Fondamenti del Modello Standard

fondamenti fenomenologici del modello standard (BJ 11.5-11.7)

teoria di Fermi + violazione della parità $\rightarrow$ V-A

corrente leptonica $\mathcal{M}_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_\nu \gamma^\mu \left(1-\gamma^5\right) u_\mu \right] \left[\bar{u}_e \gamma_\mu \left(1-\gamma^5\right) u_\nu \right]$

corrente semileptonica $\mathcal{M}_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_p \gamma^\mu \left(C_V + C_A \gamma^5\right) u_n \right] \left[\bar{u}_e \gamma_\mu \left(1-\gamma^5\right) u_\nu \right]$

sperimentalmente risulta

$C_V \approx 0.98$, CVC $\rightarrow C_V=1$

$C_A = -1.25 \rightarrow$ PCAC

teoria di Cabibbo

decadimenti deboli delle particelle strane

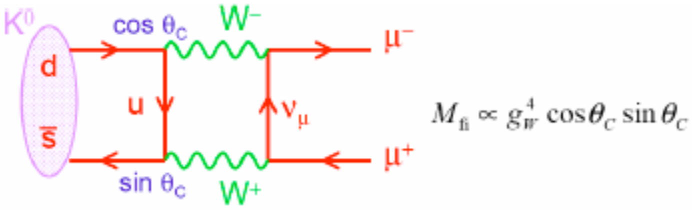
la corrente adronica con ΔS=0 è 20 volte più intensa della corrente adronica con ΔS=1

$$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d\cos\vartheta_c + s\sin\vartheta_c \end{pmatrix} \text{ con } \vartheta_c \approx 13°$$

oltre a spiegare la forte soppressione per ΔS = 1 (~ sin θ_C)
spiega anche la piccola differenza da 1 di C_V (~ cos θ_C)

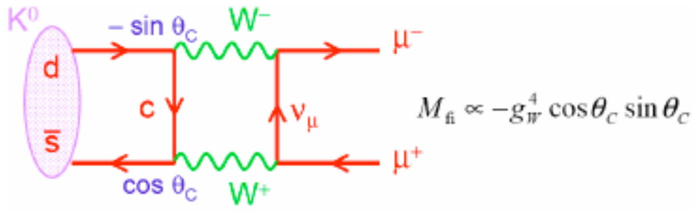
meccanismo di GIM

assenza delle correnti neutre
con cambiamento di stranezza



soppressione del decadimento $K_L^0 \to \mu^+\mu^-$
ipotesi di un secondo doppietto

$$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ s\cos\vartheta_c - d\sin\vartheta_c \end{pmatrix}$$



per cui gli autostati di corrente debole
sono ruotati rispetto agli autostati forti secondo:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_c & \sin\vartheta_c \\ -\sin\vartheta_c & \cos\vartheta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

(dal debole effetto osservato, 7 10^{-7}, stima della massa del c, 1-3 GeV)

estensione a tre famiglie

matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

anticipiamo che tre è il numero minimo di famiglie per avere nella matrice unitaria di mescolamento una fase complessa (BJ 14.3.10)
(e quindi un meccanismo di violazione di CP
motivazione originaria di KM, prima della scoperta del charm)

unità naturali

1 eV = 1.602 10^{-19} J, 1 GeV = 1.602 10^{-10} J, 1 J = 6.242 10^{9} GeV

h/2π = 1.055 10^{-34} J s = 6.583 10^{-25} GeV s

h/2π = 1 $\Rightarrow$ 1 s = (6.583 10^{-25} GeV)$^{-1}$ = 1.519 10^{24} GeV^{-1}

h/2πc = 6.8 10^{-25} GeV s 3 10^{8} m/s = 0.2 10^{15} GeV m = 0.2 GeV fm

h/2πc = 1 $\Rightarrow$ 1 fm = 5.068 GeV^{-1}

$\Rightarrow$ 1m = 5.068 10^{15} GeV^{-1}

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} = \frac{\left(1.602\times10^{-19}\right)^2}{4\pi\cdot 8.854\times10^{-12}\cdot 1.055\times10^{-34}\cdot 2.998\times10^{8}} = 0.730\times10^{-2} = \frac{1}{137}$$

in unità naturali $c = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1 \Rightarrow \varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ (Heaviside - Lorentz)

