

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA
"LA SAPIENZA"



Facoltà di Scienze matematiche fisiche e naturali

Cosmologia da ammassi di galassie

Dissertazione di laurea in Fisica ed Astrofisica

Anno Accademico 2005/2006

Relatore:

Dott. Alessandro Melchiorri

Laureando:

Paolo Fermani

Indice

Introduzione	3
1. Introduzione al modello cosmologico standard	
1.1. Il principio cosmologico.....	4
1.2. Redshift e legge di Hubble.....	4
1.3. La metrica di Robertson-Walker.....	5
1.3.1. Distanza propria.....	7
1.4. L'equazione di Friedmann.....	9
1.4.1. L'equazione di accelerazione e l'equazione di stato.....	11
1.5. La costante cosmologica.....	12
1.5.1. Problemi della costante cosmologica.....	14
1.6. Componenti dell'universo ed evoluzione del fattore di scala.....	15
1.7. Un modello per l'universo.....	17
1.7.1. Evidenze osservative: La radiazione cosmica di fondo.....	20
1.8. Parametri cosmologici.....	21
2. Ammassi di galassie: descrizione e formazione	
2.1. Ammassi di galassie.....	25
2.2. Teoria del collasso gravitazionale.....	27
2.3. Cosmologia da cluster di galassie.....	27
2.4. Ammassi di galassie ed espansione dell'universo.....	29
2.5. La funzione di massa.....	32
2.6. Dalla funzione di massa alle distribuzioni delle osservabili.....	33
3. Vincoli sui parametri cosmologici da misure di raggi X emessi da ammassi di galassie	
3.1. Dalle osservazioni ai parametri cosmologici.....	35
3.2. L'emissione X dai cluster di galassie.....	36
3.2.1. Misura di Ω_m dalla funzione di luminosità da raggi X osservata.....	38
3.2.2. Misura di Ω_m dalla funzione di temperatura da raggi X osservata.....	41
3.3. Cenni di fisica della ICM.....	42
3.3.1. Stima di Ω_m grazie ad un test sulla ICM.....	44
Conclusioni e prospettive future	46
Appendice: Materia oscura negli ammassi di galassie: una prova	47
Bibliografia	50

Introduzione

Grazie allo sviluppo tecnologico che ha permesso l'affermarsi di nuove tecniche di osservazione, si è potuto procedere speditamente nello sviluppo della cosmologia: quella branca della scienza che si occupa della descrizione di com'era l'universo nel passato, di come è nel suo presente e che tenta di predirne l'evoluzione futura. L'incremento delle ipotesi cosmologiche si è avuto con la pubblicazione da parte di Albert Einstein della sua *teoria della relatività generale* (1916)[15]. A partire da questa Einstein sviluppò un modello di universo statico che però non era verificato dai dati, se pur scarsi, di cui disponeva. Per questo egli introdusse una *costante cosmologica* per accordare la teoria con le osservazioni. Questa costante si rivelò inutile dopo che Hubble nel 1929 osservò la recessione delle galassie dalla quale dedusse correttamente che l'universo era in espansione; circostanza già intuita da Friedmann nel 1922. Da allora numerosi e decisivi sono stati gli sviluppi teorici e osservativi che hanno portato alla nascita del modello cosmologico standard dell'universo. Nel 1965 Penzias e Wilson scoprendo la *radiazione cosmica di fondo* (CMB) confermarono il modello detto del *Big Bang caldo*[16]: da una nube di gas caldo ed estremamente denso ha avuto origine tramite una grande esplosione (Big Bang) ed un successivo raffreddamento l'universo in cui noi oggi viviamo, con tutte le sue strutture, dal più piccolo asteroide agli ammassi di galassie (cluster). Per risolvere i problemi insiti nel modello (piattezza dell'universo, isotropia della CMB in zone che non sono ancora entrate in contatto causale tra loro, l'origine delle anisotropie della densità in cui si sono formate le strutture) negli anni 80 fu introdotto (da Guth) un modello detto *inflazionario*[19] che postulava una espansione esponenziale dell'universo nei primi 10^{-30} secondi della sua vita, in modo da spiegare tutti i paradossi del modello standard. Recenti osservazioni (CMB e Supernovae Ia [17][18]) hanno riportato all'attenzione del mondo scientifico la costante cosmologica. Si è infatti scoperto che l'universo è in espansione accelerata, questo è impossibile se si considera un universo costituito solo da materia e radiazione. Poiché se ciò fosse vero, l'universo decelerando, si evolverebbe o verso un'espansione infinita o verso il Big Crunch (grande nuovo collasso guidato dall'attrazione gravitazionale indotta dalla materia). Tra l'altro la costante cosmologica trasforma un universo decelerato in uno accelerato. Questa costante rappresenta il contributo di *energia oscura*[24], ed è interpretata come l'energia del vuoto, anche se non si conosce ancora esattamente il suo significato fisico. Altri dati che provengono dalla dinamica degli ammassi di galassie, ci dicono che la maggior parte della materia dell'universo non emette luce e non è quindi direttamente osservabile. Questa materia prende il nome di *materia oscura*[16], e rappresenta circa l'80% di tutta la materia esistente, mentre solo il 20% è costituito da materia ordinaria, barionica. Ma come sempre nuove soluzioni che cancellano vecchi problemi ne pongono di nuovi. Risulta infatti che l'universo è dominato solo da poco dall'energia oscura, perché? Inoltre l'energia oscura come energia del vuoto pone il problema del *fine tuning*, parzialmente risolvibile con la teoria supersimmetrica.

In questa dissertazione si analizza subito, nel capitolo 1, il modello cosmologico standard in maniera molto semplice e descrittiva, quindi, nel capitolo 2, si passa alla descrizione degli ammassi di galassie e della teoria del collasso gravitazionale all'origine della loro formazione. Quindi dall'emissione di raggi X, attraverso le funzioni di luminosità, massa e temperatura, si riescono ad ottenere dei metodi, descritti nel capitolo 3, per poter stimare i parametri cosmologici. Si riporta infine una piccola appendice sulla materia oscura, ipotesi sulla sua composizione, prime caratteristiche e recenti evidenze osservative della sua esistenza.

CAPITOLO 1

Introduzione al modello cosmologico standard

In questo capitolo si espone la teoria su cui si basa il modello cosmologico standard [11][19], così dall'enunciazione del principio cosmologico, si passa attraverso la descrizione della geometria dell'universo con la metrica FRW, ed il modello di equazioni (Friedmann, fluidi, accelerazione, di stato) con cui alla fine si arriva alla comparsa dell'energia oscura (e i suoi problemi), e da questa alla definizione delle varie componenti dell'universo. Si descrive poi il modello standard per spiegare il nostro universo, si tratta quindi la CMB, come fonte di una conferma osservativa al modello. Finendo con lo studio dei parametri cosmologici e della maniera di misurarli per ottenerne delle stime.

1.1 Il principio cosmologico

Il *principio cosmologico* recita che: l'attuale universo è omogeneo e isotropo su vasta scala (all'incirca sopra i 100 Mpc). Dire che l'universo è *isotropo* significa che non ci sono direzioni privilegiate, mentre affermare che l'universo è *omogeneo* vuol dire che non esistono luoghi privilegiati nell'universo attuale. Da notare è che l'isotropia non implica l'omogeneità e viceversa. Questo ci porta ad affermare che non c'è nulla di speciale nella nostra posizione nell'universo.

1.2 Redshift e legge di Hubble

Quando si guarda ad una galassia e in particolare al suo spettro si notano delle righe di assorbimento e emissione a certe lunghezze d'onda. Consideriamo una particolare riga d'assorbimento la cui lunghezza d'onda misurata in un laboratorio terrestre sia λ_e , la stessa riga misurata in una galassia lontana avrà una lunghezza λ_o che in generale non sarà la stessa. Si dice solitamente che la galassia ha un certo *redshift* z dato dalla formula

$$z \equiv \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (1.1)$$

quando $z < 0$ questa quantità è chiamata blueshift, tuttavia per la maggioranza delle galassie z è maggiore di zero, ciò vuol dire che la loro luce viaggia verso lunghezze d'onda maggiori e che quindi si stanno allontanando da noi. Misurare il redshift è semplice, più complesso è misurare la distanza delle galassie. Lo stesso Hubble misurò il redshift di 50 galassie ma riuscì ad individuare le distanze di solo 20 di esse.

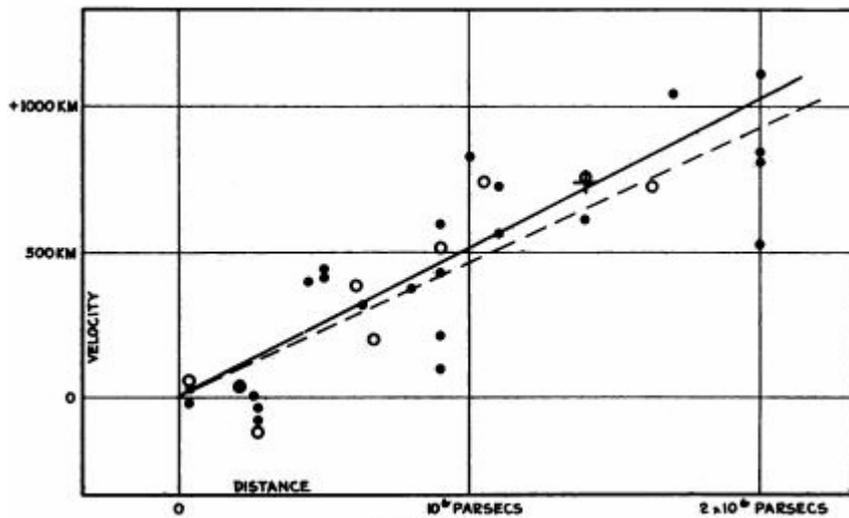


Figura 1.1: Diagramma di Hubble che mostra la relazione tra la velocità di recessione delle galassie e la loro distanza da noi, i cerchietti rappresentano le galassie misurate.

Da questo egli scoprì la legge che porta il suo nome:

$$cz = H_0 d \cong v \quad (1.2)$$

dove H_0 è la costante di Hubble, d la distanza della galassia dall'osservatore, e v è la velocità delle galassie. Dati recenti, ottenuti dall'Hubble Space Telescope combinati con i risultati di diversi gruppi di ricerca, forniscono per la costante di Hubble l'attuale valore di $H_0 = (72 \pm 8) \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ [12]. Si può anche usare per esprimere H_0 , il parametro h definito da $H_0 = 100h \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ (con $h=0.7$). Se attualmente due galassie si stanno muovendo l'una dall'altra in un passato devono essere state insieme, se sul loro moto non agiscono delle forze la loro velocità è costante, ed il tempo da allora passato è $t_0 = H_0^{-1} \cong (14.0 \pm 1.4) \text{Gyr}$ detto *tempo di Hubble*. Dunque un tempo di Hubble fa, tutte le galassie dell'universo erano compresse insieme in un volume molto piccolo, da questo segue che l'osservazione di un redshift delle galassie conduce direttamente ad un modello di Big Bang per l'evoluzione dell'universo. Il modello di Big Bang può essere definito come un modello in cui l'universo si espande in modo omogeneo ed isotropo da uno stato iniziale estremamente denso e caldo, ad uno stato finale con bassa densità. L'età dell'universo non è esattamente uguale al tempo di Hubble, per esempio se consideriamo la gravità come forza agente su larghe scale, l'universo si espanse più rapidamente nel passato che adesso, quindi sarebbe più giovane di H_0^{-1} . Si evince perciò che la distanza dell'*orizzonte delle particelle* è circa uguale a c/H_0 con il valore esatto che dipende dall'espansione dell'universo, e rappresenta la distanza che un fotone compie dal big bang ad oggi.

1.3 La metrica di Robertson-Walker

La metrica dello spazio-tempo è la *metrica di Robertson-Walker* [16], implicita la validità del principio cosmologico. Per studiare le proprietà di un universo omogeneo e isotropo, per prima cosa si definisce un sistema di coordinate. A tal fine si associa ad ogni punto dello spazio-tempo un quadrivettore x^i ($i=0,1,2,3$) dove la componente zero è quella temporale.

In questo sistema di coordinate, l'intervallo tra due eventi nello spazio-tempo è dato da:

$$ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij} dx^i dx^j \quad (1.4)$$

dove g_{ij} è il tensore metrico che descrive le proprietà geometriche dello spazio-tempo.

Se ci trovassimo in un universo non curvato dalla presenza della massa, la separazione tra due eventi sarebbe:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (1.5)$$

In questo caso vale la *metrica di Minkowski* della relatività ristretta (cioè senza considerare la gravità) per un universo statico e piatto. In coordinate polari:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (1.6)$$

con $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$. Se si aggiunge la gravità la metrica diventa quella di Robertson-Walker, scritta generalmente nella forma:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dx^2}{1 - kx^2 / R_0^2} + x^2 d\Omega^2 \right] \quad (1.7)$$

Nell'equazione compaiono:

- R_0 è il raggio di curvatura di uno spazio uniformemente curvo al tempo presente, ha le dimensioni di una lunghezza.
- $a(t)$ è il *fattore di scala*, ha le dimensioni di una lunghezza ed è una funzione del tempo; descrive come le distanze si contraggono o si espandono nel tempo. Normalizzata in modo che $a(t_0)=1$ al momento attuale. L'universo si espande col fattore di scala solo a grandi scale (>100 Mpc).
- La variabile t è il *tempo cosmico*, è il tempo misurato da un osservatore che vede espandere l'universo uniformemente attorno a se.
- Le variabili spaziali (x, θ, ϕ) o (r, θ, ϕ) sono chiamate *coordinate comoventi* di un punto nello spazio; se l'espansione dell'universo è omogenea e isotropa le coordinate comoventi restano costanti nel tempo.

L'equazione precedente (1.7) può essere riscritta nella forma:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 [dr^2 + S_k^2(r) d\Omega^2] \quad (1.8)$$

Con :

$$S_k(r) = \begin{cases} R \sin(r/R) & (k = +1) \\ r & (k = 0) \\ R \sinh(r/R) & (k = -1) \end{cases}$$

- k è la *costante di curvatura*, un numero adimensionale che può assumere tre diversi valori: se $k=0$ l'universo è spazialmente piatto; se $k=+1$ l'universo ha una curvatura

positiva (universo chiuso); se $k=-1$ l'universo ha una curvatura negativa (universo aperto).

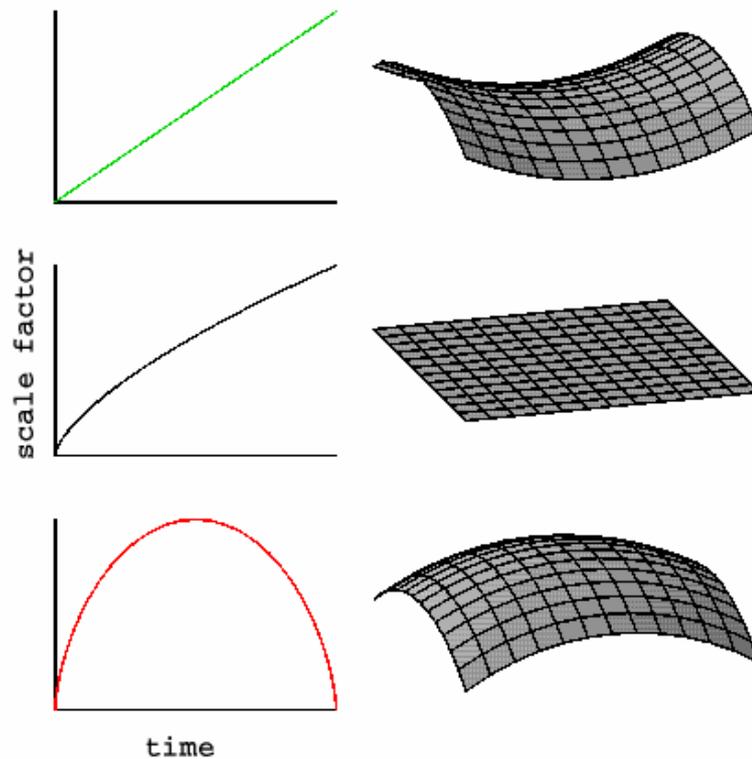


Figura 1.2: Esempi di modelli di universo aperto ($k = -1$), piatto ($k = 0$) e chiuso ($k = 1$) in due dimensioni e relativi andamenti del fattore di scala.

1.3.1 Distanza propria

In un universo in espansione, la distanza tra due oggetti si espande nel tempo. Se si vuole assegnare una distanza spaziale tra due oggetti, si deve specificare il tempo a cui ci si riferisce. La *distanza propria* $d_p(t)$ tra due punti è uguale alla lunghezza della geodetica spaziale tra loro, fissato il fattore di scala al tempo t : $a(t)$. La distanza propria tra un osservatore e la galassia, ad un tempo t fissato è:

$$ds^2 = a(t)^2 [dr^2 + S_k^2(r)d\Omega^2]$$

Lungo la geodetica, gli angoli (θ, ϕ) sono costanti, dunque:

$$ds = a(t)dr \tag{1.9}$$

La distanza propria si trova integrando sulla coordinata radiale comovente r :

$$d_p(t) = a(t) \int_0^r dr = a(t)r \tag{1.10}$$

Siccome la distanza propria ha la forma $d_p(t) = a(t)r$, con r costante nel tempo, il tasso di cambiamento della distanza propria tra noi e la galassia è:

$$\dot{d}_p = \dot{a}r = \frac{\dot{a}}{a}d_p \quad (1.11)$$

Questa relazione, ponendo $(\dot{a}/a)_{t_0} = H_0$, e $v_p(t_0) = \dot{d}_p(t_0)$ è proprio la legge di Hubble. Come le distanze tra le galassie aumentano, anche il raggio di curvatura dell'universo aumenta con la stessa velocità come: $R(t) = a(t)R_0$. La relazione lineare $v_p(t_0) = H_0 d_p(t_0)$ implica che punti separati da una distanza propria maggiore di un valore critico $d_H(t_0) = c/H_0$ generalmente chiamato la *distanza di Hubble*, avranno $v_p > c$. Utilizzando H_0 pari a $70 \text{ Kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$, si ha che il valore attuale della distanza di Hubble è $d_H(t_0) = (4300 \pm 400)\text{Mpc}$. Così galassie distanti più di 4300 Mpc da noi si stanno allontanando con una velocità maggiore di quella della luce, ma questo non viola alcuna legge fisica perché è uno dei risultati della relatività speciale per il moto relativo di oggetti in un universo statico.

Quando osserviamo una galassia lontana, noi ben conosciamo la sua posizione angolare, ma non la sua distanza. Possiamo però misurarne il redshift dalla luce che riceviamo, ma questo non ci dà la distanza propria della galassia, ma solo com'era il fattore di scala al tempo in cui la luce fu emessa dalla galassia. La luce emessa dalla galassia al tempo t_e è osservata al tempo t_0 . Durante il percorso la luce viaggia lungo una geodetica nulla (con $ds=0$). La geodetica nulla ha gli angoli θ e ϕ costanti, dunque:

$$c^2 dt^2 = a(t)^2 dr^2 \quad (1.12)$$

Che riadattata dà:

$$c \frac{dt}{a(t)} = dr \quad (1.13)$$

Supponiamo che la luce sia emessa ad una lunghezza d'onda λ_e . Fissiamo l'attenzione su una singola cresta dell'onda di luce emessa: la cresta è emessa al tempo t_e e osservata al tempo t_0 , così che:

$$d_p(t_0) = c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^r dr = r \quad (1.14)$$

La successiva cresta è emessa al tempo $t_e + \lambda_e/c$, e osservata al tempo $t_0 + \lambda_0/c$ (con in generale $\lambda_e \neq \lambda_0$) ed avrà un integrale simile con il secondo membro identico. Si arguisce così che l'integrale di $dt/a(t)$ tra il tempo di emissione e quello di osservazione è uguale per ogni cresta della luce emessa. Invece l'integrale di $dt/a(t)$ tra l'emissione di due creste successive è uguale a quello tra l'osservazione di due successive creste, ed è:

$$\int_{t_e}^{t_e + \lambda_e/c} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_0}^{t_0 + \lambda_0/c} \frac{dt}{a(t)} \quad (1.15)$$

Quindi considerando che tra l'emissione e l'osservazione di due creste, l'universo non si è espanso significativamente (il tempo scala dell'universo è il tempo di Hubble), allora $a(t)$ sarà costante nei precedenti integrali e così si può scrivere:

$$\frac{\lambda_e}{a(t_e)} = \frac{\lambda_0}{a(t_0)} \quad (1.16)$$

Usando la definizione di redshift (1.1) troviamo che il redshift della luce di un oggetto distante è collegato al fattore di espansione al tempo in cui fu emessa tramite l'equazione:

$$1+z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)} \quad (1.17)$$

Dove si è usata la consueta normalizzazione $a(t_0)=1$. Dunque, il redshift che osserviamo da un oggetto distante dipende unicamente dal rapporto dei fattori di scala al tempo dell'emissione e dell'osservazione, e non dal percorso da $a(t_e)$ a $a(t_0)$.

1.4 L'equazione di Friedmann

E' necessario ora trovare le equazioni che descrivono l'evoluzione del fattore di scala nel tempo, collegando così la metrica all'energia. Per fare ciò si ricorre alla relatività generale. Consideriamo l'*equazione di Einstein*:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.18)$$

Dove: $T_{\mu\nu}$ è il *tensore energia-impulso* (energia e pressione in un punto); $R_{\mu\nu}$ è il *tensore di Ricci* che descrive la curvatura dello spazio; R è lo scalare di Ricci, $R=g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ che è la *curvatura scalare*; $g^{\mu\nu}$ è il tensore metrico (ci dà la geometria dello spazio-tempo).

