)}$$

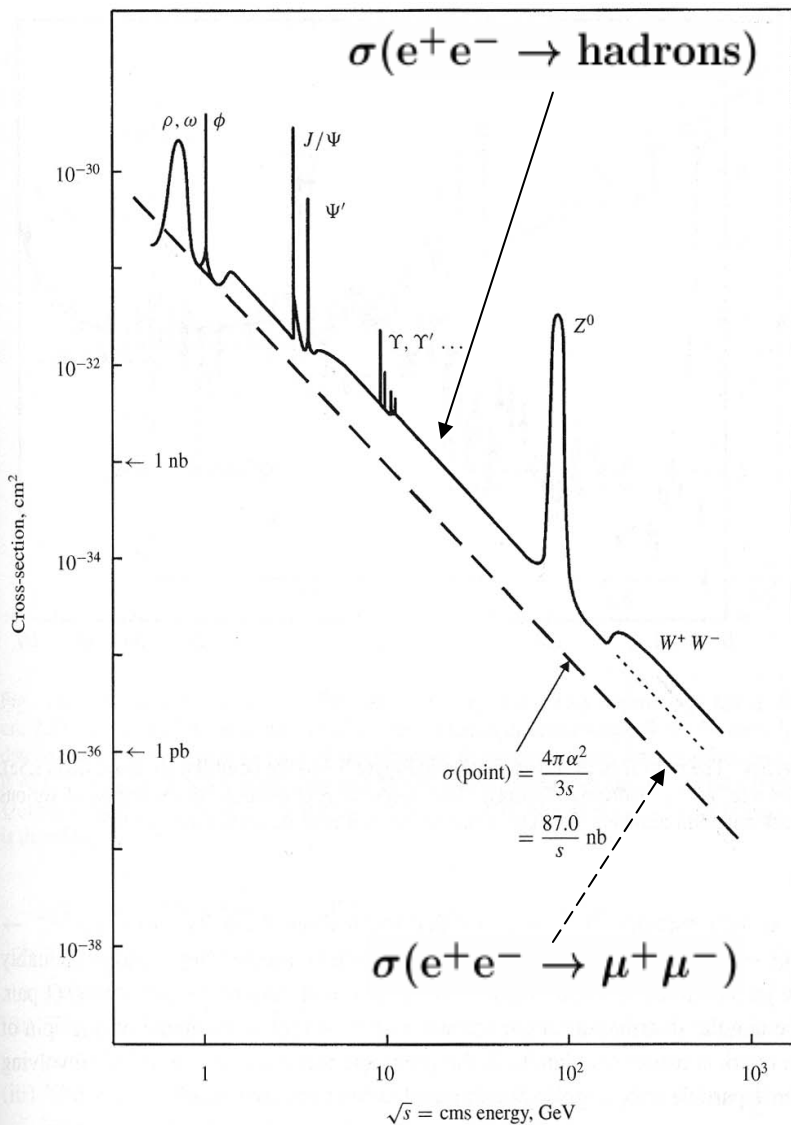
lasciando la derivazione formale ai testi di QED, ricaviamo il risultato con semplici considerazioni:

- i) il fotone si accoppia a due cariche elementari, e questo da' $e^2 = \alpha$, il modulo quadro da' e^4 , ovvero α^2 ;
- ii) la scala delle lunghezze e' proporzionale a $(\hbar c)$, il quale interviene due volte visto che la σ ha le dimensioni di un' area;
- iii) dobbiamo poi dividere per una quantita' che abbia le dimensioni di [Energia 2]. Essendo la massa dell' elettrone e del muone trascurabili, l' unica scelta e' s .