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$$

esercizio: dimensioni di G

(funzione d'onda)^2 = densità di probabilità: $[\bar{\psi}\psi]=[l^{-3}]=[E^3]$

Lagrangiana di Fermi: $L=\int G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi d^3x$ $\quad [L]=[E]$

Densità di lagrangiana: $[G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi]=[Gl^{-6}]=[GE^6]$

$$[L]=\left[\int G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi d^3x\right]=[Gl^{-3}]=[GE^3]$$

In unità naturali $[GE^3]=[E]\Rightarrow[G]=[E^{-2}]$

G = 1.166 10^{-5} GeV^{-2}=

$$\cong\frac{10^{-5}}{0.857\ \mathrm{GeV}^2}=\frac{10^{-5}}{(0.926\ \mathrm{GeV})^2}\approx\frac{10^{-5}}{M_p^{\ 2}}$$

In unità SI $[Gl^{-3}]=[E]\Rightarrow[G]=[El^3]$

G=1.166 10^{-5} Gev GeV^{-3}=1.166 10^{-5} 1.602 10^{-10} J(5.068 10^{15})$^{-3}$m^3=1.4355 10^{-62} Jm^3

divergenza delle sez. d'urto di neutrino

confrontando gli elementi di matrice dell'interazione e.m. con quelli di Fermi, vediamo che differiscono per il termine del propagatore, che porta un contributo $1/q^2$

$$\mathcal{M}_{fi} = e^2\left[\bar{u}_e\gamma^\mu u_e\right]\left(-\frac{1}{q^2}\right)\left[\bar{u}_e\gamma_\mu u_e\right] \qquad \mathcal{M}_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\left[\bar{u}_\nu\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)u_\mu\right]\left[\bar{u}_e\gamma_\mu\left(1-\gamma^5\right)u_\nu\right]$$

con un semplice calcolo dimensionale troviamo $\sigma_\nu \propto G_F^2 s$

mentre il calcolo completo dà $\sigma[\nu_\mu e^- \to \nu_e \mu^-] = \dfrac{G_F^2 s}{\pi}$

effettivamente le sezioni d'urto dei neutrini sono proporzionali a s

la unitarietà della matrice di transizione pone però un limite alle sez. d'urto

$$\sigma_{\nu_\mu e} \leq \frac{2\pi}{s} \Rightarrow s \leq \frac{\sqrt{2}\pi}{G_F} \approx (600\ \text{GeV})^2$$

limiti unitari sulle sez. d'urto

Matrice S di scattering $S = I + iT, \quad T = i(I - S)$

$S^{+}S = 1$ la somma delle probabilità di tutti gli stati finali deve essere 1

S diagonale in E,L,m, etc., non diagonale sulle possibili particelle iniziali e finali.

$$S \equiv \begin{pmatrix} S_{\alpha} & 0 & 0 & . \\ 0 & S_{\alpha''} & 0 & . \\ 0 & 0 & S_{\alpha'''} & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}$$

Se si considera un solo stato iniziale e finale,

$$S_{\alpha} = e^{2i\delta_{\alpha}}$$

$$t_{\alpha} = i(1 - S_{\alpha}) = i\left(1 - e^{2i\delta_{\alpha}}\right) = i\left(1 - \left(e^{i\delta_{\alpha}}\right)^{2}\right) =$$

$$= i\left(1 - \left(\cos^{2}\delta_{\alpha} - \sin^{2}\delta_{\alpha} + 2i\sin\delta_{\alpha}\cos\delta_{\alpha}\right)\right) = i\left(2\sin^{2}\delta_{\alpha} - 2i\sin\delta_{\alpha}\cos\delta_{\alpha}\right) = 2\sin\delta_{\alpha}e^{i\delta_{\alpha}}$$