In cosmologia il tensore energia-impulso è, in accordo con le osservazioni, in buona approssimazione quello di un fluido perfetto:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)U_\mu U_\nu + P g_{\mu\nu} \quad (1.19)$$

dove ρ è la densità di energia del fluido, e P la sua pressione isotropa, U_μ rappresenta la quadrivelocità, soddisfacente la condizione di normalizzazione $U_\mu U^\mu = 1$.

In un universo omogeneo ed isotropo il tensore energia-impulso assume la forma:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

con P e ρ funzioni solo del tempo. Combinando il tensore energia-impulso (1.20) e la metrica di Robertson-Walker (1.8) si ottiene l'*equazione di Friedmann*:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \sum_i \rho_i - \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \quad (1.21)$$

dove R_0 è il raggio di curvatura dell'attuale universo, k è la costante di curvatura prima esaminata, e dove la sommatoria è estesa a tutte le forme d'energia presenti nell'universo. Questa equazione è valida per tutti gli universi in cui la geometria è descritta dalla metrica di Robertson-Walker e in cui espansione e contrazione sono soggette alla relatività generale.

Interessante è il caso di un universo piatto: in cui $k=0$; se così è, l'equazione di Friedmann assume una forma semplice, che per un dato valore del parametro di Hubble (al tempo presente H_0), ci conduce a definire una *densità critica*:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (1.22)$$

Se la densità di energia $\rho(t)$ è maggiore di questo valore allora l'universo è a curvatura positiva ($k=+1$). Invece se è minore di questo valore ha curvatura negativa ($k=-1$).

Conoscendo il valore attuale del parametro di Hubble si riesce a stimare il valore della densità critica, che oggi risulta essere: $\rho_{c,0} = (9.2 \pm 1.8) \times 10^{-27} \text{ Kgm}^{-3}$ [13].

Parlando della curvatura dell'universo è più conveniente ragionare in termini di *parametro di densità* (adimensionale), cioè del rapporto tra la densità assoluta di energia e la densità critica, definito da:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)} \quad (1.23)$$

Questo parametro permette di legare la densità di energia dell'universo con la sua metrica.

Infatti:

$$\Omega(t) = \begin{cases} > 1 & (k = +1) & \text{universo} & \text{chiuso} \\ = 1 & (k = 0) & \text{universo} & \text{piatto} \\ < 1 & (k = -1) & \text{universo} & \text{aperto} \end{cases} \quad (1.24)$$

In termini di parametro di densità, l'equazione di Friedmann può essere riscritta nella forma:

$$1 - \Omega(t) = - \frac{kc^2}{R_0^2 a(t)^2 H(t)^2} \quad (1.25)$$

E' da notare che se il segno della parte destra dell'equazione non cambia all'espandersi dell'universo, neanche la parte sinistra lo cambia, perciò se $\Omega < 1$ per un tempo lo è per tutti i tempi. Lo stesso per $\Omega > 1$ e $\Omega = 1$. Un universo governato dall'equazione di Friedmann non può cambiare il segno della curvatura. Al tempo presente ($t=t_0$), per cui $\Omega(t_0) = \Omega_0$, la relazione tra curvatura, densità e tasso di espansione può essere scritta nella forma:

$$1 - \Omega_0 = - \frac{kc^2}{R_0^2 H_0^2} \quad (1.26)$$

Se conosciamo Ω_0 (parametro di densità totale), possiamo trovare il segno della costante di curvatura k ; inoltre se si conosce la distanza di Hubble c/H_0 è possibile calcolare il raggio di curvatura R_0 .

Definendo ora il parametro di curvatura $\Omega_k = -kc^2 / R_0^2 H_0^2 a^2$ si può ancora modificare la (1.26) ottenendo:

$$1 - \Omega_0 = \Omega_k \quad (1.27)$$

In cui è palese la dipendenza della curvatura dell'universo dalla sua densità totale di energia.

1.4.1 L'equazione di accelerazione e l'equazione di stato

L'equazione di Friedmann è una equazione in due incognite: $a(t)$ e $\rho(t)$. Serve dunque un'altra equazione che coinvolga a ed ρ entrambe come funzioni del tempo.

Consideriamo una sfera di raggio comovente r_s in espansione insieme all'universo, così che il raggio proprio sia $R_s(t) = a(t)r_s$. Il volume della sfera è:

$$V(t) = \frac{4\pi}{3} a(t)^3 r_s^3 \quad (1.28)$$

L'energia interna alla sfera è $E(t) = V(t)\rho(t)$. Se l'universo è omogeneo, ogni volume pieno di un fluido subirà un'espansione adiabatica. Dal primo principio della termodinamica si ottiene:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0 \quad (1.29)$$

che è l'*equazione di stato di un fluido*, la seconda delle equazioni che ci servono per descrivere l'espansione dell'universo. Questa rappresenta anche la conservazione dell'energia. Combinando la (1.21) e la (1.29) si ottiene l'*equazione di accelerazione*:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3P) \quad (1.30)$$

Si nota che se la densità di energia è positiva, questo produce una accelerazione negativa e quindi diminuisce il valore di \dot{a} e quindi la relativa velocità di due punti nell'universo.

L'equazione di accelerazione include anche la pressione P , associata con il materiale che riempie l'universo, poiché ρ e P hanno le stesse unità di misura ($1Jm^{-3} = 1Nm^{-2}$). Ricapitolando, ora abbiamo tre equazioni in tre incognite, ma solo due sono indipendenti, poiché l'equazione (1.30) può essere derivata dalle equazioni (1.21) e (1.29). Così torniamo ad avere due equazioni in tre incognite: $a(t)$, $P(t)$, $\rho(t)$. Serve un'equazione che le legghi: un'*equazione di stato*, cioè una relazione tra la pressione e la densità di energia della materia che riempie l'universo. Serve una relazione del tipo:

$$P = P(\rho) \quad (1.31)$$

In genere le equazioni di stato sono complicate, fortunatamente in cosmologia si usano gas diluiti per i quali le equazioni sono semplici. Per sostanze di grande interesse cosmologico, l'equazione di stato può essere scritta in una semplice forma lineare:

$$P = w\rho \quad (1.32)$$

dove w è un numero adimensionale.

Consideriamo un gas non denso di particelle (con massa) non relativistiche (cioè con velocità termiche peculiari delle particelle molto minori di quelle della luce). Dunque un gas non relativistico obbedisce alla legge del gas perfetto, che in termini di densità di energia è:

$$P = \frac{\rho}{\mu c^2} kT \quad (1.33)$$

Dove μ è la massa media delle particelle del gas, e k è la costante di Boltzmann.

Per un gas non relativistico l'equazione di stato è scritta nella forma $P_{nonrel} = w\rho_{nonrel}$, dove:

$$w = \frac{\langle v^2 \rangle}{3c^2} \ll 1 \quad (1.34)$$

con $\langle v^2 \rangle$: velocità termica quadratica media associata alla temperatura T dalla: $3kT = \mu \langle v^2 \rangle$
 Un gas di fotoni, o altre particelle senza massa, sono certamente relativistiche; anche se i fotoni non hanno massa, posseggono un momento e quindi esercitano una pressione.
 L'equazione di stato dei fotoni o di altre particelle relativistiche è:

$$P_{rel} = \frac{1}{3} \rho_{rel} \quad (1.35)$$

Un gas di particelle (con massa) altamente relativistiche avrà $w=1/3$; un gas di particelle mediamente relativistiche avrà $0 < w < 1/3$; il parametro w dell'equazione di stato non può assumere valori arbitrari.

Per perturbazioni adiabatiche in un gas con pressione P e densità di energia ρ , la velocità del suono è data dalla relazione:

$$v_s^2 = c^2 \left(\frac{dP}{d\rho} \right) \quad (1.36)$$

Le onde sonore non possono viaggiare ad una velocità superiore a quella della luce, perciò sarà indispensabilmente $w \leq 1$. Alcuni valori di w sono di particolare interesse. Nel caso $w=0$ sappiamo che il nostro universo contiene materia non relativistica (MATERIA). Nel caso $w=1/3$ il nostro universo contiene invece fotoni (RADIAZIONE). Il caso di $w < -1/3$ è estremamente interessante; infatti una componente con tale valore fornisce un'accelerazione positiva ($\ddot{a} > 0$ nella (1.30)). Solitamente la componente con $w < -1/3$ è chiamata *energia oscura*. Osservazioni indicano che il nostro universo possa contenere una forma di energia oscura: la *costante cosmologica*. Una costante cosmologica ha $w=-1$, e $P=-\rho$.

1.5 La costante cosmologica

La *costante cosmologica* Λ [5] ha una storia controversa: fu introdotta per la prima volta da Einstein che in seguito se ne pentì ("il più grande errore della mia carriera"). Einstein che allora non era a conoscenza della radiazione di fondo cosmico (CMB), pensava che la maggior parte della radiazione fosse sottoforma di luce stellare e che la densità di energia provenisse dalla materia non relativistica, così da poter affermare che noi viviamo in un universo a pressione nulla. Era convinto che l'universo fosse statico con una densità d'energia positiva e pressione trascurabile. Però un universo che contiene solo materia, in generale non può essere statico ma deve o contrarsi o espandersi (in questa analisi l'unico universo statico possibile è un universo completamente vuoto), perciò Einstein introdusse nelle sue equazioni il termine Λ : la costante cosmologica. Così ottenne la convergenza tra le sue teorie e un universo pieno di materia. Se si deriva ancora una volta l'equazione di

Friedmann dall'equazione del campo di Einstein, stavolta con l'aggiunta del termine Λ , si arriva a:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho - \frac{kc^2}{R_0^2 a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.37)$$

L'equazione dei fluidi (1.19) non è affetta dal termine Λ , dunque rimane così com'è. Mentre l'equazione di accelerazione diviene:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.38)$$

Se si guarda all'equazione di Friedmann (1.21) si scopre che il termine Λ è equivalente all'aggiunta di una nuova componente all'universo, con densità di energia pari a:

$$\rho_\Lambda = \frac{c^2}{8\pi G}\Lambda \quad (1.39)$$

Se Λ rimane costante nel tempo, allora anche la densità di energia rimane costante. L'equazione dei fluidi (1.29) ci dice che per avere ρ_Λ costante nel tempo, il termine Λ deve avere associata una pressione:

$$P_\Lambda = -\rho_\Lambda = -\frac{c^2}{8\pi G}\Lambda \quad (1.40)$$

Possiamo quindi pensare alla costante cosmologica come ad una componente dell'universo con densità di energia ρ_Λ e pressione $P_\Lambda = -\rho_\Lambda$. Per far sì che l'universo sia statico bisogna che, sia \dot{a} che \ddot{a} siano uguali a zero, così dall'equazione di accelerazione si deduce che $\Lambda = 4\pi G\rho/c^2$, mentre da quella di Friedmann si ottiene che l'universo di Einstein deve avere una curvatura positiva ($k=+1$) ed un raggio di curvatura $R_0 = c/\Lambda^{1/2}$. Ma il modello ha un difetto pratico: è instabile: la forza repulsiva causata da Λ è maggiore dell'attrattiva di ρ ; se l'universo è in espansione, questa avviene con forte accelerazione, se è in contrazione va invece incontro ad un collasso. Fu Hubble che diede ad Einstein la scusa per abbandonare la costante cosmologica. Hubble però nelle sue prime analisi sottostimò la distanza delle galassie, e quindi sovrastimò la costante di Hubble. Il valore inizialmente attribuitole fu di $H_0 = 500 \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, il che conduceva ad un'età dell'universo di $t_0 = H_0^{-1} \cong 2 \text{Gyr}$: meno della metà dell'età della Terra! Da questo dato alcuni cosmologi pensarono che per aumentare l'età dell'universo si dovesse reintrodurre un termine di costante cosmologica. In modo che \ddot{a} risultasse positivo, quindi \dot{a} fosse più piccolo nel passato che oggi, e conseguentemente che l'età dell'universo fosse più grande di 2Gyr . Dal 1917, la costante cosmologica, è andata più o meno di moda, particolarmente nei periodi in cui t_0 risultava più piccolo delle età delle stelle più antiche a noi note. Al giorno d'oggi, grazie alle osservazioni che mostrano un universo in espansione accelerata, la costante cosmologica è tornata in auge. Per dare a Λ un significato fisico, è necessario identificare qualche componente dell'universo la cui densità d'energia ρ_Λ rimanga costante nell'espansione o contrazione dell'universo. Correntemente il candidato più quotato per questa componente è la *densità di energia del vuoto*. L'energia totale ΔE e la vita media Δt di supposte particelle virtuali

devono soddisfare la relazione $\Delta E \Delta t \leq \hbar$. Ciò è possibile in meccanica quantistica dove il principio d'indeterminazione di Heisenberg permette alle coppie particelle-antiparticelle di apparire o annichilire spontaneamente. A queste particelle virtuali è anche associata una densità di energia ρ_{vac} , indipendente dal tempo di espansione o contrazione dell'universo.

1.5.1 Problemi della costante cosmologica

Fondamentalmente ci sono due problemi principali [20] riguardanti l'introduzione della costante cosmologica: quello del *fine tuning* e quello cosiddetto del *why now?*

Cercheremo ora con molta semplicità di spiegarli.

Attualmente l'energia oscura viene identificata come l'energia del vuoto. Cerchiamo allora di trattare la densità di energia del vuoto da un punto di vista quantistico.

Sappiamo che l'energia dello stato di zero di un oscillatore armonico [7] con potenziale $V(x) = \frac{1}{2} \omega^2 x^2$ è $E_0 = \hbar \omega / 2$. Siccome ogni modo contribuisce all'energia del vuoto si deve eseguire un integrale su tutte le lunghezze d'onda. Questo integrale diverge all'infinito come ω^4 , a meno che non vengano tagliate le lunghezze d'onda più piccole della lunghezza di Planck: $L_p = (8\pi G)^{1/2} \approx 10^{-32} \text{ cm}$, ottenendo così per la densità di energia del vuoto attesa:

$$\rho_{vuoto}^{att} \approx 10^{76} \text{ GeV}^4 \quad (1.51)$$

mentre la densità di energia della costante cosmologica misurata è:

$$\rho_{vuoto}^{mis} \approx 10^{-47} \text{ GeV}^4 \quad (1.52)$$

Che differiscono tra loro di ben 123 ordini di grandezza. Questa distanza tra valore atteso e misurato è il problema del *fine tuning* [6], che può essere migliorato attraverso la teoria supersimmetrica, secondo cui bosoni e fermioni contribuiscono in modo uguale, ma con segno opposto, alla densità di energia.

L'altro problema, quello del *why now?*, è rappresentato dalla coincidenza tra le attuali densità del vuoto e della materia, il cui rapporto però cambia velocemente con l'espansione dell'universo ($\Omega_\Lambda / \Omega_m \propto a^3$). In poche parole: attualmente le due densità sono uguali, ma basta allontanarsi temporalmente anche di poco (per esempio $z=1$) perché il rapporto cambi sfavorendo la costante cosmologica. Perciò si può dedurre che per la quasi totalità della vita dell'universo materia e radiazione hanno sovrastato la costante cosmologica, mentre il sorpasso inverso è avvenuto da pochissimo tempo, ad un redshift tale che:

$$(1 + z_{eq})^{-3} = \frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \quad (1.53)$$

Sostituendo nella quale i valori ormai consolidati di $\Omega_m=0.3$ e $\Omega_\Lambda=0.7$ si ottiene un redshift di $z_{eq}=0.33$. E' quindi da pochissimo che il sorpasso dell'energia oscura sulla materia è avvenuto.

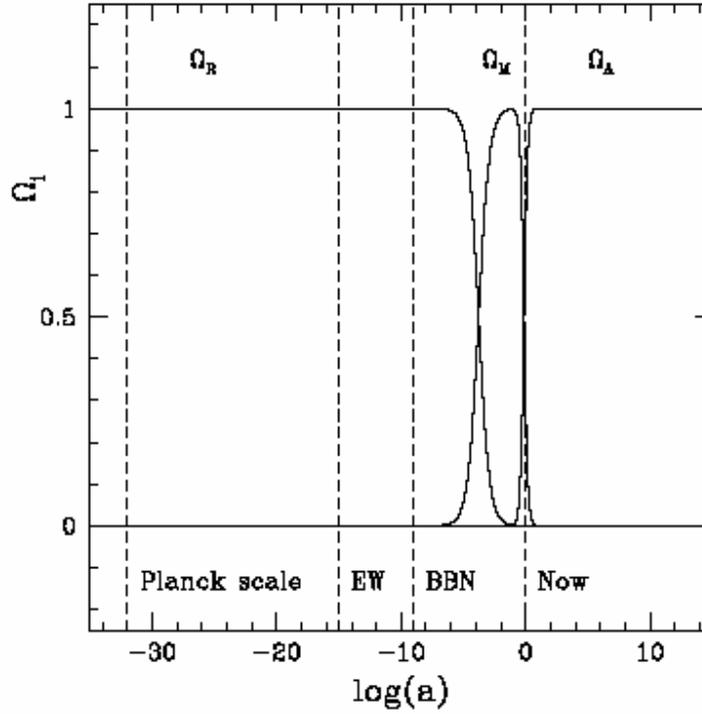


Figura 1.3: Parametro di densità Ω_i per radiazione (R), materia (M), e vuoto (Λ), in funzione del fattore di scala a , in un universo con $\Omega_\Lambda=0.7$, $\Omega_m=0.3$. Le linee tratteggiate indicano rispettivamente: il tempo di Planck, quello della transizione di fase elettrodebole (EW) e della nucleosintesi (BBN).[7]

1.6 Componenti dell'universo ed evoluzione del fattore di scala

L'evoluzione del nostro universo è complicata dal fatto che esso contiene più componenti con diverse equazioni di stato. Noi sappiamo che l'universo contiene materia non relativistica e radiazione. Fortunatamente per semplicità, la densità di energia e la pressione dei differenti componenti dell'universo sono additive. Si può così scrivere la densità di energia totale ρ come la somma delle densità di energia delle diverse componenti:

$$\rho = \sum_w \rho_w \quad (1.41)$$

dove ρ_w rappresenta la densità di energia della componente dell'equazione di stato con parametro w . La pressione totale è:

$$P = \sum_w P_w = \sum_w w \rho_w \quad (1.42)$$

L'equazione dei fluidi deve valere per ogni componente separatamente, finché non si verificano interazioni tra le differenti componenti. Se così è, la componente con equazione di stato di parametro w è:

$$\dot{\rho}_w + 3 \frac{\dot{a}}{a} (1+w) \rho_w = 0 \quad (1.43)$$

Che può risciversi:

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} = -3(1+w) \rho_w \frac{da}{a} \quad (1.44)$$

Se assumiamo w costante allora:

$$\rho_w(a) = \rho_{w,0} a^{-3(1+w)} \quad (1.45)$$

Con la normalizzazione $a_0=1$ al tempo attuale, quando la densità di energia della componente w è $\rho_{w,0}$; da quest'ultima equazione possiamo ricavare le densità di energia delle diverse componenti. Sapendo che la densità di energia per la costante cosmologica è costante, dall'equazione (1.45) deduciamo che, se l'universo contiene diverse componenti con vari valori di w , nel limite di $a \rightarrow 0$ la componente con il più alto valore di w sarà quella dominante. Se invece l'universo sarà per sempre in espansione, per $a \rightarrow \infty$ la componente col valore più basso di w sarà quella dominante. Gli studi più recenti evidenziano che noi viviamo in un universo in cui $\Omega_0 \cong (1.02 \pm 0.02)$ con $\Omega_m \cong 0.3$, $\Omega_\Lambda \cong 0.7$, $\Omega_{rad} \cong 8.4 \times 10^{-5}$ [21] (essendo $\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda$) e che soltanto da poco tempo siamo entrati in un periodo dominato dalla costante cosmologica. Mentre in principio l'universo era dominato dalla radiazione ($w=1/3$), a cui poi è seguito uno stadio dominato dalla materia ($w=0$). Infatti, attualmente il rapporto tra densità di energia della costante cosmologica e della materia è:

$$\frac{\rho_{\Lambda,0}}{\rho_{m,0}} = \frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{m,0}} = \frac{0.7}{0.3} = 2.3 \quad (1.46)$$

mentre nei primi stadi dell'universo il rapporto di densità era:

$$\frac{\rho_\Lambda(a)}{\rho_m(a)} = \frac{\rho_{\Lambda,0}}{\rho_{m,0}/a^3} = \frac{\rho_{\Lambda,0}}{\rho_{m,0}} a^3 \quad (1.47)$$

Ci deve dunque essere stato un momento dell'equivalenza in cui la densità della radiazione e quella della materia devono essere state uguali. Da osservazioni della radiazione di fondo cosmico si vede che il passaggio tra radiazione e materia è avvenuto a redshift $z_{eq}=3500$, per $\Omega_m \cong 0.33$ e fattore di scala $a_{rad,m} = 1/3500 \approx 2.8 \times 10^{-4}$. Invece il passaggio tra materia e costante cosmologica deve essere avvenuto ad un redshift $z_{m,\Lambda}=0.33$ quando il fattore di scala era:

$$a_{m,\Lambda} = \left(\frac{\Omega_{m,\Lambda}}{\Omega_{\Lambda,0}} \right)^{1/3} \approx \left(\frac{0.3}{0.7} \right)^{1/3} \approx 0.75 \quad (1.48)$$

In un universo a diverse componenti non è semplice trovare la dipendenza dal tempo del fattore di scala, questa dipendenza cambia ad ogni epoca in cui è dominante una diversa componente. Se si considera un universo piatto ($k=0$) è più facile trovare le soluzioni esatte delle equazioni del moto. Considerando un valore arbitrario, costante e maggiore di -1 per w , è possibile risolvere l'equazione di Friedmann (1.21) ottenendo per il fattore di scala ed il tempo:

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/[3(1+w)]} \quad (1.49)$$

$$t = t_0 (1+z)^{-3(1+w)/2} \quad (1.50)$$

dove a_0 e t_0 sono calcolati attualmente. Si consideri un fluido a pressione $P=0$, ($w=0$) approssimante la materia allo stato di polvere o particelle non intergenti con velocità non relativistiche (Cold Dark Matter). In questo caso per un universo dominato da materia, per cui si ha $\rho \propto a^{-3}$, dalle (1.49) e (1.50) si ottiene una dipendenza del tipo: $a \propto t^{2/3}$.

