Francesco Lacava

https://www.roma1.infn.it/~lacava/

La relatività da Galilei ad Einstein (1905)

Liceo Scientifico "Metastasio", Scalea - 10 Aprile 2025

La relatività di Galileo Galilei

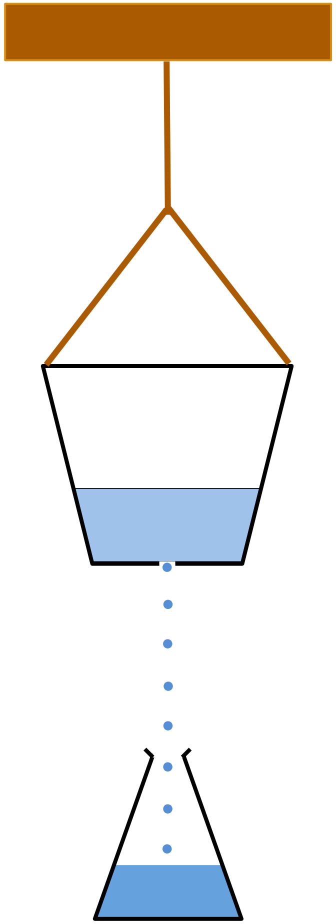
Pisa 1564 – Arcetri 1642

DIALOGO SOPRA I DUE MASSIMI SISTEMI DEL MONDO, TOLEMAICO E COPERNICANO

1632

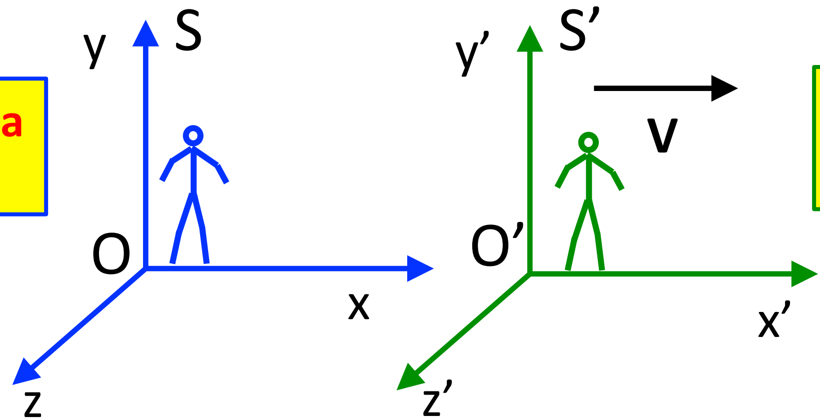
**Nella seconda giornata
il copernicano Filippo Salviati afferma:**

«Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti: siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. [..]
Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia mentre il vascello sta fermo non debbano succedere così: fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur di moto uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina, o pure sta ferma.»



Oggi non parliamo di stanza di una nave ferma o in movimento. Parliamo di Sistemi di riferimento nei quali gli osservatori esaminano i fenomeni fisici.

Nave ferma nel porto



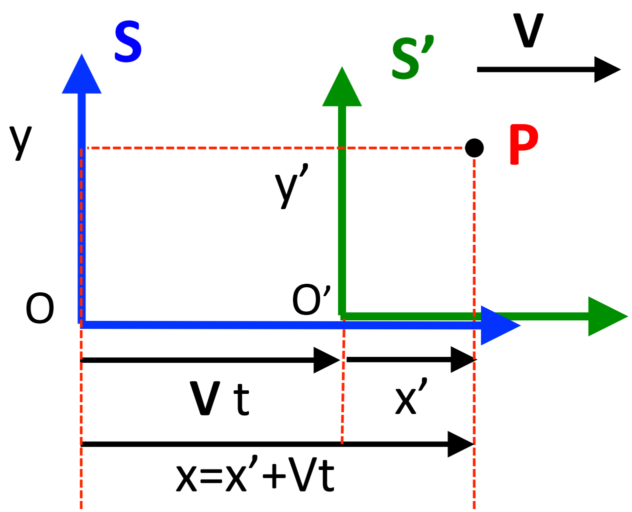
Nave che cammina di moto rettilineo uniforme con velocità V

Principio di Relatività

Galileo Galilei riconosce che le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento in moto relativo uniforme l’uno rispetto agli altri. Si scrivono allo stesso modo: per es. F=ma

Questi sistemi sono detti sistemi di riferimento inerziali.

In essi vale il Principio di Inerzia (Prima Legge del Moto):
Se un corpo non è soggetto a forze, se fermo rimane fermo, se in moto permane nel suo stato di moto rettilineo uniforme.



S' si muove rispetto a **S** con velocità **V** nella direzione **x**.
Li prendiamo che al tempo t=0
i due sistemi coincidono.

Trasformazioni di Galilei

Da **S'** a **S** :	$x=x'+Vt$	$y=y'$	$z=z'$	$t=t'$
Da **S** a **S'** :	$x'=x-Vt$	$y'=y$	$z'=z$	$t'=t$

Tempo assoluto

Per Galilei, per Newton e quanti seguono fino ad Einstein il tempo è un Tempo Assoluto, cioé scorre allo stesso modo ed è lo stesso in tutti i sistemi di riferimento.
Gli orologi nei diversi sistemi girano alla stessa velocità!