Sezioni d' urto nei processi di collisione e+ e-



$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$
for e^+e^- collider data
at centre-of-mass energies 8-36 GeV



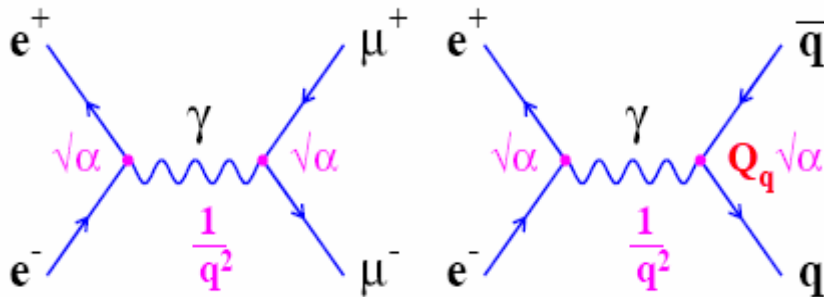
Produzione di
Risonanze da
collisioni e+ e-

Evidenza Sperimentale del Colore : R_μ



Una evidenza sperimentale diretta dell' esistenza del colore e' data dal rapporto, R_μ , delle sezioni d' urto delle reazioni e^+e^- :

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$$



$$R_\mu = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

Se trascuriamo le masse dello stato finale (quark/muoni) allora la **SOLA** differenza nel rapporto e' data dalle cariche tra le particelle degli stati finali ($Q_\mu = -1$ $Q_q = +\frac{2}{3}$ or $-\frac{1}{3}$)

Per un quark di un certo sapore e di un dato colore, abbiamo :