Ugualmente per un universo dominato dalla radiazione, per esempio per un gas di fotoni di pressione $P=\rho/3$ ($w=1/3$) si ha: $\rho \propto a^{-4}$, quindi $a \propto t^{1/2}$. Se introduciamo la costante cosmologica che ha $w=-1$ e $\rho=const$ si ricava che $a(t) \propto e^{H_0 t}$.

Ricapitolando:

Energia	$\rho(a)$	$a(t)$
Materia	a^{-3}	$t^{2/3}$
Radiazione	a^{-4}	$t^{1/2}$
Costante cosmologica	cost	$e^{H_0 t}$

Tabella 1.1: Le più importanti forme di energia nell'universo con rispettivi andamenti della densità in funzione del fattore di scala e del fattore di scala in funzione del tempo. [19]

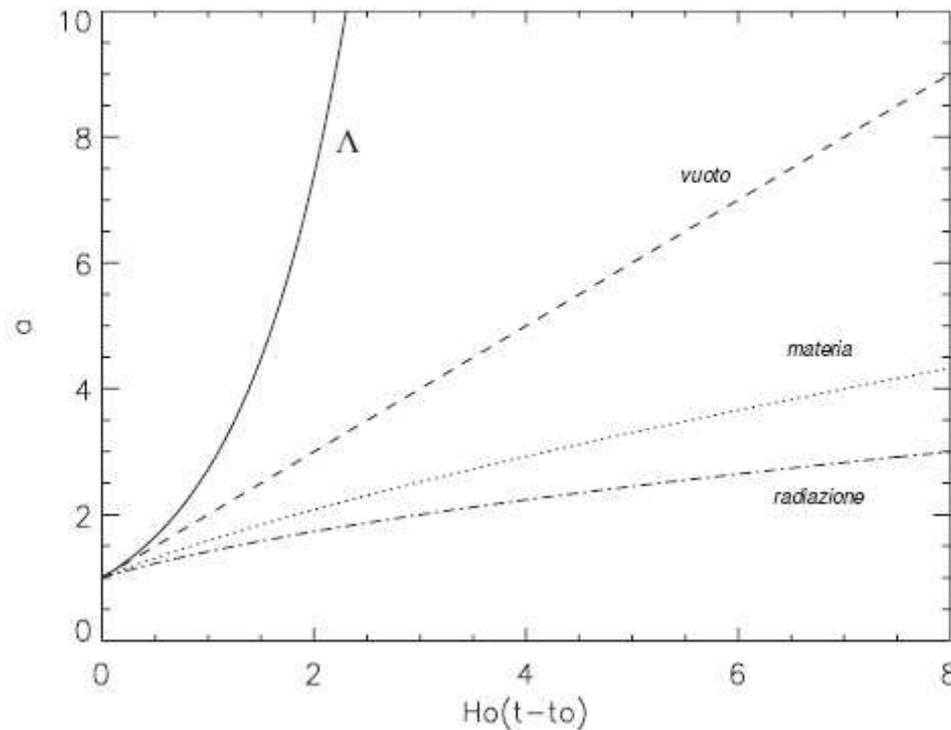


Figura 1.4: andamento del fattore di scala nel tempo in funzione del parametro dimensionale $H_0(t-t_0)$ per universi contenenti solo Λ , solo materia, solo radiazione e vuoto. [8]

1.7 Un modello per l'universo

Abbiamo precedentemente ricavato gli andamenti del fattore di scala in funzione del tempo per universi a singola componente; invece per universi con più termini nella parte destra dell'equazione di Friedmann (1.21) gli andamenti non sono così semplici.

Dividendo per H_0^2 la (1.21) otteniamo:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_{rad,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \frac{\Omega_k}{a^2} + \Omega_{\Lambda,0} \quad (1.54)$$

dove: $\Omega_{rad,0} = \rho_{rad,0} / \rho_{c,0}$, $\Omega_{m,0} = \rho_{m,0} / \rho_{c,0}$, $\Omega_{\Lambda,0} = \rho_{\Lambda,0} / \rho_{c,0}$ e $\Omega_k = -k / H_0^2$, sono i parametri di densità della radiazione, della materia, della costante cosmologica e della curvatura, oggi. Il modello in considerazione ha $\Omega_0=1$ e quindi è spazialmente piatto, ciò si ricava semplicemente dalla precedente equazione, infatti:

$$\Omega_0 = 1 - \Omega_k = \Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_{\Lambda} \quad (1.55)$$

E con $\Omega_0 = \sum_i \rho_i / \rho_c$ si ha:

$$1 = \Omega_0 + \Omega_k = \Omega_0 - \frac{k}{a^2 H_0^2} \quad (1.56)$$

da cui si vede che il segno della curvatura dell'universo è determinato dalla somma dei vari parametri di densità delle sue componenti.

Per un quadro completo ricaviamo il tempo cosmico t come funzione del fattore di scala, questo può essere trovato risolvendo l'integrale:

$$H_0 t = \int_0^a \frac{da}{\left[\Omega_{rad,0} / a^2 + \Omega_{m,0} / a + \Omega_{\Lambda} a^2 + \Omega_k \right]^{1/2}} \quad (1.57)$$

che non ha una soluzione analitica, ma inserendovi i valori di $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{rad,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$, può essere risolto numericamente. (alcuni risultati sono mostrati nella Tabella 1.2).

Fotoni	$\Omega_{\gamma} = 5.0 \times 10^{-5}$
Neutrini	$\Omega_{\nu} = 3.4 \times 10^{-5}$
totale radiazione	$\Omega_{rad} = 8.4 \times 10^{-5}$
Materia barionica	$\Omega_{bary} = 0.04$
Materia oscura	$\Omega_{dark} = 0.26$
totale materia	$\Omega_m = 0.30$
Costante cosmologica	$\Omega_{\Lambda} = 0.7$

Equivalenza radiazione-materia	$a_{rad,m} = 2.8 \times 10^{-4}$	$t_{rad,m} = 4.7 \times 10^4 \text{ yr}$
Equivalenza materia- Λ	$a_{m,\Lambda} = 0.75$	$t_{m,\Lambda} = 9.8 \text{ Gyr}$
Oggi	$a_0 = 1$	$t_0 = 13.5 \text{ Gyr}$

Tabella 1.2: alcune delle proprietà del modello in considerazione per l'universo [19]

Secondo il nostro modello, l'universo era all'inizio dominato dalla radiazione ed in seguito dalla materia, e relativamente da poco è sotto l'influenza della costante cosmologica.

Ci sono però stati due momenti detti di equivalenza in cui due delle componenti erano di densità comparabile e contribuivano in ugual modo all'equazione di Friedmann.

Durante queste epoche, la descrizione dell'universo a singole componenti non è più corretta, per cui si deve utilizzare un modello a due componenti. Senza andare oltre con i dettagli

possiamo comunque dire che intorno al valore del fattore di scala $a_{rad,m} = 2.8 \times 10^{-4}$, il modello è ben approssimato da un universo piatto contenente solo radiazione e materia, mentre per il valore $a_{m,\Lambda} = 0.75$, è ben approssimante un universo contenente solo materia e costante cosmologica.

Dunque, il modello che consideriamo è spazialmente piatto e contiene radiazione, materia ed una costante cosmologica. Per il modello assumiamo il valore della costante di Hubble pari a: $H_0 = 70 \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. La radiazione consiste di fotoni e neutrini. I fotoni sono dati dalla radiazione cosmica di fondo a microonde (CMB).

La materia considerata nel modello consiste in parte di *materia barionica* (protoni, neutroni con associati elettroni) ed in parte di materia non barionica, detta *materia oscura*. Le osservazioni mostrano che la gran parte della materia presente nell'universo è materia oscura (come infatti si vede nella tabella 1.2 la materia oscura è 6 volte maggiore della materia barionica). Secondo questo modello l'universo fu prima dominato dalla radiazione, quindi dalla materia ed è "or ora" entrato nella fase dominata dalla costante cosmologica. Tutti i dati fondamentali sono riportati nelle tabelle 1.2.

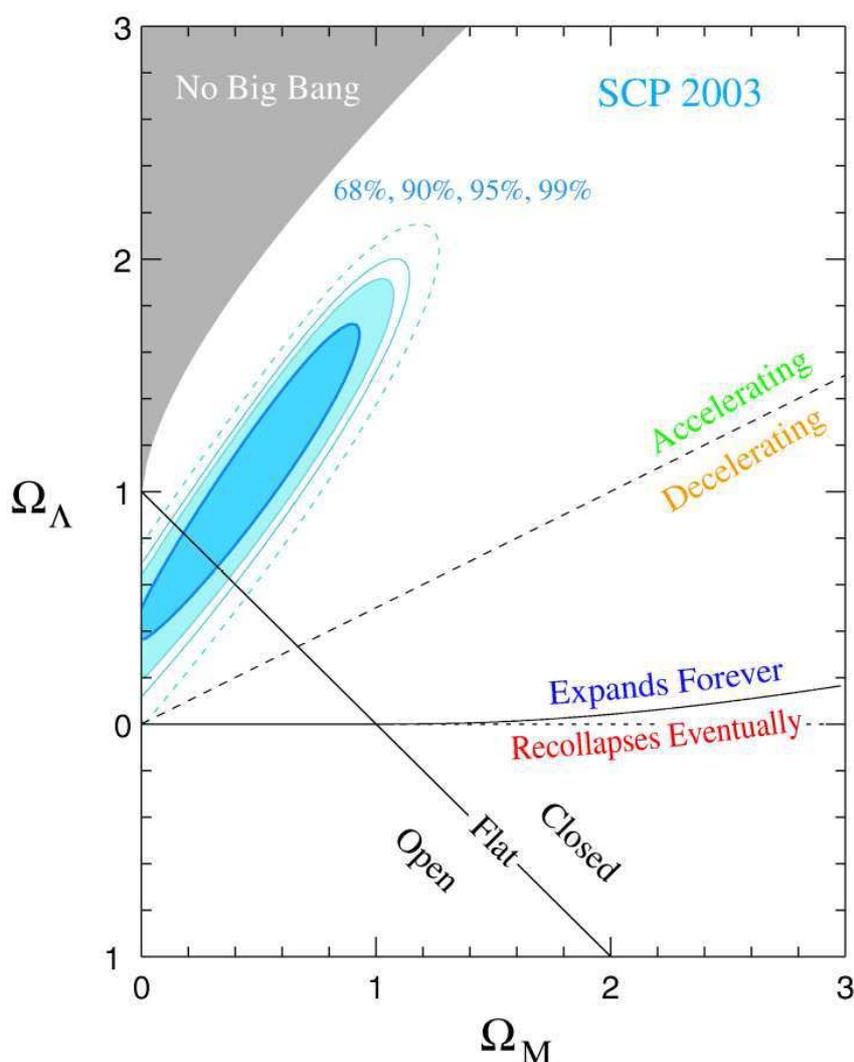


Figura 1.4: Contorni di probabilità per $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$, in azzurro. Sono illustrate regioni rappresentanti specifici scenari cosmologici: sono rappresentati i modelli di universo piatto, aperto e chiuso, nonché le possibili future evoluzioni dell'universo. Dati del Supernova Cosmology Project. La regione di massima probabilità è consistente con un universo contenente costante cosmologica e in accelerazione.[18].

1.7.1 Evidenze osservative: La radiazione cosmica di fondo

Nel 1965 Penzias e Wilson scoprirono la radiazione cosmica di fondo a microonde (CMB) [19], questa scoperta mise definitivamente da parte il modello di un universo stazionario, a vantaggio del modello del Big Bang, secondo cui l'universo si sarebbe formato da una gigantesca esplosione iniziale e con fasi diverse avrebbe continuato e continua ad espandersi. Ne è la prova il fatto che questa radiazione si presenta totalmente isotropa, e misurata recentemente dal satellite COBE ha rivelato un ottimo accordo con l'andamento di un corpo nero a temperatura [19]:

$$T_0 = (2.725 \pm 0.001)K \quad (1.58)$$

Mentre la densità di energia della CMB è $\rho_\gamma = 4.17 \times 10^{-14} \text{ Jm}^{-3}$, e quella dei fotoni è data da $n_\gamma = 4.11 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$. Quindi ci sono circa 411 fotoni CMB per ogni centimetro cubo dell'universo attuale. L'energia media dei fotoni è abbastanza bassa, troppo bassa per fotoionizzare un atomo, ancor più per fotodissociare un nucleo. L'energia media per fotone della CMB corrisponde ad una lunghezza d'onda di 2 mm, cioè nella zona delle microonde dello spettro della luce, da questo il nome di *Cosmic Microwave Background*. Nel modello del Big Bang la radiazione CMB emerge naturalmente se l'universo iniziale era molto caldo e molto denso. Se la massa si conserva nell'universo in espansione, allora nel passato l'universo era più denso di quanto lo è oggi. Assumiamo che l'universo era molto caldo ($T \gg 10^4 \text{ K}$). A queste temperature la materia barionica dell'universo era completamente ionizzata, e gli elettroni liberi hanno reso opaco l'universo. Ma noi sappiamo che un corpo denso, opaco e molto caldo emette radiazione come un corpo nero. Tuttavia mentre l'universo si espande, si raffredda. Quando la temperatura raggiunge i 3000 K, ioni ed elettroni si combinano per formare i primi atomi neutri (*epoca di ricombinazione*); Quando nell'universo non c'è più un gran numero di elettroni liberi, i fotoni del corpo nero cominciano a viaggiare liberamente attraverso l'universo (*epoca del disaccoppiamento*), senza più urtare elettroni liberi. La radiazione CMB che riempie l'universo è una reliquia del tempo in cui l'universo era sufficientemente caldo e denso da essere opaco. Nel tempo in cui l'universo divenne trasparente, la sua temperatura era di circa 3000 K; oggi invece la temperatura della CMB è di 2.725 K, più bassa di un fattore 1100. La caduta della temperatura del corpo nero è una diretta conseguenza dell'espansione dell'universo. Infatti in seguito all'espansione risulta $T(t) \propto a(t)^{-1}$: dunque l'espansione dell'universo abbassa la temperatura della radiazione conservando però il suo spettro di corpo nero. Attualmente quello che osserviamo della CMB è la superficie di ultimo scattering, cioè il tempo in cui avvenne l'ultimo processo di diffusione elettrone-fotone, che si trova a $z_{ls} = 1100$.

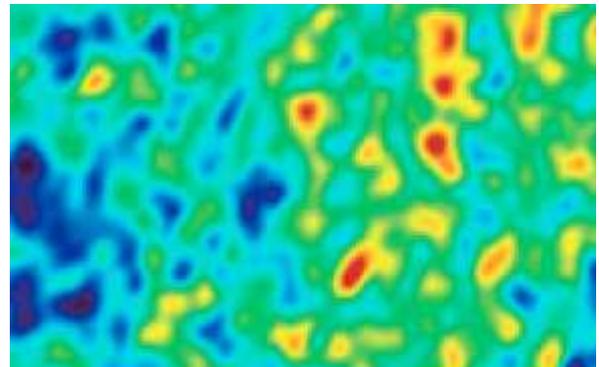


Figura 1.5: frammento di mappa della radiazione di fondo cosmico osservata da WMAP a 93 GHz (lung. d'onda di 3mm). Con tonalità diverse sono rappresentate le fluttuazioni di temperatura.

Inoltre per la conferma di una delle ipotesi del nostro modello di universo, è fondamentale notare che la radiazione di fondo cosmico presenta delle anisotropie di alcuni μK (vedi figura 1.5), le dimensioni angolari di queste anisotropie dipendono dalla curvatura dell'universo, in tal modo, grazie alla loro misurazione, intrapresa da WMAP (vedi figura 1.6), si è fornita la prova che il nostro è un universo piatto: $k=0$, $\Omega_0=1$ (essendo $\Omega_k=1-\Omega_0$).

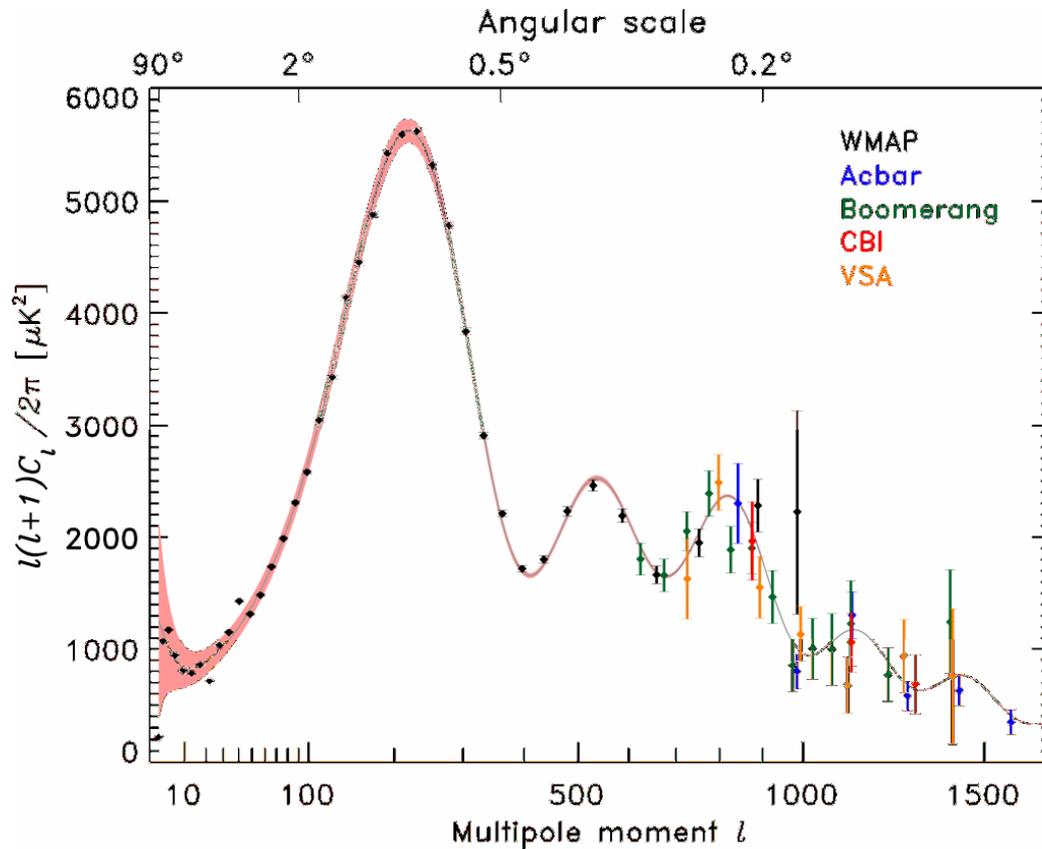


Figura 1.6: spettro di potenza delle anisotropie della CMB misurate dal satellite WMAP, la curva rappresenta la previsione teorica per un modello con curvatura nulla.

1.8 Parametri cosmologici

Se si vuole determinare il fattore di scala $a(t)$ dalle osservazioni, è necessario effettuare misure di oggetti astronomici lontani per porre dei limiti al valore del fattore di scala.

Per determinarne il valore esatto conviene espandere $a(t)$ in serie di Taylor intorno ad $a(t_0)$:

$$a(t) = a(t_0) + \left(\frac{da}{dt} \right)_{t=t_0} (t-t_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2a}{dt^2} \right)_{t=t_0} (t-t_0)^2 + \dots \quad (1.59)$$

Usando solo i primi termini della serie si ha una buona approssimazione nelle vicinanze di t_0 , poiché non ci sono prove che l'universo abbia una consistente variazione del fattore di scala. E con la normalizzazione $a(t_0)=1$, questa espansione per il fattore di scala è riscrivibile:

$$a(t) = 1 + H_0(t-t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t-t_0)^2 \quad (1.60)$$

In questa equazione il parametro H_0 è la costante di Hubble: $H_0 \equiv (\dot{a}/a)_{t=t_0}$, e il parametro q_0 è un numero adimensionale e chiamato *parametro di decelerazione*, definito come:

$$q_0 = -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)_{t=t_0} = -\left(\frac{\ddot{a}}{aH^2}\right)_{t=t_0} \quad (1.61)$$

se positivo allora $\ddot{a} < 0$, cioè l'espansione dell'universo è decelerata. Se negativo, corrisponde ad $\ddot{a} > 0$, cioè l'universo è in espansione accelerata. La scelta del segno e del nome per q_0 è stata presa quando si pensava che l'universo fosse dominato dalla materia e in espansione decelerata. Si può usare l'equazione di accelerazione (1.30) per predire quale valore assumerà q_0 in un dato modello di universo. Se il nostro modello di universo contiene più componenti, ognuna con differente valore del parametro w , allora l'equazione di accelerazione assume la forma:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2} \sum_w \rho_w (1+3w) \quad (1.62)$$

Dividendo entrambi i lati dell'equazione per $\sqrt{H(t)}$, cambiando di segno e calcolandola al tempo $t=t_0$, riusciamo ad avere la relazione che lega il parametro di decelerazione q_0 ai parametri di densità delle differenti componenti dell'universo:

$$q_0 = \frac{1}{2} \sum_w \Omega_{w,0} (1+3w) \quad (1.63)$$

Per un universo contenente radiazione, materia e costante cosmologica:

$$q_0 = \Omega_{rad,0} + \frac{1}{2} \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0} \quad (1.64)$$

Siffatto universo sarà accelerato se $\Omega_{\Lambda,0} > \Omega_{rad,0} + \Omega_{m,0} / 2$. Per inciso, il modello di universo da noi prima considerato nel paragrafo 1.7 ha $q_0 = -0.55$. Per bassi redshift è semplice determinare il valore della costante di Hubble oggi: basta usare la legge di Hubble (1.2): $cz = H_0 d$. Essendo la legge tra z e d lineare, se si misura la distanza d ed il redshift z per un largo insieme di galassie, e si fitta il grafico di cz in funzione di d , dal coefficiente angolare si ricava il valore per H_0 [16]. Ma per fare questo sorgono delle difficoltà, innanzi tutto la misura della distanza tra noi e la galassia, perchè in un universo in espansione è anche arduo definire la distanza tra due punti nello spazio. Per una simile necessità avevamo definito la distanza propria (1.14) che ora ci viene in soccorso. Servendoci poi dell'espansione in serie di Taylor per il fattore di scala otteniamo (dividendo tutto per $a(t_0)$) per la distanza propria la relazione:

$$d_p(t_0) = c(t_0 - t_e) + \frac{cH_0}{2}(t_0 - t_e)^2 \quad (1.65)$$

Il primo termine è quello che rappresenta la distanza propria in un universo statico, il secondo termine invece è una correzione dovuta all'espansione dell'universo durante il viaggio che la luce compie dalla sorgente a noi. Tuttavia questa equazione non ci fornisce

dati alcuni sul (t_0-t_e) , cioè su quanto tempo ha viaggiato la luce, ma solo sul redshift ed il fattore di scala, e sfortunatamente la distanza propria non è misurabile, occorre quindi definire altri metodi di misura delle distanze.