Trasformazioni tra S′ e S:

Solo trasformazione della velocità

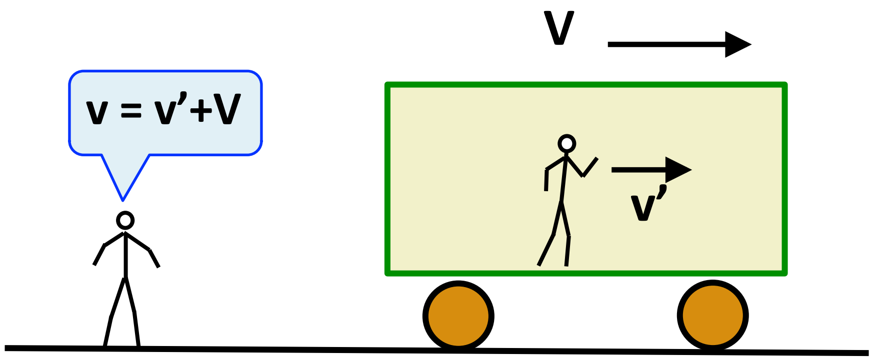
$$x = x' + Vt \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = t'$$

Trasformazione di una lunghezza

$$x_2 - x_1 = (x_2' + Vt) - (x_1' + Vt) = x_2' + Vt - x_1' - Vt = x_2' - x_1'$$

la lunghezza è la stessa nei due sistemi di riferimento.

Trasformazione della velocità



$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(x_2' + Vt_2) - (x_1' + Vt_1)}{t_2 - t_1} = \frac{x_2' - x_1'}{t_2 - t_1} + \frac{V(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = v = v' + V$$

Legge di composizione galileiana delle velocità: v=v′+V

Passando da un sistema a un altro le velocità si sommano.
Non c'è un limite alla velocità di un corpo.

Principio di Relatività

Esempio che si può saltare

Le leggi delle forze si scrivono allo stesso modo in tutti i sistemi di riferimento in moto relativo uniforme uno rispetto agli altri

Trasformazione dell'accelerazione:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(v_2' + V) - (v_1' + V)}{t_2 - t_1} = \frac{v_2' - v_1'}{t_2 - t_1} = a'$$

L'accelerazione è la stessa nei due sistemi di riferimento.

Esempio Forza elastica (forza di richiamo di una molla): $F = -k\Delta l$
K costante della molla, Δl allungamento della molla.
Nei due sistemi di riferimento:

$$F = -k(x_2 - x_1) \qquad F' = -k(x_2' - x_1') \qquad a = a'$$

$$\boxed{F = ma = -k(x_2 - x_1)} \qquad \boxed{F' = ma' = -k(x_2' - x_1')}$$

la massa m è la stessa nei due sistemi di riferimento.

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

1687

Isaac Newton
1643 -1727

Tre leggi del moto:

I. Un corpo permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se su esso non agisce una forza.

II. Se una forza F agisce su un corpo di massa m lo accelera secondo la legge: **F=ma**

III. A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Legge di gravitazione universale

Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento in moto relativo uniforme (sistemi inerziali).

Le quattro equazioni di Maxwell

1865

J.C.Maxwell
1831 -1879

Sintesi di tutte le leggi dell'Elettricità e del Magnetismo ---> Elettromagnetismo

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Forza di Coulomb

1785

Leggi del Magnetismo (Ampère)

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{r}$$

1820 - 1826

4 equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo

1831

$$f_{indotta} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

Legge dell'induzione elettromagnetica Faraday-Neumann

1865

Corrente di spostamento aggiunta da Maxwell

$$\oint B\, dl = \mu_0 i + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi(E)}{dt}$$

Le 4 equazioni di Maxwell sono verificate in tutti i laboratori ma, scritte in un sistema, cambiano forma (espressione matematica) passando ad un altro sistema se si usano le trasformazioni di Galilei.

In contraddizione col Principio di Relatività di Galilei secondo il quale le equazioni devono essere le stesse in tutti i sistemi di riferimento.

Una conseguenza diretta delle equazioni di Maxwell è la predizione delle onde elettromagnetiche:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

c = 300.000 km/s velocità della luce nel vuoto

Queste sono state osservate sperimentalmente da Hertz tra 1886 e 1889 e nel 1901 Marconi ha effettuato la prima trasmissione radio tra Europa e America a circa 4000 km di distanza.

Le onde radio, la luce, i raggi X, etc. sono onde elettromagnetiche di diversa ferquenza: combinazioni di campo elettrico e magnetico!

Le equazioni matematicamente sono ben note ai fisici. Sono le stesse della corda vibrante, delle onde sonore, delle onde sismiche etc..

Ma nel caso delle onde elettromagnetiche nasce un problema serio: come le equazioni di Maxwell, anche le equazioni delle onde e.m. se scritte in un sistema di riferimento non sono le stesse in un altro se si usano le trasformazioni di Galilei per trasformarle.

In contraddizione col Principio di Relatività di Galilei

L'ipotesi dell' etere

- Le equazioni dipendono dal sistema di riferimento?
- Eppure ε_0 , μ_0 e c la velocità delle onde elettromagnetiche sono le stesse in tutti i sistemi in moto relativo uniforme!
- E' violata anche la legge di composizione galileiana delle velocità:

$c=c+V$ che succede?

- Questa difficoltà non c'è nel caso delle onde sonore.
- Le onde sonore, una volta emesse viaggiano in un mezzo (nell'aria).
- La loro velocità è la velocità di propagazione nell'aria, non dipende dalla velocità della sorgente che le emette o del ricevitore.