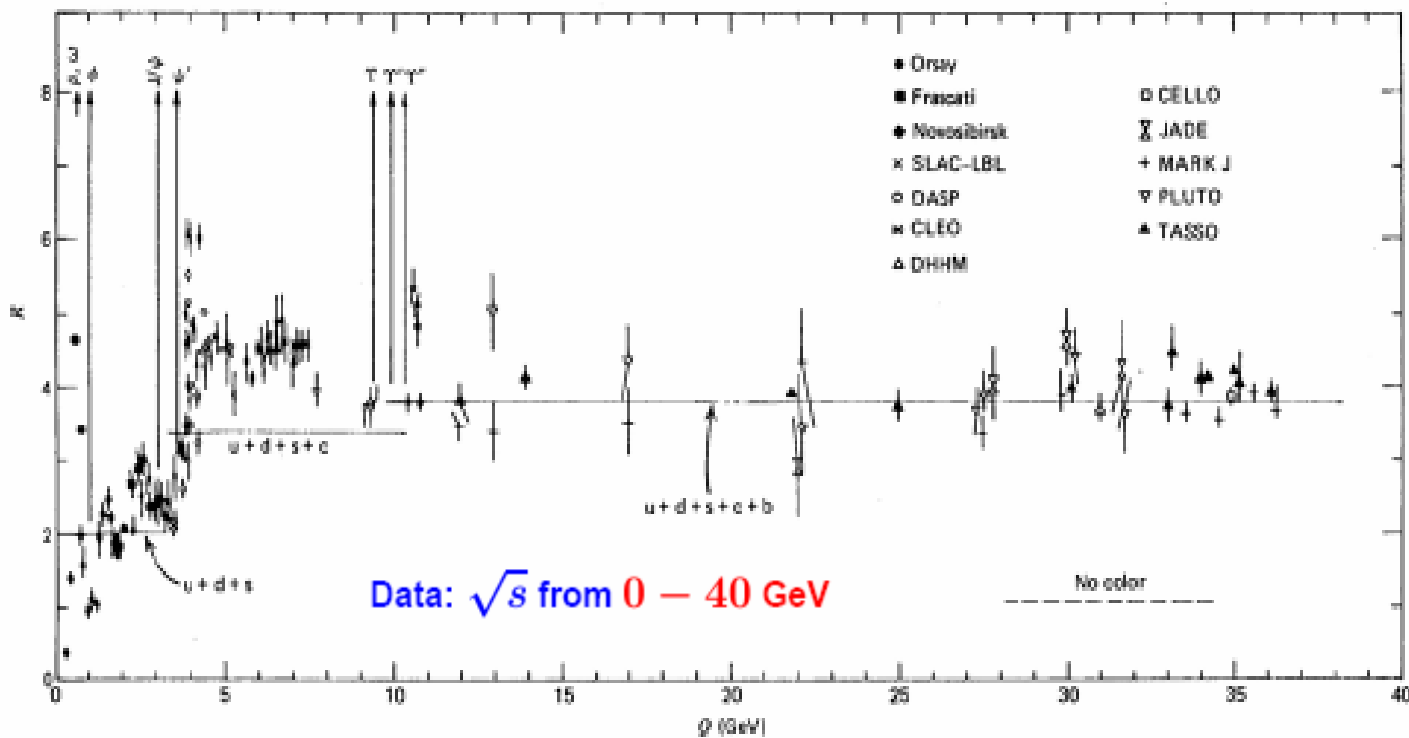
$$R = Q_q^2$$

Tuttavia, si misura $e^+e^- \rightarrow$ adroni e **NON** $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}b\bar{q}$. Dobbiamo quindi sommare su tutti i sapori cinematicamente accessibili per una data \sqrt{s} , e, se il colore esiste, su tutti i colori.

$$R = \mathbf{3} \sum_i Q_i^2 \quad (\mathbf{3} \text{ colours})$$

Evidenza Sperimentale del Colore : R_μ

Energy	Ratio R
$\sqrt{s} > 2m_s \sim 1 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$ u,d,s
$\sqrt{s} > 2m_c \sim 4 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right) = 3.1111$ u,d,s,c
$\sqrt{s} > 2m_b \sim 10 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{1}{9}\right) = 3.6667$ u,d,s,c,b
$\sqrt{s} > 2m_t \sim 350 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{4}{9}\right) = 5$ u,d,s,c,b,t



FORTE EVIDENZA PER IL COLORE

Mesoni



q, \bar{q} hanno parita' intrinseca opposta.

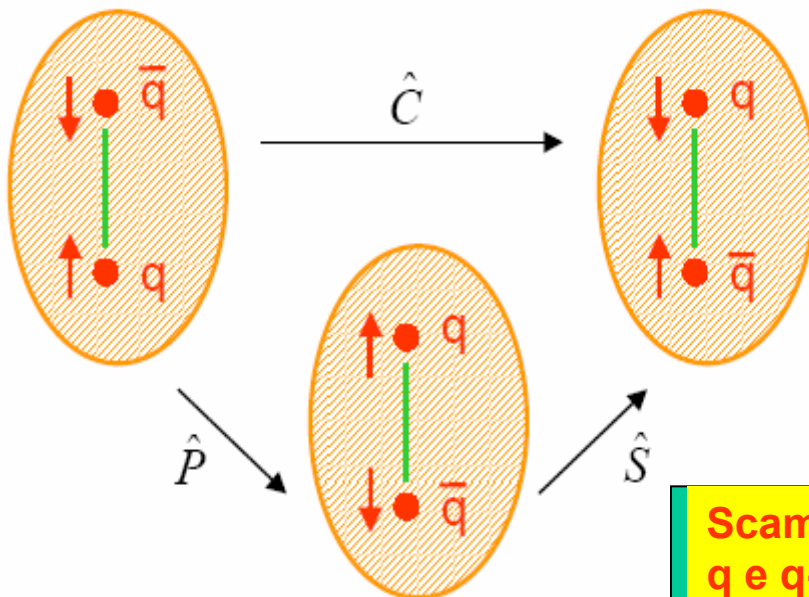
◆ Parita' : $P = P_1 P_2 (-1)^L = -1 \cdot (-1)^L$

\Rightarrow

$$P = (-1)^{L+1}$$

◆ Coniugazione di Carica :

\Rightarrow Per i Mesoni C e' equivalente alla successione dell' operatore parita' P seguito dall' operatore scambio di spin S :



Scambia gli spin di q e q-bar

◆ La parità, come visto, da' il fattore : $(-1)^{L+1}$

Lo scambio di spin S da' il fattore : $(-1)^{S+1}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \quad \underbrace{\downarrow\downarrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \quad \uparrow\uparrow}_{S=1}$$

$S=0$ $S=1$

ANTISIMMETRICA

SIMMETRICA

$$\Rightarrow \boxed{C = (-1)^{L+1} \cdot (-1)^{S+1} = (-1)^{L+S}}$$

◆ Percio' otteniamo I seguenti set di nonetti di mesoni:

L=0	S=0	⇒	J=0	P=-1	C=+1
	S=1	⇒	J=1	P=-1	C=-1
L=1	S=0	⇒	J=1	P=+1	C=-1
	S=1	⇒	J=0,1,2	P=+1	C=+1
etc.			↑		
			$J=L+S$		

$$\Rightarrow J^{PC} = 0^{-+}, 1^{-+}, 1^{+-}, 0^{++}, 1^{++}, 2^{++}, \dots$$

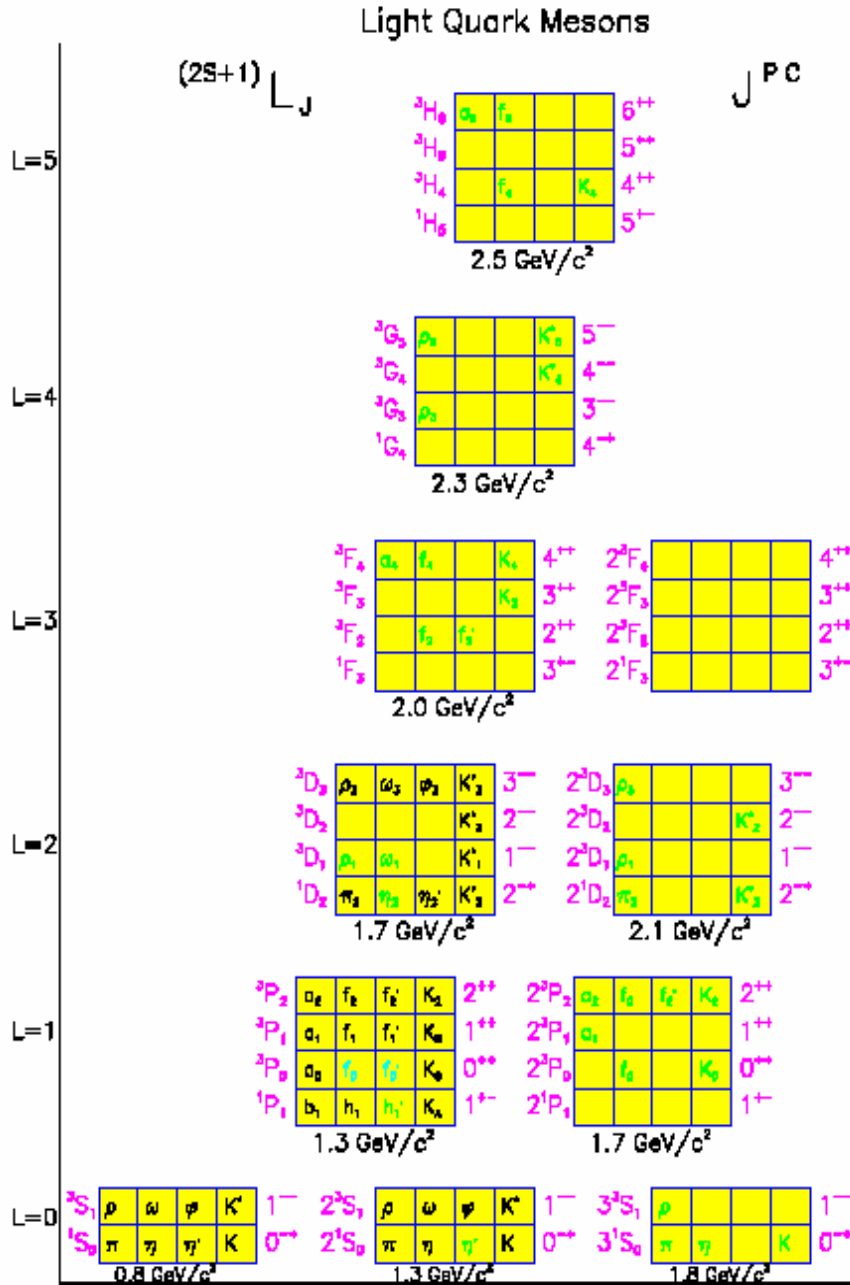


Figure 1: The expected meson spectrum showing the ${}^{2S+1}L_J$ representation, the J^{PC} of the nonet, and the names of the states. Along the vertical axis are plotted nonets for increasing values of L , while along the horizontal are plotted radial excitations. The average masses are indicated under the boxes. Dark names indicate well established states, while the lighter names are tentative assignments. All other states have not yet been observed.