$|t_{\alpha}|^{2} < 4$ limite unitario delle ampiezze di transizione

Sviluppo in armoniche sferiche, scattering di due particelle senza spin

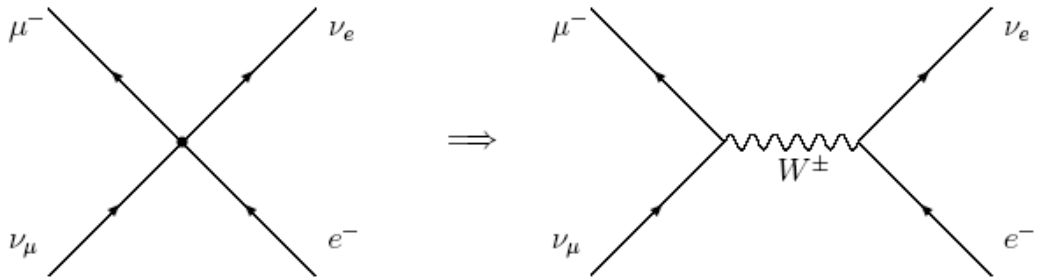
$$\sigma = \frac{\pi}{k^{2}}\sum_{L}(2L+1)|t_{L}|^{2} \le \frac{4\pi}{k^{2}}\sum_{L}(2L+1)$$

Scattering elastico di due particelle di spin 1/2 in onda s

$$\sigma \le \frac{\pi}{2k^{2}} = \frac{2\pi}{s} \qquad \sigma_{\nu_{\mu}e} = \frac{G_{F}^{2}s}{\pi} \le \frac{2\pi}{s} \Rightarrow s \le \frac{\sqrt{2}\pi}{G_{F}}$$

il bosone intermedio

la soluzione è l'introduzione di un bosone intermedio pesante



l'elemento di matrice diventa allora

$$\mathrm{M}_{fi} = \left[\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}_\nu \gamma^\mu \left(1-\gamma^5\right) u_\mu \right] \frac{1}{M_W^2 - q^2} \left[\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}_e \gamma_\mu \left(1-\gamma^5\right) u_\nu \right]$$

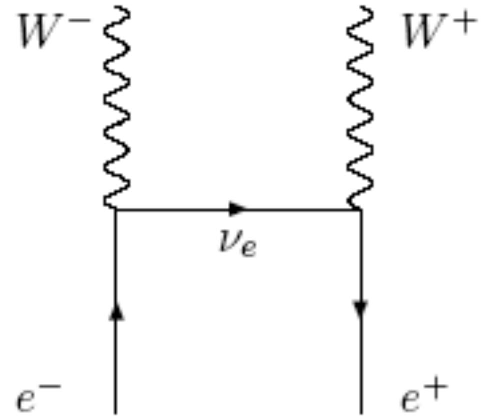
per $s \to 0$ ($q^2 << M_W^2$) dobbiamo ritrovare l'espressione alla Fermi, per cui abbiamo la relazione $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$

che per $M_W \approx 100$ GeV rende g dello stesso ordine di e

$$e^2 = \frac{4\pi}{137} \approx 0.1 \qquad g^2 = \frac{8}{\sqrt{2}} \left(\frac{M_W}{M_p} \right)^2 10^{-5} \approx 0.6$$

ma… compaiono altre divergenze

produzione di coppie di W
nell'annichilazione e^+e^-
cresce linearmente con l'energia
per W polarizzati longitudinalmente



nel caso del fotone, la massa nulla
impedisce la polarizzazione longitudinale.

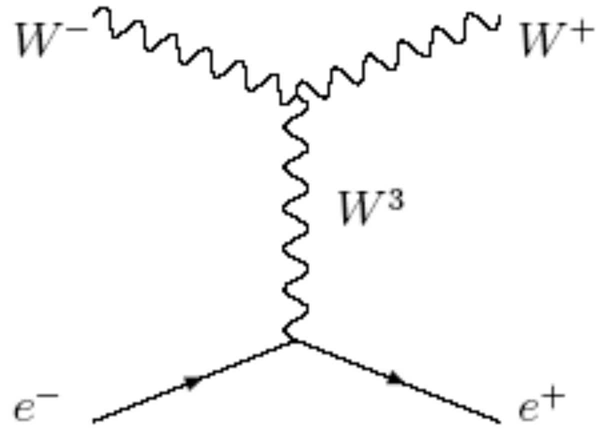
Solo tre grafici divergenti, carica e self-energia di elettrone
e fotone: tre costanti di rinormalizzazione.
Nessun contributo dai loop interni (MS cap. 9)