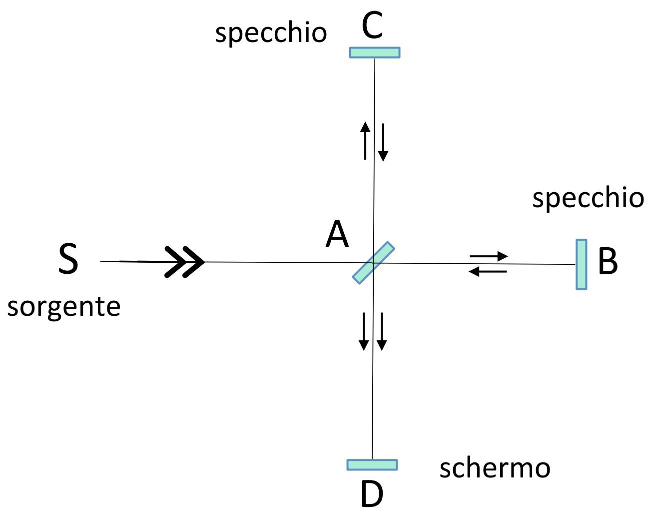
Per risolvere il problema come nel caso delle onde sonore nell'aria si ipotizzò che ci fosse un mezzo detto etere nel quale si propagano le onde elettromagnetiche a velocità c fissata.

La Terra nel moto di rivoluzione e i sistemi di riferimento inerziali si muoverebbero rispetto all'etere, ma la luce viaggerebbe nell'etere sempre alla stessa velocità c.

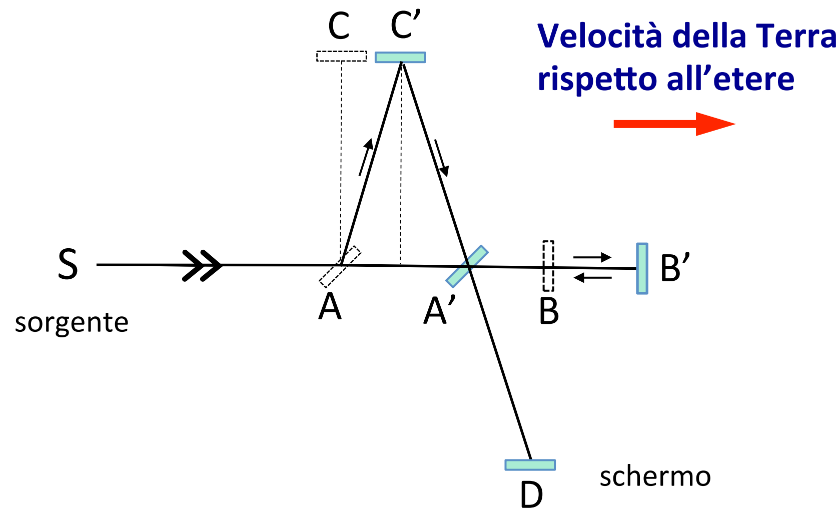
Esperimento di Michelson - Morley

1887

A.A.Michelson
Premio Nobel 1907



Fermo nel laboratorio



In movimento nell’etere

Per evidenziare la presenza dell’etere Michelson e Morley usarono un interferometro schematizzato nella figura a sinistra quando visto fermo in laboratorio.
Un fascio di luce monocromatica emesso dalla sorgente S raggiunge uno specchio semiriflettente così la luce va verso i due specchi posti in B e C a stessa distanza da A.
I raggi di luce riflessa tornano sullo specchio semiriflettente A che li invia sullo schermo in D.
Poiché AC=AB, i due raggi arrivano in D contemporaneamete e interferiscono costruttivamente.

Se la luce cammina a velocità **c** nell’etere, e il braccio AB è orientato nella direzione della velocità della Terra, i cammini AC’A’D e AB’A’D dei due raggi sono diversi, i raggi arrivano sfasati sullo schermo e formano una figura di interferenza che dipende dalla differenza dei tempi di cammino. **Non è stata osservata nessuna differenza: quindi l’etere non c’è!**

Relatività di Einstein

Albert Einstein
1879 -1955

L'etere non c'è, eppure le equazioni di Maxwell e delle onde elettromagnetiche sono corrette in tutti i sistemi inerziali.

Come se ne esce?

Ci pensa Einstein

"Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento"

1905 !

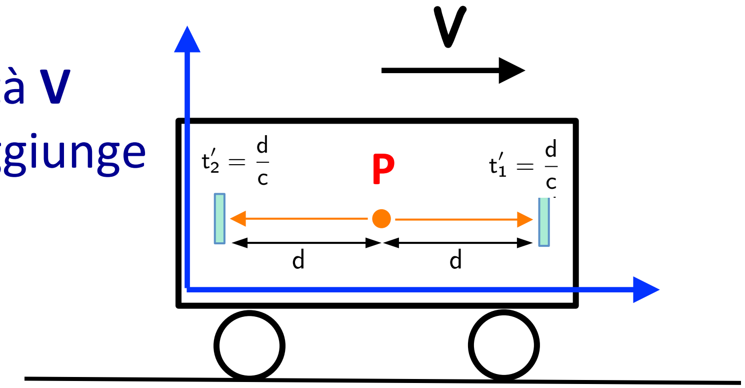
Assume come corretti due principi:

1. **Principio di relatività:** le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento in moto traslatorio relativo uniforme.
2. **Costanza della velocità della luce:** In ogni sistema di riferimento la velocità della luce è la stessa, qualunque sia la velocità della sorgente che la emette.