	$m_{u/d}$	m_s
Meson Masses	310 MeV	483 MeV
Baryon Masses	363 MeV	538 MeV
Baryon mag. moms.	336 MeV	510 MeV



Le predizioni danno valori ragionevolmente consistenti per **Le Masse dei “ quark costituenti “**

$$m_u \approx 335 \text{ MeV}$$

$$m_d \approx 335 \text{ MeV}$$

$$m_s \approx 510 \text{ MeV}$$

◆ L' Isospin e la simmetria SU(3) e' usata per :

- ▬ Classificare I quark e gli stati adronici;
- ▬ Calcolare le funzioni d' onda adroniche;
- ▬ Dedurre relazioni tra rate di decadimenti adronici o di sezioni d' urto.

◆ Pro Memoria :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} \oplus \mathbf{S}$$

$$\mathbf{P} = (-1)^{\mathbf{L}+1}$$

$$\mathbf{C} = (-1)^{\mathbf{L}+\mathbf{S}}$$

$$\mathbf{G} = (-1)^{\mathbf{L}+\mathbf{S}+1}$$

$$S = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_1 \downarrow_2 - \downarrow_1 \uparrow_2) \quad S = 1 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{matrix} \uparrow_1 \uparrow_1 \\ (\uparrow_1 \downarrow_2 + \downarrow_1 \uparrow_2) \\ \downarrow_1 \downarrow_2 \end{matrix}$$



Riassunto (2): proprieta' dei mesoni osservati

$q\bar{q}$ Orbital Ang. Mom.	$q\bar{q}$ Spin	J^{PC}	Observed Nonet			Typical Mass (MeV)
			$I = 1$	$I = \frac{1}{2}$	$I = 0$	
$L = 0$	$S = 0$	0^{-+}	π	K	η, η'	500
	$S = 1$	1^{--}	ρ	K^*	ω, ϕ	800
$L = 1$	$S = 0$	1^{+-}	B	Q_2	H, ?	1250
		$S = 1$	2^{++}	A_2	K^*	f, f'
	1^{++}		A_1	Q_1	D, ?	1300
	0^{++}		δ	κ	ϵ, S^*	1150

<i>State</i>	<i>S</i>	<i>L</i>	<i>J</i>	<i>P</i>	<i>C</i>	J^{PC}	<i>Mesons</i>				<i>Name</i>
1S_0	0	0	0	-	+	0^{-+}	π	η	η'	K	pseudoscalar
3S_1	1	0	0	-	-	1^{--}	ρ	ω	ϕ	K^*	vector
1P_1	0	1	1	+	-	1^{+-}	b_1	h_1	h'_1	K_1	pseudo-vector
3P_0	1	1	0	+	+	0^{++}	a_0	f_0	f'_0	K_0^*	scalar
3P_1	1	1	1	+	+	1^{++}	a_1	f_1	f'_1	K_1	axial vector
3P_2	1	1	2	+	+	2^{++}	a_2	f_2	f'_2	K_2^*	tensor

SU(2) and SU(3)

SU(2)

ordinary spin

isospin

weak isospin

SU(3)

(u,d,s) flavour

(r,g,b) colour

L' Isospin Forte e l' Isospin Debole NON hanno nessuna connessione o significato fisico in comune !



Solo la stessa matematica !!



Idem per SU(3) di sapore rispetto a SU(3) di colore !!!



L' Isospin debole e' una simmetria di gauge SU(2) delle interazioni deboli (rotta dal meccanismo di Higgs).



SU(3) di colore e' una simmetria di gauge ESATTA delle interazioni forti (QCD).

Light Mesons

Mesons are bound $q\bar{q}$ states. Here we consider only mesons consisting of LIGHT quarks (u, d, s).

$$m_u \sim 0.3 \text{ GeV}, \quad m_d \sim 0.3 \text{ GeV}, \\ m_s \sim 0.5 \text{ GeV}$$

Ground state ($L = 0$)

For ground states, where orbital angular momentum is zero, the meson “spin” (total angular momentum) is determined by the $q\bar{q}$ spin state.

