

Soluzione del compito d'esonero dall'esame scritto di Fisica II - Chimica Industriale

Prof. S. Gentile

Roma, 19 Dicembre, 2014

Esercizio

Risposta domanda a.

Prima di tutto, calcoliamo la resistenza equivalente R , tramite:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\boxed{R=0.2 \ \Omega}$$

Il flusso di \vec{B} attraverso la spira é dato da:

$$\Phi(B) = BL^2 \cos \theta = BL^2 \cos \omega t$$

La corrente indotta, per la legge di Faraday-Neumann, é:

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt} = \frac{\omega BL^2 \sin \omega t}{R} = 62.83 \sin \omega t$$

$$\boxed{i= 62.83 \sin \omega t}$$

Risposta domanda b.

Il lavoro fatto dal momento agente sulla spira é:

$$dW = M d\theta$$

La potenza consumata risulta quindi

$$P = M \frac{d\theta}{dt} = M\omega$$

Tale potenza é trasformata in potenza elettrica dissipata sulla resistenza equivalente R :

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{Ri^2}{\omega} = \frac{\omega B^2 L^4 \sin^2 \omega t}{R}$$

Quindi il momento massimo agente sulla spira é:

$$M_{max} = \frac{\omega B^2 L^4}{R} = 125.6 \text{ Nm}$$

Risposta domanda c.

L'energia dissipata in $T = 10 \text{ s}$ é data da:

$$W = \int_0^T Ri^2 dt = \frac{\omega^2 B^2 L^4}{R} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{\omega^2 B^2 L^4}{R} \cdot 5$$

ricavato notando che un periodo (T) corrisponde a 1 s , e che l'integrale $\int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{T}{2}$; in questo caso il calcolo é stato condotto in corrispondenza di $10 \cdot T$. Dunque:

$$W = \frac{\omega^2 B^2 L^4}{R} \cdot 5 = 3.95 \text{ KJ}$$

Risposta domanda d.

Se consideriamo la carica con il suo segno, dopo un giro completo (e quindi dopo un numero intero di giri) la carica totale circolata é nulla. Ciò si ricava sia integrando la corrente nel periodo, sia dalla legge di Felici. Dalla seconda, visto che il moto é periodico, il flusso finale é uguale a quello iniziale, dunque:

$$Q = \frac{\Phi_i - \Phi_f}{R} = 0$$

Il problema richiede quale sia la somma delle cariche fluite, considerate in valore assoluto. Come si vede dall'andamento della corrente, ogni mezzo giro si verifica un'inversione di segno, quindi usando la legge di Felici, si ha che:

$$Q = 20 \cdot \left(\left\| \frac{BL^2 - (-BL^2)}{R} \right\| + \left\| \frac{(-BL^2) - BL^2}{R} \right\| \right) = 80 \frac{BL^2}{R} = 800 \text{ C}$$

D'altronde, integrando la corrente nel semi-periodo:

$$Q = \int_0^{T/2} \frac{\omega BL^2 \sin \omega t}{R} dt = 2 \frac{BL^2}{R}$$

Dunque la carica totale in valore assoluto circolata nell'arco di un periodo é $4 \frac{BL^2}{R}$, da cui, in 20 secondi ($\equiv 20 \cdot T$) si ha il risultato ottenuto con la legge di Felici.