Il primo è il Principio di relatività di Galileo Galilei !

Assumere costante e pari a **c** la velocità della luce in tutti i sistemi di riferimento comporta una conseguenza immediata sullo scorrere del tempo.

Nel sistema del vagone che viaggia a velocità **V** un segnale luminoso emesso da **P** a $t'=0$ raggiunge i due specchi a distanza **d** ai tempi $t'_1 = t'_2$.



Gli eventi di arrivo sono simultanei.

Nel sistema della stazione mentre il segnale luminoso cammina il vagone si sposta

Per raggiungere lo specchio a destra il segnale deve camminare per un tempo $\mathbf{t_1}$:

$$ct_1 = d + Vt_1 \qquad (c - V)t_1 = d \qquad t_1 = \frac{d}{c - V}$$

Per raggiungere lo specchio a sinistra il segnale deve camminare per un tempo $\mathbf{t_2}$:

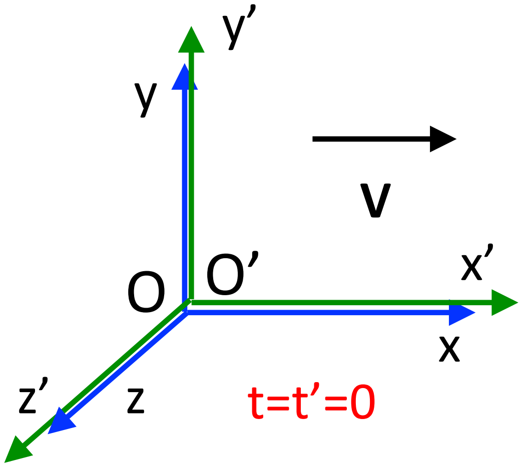
$$ct_2 = d - Vt_2 \qquad (c + V)t_2 = d \qquad t_2 = \frac{d}{c + V}$$

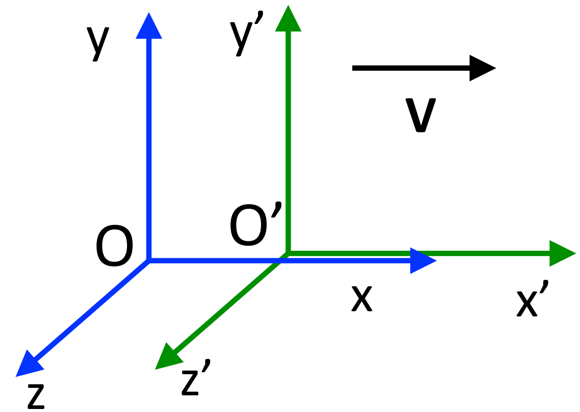
In questo sistema $t_1 \neq t_2$ **Gli eventi di arrivo non sono simultanei.**

Questo implica che il tempo non scorre allo stesso modo in tutti i sistemi di riferimento: **il tempo non è assoluto!**

E' evidente che le trasformazioni di Galilei non sono corrette. Dobbiamo trovare anche come si trasforma il tempo andando da un sistema ad un altro.

Consideriamo due sistemi S e S' che ai tempi t=0 e t'=0 siano sovrapposti, poi l'asse x' scorre sull'asse x a velocità V.





Le trasformazioni di Galilei da S a S' sono:

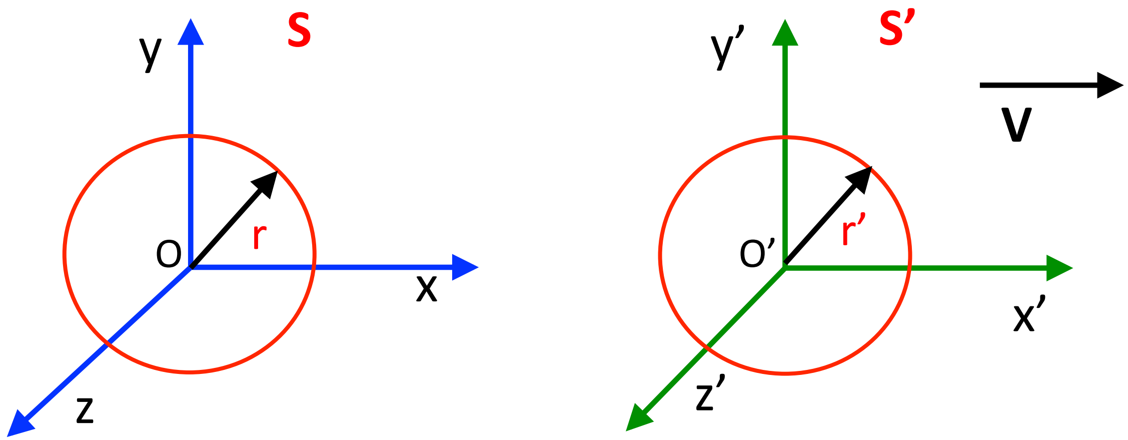
$$x'=x-Vt \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=t$$

Possiamo pensare che le nuove trasformazioni siano del tipo:

$$x'=\gamma\,(x-Vt) \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=at+bx$$

dove γ , a , b sono dei coefficienti da determinare.