Una via per usare proprietà misurabili per assegnare una distanza è il metodo delle *candele standard*. Una candela standard è un oggetto la cui luminosità L è nota (alcuni oggetti astronomici hanno luminosità identiche in tutte le parti dello spazio, questi sono delle ottime candele standard. Solitamente vengono utilizzate le supernovae Ia [13]: queste sono nane bianche in sistemi binari stretti che, passato il limite di Chandrasekar di $1.4M_{sole}$, collassano emettendo una quantità di energia spaventosa risultando gli oggetti più luminosi dell'universo). Se poi si conosce la luminosità di un oggetto allora si può usare il suo flusso misurato f per definire una funzione chiamata *distanza di luminosità*:

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi f} \right)^{1/2} \quad (1.66)$$

E' chiamata distanza perché lo è dimensionalmente, e perché sarebbe la distanza propria se l'universo fosse statico ed euclideo. In un universo statico ed euclideo, la propagazione della luce segue la legge $f = L/(4\pi d^2)$. Ma l'universo si espande, perciò il flusso di una candela standard di dato redshift z verrà ridotto di un fattore $(1+z)^{-2}$, perché l'energia dei fotoni emessi decade e il tempo di rilevamento tra due fotoni aumenta.

In sintesi, per un universo in espansione, in cui vale la metrica di Robertson-Walker, la relazione tra il flusso osservato f e la luminosità L di una sorgente di luce distante è:

$$f = \frac{L}{4\pi S_k(r)^2 (1+z)^2} \quad (1.67)$$

E, con l'assunzione che lo spazio è quasi piatto ($k=0$), la distanza di luminosità è:

$$d_L = S_k(r)(1+z) = d_p(t_0)(1+z) \quad (1.68)$$

La distanza di luminosità non è l'unica distanza calcolabile osservando le proprietà di oggetti cosmologici. Supponiamo che invece di una candela standard si osserva un oggetto la cui lunghezza l è nota, e che sia perpendicolare alla nostra linea di vista. Misurando la distanza angolare $\delta\theta$ tra le estremità dell'oggetto e il redshift z della luce da esso emessa, se $\delta\theta \ll 1$ se ne può calcolare la distanza usando la semplice formula:

$$d_A = \frac{l}{\delta\theta} \quad (1.69)$$

valida solo per piccoli angoli. Questa funzione è chiamata *distanza di diametro angolare*.

La distanza di diametro angolare è la distanza propria in un universo statico ed euclideo proprio come la distanza di luminosità. La distanza ds tra le estremità dell'oggetto, misurata al tempo t_e quando la luce fu emessa, può essere trovata dalla metrica di Robertson-Walker:

$$ds = a(t_e) S_k(r) \delta\theta \quad (1.70)$$

Se invece l è nota, ed è $ds=l$ allora: $d_A = S_k(r)/(1+z)$.

Comparando l'ultima espressione con la (1.68) otteniamo una relazione che lega la distanza di diametro angolare con la distanza di luminosità:

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2} \quad (1.71)$$

Inoltre in un universo piatto la distanza angolare (d_A) di un oggetto è diversa dalla attuale distanza propria, ma uguale alla distanza propria al tempo di emissione della luce:

$$d_A = \frac{d_p(t_0)}{(1+z)^2} = d_p(t_e) \quad (1.72)$$

Alcune considerazioni finali: nel limite $z \rightarrow 0$, $d_A \approx d_L \approx d_p(t_0) \approx (c/H_0)z$. Mentre nel limite $z \rightarrow \infty$, $d_L \approx zd_{hor}(t_0)$ e $d_A \approx d_{hor}(t_0)/z$. E nel modello da noi considerato (paragrafo 1.7) la distanza di diametro angolare ha un massimo per il redshift critico $z_c=1.6$ a cui corrisponde $d_A=1800Mpc$. Nel precedente sviluppo abbiamo considerato $d_{hor}(t_0)=3.12ct_0=14Gpc$. Questo vuol dire che non possiamo vedere oggetti più distanti di 14Gpc perché la luce non è ancora giunta fino a noi.

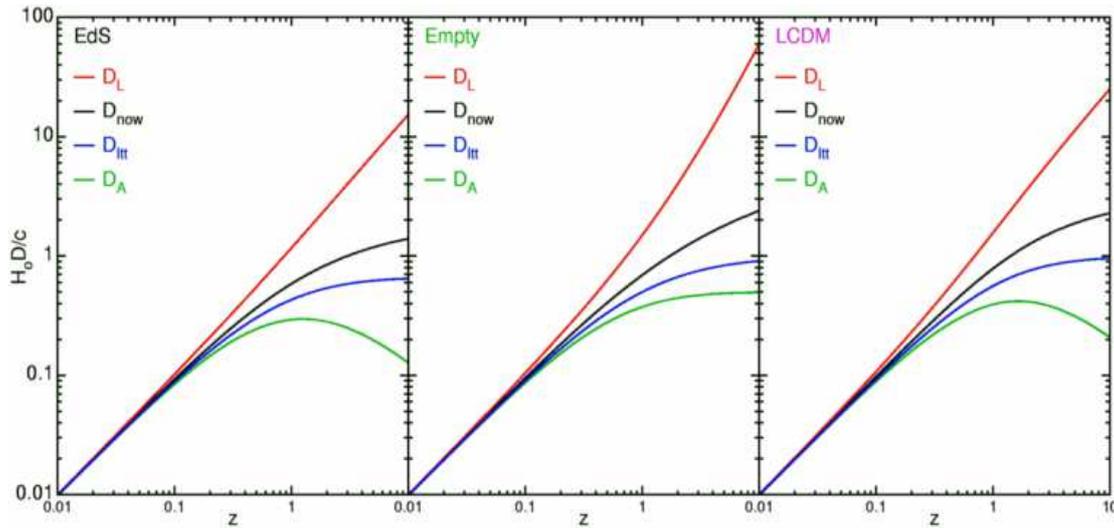


Figura 1.7: i grafici mostrano gli andamenti delle varie distanze: distanza di luminosità (rosso), distanza attuale (nero), distanza percorsa dalla luce dal tempo di emissione (età dell'universo) al tempo attuale (blu), distanza di diametro angolare (verde) in funzione del redshift nei vari modelli cosmologici: modello piatto e dominato dalla materia, universo completamente vuoto, cioè senza radiazione, materia e costante cosmologica, ma soltanto curvatura, e universo caratterizzato da $\Omega_m=0.3$ e $\Omega_\Lambda=0.7$. Si nota che per piccoli valori di z , inferiori a 0.1, non è possibile distinguere le singole curve, ma al crescere di z gli andamenti tendono ad allontanarsi tra loro: la distanza angolare e quella di luminosità divergono profondamente.

CAPITOLO 2

Ammassi di galassie: descrizione e formazione

Si parte dal dire cosa si intende per ammasso (cluster) di galassie e se ne elencano le proprietà fondamentali si elencano quindi dei possibili test cosmologici coinvolgenti i cluster. Vengono inoltre trattati i meccanismi di collasso lineare e sferico dal quale originano gli ammassi. Si esamina poi il legame che unisce gli ammassi di galassie all'espansione dell'universo, quindi si studia la funzione di massa di un ammasso e poi le funzioni di luminosità e temperatura ottenute da osservazioni X [22].

2.1 Ammassi di galassie

Le galassie si presentano prevalentemente raggruppate in sistemi contenenti da dieci a cento membri, detti *ammassi di galassie (cluster)*, legate da reciproca attrazione gravitazionale. Per la definizione di un ammasso sono stati adottati vari criteri collegati, ad esempio, al numero di galassie con grandezze comprese in un intervallo prefissato di valori (3 mag a partire dalla galassia più brillante). Oggi sono noti circa 10^4 ammassi; i più ricchi contengono 10^4 galassie entro un intervallo di 6 mag a partire dalla galassia più brillante. Gli ammassi più popolati hanno le dimensioni di alcuni Mpc e quelli più lontani, finora individuati, si trovano a distanze di qualche migliaio di Mpc [13].

Una delle proprietà più importanti degli ammassi è che più sono ricchi e compatti, più in essi è alta la frazione delle galassie ellittiche rispetto alla frazione degli altri tipi di galassie. Inoltre gli ammassi ricchi di galassie mostrano una più pronunciata concentrazione centrale di membri più brillanti rispetto a quelli più deboli.

Nella *classificazione di Zwicky*, i vari tipi di ammassi sono così ordinati [13]:

- cluster con forte concentrazione centrale, migliaia di membri e regolarità statistiche
- cluster senza evidente concentrazione centrale e di forma irregolare
- cluster senza un'apprezzabile concentrazione centrale e ridotto numero di membri

Nella tabella seguente sono elencate alcune caratteristiche di ammassi conosciuti

Nome	Numero di galassie	Diametro (Mpc)	Distanza (Mpc)
Vergine	2500	2.14	19
Perseo	500	0.88	97
Chioma di Berenice	11000	5.26	113
Ercole	300	2.5	175
Corona boreale	400	5.62	190

Tabella 2.1: dimensioni e distanze di alcuni ammassi di galassie (cluster).

Una semplice definizione di cluster può essere anche data da un punto di vista ottico: su un immagine, un cluster è una zona oltremodo densa nella distribuzione delle galassie.



Figura 2.1: immagini di Abell1689 nell'ottico, ai raggi X e della supposta distribuzione della materia oscura, ricostruita tramite le lenti gravitazionali.

Gli ammassi di galassie sono costituiti da un plasma diffuso (*InterCluster medium: ICM*) ad alta temperatura ($10^6 - 10^7$ K). Si pensa che questo plasma sia in parte il residuo della nube originaria e in parte gas espulso da galassie attive in fenomeni di collisioni tra le stesse o da esplosioni di supernovae. L'alta temperatura del gas, ricco di metalli, produce una forte emissione di radiazione X per fenomeni di bremsstrahlung. Questa alta temperatura dovrebbe derivare dalla compressione causata dall'attrazione gravitazionale esercitata dalle altre galassie o dalle interazioni nell'ambiente intergalattico.

Nelle regioni centrali degli ammassi la pressione del gas e l'attrazione gravitazionale sono in equilibrio, per cui il raffreddamento per emissione provoca una caduta del gas verso il centro nota come *cooling flow*.

Con riferimento alla figura 2.1 si deve notare che la somma delle masse delle stelle e galassie visibili nell'immagine ottica non sono la componente dominante, l'immagine ai raggi X mostra la distribuzione di un gas caldo che è la componente di materia barionica dominante. Tuttavia la massa totale deve essere maggiore per assicurare la stabilità dinamica dell'ammasso, ciò causa il cosiddetto problema della massa mancante, che può trovare soluzione nella presenza della materia oscura [13].

Per dare una semplice stima possiamo affermare che la composizione in massa di un cluster di galassie è la seguente: 80% di materia oscura, 17% di un gas caldo diffuso (*ICM*) e 3% di barioni freddi (stelle o gas freddo). La massa totale dei cluster va dalle $10^{13} M_{\text{sole}}$ alle $10^{15} M_{\text{sole}}$. Bisogna far notare che la componente di massa barionica può essere direttamente osservata (nell'ottico e nell'infrarosso per le stelle, e nella banda X per la ICM) mentre la materia oscura può essere misurata solo indirettamente tramite l'effetto delle lenti gravitazionali sul background delle galassie (vedi appendice). La massa di un ammasso di galassie si può ottenere dall'applicazione del teorema del viriale [4], nell'ipotesi che il sistema sia stazionario. Si ha infatti [13]:

$$M = \frac{2R_0\sigma^2}{G} \quad (2.1)$$

Dove σ è la dispersione della velocità delle galassie, che per gli ammassi più ricchi ha un valore medio: $\bar{\sigma} \cong 870 \text{ km s}^{-1}$, R_0 è la dimensione radiale dell'ammasso, mentre G è la costante di gravitazione universale: $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Ciò porta a delle masse elevate come accennato in precedenza.

2.2 Cosmologia da cluster di galassie

Prima di vedere come si formano gli ammassi, elenchiamo alcuni usi cosmologici che se ne possono fare. Nell'universo i cluster di galassie occupano un posto speciale nella gerarchia delle strutture cosmiche. Crescono dal collasso delle perturbazioni iniziali aventi una scala comobile tipica di circa $10h^{-1}Mpc$, e secondo il modello standard della formazione delle strutture, l'universo è dominato dalla dinamica gravitazionale in regime lineare o meno, a scale molto più grandi di questa. Alle piccole scale, processi astrofisici complessi, relativi alla formazione ed evoluzione delle galassie, divengono rilevanti (raffreddamento del gas, formazione stellare, supernovae, nuclei galattici attivi...) cambiando anche significativamente l'evoluzione dei barioni cosmici, e quindi le proprietà osservative delle strutture. I cluster di galassie marcano la transizione tra questi due regimi, per questo sono studiati come oggetti cosmologici ideali. Per calibrare un test cosmologico, bisogna conoscere in dettaglio i processi astrofisici che determinano le caratteristiche osservabili, le proprietà dei cluster ed in ultima analisi le proprietà delle nubi di plasma (materia barionica) presenti negli ammassi (ICM: InterCluster Medium).

Diversi sono i metodi per dare dei vincoli ai parametri cosmologici, attraverso gli ammassi [3]:

- La funzione di massa degli ammassi vicini provvede a dare un vincolo all'ampiezza dello spettro di potenza alla scala dei cluster. Allo stesso tempo, la sua evoluzione ci fornisce dei vincoli sul tasso di crescita lineare delle perturbazioni di densità, che trasportate nella dinamica ci portano ad avere stime sui parametri della materia ed energia oscura.
- La distribuzione a larga scala dei cluster fornisce direttamente informazioni sulla forma e l'ampiezza alla base dello spettro di potenza della materia oscura.
- Il rapporto massa-luminosità nella banda ottica può essere usata per stimare il parametro di densità di massa Ω_m , con l'implicita conoscenza della densità di luminosità media dell'universo, e sotto l'assunzione che la luce tracci la massa con la stessa efficienza fuori e dentro gli ammassi.
- La frazione di barioni nei cluster vicini ci dà delle stime sul parametro di densità di massa, noto il parametro di densità dei barioni nel cosmo. Inoltre la frazione di barioni degli ammassi lontani è un test per vincoli sulla energia oscura, posto che i barioni fuori dagli ammassi di galassie non evolvano.

Molta della cosmologia sui cluster di galassie, è però svolta grazie ad osservazioni ai raggi X dei cluster stessi. Il prossimo capitolo è perciò concentrato sulle osservabili X, dalle quali potremo, come si vedrà, trarre delle ottime stime dei parametri cosmologici e dei parametri dello spettro di potenza delle fluttuazioni di densità iniziali.

2.3 Teoria del collasso gravitazionale

Veniamo ora alla descrizione dell'evolversi delle perturbazioni che sono all'origine dei cluster. Gli ammassi si formano attraverso un *collasso gravitazionale*, guidato dalla materia oscura. Questa ipotesi semplifica notevolmente il problema dato che la materia oscura, qualunque cosa sia, si comporta, diversamente dai barioni, come un fluido non collisionale, e pertanto possiamo trascurare processi dissipativi. Se si è interessati alla massa totale, si può in prima istanza non considerare i processi che coinvolgono solo barioni (che sono una piccola percentuale). Per

descrivere l'evoluzione di un fluido senza collisioni sotto la sua stessa gravità, si possono usare le equazioni del moto di Eulero descrittive di un fluido perfetto in seguito all'assunzione di simmetria sferica[14]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho \bar{v}) &= 0 \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \bar{\nabla}) \bar{v} + \frac{1}{\rho} \bar{\nabla} p + \bar{\nabla} \phi &= 0 \\ \nabla^2 \phi &= 4\pi G \rho\end{aligned}\tag{2.2}$$

dove ρ è il campo di densità, \bar{v} è il campo di velocità, p è la pressione e ϕ è il potenziale gravitazionale generato dal campo di densità stesso. Per scoprire come la densità evolve nel tempo, consideriamo piccole perturbazioni di densità rispetto ad un fondo uniforme e stabile di densità ρ_0 , così da poter facilmente linearizzare il sistema di equazioni.

Definiamo la variabile $\delta \equiv (\rho - \rho_0) / \rho_0$ detta *sovradensità*, e assumiamo che la soluzione imperturbata del sistema sia un fondo statico: $\rho = \rho_0 = \text{cost}$. Inoltre possiamo lavorare nello spazio di Fourier e trovare soluzioni per le componenti $\delta_k = \exp(-ikr + i\omega t)$, dopo aver definito la velocità del suono in un plasma di densità ρ e pressione p come $v_s^2 = (\partial p / \partial \rho)_{\text{adiabatic}}$. Dopo un po' di algebra il sistema di equazioni precedente fornisce quindi:

$$\ddot{\delta}_k = (4\pi G \rho_0 - v_s^2 k^2) \delta_k\tag{2.3}$$

Dove $k=2\pi/R$ è il numero d'onda, in cui R è il raggio comovente.

La (2.3) può essere più semplicemente scritta $\ddot{\delta} = -\omega^2 \delta$. La cui soluzione è un oscillatore armonico con dispersione $\omega^2 = (4\pi G \rho_0 - v_s^2 k^2)$. Se si ha a che fare con la materia oscura, v_s è sostituita dalla velocità di dispersione delle particelle senza collisioni v_* . Quando ω^2 è negativo allora la soluzione è esponenziale: in un background statico, la forza gravitazionale è proporzionale alla sovradensità, e l'instabilità gravitazionale evolve rapidamente in modo esponenziale. E' da notare che la relazione di dispersione definisce una scala caratteristica per la quale la perturbazione è instabile, detta scala di Jeans.

Siamo però interessati a soluzioni più realistiche in un background in espansione. Ciò può essere ottenuto sostituendo nell'equazione (2.3) la densità scritta come $\rho_0 = \rho_0(t_0) a^{-3}(t)$, dove $a(t)$ è il fattore di scala che soddisfa l'equazione di Friedmann (1.21), allora la soluzione del problema linearizzato soddisfa l'equazione [19]:

$$\ddot{\delta}_k + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta}_k + (v_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0) \delta_k = 0\tag{2.4}$$

Il termine addizionale $2\dot{\delta}_k(\dot{a}/a)$, in cui $(\dot{a}/a) = H(t)$ è il parametro di Hubble, cambia considerevolmente il comportamento della soluzione rallentando la crescita delle perturbazioni in un universo in espansione.

In generale si trova che più veloce è l'espansione, più è lenta la crescita lineare delle perturbazioni. Il collegamento tra il tasso di espansione dell'universo e quello del collasso delle perturbazioni di densità è più forte a grandi scale. Questo perché le perturbazioni a scale maggiori sono le ultime a lasciare la fase lineare, mentre alle piccole scale collassano prima (formando le galassie). Questa è una conseguenza dello spettro primordiale delle perturbazioni

di densità, ed è vero in qualunque universo dominato dalla CDM (Cold Dark Matter). Per una trattazione più completa dell'argomento vedi [19] [14].

Ricapitolando, abbiamo un semplice modello per calcolare la fase lineare del collasso delle perturbazioni di densità in un universo in espansione; ma a noi serve descrivere gli ammassi di galassie, che hanno origine da perturbazioni non lineari. In più è necessario definire la massa dinamica totale di un oggetto rilassato. Fortunatamente è possibile descrivere un oggetto rilassato in termini degli stessi parametri usati nella teoria lineare. Grazie al teorema di Birkhoff, possiamo trascurare tutto ciò che è fuori dalla perturbazione, e descrivere una perturbazione uniforme e sferica come un sub-universo con una densità maggiore di quella critica. Siffatto universo si espande e ricollassa in un tempo finito. Se consideriamo un guscio sferico che racchiude la sovradensità, possiamo usare il modello di Friedmann-Robertson-Walker per l'evoluzione di ogni guscio in forma parametrica:

$$t = \frac{GM}{(2E_0)^{3/2}}(\eta - \sin(\eta)) \quad a = \frac{GM}{2E_0}(1 - \cos(\eta)) \quad (2.5)$$

Il massimo del raggio di espansione (a) definisce l'epoca in cui il guscio inizia a collassare, spaiato dall'espansione dell'universo. Nell'approssimazione sferica, il collasso finisce in una singolarità. Quello che realmente avviene sono però perturbazioni non perfettamente sferiche. Il risultato è che i diversi gusci in cui possiamo decomporre la perturbazione si intersecano l'un l'altro e cominciano ad oscillare attorno al centro. Per il momento possiamo assumere che, nel tempo, la perturbazione si evolva in un alone sferico autogravitante virializzato. Un alone virializzato è una regione di spazio dove la materia è gravitazionalmente legata, e dove è stabilito un equilibrio statistico tra energia potenziale e cinetica. Ogni componente in massa partecipa all'equilibrio statistico: gas, materia oscura, barionica. Tutte le particelle di queste componenti hanno una distribuzione di velocità descritte da una distribuzione di Maxwell alla stessa temperatura.

