Roma, 30 gennaio, 2014.

Soluzione del Compito dell' esame scritto di Fisica II Chimica Industriale

30 gennaio 2014, A.A. 2013-2014

- **Esercizio n 1**:

Prima risposta. Il campo elettrico nel conduttore ($R_1 < r < R_2$)è nullo, mentre è quello della carica q_1 nelle due regionie $r < R_1$ e $r > R_2$. Sulle due superfici interna ed esterna del conduttore si inducono le cariche $-q_1$ e q_1 rispettivamente. Pertanto,applicando il Teorema di Gauss:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad E_2 = 0, \quad E_3 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Il potenziale si può calcolare come somma dei potenzilai delle tre distribuzioni di cariche (q_1 e le due cariche indotte sulle superficie del conduttore), assumendo nullo il potenziale all'infinito. Ricordando che $V = -\int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$:

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V_3 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Seconda risposta. La carica q_2 va a modificare solo la carica sulla superficie esterna del conduttore. Il campo elettrico sarà pertanto diverso solo all'esterno del conduttore, mentre varieranno i termini costanti del potenzilae anche all'interno(se si vuole mantenere la convenzione di potenziale nullo all'infinito):

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad E_2 = 0, \quad E_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{4\, q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_1}{\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$V_2 = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0 R_2}, \; V_3 = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0 r}$$

Terza risposta. Il lavoro fatto per portare la carica q_2 fino alla superficie del conduttore è pari alla variazione di energia elettrostatica del sistema(solamente quindi all'esterno del conduttore). Può essere calcolata ricordando che la capacità di un conduttore sferico è $C = 4\pi\epsilon_0 R$ e che il lavoro necessario a caricare una capacità è $W = \frac{Q^2}{2C}$. Si calcola la differenza tra energia elettrostatica iniziale e finale:

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\Big(\frac{(q_1 + q_2)^2}{R_2} - \frac{q_1^2}{R_2}\Big) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\Big(\frac{(4q_1)^2}{R_2} - \frac{q_1^2}{R_2}\Big)) = \frac{15 q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} = 303.3\ J$$

•**Esercizio n 2**:

Prima risposta. Il flusso di $\vec{B}$, $\Phi(\vec{B})$,attraverso la spira è $\Phi(\vec{B}) = BL^2\cos(\theta) = BL^2\cos(\omega t)$. La corrente indotta è pertanto:

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi(\vec{B}}{\partial t} = \frac{\omega B l^2 \sin\omega t}{R} = 62.83 \cdot \sin(2\pi t)$$

Seconda risposta. Ricordiamo che il lavoro fatto dal momento che agisce sulla spira è $\mathrm{d}W = M\mathrm{d}\theta$ e quindi la potenza spesa è pari $M\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = M\omega$. Poichè la potenza si ritrova in potenza elettrica (spesa sulla resistenza) si scriverà:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{Ri^2}{\omega} = \frac{\omega B^2 l^4 \sin^2\omega t}{R}$$

$$M_{max} = \frac{\omega B^2 l^4}{R} = 125.6\ Nm$$

Terza risposta. L'energia dissipata è l'integrale della potenza in 10 secondi. L'integrale di $\sin^2(\omega t)$ in un periodo è pari a T/2, e essendo il periodo di rotazione della spira è un secondo vale:

$$W = \int_0^{10} Ri^2\mathrm{d}t = \frac{\omega B^2 l^4}{R}\int_0^{10}\sin^2(\omega t)\mathrm{d}t = \frac{\omega B^2 l^4}{R}\cdot 5 = 3.95\ KJ$$

•**Esercizio n 3**:

- Primo passaggio nella lente

$$\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

$$\frac{1}{a} \ + \ \frac{1}{q} \ = \ \frac{1}{f} \Longrightarrow q = 0.34m$$

- Riflessione allo specchio piano
  Rispetto allo specchio, p'=(D-q)= 0.16m

$$p' = q' > 0$$

  (immagine virtuale per lo specchio)

- Secondo passaggio nella lente
  L'immagine allo specchio torna ad essere oggetto della lente, rispetto alla quale p''=q'+D:

$$\frac{1}{q''} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p''} \Longrightarrow q'' = 0.445m$$

- Risultato finale
  L'immagine si forma a 0.4 m a destra della lente.