Per trovare i coefficienti γ , a , b possiamo servirci di questa osservazione.
Se, quando i due sistemi al tempo t=t'=0 sono sovrapposti, facciamo partire un segnale di luce dalle origini sovrapposte. Questo si propaga con velocità **c** in tutte le direzioni sia in **S** che in **S'** e in ambedue i sistemi di riferimento è visto come un'onda sferica.



Deve essere in S: $r^2=x^2+y^2+z^2=(ct)^2$ $\quad x^2+y^2+z^2-(ct)^2=0$ $\boxed{1}$

e in S': $r'^2=x'^2+y'^2+z'^2=(ct')^2$ $\quad x'^2+y'^2+z'^2-(ct')^2=0$ $\boxed{2}$

Allora dobbiamo trovare delle trasformazioni da S a S' :

$$x'=\gamma\,(x-Vt) \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=at+bx$$

tali che messe nelle nella **2** la trasformano nella **1**:

$$[\gamma\,(x-Vt)]^2+y^2+z^2-c^2\,[at+bx]^2=0 \quad \text{------>} \quad x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

Risolvendo l'equazione precedente si trova: **Vedi slides alla fine**

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad \mathbf{a} = \gamma \qquad \mathbf{b} = -\frac{V}{c^2}\gamma$$

che sostituite nelle: $x' = \gamma\,(x - Vt)$ $\quad y' = y$ $\quad z' = z$ $\quad t' = at + bx$

danno:

$$\boxed{x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}}$$

o ponendo $\beta = \frac{V}{c}$ in forma compatta si possono scrivere:

$$\boxed{x' = \gamma\,(x - \beta ct) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad ct' = \gamma\,(ct - \beta\, x)}$$

Queste sono le **trasformazioni di Lorentz** relativistiche che permettono di passare da **S** a **S'** e sostituiscono quelle di Galilei.

Se si usano queste trasformazioni le equazioni di Maxwell e le equazioni delle onde e.m. si scrivono allo stesso modo nei sistemi di riferimento in moto relativo uniforme uno rispetto all'altro.

Moltiplicando il tempo t per c otteniamo ct che ha le dimensioni di una lunghezza come le coordinate spaziali.

Per individuare un evento nel sistema S dovremo dire dove avviene dando le coordinate x , y , z e poi quando avviene dando la coordinata temporale t (o ct).

Nel sistema S' l'evento avviene in x' , y' , z' , t' (o ct').

E le coordinate in S e in S' sono connesse dalle trasformazioni di Lorentz.

Da uno spazio a 3 dimensioni siamo passati a uno spazio-tempo a 4 dimensioni: x , y , z , ct

Un modo semplice per fare le trasformazioni

$$\begin{bmatrix} x' \\ ct' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ct \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma x-\beta\gamma ct \\ -\beta\gamma x+\gamma ct \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma\,(x-Vt) \\ \gamma\,(ct-\beta x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ ct' \end{bmatrix}$$

x , y , z possono essere le componenti di un vettore nello spazio a 3 dimensioni, ora si aggiunge una quarta dimensione. Avremo un vettore a 4 dimensioni.
Per esempio:
tre distanze spaziali: Δx Δy Δz più la 4^a distanza $c\Delta t$ intervallo di tempo.
Come queste, <u>le componenti di ogni vettore in 4 dimensioni</u> si trasformano con le trasformazioni di Lorentz e con la regoletta veloce qui sopra.

$E=mc^2$

Quando si inizia a studiare la Dinamica si introduce il punto materiale: un punto geometrico di dimensioni nulle caratterizzato solo dalla massa **m**.

Nello spazio-tempo a 4 dimensioni un punto materiale deve ancora avere dimensioni geometriche nulle ma può avere una caratteristica con dimensione di tipo tempo.
Non sappiamo cos'è, proviamo a indovinare e chiamiamola ***A***.
Per indicare un evento nello spazio-tempo a 4 dimensioni diamo **x, y, z, ct**.
Allora per il punto privo di dimensioni, che non ha velocità o altre grandezze che lo caratterizzano, possiamo dire che nel sistema dove è fermo è definito da un qualcosa di equivalente alle coordinate in 4 dimensioni che scriviamo: **0, 0, 0, *A***

Immaginiamo questo punto nel sistema ***S'*** detto **"di riposo"** e vediamo come lo vede un osservatore in ***S***. Per lui il punto si sposta a velocità V.
Passiamo dal sistema ***S'*** a sistema ***S*** con la regola vista (solo per componenti x e t).

$$\begin{bmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta\gamma A \\ \gamma A \end{bmatrix}$$

Togliamo il segno meno.
S si sposta rispetto a S' con velocità -V

In ***S*** il punto materiale ha componente temporale **γ A** e se è fermo in ***S'***, l'osservatore in ***S*** lo vede muovere con velocità **V**.

Vogliamo capire che cos'è *γA*.

Scriviamo **γA** per esteso: $$\gamma A = \frac{A}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Per capire possiamo vedere cosa rappresenta **γA** se la velocità V del punto materiale è molto più piccola di c (la velocità della luce).

Approssimiamo per V << c, cioé al caso di basse velocità:

$$\gamma A = \frac{A}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = A\frac{\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{V^4}{c^4}}} \simeq A\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}}$$

$$A\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}} \simeq A\left[1+\frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}\right] = A + \frac{1}{2}\frac{A}{c^2}V^2$$

Vedi dimostrazione alla fine

Se in questa poniamo $\frac{A}{c^2} = m$ essendo m la massa della particella, il secondo termine è esattamente l'energia cinetica classica $\frac{1}{2}mV^2$ e capiamo che a bassa velocità $\gamma A = E = mc^2 + \frac{1}{2}mV^2$ somma di un'energia di massa più l'energia cinetica.