Dal *teorema del viriale* si ha che la condizione di virializzazione è: $2T + U = 0$, dove $T = M_{tot} \langle v^2 \rangle / 2$ è l'energia cinetica media per particella, e $U = -GM_{tot}^2 / R_c$ è l'energia potenziale media. La conservazione dell'energia fissa la relazione tra la massa e il raggio caratteristico dell'alone R_c , così il teorema del viriale stabilisce una corrispondenza uno a uno tra la massa dinamica totale e la temperatura viriale (essendo $\langle v^2 \rangle \propto T$)

Tornando alla soluzione lineare, come si può descrivere la formazione di aloni virializzati in termini di soluzioni lineari? La virializzazione comincia attraverso il collasso dello strato più esterno. Il valore di δ al tempo del collasso dipende dal tasso di espansione cosmico, e quindi dai parametri cosmologici. Il valore lineare della sovradensità può essere usata quindi come un indice per il collasso, fornendo così un semplice e conveniente criterio per decidere quando una perturbazione è virializzata. Da diverse considerazioni si trova ad esempio che la soglia limite per una perturbazione lineare per generare un collasso in un modello EdS (con $\Omega_m=1$) è $\delta_c=1.686$. Quando una perturbazione supera questo limite, si ha il collasso. Questo valore può essere generalizzato per diverse cosmologie.

2.4 Ammassi di galassie ed espansione dell'universo

Come abbiamo visto nel precedente paragrafo, l'espansione dell'universo causa l'evoluzione delle perturbazioni lineari che portano al collasso gravitazionale dal quale nascono gli ammassi, e che la crescita di una perturbazione è lenta se l'evoluzione è veloce.

Il parametro di Hubble nella sua forma più generale è, come abbiamo visto nel primo capitolo: $H(z) = H_0 \left[\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_k (1+z)^2 + \Omega_\Lambda (1+z)^{3+3w} \right]^{1/2}$, dove w è il rapporto tra la pressione e la densità di energia, con $w = P/\rho = -1$ che corrisponde all'energia del vuoto. Noi siamo in un universo piatto con costante cosmologica, molto simile ad un universo a bassa densità. Se fissiamo le condizioni iniziali e i parametri cosmologici possiamo predire il redshift degli aloni virializzati di una data massa. Rigirando il problema, data la misura delle condizioni iniziali (le fluttuazioni della CMB forniscono tali condizioni a $z=1100$) e contando i cluster osservati per ogni redshift, possiamo inferire il tasso di espansione dell'universo e quindi trovare i parametri cosmologici. I cluster di galassie sono molto utili in questo frangente perché rappresentano le strutture virializzate più grandi dell'universo, sensibili alla sua espansione e vicine allo spettro iniziale delle perturbazioni di densità.

Siamo quindi interessati al valor medio di δ in una data scala. Dal modello inflazionario sappiamo che le fluttuazioni del campo di densità ρ devono seguire un andamento gaussiano, perciò basta conoscerne solo la varianza per venire a conoscenza delle sue proprietà. Se il campo di densità è lineare, una scala spaziale è legata ad una scala di massa semplicemente da: $M = (4\pi/3)\rho_0 R^3$ dove ρ_0 è la densità media. Se esprimiamo il campo di fluttuazioni in termini del suo spettro di potenza di Fourier $P(k)$ otteniamo per la varianza:

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{8\pi} \int W^2(kR) P(k) d^3k \quad (2.6)$$

Dove $W(kR)$ è una funzione filtro nello spazio di Fourier. Dato che ogni modo di Fourier cresce indipendentemente dall'altro in regime lineare, ci si aspetta che $\langle \delta \rangle$ sia proporzionale al fattore di crescita lineare $D(t)$. L'epoca del collasso di una sovradensità di massa M è data dalla relazione:

$$\sigma(M) D(z_{coll}) = \delta_c \quad (2.7)$$

Dove δ_c è il valore critico corrispondente al collasso, e dove $D(z)$ è il fattore di crescita che conosciamo come la soluzione dell'equazione (2.4). Questo può essere riscritto come segue:

$$D(z) = \frac{5}{2} \Omega_m E(z) \int_z^\infty \frac{1+z'}{E(z')^3} dz' \quad (2.8)$$

Dove $E(z) = H(z)/H_0$, con H_0 costante di Hubble (definita in 1.2).

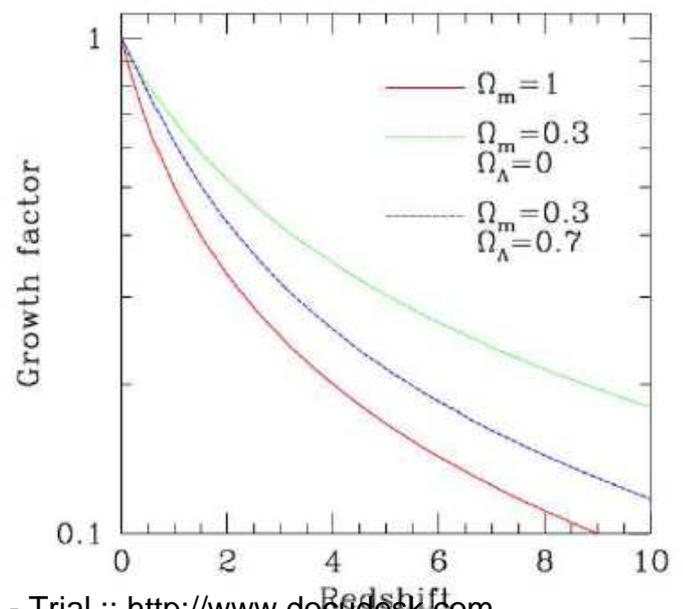


Figura 2.2: andamento del fattore di crescita lineare col redshift, per tre diversi modelli di universo[3].

Un utile passo è approssimare lo spettro lineare delle perturbazioni della densità con una legge di potenza del tipo $P(k) \propto k^n$ con $n \cong -1, -2$. In questo caso dall'equazione (2.6) si ottiene $\sigma(M) \propto M^{-a}$ con $a=(n+3)/6 > 0$.

Se il fattore di crescita è $D(t) = (t/t_0)^{2/3} = 1/(1+z)$, si può facilmente invertire la condizione $D(t)\sigma(M) = \delta_c$ ottenendo la massa tipica, che collassa ad una data epoca:

$$M_c(t) = M_{c0} (t/t_0)^{4/3} \quad (2.9)$$

Qui incontriamo una proprietà fondamentale di ogni modello basato sulla CDM: il clustering gerarchico. Per ogni $\sigma(M)$ che decresce con la massa (il che implica $a > 0$, quindi $n > -3$), oggetti più massicci si formano in tempi successivi. Il clustering gerarchico (progressivo assemblamento di strutture via via più grandi durante il tempo cosmico) è la diretta conseguenza di questa proprietà.

In realtà lo spettro delle perturbazioni è solo approssimativamente a legge di potenza. Un andamento più preciso si ricava numericamente integrando un insieme di equazioni differenziali che coinvolgono l'equazione dei fluidi per componenti relativistiche e non, in un universo in espansione. Un realistico spettro CDM non è quindi semplice come una legge di potenza: $\sigma(M)$ mostra una inclinazione variabile come esposto nella figura 2.3:

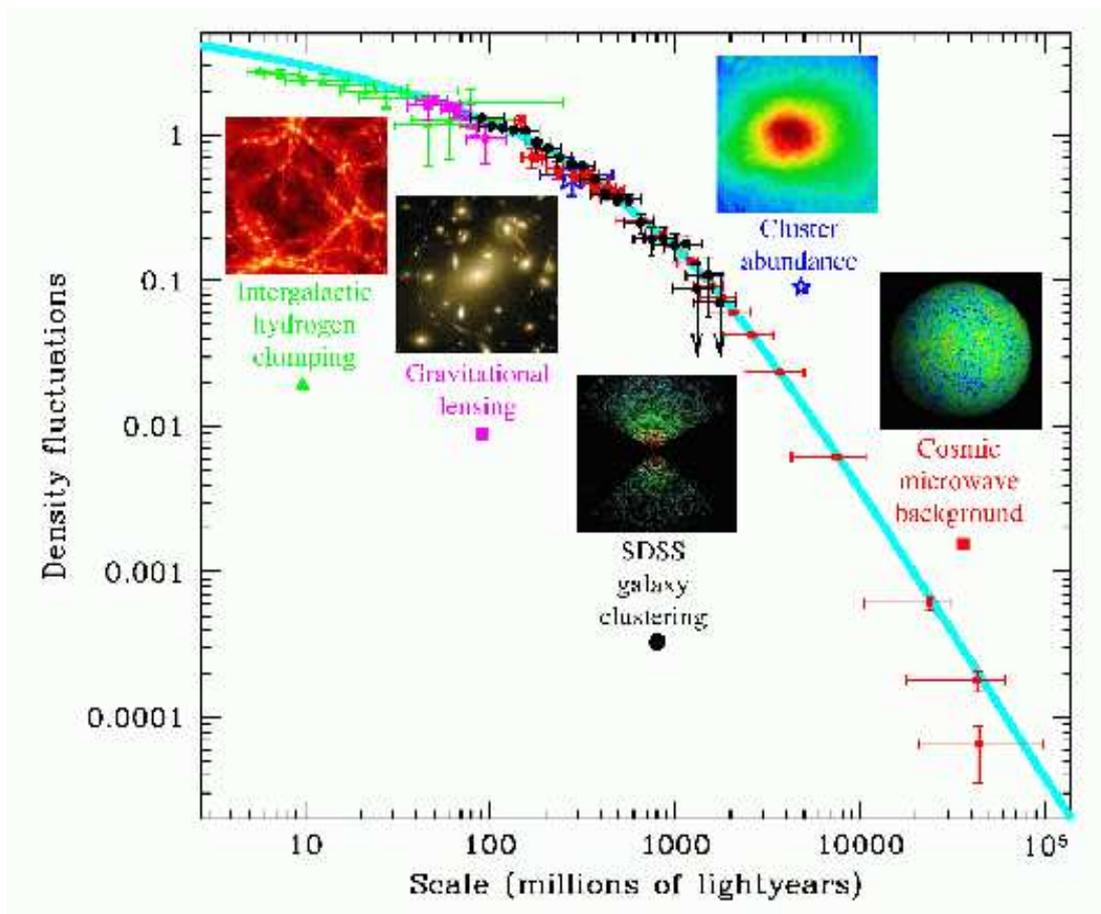


Figura 2.3: tipico andamento delle fluttuazioni lineari $\sigma(M)$ per un universo con $\Omega_m=0.3$ e $\Omega_\Lambda=0.7$, comparato con i valori ottenuti dalle osservazioni su scale differenti.[22]

2.5 La funzione di massa

A questo punto possiamo predire la tipica massa che può essere virializzata ad un dato redshift. Tuttavia per porre dei vincoli sui parametri cosmologici può essere più utile la funzione di massa, vale a dire la distribuzione numerica di clusters con una certa massa. Come prima cosa scriviamo la distribuzione di probabilità delle fluttuazioni δ , che assumiamo essere gaussiana con dispersione σ :

$$P(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\delta^2 / \sigma^2\right) \quad (2.10)$$

Dato che assumiamo una teoria lineare possiamo affermare che la frazione di massa che si trova in una regione con sovradensità più grande di una data δ , è uguale alla frazione di volume che è sovradensa relativamente alla stessa soglia. Questa frazione è semplicemente l'integrale della gaussiana dalla soglia di sovradensità all'infinito. Se poniamo $\delta_c(z) = \delta_{c0} D(0)/D(z)$, otteniamo la frazione di massa che è presente negli aloni virializzati ad una data epoca z . Questa condizione si legge:

$$N(M)M dM = \int_{\delta_c(z)}^{\infty} P[\delta, \sigma(M)] d\delta \quad (2.11)$$

Dove $N(M)$ è la densità numerica dell'aloni virializzato nell'intervallo di massa tra M e $M+dM$. Quindi possiamo ottenere un'espressione per $N(M)$ semplicemente derivando l'integrale sul lato destro rispetto alla massa:

$$N(M) = \frac{\rho}{M} \frac{d}{dM} \int_{\delta_c(z)}^{\infty} P[\delta, \sigma(M)] \quad (2.12)$$

La cui soluzione è analitica, così, tralasciando i calcoli possiamo direttamente arrivare a scrivere il risultato, conosciuto come la *funzione di massa di Press & Schechter (PS)*:

$$N(M) dM = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho}{M} \frac{\delta_c(z)}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dM} \exp\left(-\frac{\delta_c(z)^2}{2\sigma^2}\right) dM \quad (2.13)$$

Il cui andamento tipico è caratterizzato da una legge di potenza alle masse basse, e da un taglio esponenziale alle masse alte. Vedi figura 2.4.

Questa formula è al centro della maggior parte dei lavori tesi a ricavare i parametri cosmologici dai cluster di galassie. Da notare è che questa formula ha la conferma di numerosi test numerici. Ma qualche discrepanza c'è, dovuta principalmente agli effetti non lineari non inclusi nella formula. Se analizziamo la figura 2.4 notiamo che la formula di PS tende a sottostimare la densità numerica degli aloni ad un alto redshift. Tuttavia se consideriamo che gli ammassi vengono tuttora osservati circa a redshift 1, è sorprendente come questo accordo con le simulazioni numeriche N-body, assai complicate e dispendiose in tempo macchina, permanga anche a redshift più elevati.

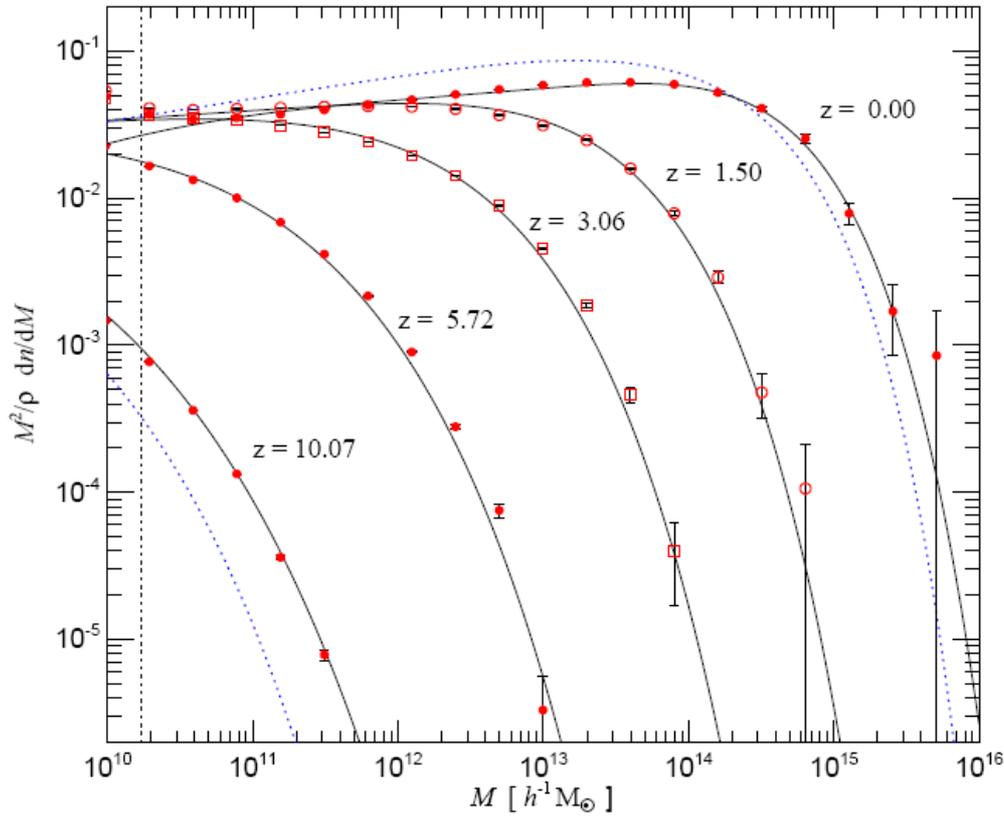


Figura 2.4: La funzione di massa di Press & Schechter (linea punteggiata) testata con simulazioni a N corpi (punti rossi con barre d'errore e linee continue)[22].

2.6 Dalla funzione di massa alle distribuzioni delle osservabili

Finora abbiamo identificato due set di parametri: le condizioni iniziali con $\sigma(M)$ (normalizzazione e forma dello spettro di potenza), e i parametri cosmologici (Ω_m , Ω_Λ , w) con $\delta_c(z)$ (densità critica per il collasso) e soprattutto con la normalizzazione della funzione di massa. Come si può facilmente vedere dalla figura 2.4 e dall'equazione (2.13), il taglio esponenziale alle masse alte è nella regione in cui la funzione è più sensibile ad entrambi i set di parametri, attraverso la normalizzazione dello spettro di potenza (σ_8 , che è l'ampiezza dello spettro ad una scala pari a $8 h^{-1} Mpc$) e il fattore di crescita lineare $D(z)$.

Se normalizziamo la nostra funzione di massa per avere la stessa densità locale degli ammassi oggi, l'evoluzione con z appare più veloce per $\Omega_m=1$ che per universi aperti o Λ -dominati, questo è mostrato dalla simulazione a N corpi riportata in figura 2.5.

In molti casi però noi non misuriamo direttamente la massa virializzata, ma solo la luce emessa in una data banda dello spettro.

Nel nostro caso, come vedremo brevemente, ci concentreremo nel misurare la luminosità totale L nella banda X (lunghezze d'onda comprese tra 10^{-8} e 10^{-12} metri) e la temperatura virializzata T del gas diffuso. Per avere un andamento teorico usiamo le relazioni $M-L$ o $M-T$. Dal teorema del viriale queste relazioni possono essere ottenute dal modello di collasso sferico. Possiamo così scrivere la *funzione di luminosità* (XLF):

$$\phi(L)dL = N(M) \frac{dM}{dL} dL \quad (2.14)$$

Definita come il numero di ammassi di galassie che hanno una data luminosità nella banda X.

E la funzione di temperatura (XTF):

$$\phi(T)dT = N(M) \frac{dM}{dT} dT \quad (2.15)$$

Definita come la densità numerica di ammassi di galassie con una data temperatura.

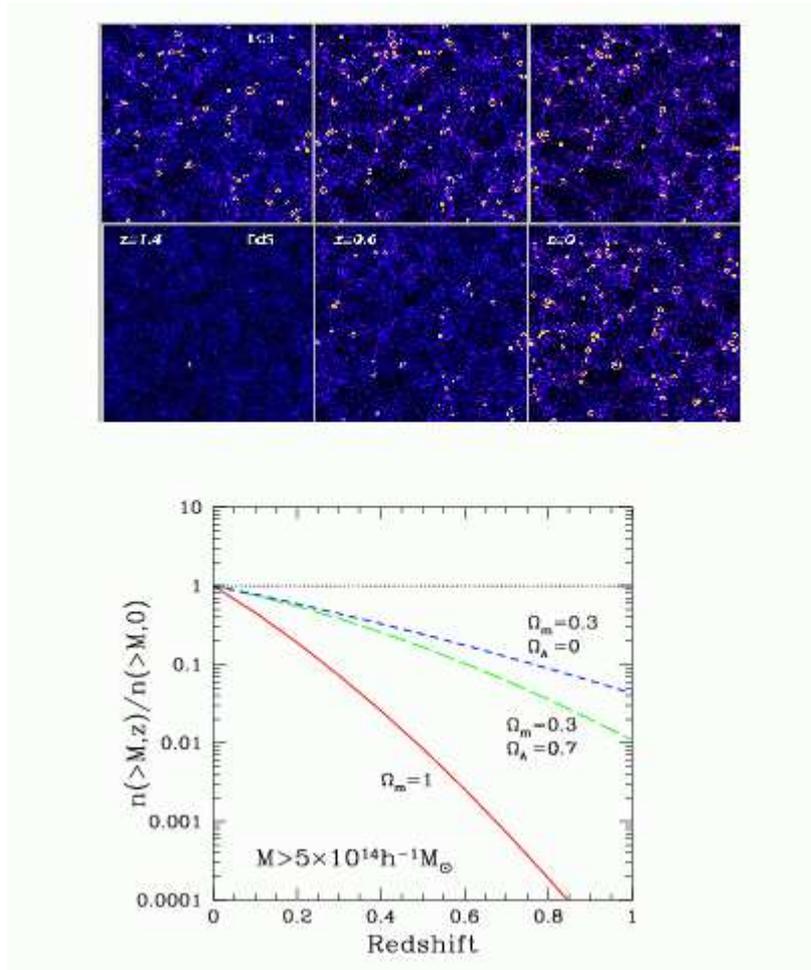


Figura 2.5: sopra: cluster (cerchietti) in una simulazione a N corpi per un universo con $\Omega_m=1$ (sotto) comparata con un universo aperto (FRW)(sopra) . Sotto: andamento della densità dei cluster (con la massa virializzata) verso il redshift per differenti scelte dei parametri cosmologici[22]($M > 5 \times 10^{14} h^{-1} M_{sole}$) .