Two possible $q\bar{q}$ total spin states $S = (0, 1)$

★ $S = 0$: pseudo-scalar mesons

★ $S = 1$: vector mesons

Meson Parity : (q and \bar{q} have OPPOSITE parity):

$$P = P(q)P(\bar{q})(-1)^L \\ = (+1)(-1)(-1)^L = -1 \quad (\text{for } L = 0)$$

Flavour States:

$u\bar{d}, u\bar{s}, d\bar{u}, d\bar{s}, s\bar{u}, s\bar{d}$

($u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$) MIXTURES

Expect :

9 $J^P = 0^-$ MESONS : PSEUDO-SCALAR NONET

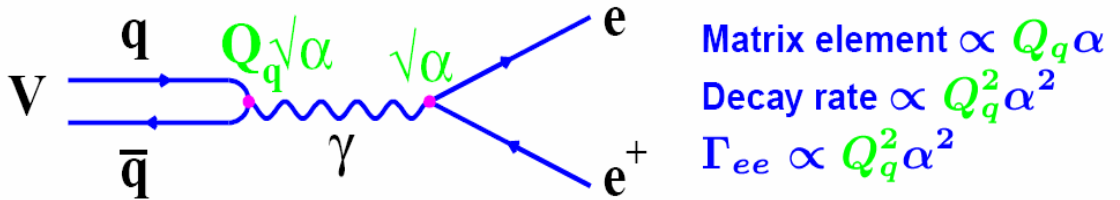
9 $J^P = 1^-$ MESONS : VECTOR NONET

- ★ $u\bar{d}$, $u\bar{s}$, $d\bar{u}$, $d\bar{s}$, $s\bar{u}$, $s\bar{d}$ are straightforward
- ★ However, $(u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s})$ states all have zero flavour quantum numbers - therefore can MIX

$$\left. \begin{aligned} \pi^0(140) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \\ \eta(550) &= \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \\ \eta'(960) &= \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \end{aligned} \right\} J^P = 0^-$$

$$\left. \begin{aligned} \rho^0(770) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \\ \omega^0(780) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \\ \phi(1020) &= s\bar{s} \end{aligned} \right\} J^P = 1^-$$

Mixing coefficients determined experimentally from masses, decays. e.g. leptonic decays of vector mesons



$$M_{fi}(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) \sim e \frac{1}{q^2} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (Q_u e - Q_d e) \right]$$

$$\Gamma_{\rho^0 \rightarrow e^+e^-} \propto \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) \right) \right]^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Gamma_{\omega^0 \rightarrow e^+e^-} \propto \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3} \right) \right) \right]^2 = \frac{1}{18}$$

$$\Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-} \propto \left[\frac{1}{3} \right]^2 = \frac{1}{9}$$

PREDICT: $\Gamma_{\rho^0} : \Gamma_{\omega^0} : \Gamma_{\phi} = 9 : 1 : 2$

EXPERIMENT: $8.8 \pm 2.6 : 1 : 1.7 \pm 0.4$

Meson masses partly from constituent quark masses

★ $m(K) > m(\pi)$

hints at $m_s > m_u, m_d$

But that is not the whole story

★ $m(\rho^+) > m(\pi^+)$ (770 MeV c.f. 140 MeV)

but both are $u\bar{d}$

★ Only difference is in orientation of **Quark SPINS**

$\uparrow\uparrow$ vs. $\downarrow\uparrow$

SPIN-SPIN INTERACTION

QED: Hyperfine splitting in H_2 ($L=0$)

Energy shift due to electron spin in magnetic field of p

$$\Delta E = \tilde{\mu} \cdot \tilde{B} = \frac{2}{3} \tilde{\mu}_e \cdot \tilde{\mu}_p |\psi(0)|^2$$

using $\tilde{\mu} = \frac{e}{2m} \tilde{S}$

$$\Delta E \propto \alpha_{em} \frac{\tilde{S}_e \cdot \tilde{S}_p}{m_1 m_2}$$

QCD: Colour Magnetic Interaction

Fundamental form of the interaction between a quark & gluon is identical to that between an electron and a photon

Consequently, also have a **COLOUR MAGNETIC INTERACTION**

$$\Delta E \propto \alpha_S \frac{\tilde{S}_1 \cdot \tilde{S}_2}{m_1 m_2}$$