Allora, se non approssimiamo per V << c, **γA** è l'energia della particella a velocità V:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Abbiamo quindi trovato **l'espressione relativistica dell'energia** di una particella di massa m con velocità V:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Energia totale: somma di energia di massa + energia cinetica

Se la particella è ferma V=0 la sua energia di **massa a riposo** è:

$$E=mc^2$$

La massa è energia!

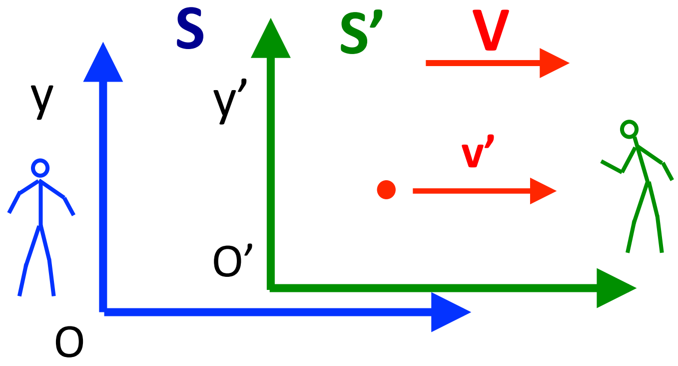
Nella trasformazione il termine spaziale $\beta\gamma A$ è:

$$\beta\gamma\, A = \frac{V}{c}\, mc^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\, c = p\, c$$

Per **c** per avere le stesse dimensioni dell'energia.

dove $p = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

è la quantità di moto relativistica che a bassa velocità V<<c diventa $p = mV$



Legge di composizione della velocità

Un corpo si muove con velocità v' nel sistema S' che a sua volta si muove con velocità V nel sistema S. A che velocità il corpo è visto muoversi in S?

Usiamo le trasformazioni da S' a S: $x = \gamma\,(x' + Vt')$ $\quad t = \gamma(t' + \frac{V}{c^2}x)$

$$\Delta x = \gamma\,(\Delta x' + V\Delta t') \qquad \Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x')$$

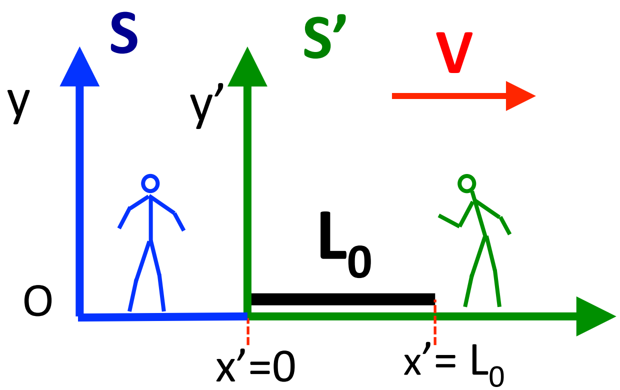
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\gamma\,(\Delta x' + V\Delta t')}{\gamma\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'\right)} = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'\right)} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + V}{1 + \frac{V}{c^2}\frac{\Delta x'}{\Delta t'}} =$$

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{V}{c^2}v'}$$

L'equivalente galileiana era: $v = v' + V$ che si ottiene dalla precedente se $V \ll c$.
Si osservi che se $v' = c$ nel sistema S', nel sistema S si trova $v = c$:

$$v = \frac{c + V}{1 + \frac{V}{c^2}c} = \frac{c + V}{\frac{c + V}{c}} = c$$

la velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali.



Contrazione delle lunghezze

Prendiamo un **regolo** (righello) di lunghezza L_0 fermo nel sitema S' con gli estremi in $x'_1 = 0$ e $x'_2 = L_0$. Un osservatore nel sistema S al tempo t misura la lunghezza del regolo e lo trova lungo L. Quanto è L?
Trasformiamo le coordinate degli estremi del regolo secondo la trasformazione:

$$x' = \gamma\,(x - \beta ct)$$

$$x'_2 = L_0 = \gamma\,(x_2 - \beta ct) \qquad\qquad x'_1 = 0 = \gamma\,(x_1 - \beta ct)$$

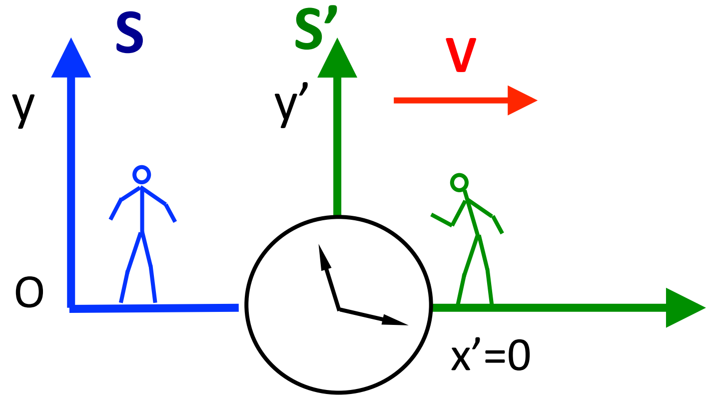
sottraendo:

$$x'_2 - x'_1 = L_0 = \gamma\,(x_2 - \beta ct) - \gamma\,(x_1 - \beta ct) = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma\,L$$

$$L_0 = L\,\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad\qquad L = L_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} < L_0$$

L'osservatore in S vede il regolo in movimento più corto!