CAPITOLO 3

Vincoli sui parametri cosmologici da misure di raggi X emessi da ammassi di galassie

Questo capitolo è una introduzione ai test cosmologici con gli ammassi di galassie. Non si intende fornire una completa trattazione del soggetto, piuttosto descriverne le procedure di base. Ci concentreremo principalmente sulle proprietà dei raggi X emessi dagli ammassi, mostrando il loro successo come strumenti cosmologici; si finirà quindi con una breve e schematica discussione sulla termodinamica della ICM e del suo impatto sui test cosmologici.

3.1 Dalle osservazioni ai parametri cosmologici

Come abbiamo visto necessitiamo di una buona determinazione della densità numerica degli ammassi di galassie in funzione del redshift. Inoltre sappiamo che ci servirà la funzione di luminosità XLF o, nel migliore dei casi la funzione di temperatura XTF degli ammassi. Ciò implica che dovremo essere in grado di: cercare i cluster, misurare con accuratezza le quantità che ci interessano (M, L, T), e definire la *completezza* del nostro campo di osservazione. Completezza vuol dire che, per un determinato angolo solido del cielo, noi siamo in grado di determinare tutti gli oggetti con luminosità (o temperatura o massa) compresa in un dato intervallo di valori e di redshifts. Meglio perciò un campo con pochi oggetti determinati che non uno con tanti oggetti ma con una completezza non ben definita.

La migliore finestra per osservare i cluster è probabilmente nella banda X. Nell'ottico si può osservare un vasto campo, ma la completezza è estremamente difficile da ottenere: gli ammassi più remoti sono di difficile determinazione, c'è contaminazione dal background di galassie nonché i tempi di osservazione sono assai lunghi. Nel millimetrico, i clusters possono essere rivelati tramite l'effetto SZ (Sunyaev-Zel'dovich [27][26]), ovvero un effetto compton inverso, ma è ancora difficile misurare l'emissione dei cluster di galassie con questa tecnica. Nell'X invece i cluster appaiono come sorgenti con un forte contrasto nel cielo fino ad alti redshifts. Grazie alla dipendenza dell'emissione X dal quadrato della densità del gas, infatti, le immagini X sono libere da effetti di contaminazione da parte di strutture di fondo lungo la linea di vista. In altre parole, i cluster sono la seconda fonte di emissione X dopo i nuclei galattici attivi come è evidente nella figura 3.1 in evidente contrasto con la situazione nell'ottico e nel millimetrico dove la loro emissione risulta assai minore rispetto al background.

Una survey negli X può quindi fornire un insieme di clusters con una ben definita completezza, grazie al fatto ulteriore che l'emissione X dei cluster è continua ed ha il picco centrale corrispondente al nucleo del cluster.

Cerchiamo ora di stabilire una connessione robusta tra la massa totale e la luminosità X. Un problema potenziale concerne il fatto che il flusso X è sensibile alle irregolarità nella distribuzione del gas. Questo problema non è drammatico, poiché i cluster appaiono sferici e privi di irregolarità, inoltre la teoria provvede ad una connessione tra la massa totale e le proprietà del mezzo all'interno del cluster.

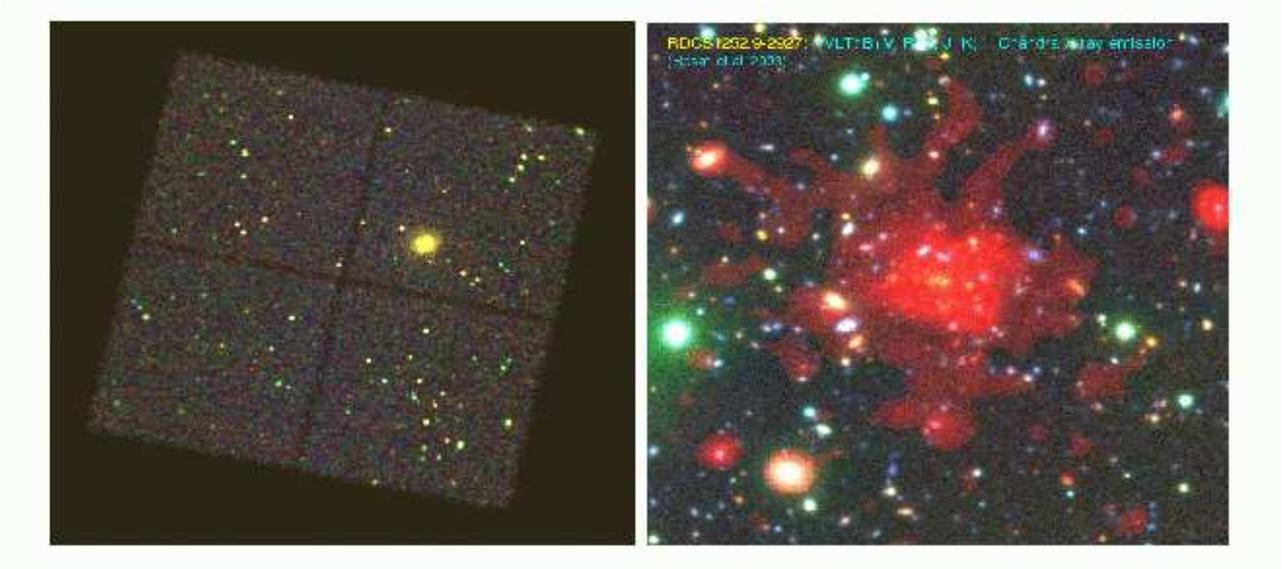


Figura 3.1: sinistra: il cluster MS1137 a $z=0.79$ (le altre sorgenti sono AGN); destra: l'emissione X del cluster RXJ1252. Le immagini sono state scattate dal satellite Chandra[22].

3.2 L'emissione X dai cluster di galassie

Le osservazioni in X iniziate negli anni 60 da Giacconi sono ora portate avanti dai satelliti XMM-Newton e Chandra, purtroppo questi satelliti non hanno un grande campo e forniscono immagini ristrette seppur belle degli oggetti che ci interessano.

Siamo comunque a conoscenza del fatto che la maggior parte dei barioni nei cluster è sottoforma di plasma caldo. Questo plasma è otticamente sottile e irradia tramite la radiazione di bremsstrahlung. È in equilibrio collisionale e dunque la sua temperatura è fissata dalla massa dinamica degli ammassi di circa 10^{14} - $10^{15}M_{\text{sole}}$ nell'intervallo di 10-100 milioni di kelvin (circa 1-10 KeV). Questo implica che la maggior parte dell'emissione è nella banda X. L'emissività totale dovuta alla bremsstrahlung termica è ottenuta integrando sulla distribuzione delle velocità degli elettroni del plasma, e dopo un'ulteriore integrazione sulle frequenze, può essere scritta come:

$$\frac{dL}{dV} = 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e^2 Z^2 \bar{g}_B \text{ ergs}^{-1} \text{ cm}^{-3} \quad (3.1)$$

Dove Z è il numero atomico degli ioni e \bar{g}_B è la velocità media del fattore di Gaunt (che nella bremsstrahlung lega gli effetti quantistici a quelli classici) mediato sulle frequenze. Come prima cosa notiamo la dipendenza dell'emissività totale dal quadrato della densità degli elettroni (n_e). Questa è la principale ragione per cui i cluster sono sorgenti ad alto contrasto nel cielo ai raggi X, e perché la contaminazione del background non è importante come nell'ottico dove la luminosità scala linearmente con la massa. Notiamo inoltre la debole dipendenza dalla temperatura.

Un altro contributo alla luminosità X viene dall'emissione lineare dovuta agli ioni. Questo contributo è trascurabile finché le temperature sono maggiori di 5KeV, quando pressoché tutti i nuclei pesanti sono totalmente ionizzati. L'emissione lineare si incrementa invece alle basse temperature, e comincia ad essere rilevante sotto i 2KeV. Questo aspetto è importante quando si studia la produzione dei metalli nei cluster e la loro diffusione nella ICM.

L'equazione (3.1) dà la luminosità per unità di volume, quindi la luminosità totale L deve essere ottenuta integrando fino al raggio di virializzazione. Nella più semplice assunzione di isotermità

($kT=cost$ per ogni raggio del cluster), l'unica quantità rilevante è il quadrato della densità di elettroni, assunta proporzionale alla densità del gas n_g .

In generale il profilo della densità del gas è descritto dal cosiddetto *modello β* , secondo cui l'ammasso consiste in un nucleo centrale piatto e un alone sferico e isoterma decrescente nelle regioni esterne:

$$n_g \propto \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}\beta} \quad (3.2)$$

Dove r_c è il raggio del nucleo, r la distanza dal centro dell'ammasso, e il parametro $\beta=0.5-1.0$ può essere interpretato come il rapporto dell'energia specifica delle particelle di materia oscura sulla temperatura del gas.

Dato l'andamento decrescente al di là del nucleo centrale e data la dipendenza dal quadrato della densità di elettroni, solo le regioni centrali sono chiaramente osservabili nelle immagini X. Spesso si preferisce riferire tutte le quantità al raggio osservabile che è di solito circa la metà o meno del raggio virializzato.

Una volta ottenute la densità dei barioni dalla brillantezza della superficie X, e la temperatura del gas, possiamo misurare la massa totale semplicemente applicando le condizioni di equilibrio idrostatico:

$$M(< r) = -\frac{kTR}{G\mu m_p} \left(\frac{d \log(\rho_g)}{d \log(r)} + \frac{d \log(T)}{d \log(r)} \right) \quad (3.3)$$

Dove μ è il peso molecolare medio ($\mu=0.6$), m_p è la massa del protone e k la costante di Boltzmann. Qui lasciamo che la temperatura sia libera di variare con il raggio. Questa equazione è semplice nel caso isoterma e in generale le masse ottenute in questo modo sono vicine a quelle ottenute con il teorema del viriale $T \propto M^{2/3}$. D'altra parte è ben noto che i cluster non sono perfettamente isotermi e hanno una funzione di temperatura leggermente decrescente verso l'esterno e, in più della metà dei cluster locali, un decremento brusco di quasi un fattore 3 nelle regioni più interne.

La misura del profilo di temperatura è molto importante ma è sempre più difficile a redshift sempre più alti dato che servono molti fotoni per misurare T nelle varie regioni interne. Per questa ragione le masse virializzate di cluster distanti sono spesso derivate assumendo l'isoterma. Sappiamo che la luminosità è più affetta dai dettagli della distribuzione di gas, mentre la relazione $M-T$ appare più stabile dato che è basata direttamente sul teorema del viriale. Ma la luminosità è più facile da misurare (servono meno fotoni), e quindi possiamo osservare molti più cluster senza aspettare un lungo tempo di posa del telescopio. E' possibile costruire fenomenologicamente la relazione $L-T$, confrontando i dati con una formula del tipo:

$$L_{bol} = L_6 \left(\frac{T_X}{6KeV} \right)^\alpha (1+z)^A \left(\frac{d_L(z)}{d_{L,eds}(z)} \right)^2 10^{44} h^{-2} ergs^{-1} \quad (3.4)$$

Dove α è circa 3, e $d_L(z)$ è la distanza di luminosità definita dalla (1.66), mentre il *parametro di evoluzione* A è più incerto e varia tra 1 e 0; invece L_6 è una costante di normalizzazione. Una volta stabilita la relazione tra raggi X osservabili e la massa possiamo quindi comparare la XLF e la XTF con le nostre predizioni.

3.2.1 Misura di Ω_m dalla funzione di luminosità da raggi X osservata

La funzione di luminosità è semplice da misurare: per prima cosa contiamo tutti gli ammassi presenti nel campo visivo, quindi misuriamo il loro flusso, contando i fotoni provenienti da ogni cluster. Si deve poi conoscere il redshift di ogni cluster che può essere ottenuto con tecniche fotometriche o spettroscopiche. Così una volta determinato un insieme di ammassi con luminosità al di sopra di un certo flusso (f_{lim}), costruiamo la funzione di luminosità XLF sommando il contributo di densità spaziale di ogni cluster in un dato intervallo di luminosità ΔL :

$$\phi(L_x) = \frac{1}{L_x} \sum_{i=1}^n \frac{1}{V_{max}(L_i, f_{lim})} \quad (3.5)$$

Dove V_{max} è il volume totale osservato definito da:

$$V_{max} = \int_0^{x_{max}} S[f(L, z)] \left(\frac{d_L(z)}{(1+z)} \right)^2 \frac{cdz}{H(z)} \quad (3.6)$$

Dove $S(f)$ è la copertura del cielo che dipende dal flusso, e $d_L(z)$ è la distanza di luminosità (vedi paragrafo 1.8). Otteniamo informazioni sui parametri cosmologici sia dalla forma della funzione, sia dalla sua dipendenza dal redshift. La forma della XLF è ben conosciuta grazie alle numerose sorgenti osservate. Vedi figura 3.2.

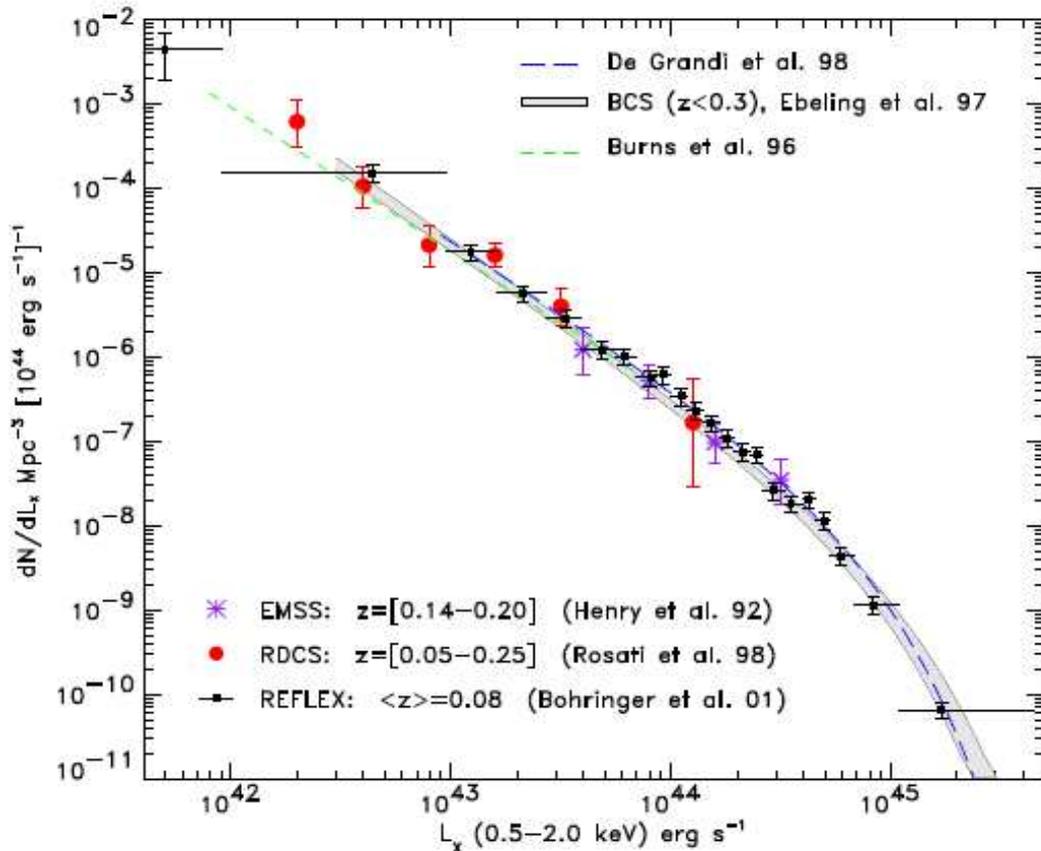


Figura 3.2: la funzione XLF per diversi insiemi di cluster per un universo con $\Omega_0=1$ e $H_0=50Kms^{-1}Mpc^{-1}$ [22].

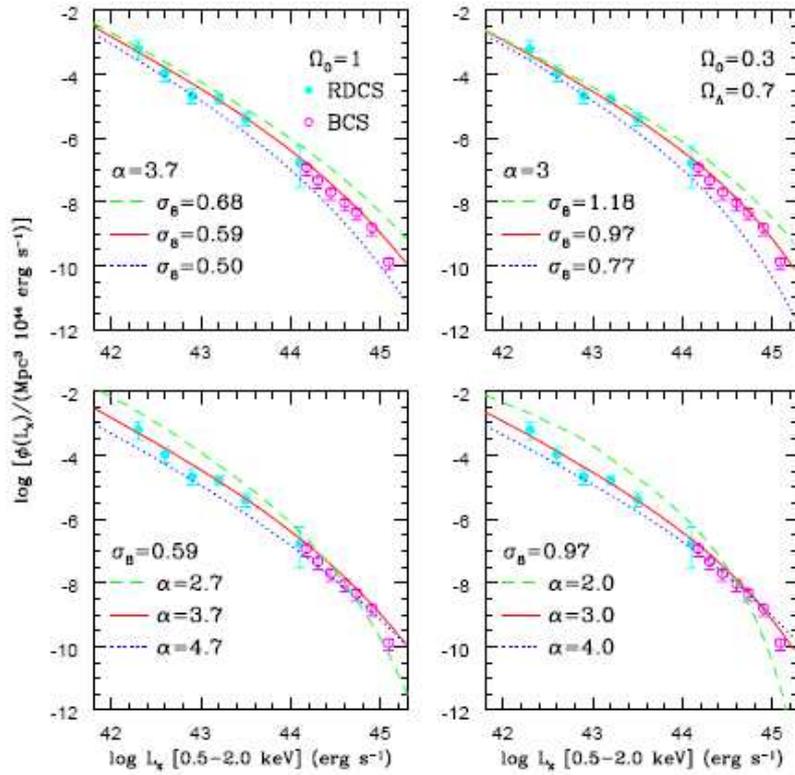
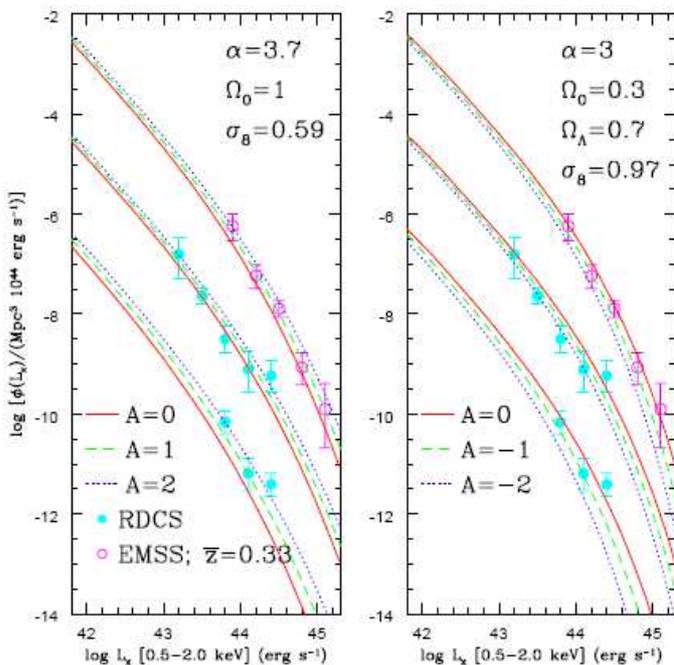


Figura 3.3: La funzione XLF di ammassi di galassie da RDCS (cerchi pieni) e BCS (cerchi vuoti) per differenti valori di σ_8 e del parametro α per l'andamento della relazione $L-T$ [22].

Questo ci dà informazioni sui dati per $z=0$, cercando i parametri che minimizzano il χ^2 calcolato sulle funzioni di luminosità ottenute dalla equazione (3.5). Tuttavia quando sono usati solo dati locali, troviamo una grande degenerazione dei parametri cosmologici. Bassi Ω_m possono essere compensati da alti valori della normalizzazione dello spettro σ_8 . Per far sì che ciò non avvenga usiamo l'evoluzione con il redshift. Ma se escludiamo gli ammassi più luminosi (che mostrano un cenno di evoluzione alle grandi luminosità), nella gran parte degli ammassi, meno luminosi e posti ad alto redshift, non si riscontra un'evoluzione dei cluster col redshift, ciò significa che il parametro di densità Ω_m è significativamente minore di 1, poiché entra in gioco la costante cosmologica Λ , che fa sì che le strutture non cambino. Applicando questo test cosmologico ai cataloghi RDCS e EMSS, si è trovata una compatibilità in termini di età cosmica, ma, dato il piccolo angolo solido prescelto rispetto alle deboli sorgenti, ciò non prova bene l'andamento finale ad alte luminosità. Risultati in figura 3.4.



Applicando questo test cosmologico ai cataloghi RDCS e EMSS, si è trovata una compatibilità in termini di età cosmica, ma, dato il piccolo angolo solido prescelto rispetto alle deboli sorgenti, ciò non prova bene l'andamento finale ad alte luminosità. Risultati in figura 3.4.

Figura 3.4: la XLF di cluster di galassie per tre intervalli di redshift diversi: $z=0.3-0.6$ (dati EMSS); $z=0.25-0.50$; $z=0.50-0.85$ (dati RDCS). Curve differenti rappresentano evoluzioni differenti. [22]

Qualche degenerazione, inoltre, è presente anche quando si fitta la XLF ad alto redshift. Notiamo altresì che i vincoli sui parametri cosmologici Ω_m e σ_8 , sono deboli se i parametri α e A , descrittivi della pendenza e l'andamento della relazione $L-T$, sono fatti variare senza le incertezze legate alle osservazioni (effetti della ICM sul flusso X osservato).

Le incertezze sui parametri cosmologici sono meglio mostrate come contorni di confidenza, così si possono anche valutare gli effetti delle incertezze associate ai parametri descrittivi la relazione $L-T$. In figura 3.5 sono mostrati i livelli di confidenza nello spazio Ω_m, σ_8 che si spostano quando i parametri α , A e β (normalizzazione della relazione $M-T$), sono liberi di variare (i contorni corrispondono a 3σ). Dunque le incertezze sulle proprietà della ICM affliggono i test cosmologici significativamente.