Propagatore del
bosone intermedio

$$D_{\mu\nu} = -\frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / m^2}{k^2 - m^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Lambda^2}{m_w^2}$$

la divergenza può essere cancellata se esiste un partner neutro di un tripletto

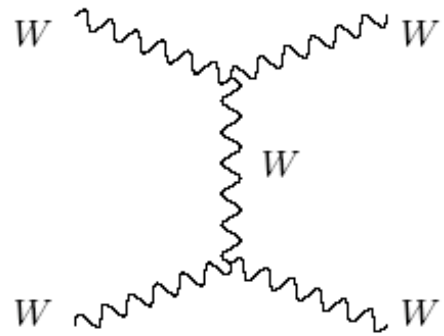
$W^{\pm} = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$ e W^3



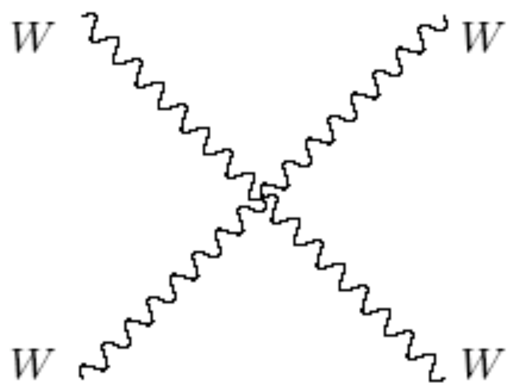
naturalmente, perché la cancellazione funzioni,
gli accoppiamenti tra W e leptoni e il triplo vertice bosonico devono essere quelli giusti

ancora divergenze…

la presenza del vertice trilineare implica la possibilità dello scattering quasi elastico WW $\rightarrow$ WW

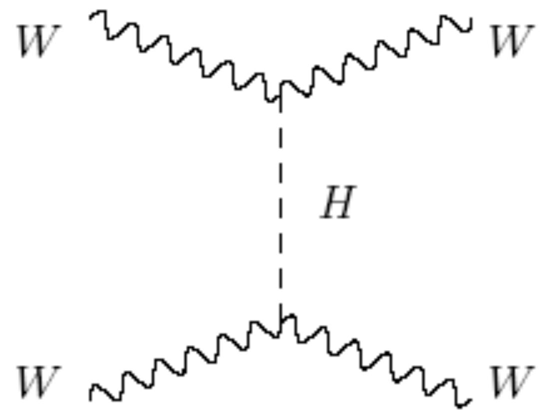


ad alta energia, l'ampiezza cresce come il quadrato di s.
un vertice quadrilineare, del secondo ordine in g cancella questa dipendenza principale
rimane però un termine dipendente da s e proporzionale alla massa del W

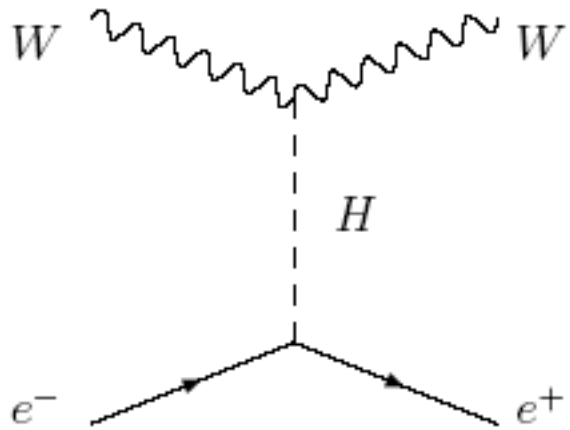


il bosone di Higgs

la divergenza residua richiederebbe
l'introduzione di interazioni forti
tra i W ad alta energia (technicolor)
oppure
l'introduzione di una particella scalare
il cui accoppiamento al W sia gM_W



Si noti che anche nello scattering ee$\rightarrow$WW
e analogamente ff$\rightarrow$WW
l'introduzione di W^3 cancella esattamente
la parte vettoriale della corrente, mentre
la parte assiale ha ancora una parte
proporzionale a $m_f\sqrt{s}$
il bosone di Higgs cancella anche questa
divergenza residua, sempre che il suo
accoppiamento all'elettrone sia gm_f



ingredienti di una teoria delle interazioni deboli

In conclusione, una formulazione delle interazioni deboli
consistente a tutte le energie richiede
l’introduzione di 3 bosoni vettori dotati di massa
e di un campo scalare con accoppiamento alle
altre particelle proporzionale alle loro masse