Nel limite $V \to c \qquad L \to 0.$



Dilatazione dell'intervallo temporale

Paradosso dei gemelli

Mettiamo un orologio nell'origine del sisteme S' in moto dove $x' = 0$. L'orologio segna un intervallo di tempo $T_0 = t_2' - t_1'$. Quanto dura questo tempo per un osservatore in S? Usiamo la trasformazione:

$$t = \gamma\,(t' + \beta x')$$

mettiamo il segno $+$ perché andando da S' a S cambia il segno della velocità: $V \to -V$

$$T = t_2 - t_1 = \gamma t_2' - \gamma t_1' = \gamma\,(t_2' - t_1') = \gamma\, T_0$$

$$T = \gamma\; T_0 \qquad\qquad T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > T_0$$

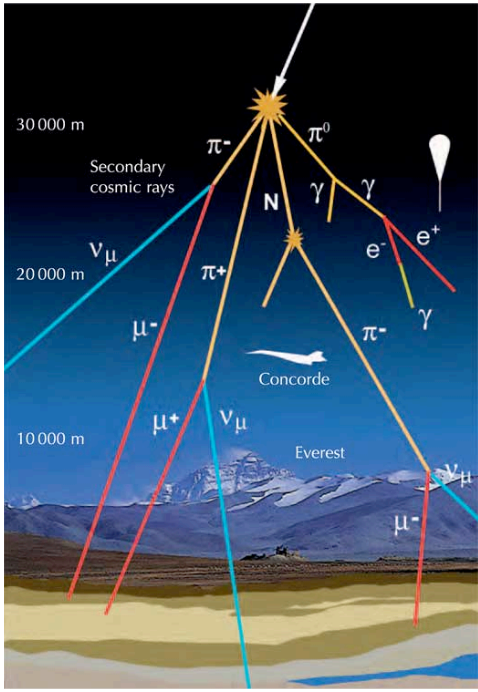
L'osservatore in S vede un tempo più lungo!

Si osservi $\gamma > 1$ sempre! $\quad \gamma$ cresce al crescere di V !

$$\lim_{V \to c} \gamma = \lim_{V \to c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \infty$$

Raggi cosmici

Protoni di alta energia arrivando dallo spazio colpiscono le molecole dell'aria e creano sciami di particelle elemantari.
Tra queste ci sono i muoni **μ**. Particelle di massa 200 volte circa quella dell'elettrone.
A livello del mare arriva un muone per cm^2 al secondo.



Supponiamo che i muoni siano prodotti a 30 km di altezza. Siccome vivono in media **2.2 microsecondi** (milionesimi di secondo) anche alla velocità della luce (**300000 km/s**) secondo la meccanica classica potrebbero percorrere in media solo **660 metri !**

E allora come fanno da 30 km di altezza ad arrivare a terra? Dobbiamo usare la relatività!

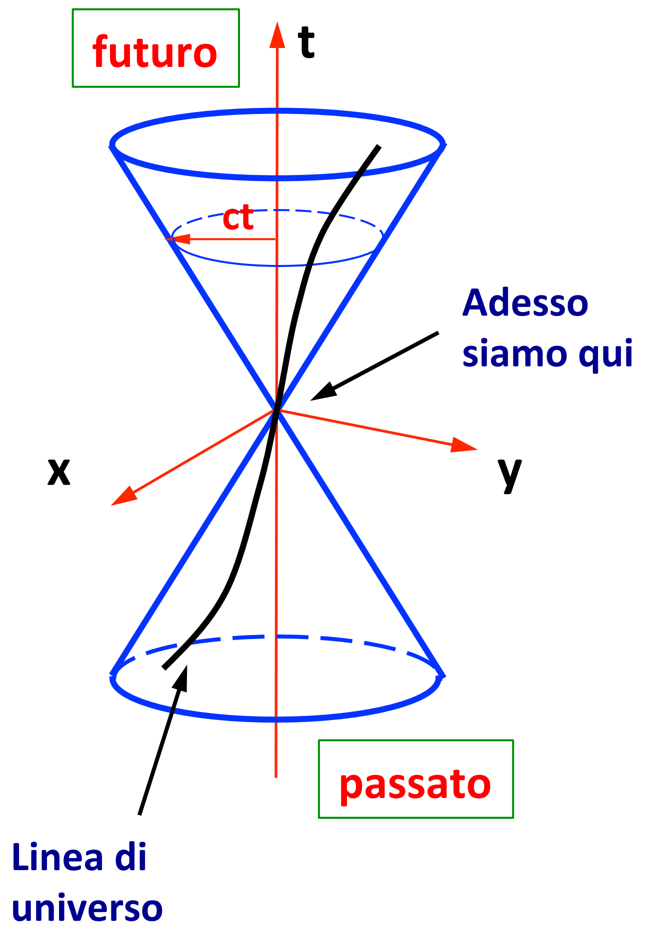
Per noi che li vediamo stando a terra hanno una velocità di **299.983** km/s e **per la dilatazione relativistica del tempo** vivono **200 microsecondi** e in questo tempo possono percorrere **fino a 62 km** ! **Abbastanza per arrivare a terra!**

Nel sistema di riferimento in cui il muone è fermo il livello del mare si muove verso di lui con velocità opposta e per la contrazione relativistica delle lunghezze 30 km li vede pari a **318 m**. Il livello del mare si sposta verso di lui e gli arriva addosso in **1 microsecondo** quindi prima che nel sistema "di riposo" dove è fermo lui decada in un elettrone e 2 neutrini.