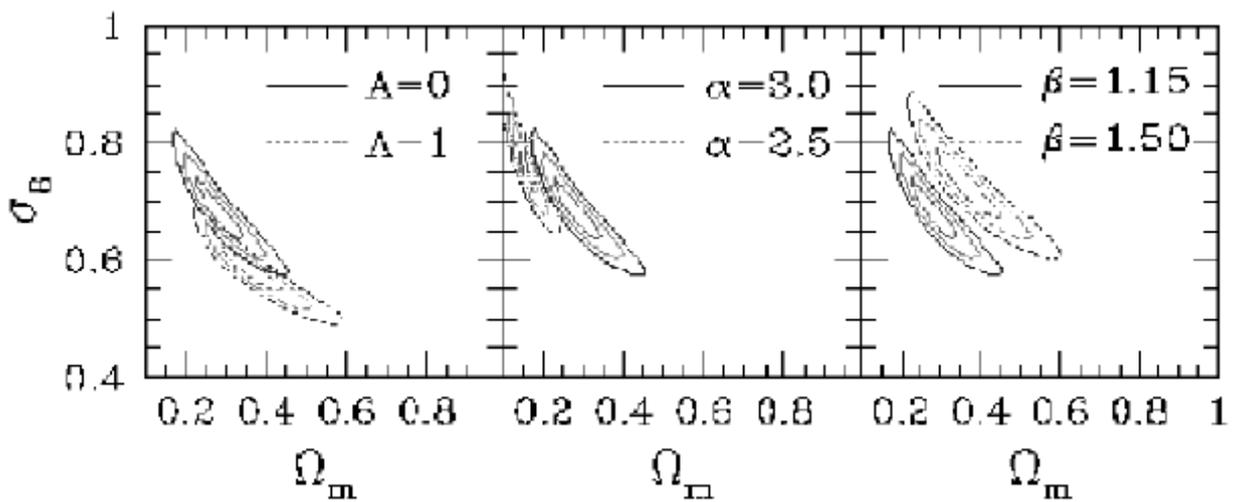


Figura 3.5: livelli di confidenza per il parametro di densità Ω_m e la normalizzazione della densità dello spettro delle fluttuazioni σ_8 con il fit ad alti z per differenti scelte dei parametri delle relazioni $L-T$ (α ed A) e $M-T$ (β) [22].

La situazione è peggiore quando si cerca di investigare sul parametro della energia oscura w . Mentre il parametro Ω_m è ben determinato grazie ai cluster di galassie, w è difficilmente individuabile. Recentemente si è cercato di stimarlo unendo i dati dei cluster con quelli delle supernovae Ia (figura 3.6).

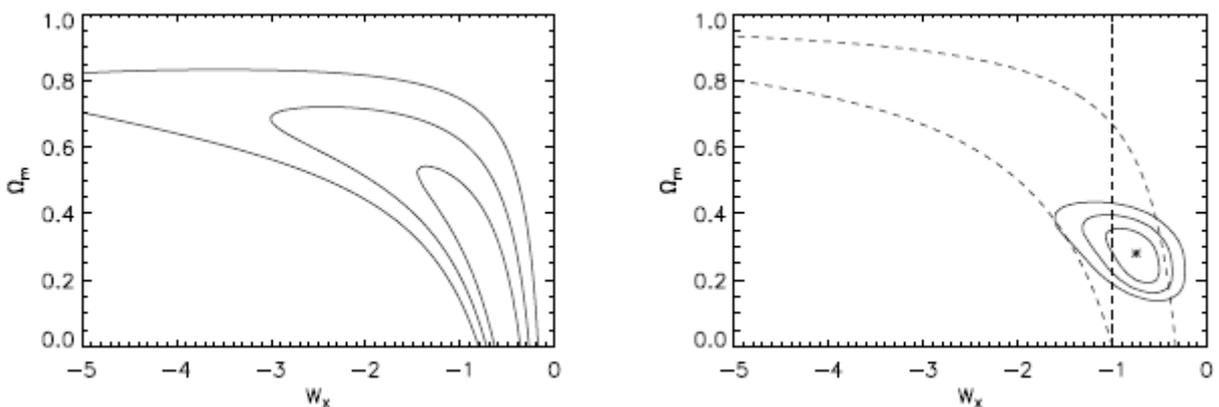


Figura 3.6: livelli di confidenza (da 1 a 3 sigma) nel piano $\Omega_m w$ da dati di SNIa (senza e con REFLEX). [22]

3.2.2 Misura di Ω_m dalla funzione di temperatura da raggi X osservata

Abbiamo visto che la relazione $M-L$ è ragionevolmente spiegata sulla base del collasso sferico, ma abbiamo anche una possibile scorciatoia grazie alla misura diretta della relazione $L-T$. Quando si usa la XTF, il prezzo da pagare, è quello che è molto difficile assemblare un insieme completo di ammassi con temperature misurate ed errori ragionevoli. Tuttavia con questa funzione si ottengono stime migliori. Una buona notizia è che i vincoli dalla XTF sono simili a quelli dalla XLF. Quelli della XTF sono centrati attorno al valore $\Omega_m=0.3$ per un universo piatto, provvedendo contemporaneamente a delle stime significative sulla normalizzazione dello spettro. Risultati sono graficati in figura 3.7. Bisogna dire che si i vincoli sono forti, ma che c'è anche una importante degenerazione nello spazio Ω_m, σ_8 .

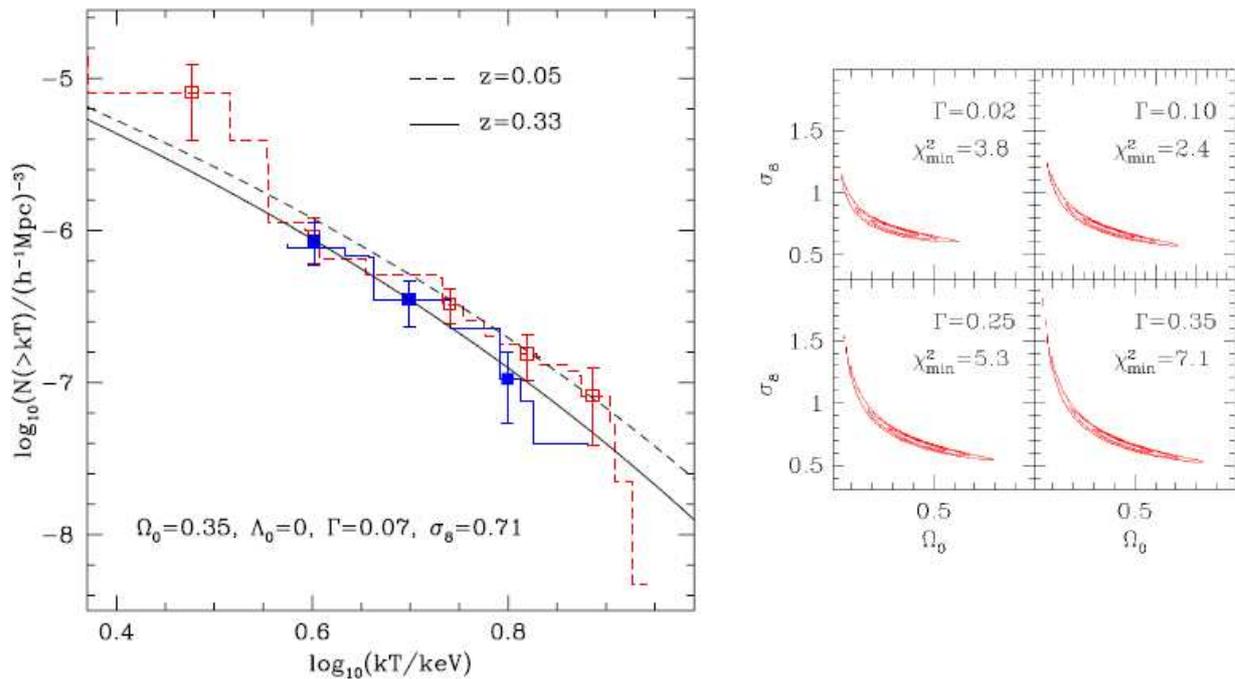


Figura 3.7: sinistra: fit con la XTF; destra: livelli di confidenza nello spazio Ω_m, σ_8 .

Un altro problema arriva dalla normalizzazione della relazione $M-T$ (il valore di β trovato dalle simulazioni a N corpi è maggiore di quello osservato). L'effetto netto è quello della propagazione delle incertezze anche sulla XTF allo stesso modo di come i parametri della relazione $L-T$ indeboliscono le stime della XLF. È dunque chiaro che le incertezze maggiori vengono dal fatto che sappiamo poco della relazione di scala che lega la massa alla ICM, sia dal punto di vista teorico che osservativo. Studi hanno mostrato che i vincoli cosmologici derivati dalle XLF e XTF sono consistenti fra loro, ma che gli errori statistici sui parametri cosmologici sono più grandi di quelli attesi.

L'unica via di uscita è studiare meglio i dati presi da ogni singolo ammasso per capire la relazione che li lega alla ICM.

3.3 Cenni di fisica della ICM

Dall'equazione (3.1) assumendo $n_e \propto \rho_{tot}$ (cioè che i barioni seguano la distribuzione della massa totale), e integrando sul volume, si ottiene $L \propto T^2$. Questa è la relazione L-T aspettata dalla teoria detta *auto-similare* [14](*self similar scaling*). Se i barioni seguono la distribuzione della massa totale ogni osservabile nella banda X scala con qualche potenza della massa. In altre parole i cluster minori sono le versioni re-scalate in massa dei cluster più massivi.

Ragionevolmente ci aspettiamo che la termodinamica della ICM sia dominata dalla materia oscura, e che questa si muova tramite processi gravitazionali, come shock o compressioni adiabatiche durante la fase di virializzazione e il conseguente aumento in massa per accrescimento. L'andamento auto-similare è anche supportato da simulazioni N-body. Ma in questo modo qualcosa non va, infatti nella relazione L-T osservata si ha un $\alpha \geq 3$ (al posto di 2 o minore prescritto dalla teoria auto-similare). Questo spiega il perché ci sono delle degenerazioni facendo variare i parametri della relazione di scala della ICM. Quindi i parametri termodinamici introducono delle grandi incertezze sui parametri cosmologici. Per prima cosa, per avere una relazione che riguardi la ICM, bisogna trovare un processo fisico che porti naturalmente ad avere $L \propto T^3$: un processo che implichi una progressiva diminuzione della luminosità dei raggi X per masse basse o alle basse temperature come in figura 3.8.

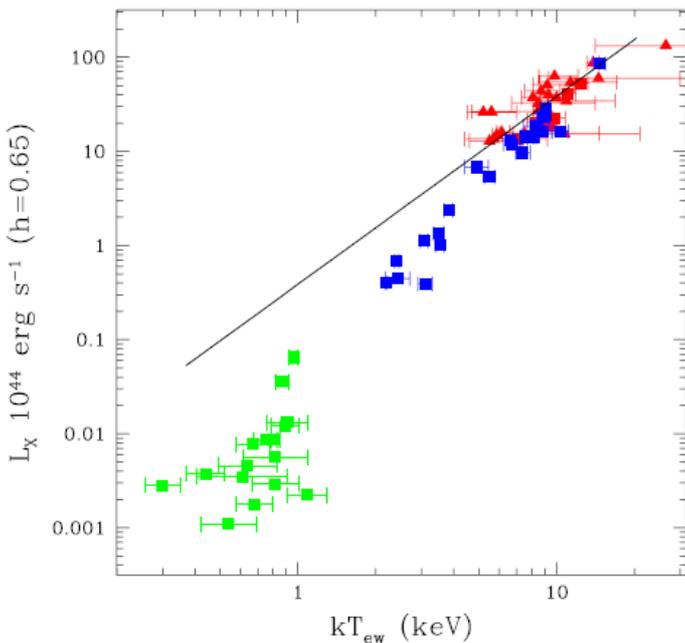
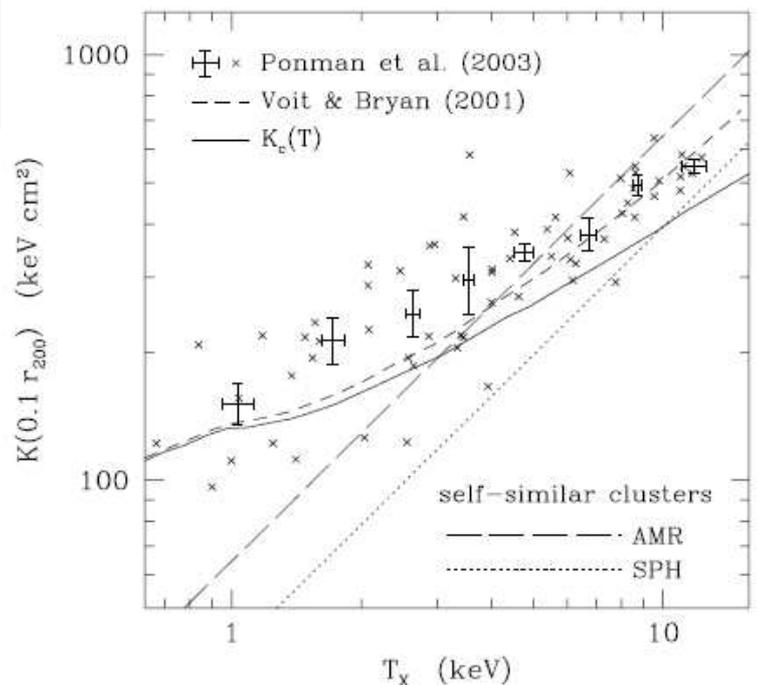


Figura 3.9: A lato: l'andamento dell'entropia, mostra che per basse temperature l'entropia è più alta rispetto al modello auto-similare.[22]

Figura 3.8: la relazione L-T per cluster mostra l'andamento più ripido rispetto al modello auto-similare (linea continua).[22]



Possiamo provare a diminuire la luminosità imponendo una densità minore nel centro degli ammassi. Per far ciò si deve aggiungere una pressione extra o dell'energia extra al centro dell'ammasso. Questa energia extra non si deve però tradurre in una temperatura più alta.

Quello che succede è l'aumento della pressione del gas.

Una quantità utile per descrivere questo comportamento è $K \propto T/n^{2/3}$: la normalizzazione dell'equazione di stato della ICM, che è quella di un gas perfetto degenere: $p = K\rho^{5/3}$. Ricordando che l'entropia è $S = N\ln(K)$, con N numero di particelle, e che rimane costante durante la compressione adiabatica (cambia solo in presenza di shock), un altro modo per far vedere il non funzionamento della self-similar scaling nei cluster è mostrare l'entropia come funzione della temperatura, figura 3.9. L'effetto desiderato si ottiene dando ad ogni particella di gas l'energia di 1KeV. L'effetto aumenta fortemente a basse temperature, quando l'energia extra diventa una parte significativa sul totale di quella gravitazionale. Dal punto di vista termodinamico il problema è dunque risolto, ma qual è il meccanismo fisico responsabile dell'energia extra?

Abbiamo due candidati: il primo è l'effetto dei processi di formazione stellare (testimoniato dalla presenza di elementi pesanti nella ICM), il secondo è la conseguenza dell'attività nucleare negli ammassi di galassie. Attualmente l'interazione tra i getti degli AGN (Active Galactic Nuclei) e la ICM è stata direttamente osservata, come mostrato in figura 3.10.

L'esempio più spettacolare è l'ammasso di Perseo, dove getti dal nucleo galattico attivo centrale stanno spingendo la ICM formando due grandi cavità simmetriche verso il centro dell'ammasso.



Figura 3.10: da destra a sinistra: l'attività del AGN crea cavità nella ICM nell'ammasso di Perseo; fronte freddo in Abell2142; 1E0657-56, the bullet cluster.

Ma le osservazioni dei satelliti Chandra e XMM hanno riservato altre sorprese: la presenza di fronti freddi e scontri tra cluster (vedi appendice) influisce sull'equilibrio dell'ammasso. Inoltre è stato scoperto che la ICM nelle regioni centrali dei cluster non si raffredda mai più di un fattore 3 rispetto alla temperatura viriale, nonostante il tempo di raffreddamento sia più corto dell'età del cluster. La fisica della ICM è molto più complessa dell'aspettato, e ciò forza a riconsiderare tutte le relazioni tra le osservabili ai raggi X e la massa dinamica. Capire i problemi del riscaldamento non gravitazionale della ICM dalle retroazioni energetiche dalla formazione delle stelle o dall'attività nucleare, è una chiave per capire la formazione delle strutture cosmiche.

3.3.1 Stima di Ω_m grazie ad un test sulla ICM

Invece che sulla dinamica dei cluster, questo test focalizza sulla *frazione di massa barionica* in un ammasso f_B [30]. Semplicemente ci basta la misura della massa totale, e contare tutti i barioni sottoforma di stelle e ICM.

Da simulazioni numeriche ci aspettiamo che se misuriamo f_B ad un raggio in cui domina la gravità, allora f_B non è affetto dalla fisica della ICM; pertanto deve essere:

$$f_B = \frac{\Omega_B}{\Omega_m} \quad (3.7)$$

In altre parole, i barioni sono spaiati rispetto alla distribuzione della materia oscura nelle regioni ad alta densità.

Il raggio viriale include una regione chiusa in cui la composizione media non cambia durante l'evoluzione dell'ammasso.

È facile sincerarsi che la misura di f_B e la conoscenza di Ω_B derivata dalla *nucleosintesi primordiale* [19], o dalla CMB dà una misura lineare di Ω_m ; ma non è tutto: per la stessa ragione, la frazione di barioni non evolve col redshift. Tuttavia, la misura attuale di f_B dipende dalla distanza di diametro angolare d_A (vedi paragrafo 1.8).

La massa dei barioni si ritrova misurando il flusso proveniente dall'ammasso e conoscendo le sue dimensioni. La relazione tra il flusso misurato F_X e la massa del gas che emette nell'X (M_{gas}) è:

$$F_X = \frac{L_X (1+z)^{-4}}{4\pi d_A^2} \propto \frac{M_{gas}^2}{\theta_c^3 d_A^5} \quad (3.8)$$

D'altra parte la massa totale dipende dalla distanza angolare come: $M_{tot} \propto \theta_c d_A$, dove θ_c è la dimensione angolare dell'ammasso.

Segue che $f_B = M_{gas} / M_{tot} \propto d_A^{3/2}$. Dunque abbiamo due vantaggi: il valore della densità dei barioni fornisce il valore di Ω_m , mentre la sua evoluzione apparente dipende dai parametri cosmologici tramite d_A .

Come conferma del test cosmologico richiediamo che ci sia una evoluzione della f_B osservata. Ogni evoluzione che appare nella frazione di barioni, è la spia grazie alla quale siamo sicuri di aver sbagliato i parametri cosmologici. È quindi importante effettuare questo test nel più ampio possibile intervallo di redshift (vedi figura 3.11 sinistra)

Questo è un test geometrico, non dinamico, ed è molto sensibile a Ω_Λ . Tuttavia, è noto che la differenza della frazione di barioni da cluster a cluster, data l'assunzione di un valore universale di f_B per tutti gli ammassi di una data epoca, è più grande del previsto. Ciò può essere dovuto al fatto che le masse dinamiche e le frazioni di barioni misurate sono affette dalla complessità della fisica della ICM.

Rimane però il fatto che questo test, combinato con la CMB e le supernovae Ia è molto potente, come mostrato in figura (3.11).

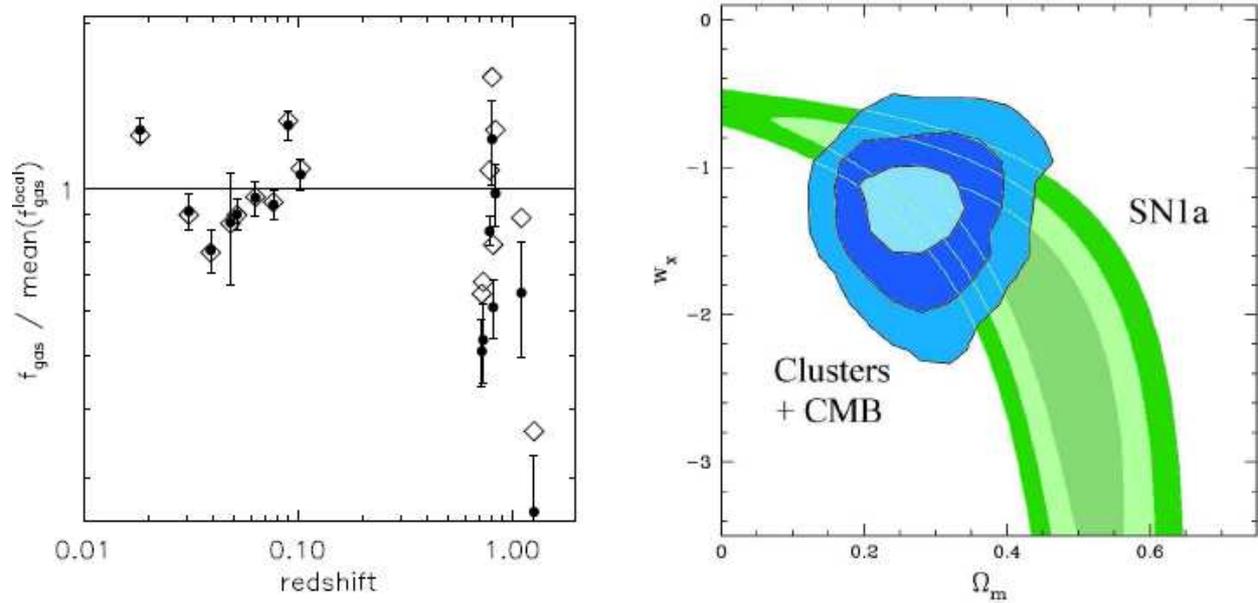


Figura 3.11: sinistra: f_B misurata per un insieme di ammassi ad alti z , i punti rappresentano un universo con $\Omega_m=1$, mentre i rombi vuoti un universo piatto con costante cosmologica. Destra: vincoli nel piano w, Ω_m ottenuti combinando la frazione di massa barionica con la CMB e le SNIa.[22]

Conclusione e prospettive future

Alla fine di questa piccola introduzione sui test cosmologici con gli ammassi di galassie, un modo chiaro per riassumerne il contenuto è rappresentato dalla figura C.1, nella quale ogni lato dei triangoli rappresenta uno dei tre principali parametri cosmologici: la densità di massa, la costante cosmologica e la curvatura, e dove sono indicati i test grazie ai quali è possibile stimarli.

