Roma, 20 Dicembre, 2011.

Soluzione del Compito d' Esonero dall' esame scritto di Fisica II- Chimica Industriale

A.A. 2011-2012

• **Soluzione Esercizio 1**

•*Risposta alla domanda 1*:

Il campo è radiale per ragioni di simmetria. Inoltre, essendo la carica positiva, il campo è uscente. Detto E il suo modulo, nel punto r interno alla sfera il teorema di Gauss si scrive:

$$4\pi r^2 \cdot E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho(r')4\pi r'^2 \mathrm{d}r' = \frac{1}{\varepsilon_0}4\pi a\int_0^r r'^5 \mathrm{d}r' = \frac{2a}{3\varepsilon_0}\pi r^6 \tag{1}$$

Nei **punti inteni alla sfera** ,$0 < r < R$, :

$$E = \frac{a}{6\varepsilon_0} r^4 \tag{2}$$

Nei punti esterni alla sfera occorre considerare tutta la carica Q contenuta nella sfera, quindi:

$$Q = \int_0^R \rho(r)4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{2a}{3}\pi R^6 \tag{3}$$

Riscriviamo il Teorema di Gauss come:

$$4\pi r^2 \cdot E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{2a}{3}\pi R^6 \tag{4}$$

Nei **punti esterni alla sfera**, per distanze $r > R$, il campo E si può scrivere come:

$$E = \frac{a}{6\varepsilon_0}\frac{R^6}{r^2} \tag{5}$$

•*Risposta alla domanda 2*:

Il lavoro necesario per portare la carica q dall'infinito al centro della sfera, detti V_0 e V_∞ i valori del potenziale nel centro della sfera ed all'infinito, è, utilizzando per il campo elettrico le espressioni Eq. 2 ed Eq. 5:

$$\begin{aligned} q(V_0 - V_\infty) &= q\int_0^\infty E(r)\mathrm{d}r = \\ &= q\int_0^R \frac{a}{6\varepsilon_0} r^4 \mathrm{d}r + q\int_R^\infty \frac{a}{6\varepsilon_0}\frac{R^6}{r^2}\mathrm{d}r = \\ &= \frac{aq}{30\varepsilon_0}R^5 + \frac{aq}{6\varepsilon_0}R^5 = \frac{aq}{5\varepsilon_0}R^5 \end{aligned} \tag{6}$$

•*Risposta alla domanda 3*:

Nel caso in cui la sfera sia conduttrice la carica Q, precedentemente determinata, si distribuisce sulla superficie sella sfera ed il campo internamente è nullo. Il campo esterno, invece è identico a quello del caso precedente e non viene modifcato sall'avvicinarsi della carica dato che $Q >> q$, pertanto, il lavoro si riduce all'integrale $r > R$, ottenuto utilizzand Eq. 5:

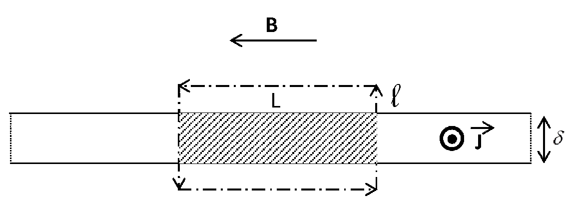
$$q(V_0 - V_\infty) = q\int_0^\infty E(r)\mathrm{d}r = q\int_R^\infty E(r)\mathrm{d}r = q\int_R^\infty \frac{a}{6\varepsilon_0}\frac{R^6}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{aq}{6\varepsilon_0}R^5 \tag{7}$$

• **Soluzione Esercizio 2**

•*Risposta alla domanda 1 e 2*:

L'induzione magnetica dovuta ad una delle due lastre è data da (area tratteggiata in Fig.):

$$\begin{aligned} \oint_\ell \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} &= \mu_0 i \\ 2BL &= \mu_0 j\delta L \\ B &= \frac{\mu_0 j\delta L}{2} \end{aligned} \tag{8}$$



Il campo risultante delle due lastre ottenuto dalla Eq.8:

$$B = 2\frac{\mu_0 J\delta}{2} = \mu_0 J\delta \tag{9}$$

L'equazione del moto nel piano perpendicolare a $\vec{B}$ dà:

$$qv_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{R} \tag{10}$$

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\sin\theta}{qB} \tag{11}$$

Perchè il protone non tocchi la lastra si deve verificare che il raggio R della traiettoria sia inferiore alla distanza tra le lastre ($R \leq d$). Quindi:

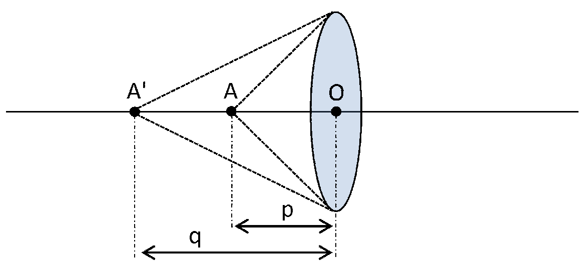
$$v \leq \frac{dqB}{m\sin\theta} = \frac{\mu_0 J\delta dq}{m\sin\theta} \simeq \frac{63}{\sin\theta}\frac{m}{s} \tag{12}$$

La velocità massima consentita, v_{max}

$$v_{max} = 63\frac{m}{s} \qquad \theta = 90^\circ$$
$$v_{max} = 90\frac{m}{s} \qquad \theta = 45^\circ$$

• **Soluzione Esercizio 3**

•*Risposta alla domanda 1*:



Utilizzando le coordinate p,q come in Fig. , possiamo scrivere:

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{13}$$

Essendo R_1 and R_2 i raggi di curvatura dei due diottri che la compongono. Nel caso di lente biconvessa $R_1 > 0$ e $R_2 < 0$ e in questo particolare caso $|R_1| = |R_2| = R$. La Eq.13, equazione delle lenti sottili diventa:

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{2}{R}\right) \tag{14}$$

Da cui:

$$n = 1 + \frac{R}{2}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right) \tag{15}$$

sinistra). Inserendo R =10 cm e p=4.55 cm nella Eq. 15:

$$n = 1 + \left(\frac{R}{4p}\right) = 1.55 \tag{16}$$