Cono di luce

Dal punto in cui siamo possiamo emettere segnali o altro che si allontanano da noi al massimo alla velocità della luce. Sul piano **x y** a un tempo **t** devono stare dentro una circonferenza di raggio **r=ct**.

Naturalmente il cono sarebbe da vedere in 3 dimensioni spaziali.



Dalla nostra posizione possiamo solo influire su punti dello spazio tempo nel futuro ($t > 0$), dentro il cono di luce.
Non possiamo raggiungere punti all'esterno.

Allo stesso modo possiamo ricevere segnali o altro solo da punti che nel passato stanno dentro la parte inferiore del cono di luce.
Eventi che stanno fuori non possono influire su di noi.

La **traiettoria nello spazio-tempo** di un corpo o la nostra che passa nel punto in cui siamo adesso deve stare dentro il cono di luce.
Viene detta **linea di universo**.

Back up slides

1905 , ANNUS MIRABILIS Papers di Einstein

1. Effetto fotoelettrico 18 marzo (9 giugno pub.)
   Premio Nobel 1921

2. Moto browniano 11 maggio (18 luglio pub.)
   numero di Avogadro, prova ipotesi atomi

3. Relatività speciale elettrodinamica
   30 giugno (26 settembre pub)

4. $E=mc^2$ 27 settembre (21 novembre pub)

Le quattro equazioni di Maxwell

1865

J.C. Maxwell
1831 -1879

Non vi spaventate!!! … Non le dovete capire.
Pensate che siano dei pittogrammi cinesi.

Sintesi di tutte le leggi dell'Elettricità e del Magnetismo
---> Elettromagnetismo

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Forza di Coulomb

1785

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{r}$$

Leggi del Magnetismo (Ampère)

1820 - 1826

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \epsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

1823

$$f_{indotta} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

Legge dell'induzione elettromagnetica Faraday-Neumann

Ultimo termine aggiunto da Maxwell
Corrente di spostamento

1865

Soluzione equazioni delle trasformazioni

$$\gamma^2 (x - Vt)^2 - c^2 (at + bx)^2 = x^2 - c^2 t^2$$
$$\gamma^2 (x^2 - 2Vxt + V^2 t^2) - c^2 (a^2 t^2 + b^2 x^2 + 2abxt) = x^2 - c^2 t^2$$
$$\gamma^2 x^2 - 2\gamma^2 Vxt + \gamma^2 V^2 t^2 - c^2 a^2 t^2 - c^2 b^2 x^2 + -2c^2 abxt = x^2 - c^2 t^2$$

$$x^2 [\gamma^2 - b^2 c^2] + t^2 [\gamma^2 V^2 - c^2 a^2] - 2xt [\gamma^2 V + abc^2] = x^2 - c^2 t^2$$

$$\gamma^2 - b^2 c^2 = 1 \qquad \gamma^2 V^2 - c^2 a^2 = -c^2 \qquad \gamma^2 V + c^2 ab = 0$$

dalla 3:

$$a = -\gamma^2 \frac{V}{c^2 b}$$

dalla 2:

$$c^2 a^2 = \gamma^2 V^2 + c^2$$

sostituendo in questa la precedente:

$$\gamma^4 V^2 = c^2 b^2 (\gamma^2 V^2 + c^2)$$

$$c^2 b^2 = \frac{\gamma^4 V^2}{\gamma^2 V^2 + c^2}$$

e dalla 1:

$$\gamma^2 - \frac{\gamma^4 V^2}{\gamma^2 V^2 + c^2} = 1$$

$$\gamma^4 V^2 + \gamma^2 c^2 - \gamma^4 V^2 = \gamma^2 V^2 + c^2$$

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} \qquad \gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

dalla 2:

$$a^2 = \gamma^2 \frac{V^2}{c^2} + 1$$

sostituendo quando trovato per γ:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Dalla 3:

$$b = -\frac{V}{c^2 a}\gamma^2 = -\frac{V}{c^2}\gamma$$

Infine sostituendo γ, a e b si ottiene:

$$x' = \gamma\,(x - Vt) \qquad t' = \gamma\,(t - \frac{V}{c^2}x)$$

Dimostrazione approssimazione energia

Se $V \ll c$ vale l'approssimazione:

$$\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}} \simeq 1 + \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}$$

È chiaro che se $V \ll c$ la radice deve essere un po' più grande di 1, diciamo $1+\epsilon$ essendo ϵ una quantità molto piccola che vogliamo calcolare. Quindi scriviamo:

$$\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}} \simeq 1+\epsilon \tag{1}$$

Facciamo il quadrato:

$$1+\frac{V^2}{c^2} = 1 + 2\epsilon + \epsilon^2$$

ma poiché $\epsilon^2 \ll \epsilon$:

$$1 + 2\epsilon + \epsilon^2 \simeq 1 + 2\epsilon$$

Quindi:

$$1+\frac{V^2}{c^2} = 1 + 2\epsilon$$

e da questa si ricava:

$$\epsilon = \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}$$

che messa nella (1) dà:

$$\sqrt{1+\frac{V^2}{c^2}} \simeq 1 + \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}$$

Fine slides