I test cosmologici basati sugli ammassi di galassie riescono meglio a stimare Ω_m , mentre i test geometrici come la CMB o le SNIa servono maggiormente per la curvatura e Ω_Λ . In parole povere la CMB può ben stimare $(\Omega_m + \Omega_\Lambda)$, mentre le SNIa possono stimare $(\Omega_m - \Omega_\Lambda)$, principalmente per i differenti intervalli di redshift, $z=0.5-2$ per le SNIa e $z=1000$ per la CMB. Ovviamente la combinazione di questi tre test è molto potente, come si vede dalla figura C.1:

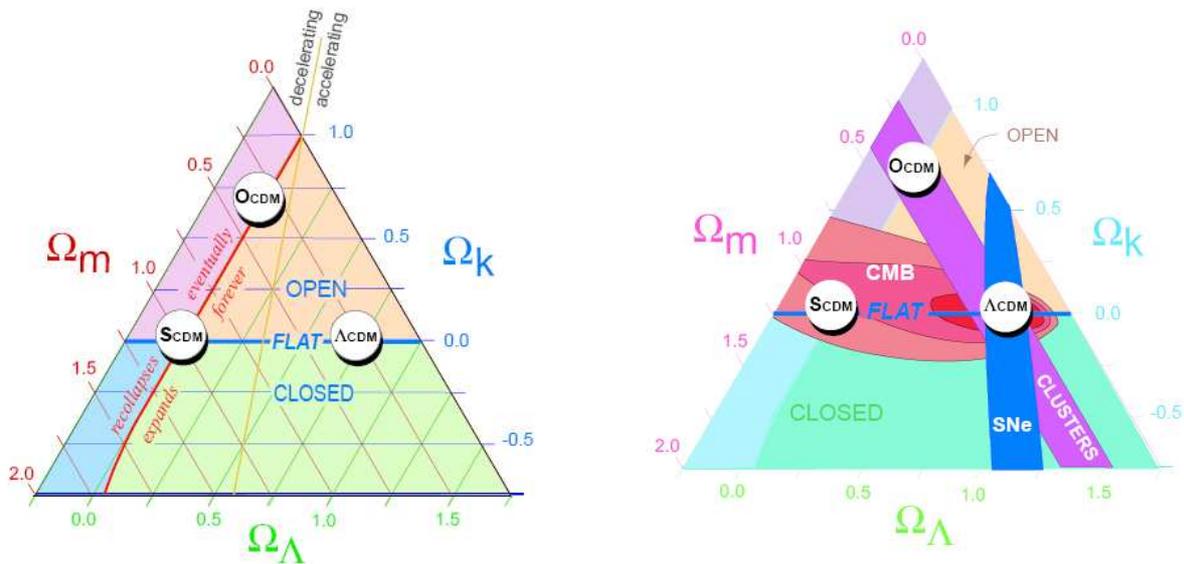


Figura C.1: modelli di universo (sinistra) e livelli di confidenza ottenuti dagli studi sugli ammassi di galassie (clusters), insieme ai dati della radiazione di fondo cosmico (CMB) e delle supernovae Ia (SNe) (destra).[31]

Tutto ciò è ancora valido anche dopo le recenti osservazioni dei satelliti XMM e Chandra che hanno mostrato che la fisica della ICM è più complicata del previsto. Perciò dobbiamo prima avere una dettagliata mappa del cielo con tutti gli ammassi? O è meglio prima concentrarsi sulla fisica della ICM? Una mappa di tutti gli ammassi potrebbe aiutare ad ottenere migliori risultati sulla stima dei parametri cosmologici, e delle relazioni che intercorrono tra osservabili X e massa dinamica, nonché scoprire nuovi cluster per nuove informazioni.

Per questo servono però nuovi e più potenti e capaci strumenti per una migliore comprensione della fisica dei cluster. Per concludere possiamo affermare che i cluster di galassie costituiscono una importante fonte d'informazioni cosmologiche (grazie a questi è possibile stimare $\Omega_m=0.3$). Inoltre notiamo che le osservazioni nella banda X offrono le maggiori informazioni e forniscono un quadro completo degli ammassi.

I risultati per un universo piatto dominato dalla costante cosmologica ($\Omega_m \approx 0.3, \Omega_\Lambda \approx 0.7, w = -1$) e la normalizzazione delle fluttuazioni dello spettro di potenza, sono consistenti con quelli misurati grazie alla CMB per un universo di CDM, Cold Dark Matter, ($\sigma_8=0.76\pm 0.10$)[25].

Infine da queste pagine si può desumere che nuove osservazioni ai raggi X più precise, possono fornire nuovi dati per nuove scoperte, e che la fisica della ICM, invece di essere un ostacolo, è una grande opportunità per investigare maggiormente sulle strutture e la loro formazione nell'universo.

APPENDICE

Materia oscura negli ammassi di galassie: una prova

Anche se la costante cosmologica Λ , è diversa da zero, ed anzi attualmente è la componente dominante dell'universo (come visto nei paragrafi 1.5 e 1.7), il contenuto di materia dell'universo ad oggi non è trascurabile, è stata infatti la componente dominante nel passato recente. È stato stabilito che la materia visibile (stelle, pianeti, gas interstellare) non è sufficiente per poter avere un universo piatto: c'è troppa poca materia visibile per poter tenere uniti galassie, ammassi di galassie e le altre strutture dell'universo a noi note [24].

Per tenere unite le galassie, che hanno velocità di rotazione altissima, dell'ordine di 1000 Km/s è necessaria una quantità di materia circa 10 volte superiore alla materia luminosa presente nell'ammasso, altrimenti le velocità osservate scomporrebbero l'ammasso in relativamente poco tempo: circa 1Gyr. Inoltre tra una galassia e l'altra è presente un gas a temperature di circa 10 milioni di gradi, questo gas che ha velocità termiche molto elevate non potrebbe rimanere legato a lungo se nell'ammasso non ci fosse molta più massa di quella visibile [10].

Infatti l'ammontare totale nell'universo della materia barionica è: $\Omega_B = 0.04 \pm 0.02$, così come si ottiene dall'andamento dell'elio e del deuterio nella nucleosintesi primordiale [19] (BBN: Big Bang Nucleosynthesis), e dallo spettro di potenza della CMB.

La parte restante della materia è stata ipotizzata essere sottoforma della cosiddetta materia oscura. Questa materia deve avere le seguenti caratteristiche[28]:

- La materia oscura non brilla (non interagisce elettromagneticamente); dunque non può raffreddarsi irradiando fotoni
- È priva di collisioni interne
- È da notare che una materia oscura fredda (CDM: Cold Dark Matter) spiega le proprietà osservative delle galassie; se le particelle avessero velocità elevate le strutture a piccole scale sarebbero inesistenti perché impossibilitate a collassare gravitazionalmente

Ancora non si sa con certezza di cosa sia composta la materia oscura, potrebbe essere costituita di neutrini massivi, o da particelle soggette all'interazione debole chiamate WIMP (Weak Interacting Mass Particle), esistono anche altre ipotesi, ma non è nostro obiettivo esporle tutte, ci basta sapere che l'incertezza è ancora grande [16].

Recentemente si sono avute delle prove empiriche, osservative, dell'effettiva esistenza di questa materia invisibile [9]. Già da tempo si sa che le buche di potenziale degli ammassi di galassie sono troppo profonde per essere causate dalla massa barionica osservata e dalla forza di gravità. Le soluzioni proposte riguardano l'esistenza della materia oscura o un'alterazione della legge di gravità. L'esistenza della materia oscura, in contesto astronomico, può essere confermata dalla scoperta di un sistema in cui la componente barionica osservata e la supposta materia invisibile siano spazialmente separate. Uno scontro tra cluster è un sistema di questo tipo.

Le galassie (in cui la componente stellare raggiunge appena il 1-2%), il plasma (che raggiunge il 5-15%), e qualsiasi tipo materia oscura in un cluster tipico sono simili, hanno una distribuzione spaziale simmetricamente centrata che traccia bene il comune potenziale gravitazionale.

Tuttavia, durante lo scontro di due ammassi, le galassie si comportano come particelle prive di collisioni, mentre il fluido che emette raggi X è sotto una forte pressione. Durante un siffatto evento

le galassie sono spazialmente spaiate dal plasma. In figura A.1 È riportato un esempio di scontro tra cluster con le temperature delle zone interessate.

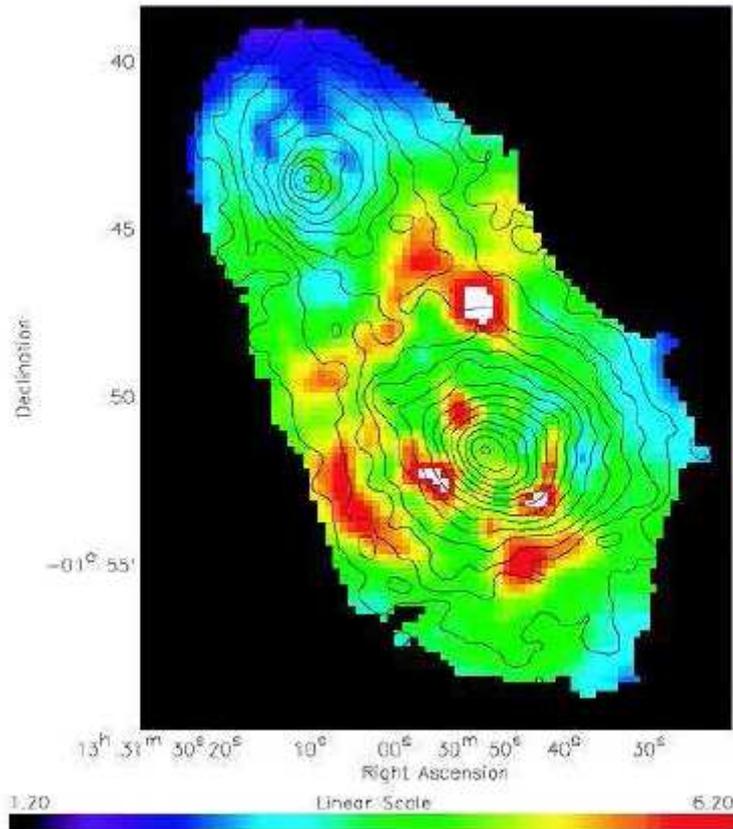


Figura A.1: Il doppio cluster A1750. I contorni dell'emissione X rilevati dal telescopio XMM-Newton sono sovrapposti alla mappa della temperatura. Tra i due subcluster è visibile una regione ad arco piuttosto calda. Ciò vuol dire che i due cluster hanno cominciato a collidere, ed il gas interstellare sta subendo uno shock da compressione. Le altre zone ad elevata temperatura nel cluster in basso sono residui di gas compresso da un precedente scontro circa 1-2 miliardi di anni fa.[1]

Tutto ciò è chiaramente visibile nello scontro che portiamo ad esempio: 1E0657-558 posto ad un redshift $z=0.296$ [9]. Vedi figura A.2.

Dalle osservazioni X si notano due subcluster esterni. Uno si muove dal centro con velocità di 4700 Km/s. Siccome la differenza di velocità tra i due subcluster sulla linea di vista è di circa 600 Km/s, il contatto deve essere avvenuto vicino al piano celeste, ed i rispettivi nuclei devono essersi incrociati qualche milioni di anni fa. Le galassie nei cluster si sono mosse di più rispetto al plasma che è frenato dalla pressione.

TABLE 1
OPTICAL IMAGING SETS

Instrument	Date of Obs.	FoV	Passband	t_{exp} (s)	m_{lim}	n_d ($'^{-2}$)	seeing
2.2m ESO/MPG Wide Field Imager	01/2004	$34' \times 34'$	R	14100	23.9	15	$0''.8$
	01/2004		B	6580			$1''.0$
	01/2004		V	5640			$0''.9$
6.5m Magellan IMACS	01/15/2004	8' radius	R	10800	25.1	35	$0''.6$
	01/15/2004		B	2700			$0''.9$
	01/15/2004		V	2400			$0''.8$
HST ACS subcluster	10/21/2004	$3'.5 \times 3'.5$	F814W	4944	27.6	87	$0''.12$
	10/21/2004		F435W	2420			$0''.12$
	10/21/2004		F606W	2336			$0''.12$
main cluster	10/21/2004	$3'.5 \times 3'.5$	F606W	2336	26.1	54	$0''.12$

Tabella A.1: dati dei set di immagini utilizzate per la costruzione della mappa del potenziale gravitazionale [9]

Questo fenomeno è ottimale per il test che andiamo a presentare. In assenza di materia oscura, il potenziale gravitazionale tratterà la componente visibile della materia, che è il plasma che emette nell'X. Se, d'altra parte, la massa è invece dominata dalla materia oscura priva di collisioni, allora il potenziale ne tratterà la componente, aspettata essere coincidente con le galassie visibili che si comportano come particelle senza collisioni. Derivando dunque una mappa del potenziale gravitazionale, si può discriminare tra queste due possibilità.

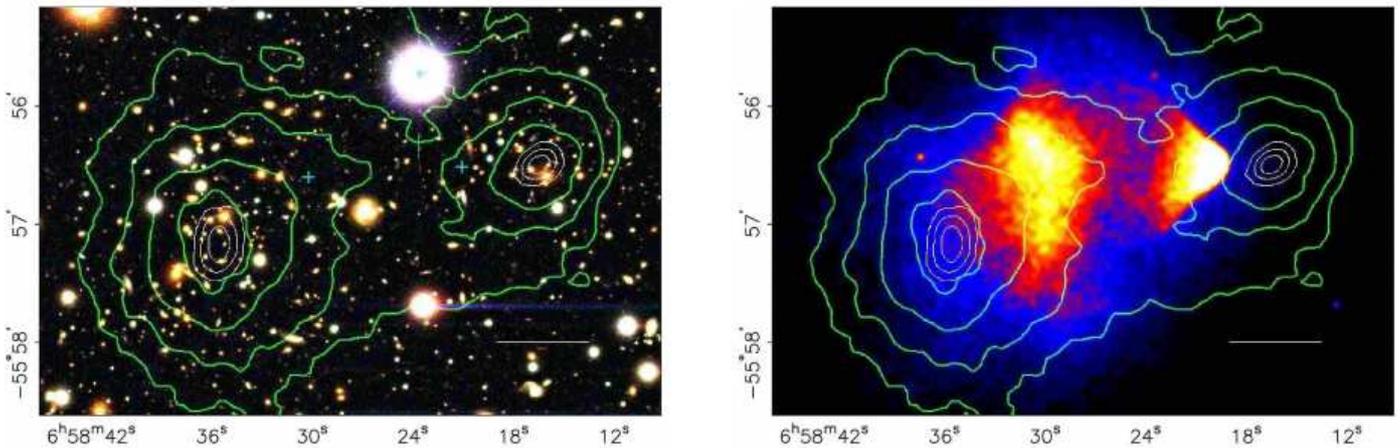


Figura A.2: sono immagini dello scontro tra cluster 1E0657-558, la barra bianca indica una distanza di 200Kpc. In verde sono tracciati i contorni delle buche di potenziale degli ammassi ottenute con le lenti gravitazionali. I contorni bianchi segnano gli errori della posizione del picco centrale, e corrispondono ai livelli di confidenza del 68.3%, 95.5%, 99.7%. Le piccole croci blu rappresentano i centri usati per misurare le masse delle nubi di plasma visibili nella figura di destra.[9]

Assunti $z=0.296$ ed i parametri cosmologici $\Omega_m=0.3$ ed $\Omega_\Lambda=0.7$, con il valore della costante di Hubble assunto essere: $H_o = 70 Kms^{-1} Mpc^{-1}$, si costruisce una mappa usando il fenomeno delle lenti gravitazionali deboli [29], che misurano la distorsione delle immagini delle galassie di sfondo causata dalla deflessione gravitazionale della luce prodotta dalla massa degli ammassi oggetto del nostro studio. Questa deflessione stira le immagini delle galassie solitamente nella direzione perpendicolare a quella del centro di massa del cluster in oggetto. La massa degli ammassi può così essere stimata misurando i gradi ai quali gli ammassi, come lenti, deviano la luce proveniente dalle galassie di sfondo.

Tralasciando i metodi e gli accorgimenti tecnici (uso delle immagini e trattamento dati) e teorici (sviluppi della relatività generale), che esulano dai nostri propositi, mostriamo il risultato di questo processo nella figura A.2.

Ogni forza gravitazionale non standard che scala con la massa barionica fallisce nel riprodurre queste osservazioni. I picchi riscontrati nella mappa richiedono che vi sia una concentrazione di materia invisibile, più massiva e separata dal plasma. Anche se ciò non chiude la strada ad altre ipotesi di gravità non standard.

La separazione spaziale della componente barionica dominante in un ammasso dalla materia oscura ipotizzata, prodotta durante uno scontro tra cluster, ci sostiene nel comparare direttamente l'ipotesi di materia oscura con una che prevede solo la presenza di materia visibile ma una legge di gravità modificata. Possiamo così affermare che la disposizione osservata tra la mole dei barioni e il potenziale gravitazionale prova la presenza della materia oscura per le più generali assunzioni riguardanti il comportamento della gravità.

Bibliografia

In bibliografia è riportato tutto il materiale usato per scrivere questa dissertazione, nonché ulteriori riferimenti per approfondire i temi accennati o trattati con un approccio divulgativo.

- [1] Arnaud M., X-ray observations of galaxies, arXiv:astro-ph/058159 2005
- [2] Baltz E. A., Dark matter candidates, arXiv:astro-ph/0412170, 2004
- [3] Borgani S., Cosmology with clusters of Galaxies, arXiv:astro-ph/0605575, 2006
- [4] Boccaletti D., Pucacco G., Theory of orbits, Springer verlag, 2003
- [5] Carrol S. M., The cosmological constant, arXiv:astro-ph/0004075, 2000
- [6] Carrol S. M., Dark energy and the Preposterous universe, arXiv:astro-ph/0107571, 2001
- [7] Carrol S. M., Why is the universe accelerating?, arXiv:astr-ph/0310342, 2003
- [8] Lesgourgues J., An overview of cosmology, arXiv:astro-ph/0409426, 2004
- [9] Clowe D. et al., A direct empirical proof of the existence of dark matter, arXiv:astro-ph/0608407, 2006
- [10] De Bernardis P., dispense del corso di astrofisica1, Università di Roma “La Sapienza”, AA 2004-2005
- [11] Dodelson S., Modern cosmology, Academic press.
- [12] Freedman W. L. et al. Final result from Hubble space telescope key project to measure the Hubble constant. arXiv:astro-ph/0012376, 2000
- [13] Giannone P., Elementi di astronomia, Pitagora Editrice, 2004
- [14] Lucchin F., Introduzione alla cosmologia, Zanichelli, 1990
- [15] Opher R., Ten major challenges in cosmology, arXiv:astro-ph/0304369, 2003
- [16] Reid D. et al., The picture of our universe: a view from modern cosmology, arXiv.org:astro-ph/0209504, 2002
- [17] Riess A. G., Press W. H e Kirshner R. P., Astrophys. J. 473, arXiv:astro-ph/9604143, 1996
- [18] Riess A. G. et al., Type Ia Supernova discoveries at $z > 1$ from the Hubble space telescope : evidence for past deceleration and constraint on dark energy evolution, arXiv :astro-ph/0402512, 2004

- [19] Ryden B., Introduction to cosmology, Addison Wesley, 2004
- [20] Sahni V., Dark matter and dark energy, arXiv:astro-ph/0403324, 2004
- [21] Spergel D. N. et al. Astrophys. J. Suppl. **148**,175(2003), arXiv:astro-ph/0302209, 2003
- [22] Tozzi P., Cosmological parameters from galaxy clusters: an introduction, arXiv:astro-ph/0602072, 2006
- [23] Trodden M., Carrol S. M., TASI lectures: Introduction to cosmology, arXiv:astro-ph/0401547, 2004
- [24] Turner M. S., Dark matter and energy in the universe, arXiv:astro-ph/9901109, 1999
- [25] Schuecker P., New cosmology with clusters of galaxies, arXiv:astro-ph/0502234, 2005
- [26] Birkinshaw M., The Sunyaev-Zel'dovich effect, Physics report
- [27] Carlstrom E., Holder P., Reese D., Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich effect, arXiv:astro-ph/0208192, 2002
- [28] Krauss L. M., The standard model, dark matter and dark energy: from the sublime to the ridiculous, arXiv:astro-ph/0406673, 2004
- [29] Narayan R., Bartelman M., Lectures on gravitational lensing, arXiv:astro-ph/9606001, 1996
- [30] Maulbetsch C. et al., Cosmology with X-ray cluster baryons, arXiv:astro-ph/0606602, 2006
- [31] Steinhardt P. J., Quintessential cosmology and cosmic acceleration, Princeton University