

la forma esplicita delle correzioni

al leading order (ma nei programmi di fit le correzioni si spingono, a seconda dei casi, ad ordini superiori) e per $m_H > m_W$

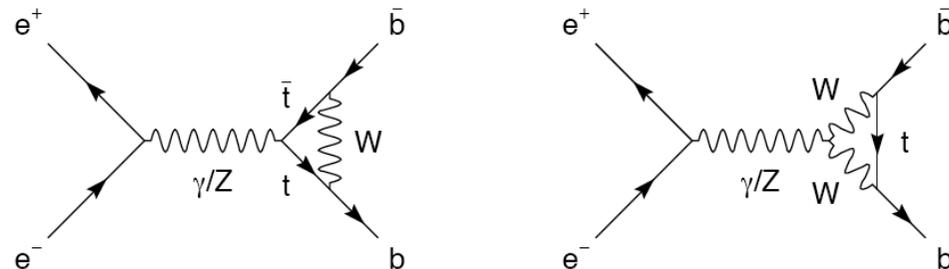
$$\Delta\rho_{se} = \frac{3G_F m_W^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{m_t^2}{m_W^2} - \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos^2 \theta_W} \left(\ln \frac{m_H^2}{m_W^2} - \frac{5}{6} \right) + \dots \right]$$

$$\Delta\kappa_{se} = \frac{3G_F m_W^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{m_t^2}{m_W^2} \frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} - \frac{10}{9} \left(\ln \frac{m_H^2}{m_W^2} - \frac{5}{6} \right) + \dots \right]$$

le correzioni dipendenti dal flavour sono praticamente trascurabili per i flavour leggeri, mentre per il b, a causa dei diagrammi indicati, sono importanti:

$$\Delta\kappa_b = \frac{G_F m_t^2}{4\sqrt{2}\pi^2} + \dots,$$

$$\Delta\rho_b = -2\Delta\kappa_b + \dots.$$



un laboratorio virtuale

Nelle correzioni radiative entrano le masse di tutti i campi che possono entrare nei diagrammi virtuali, incluso il top e l'Higgs.

In questo senso, le misure di precisione sono a tutti gli effetti un laboratorio virtuale, dove sono possibili misure su particelle non accessibili alle energie di LEP.

Un esempio clamoroso è la predizione della massa del top.

Un secondo esempio sono i limiti sperimentali che possono essere posti sulla massa dell'Higgs, e su altri ipotetici processi previsti da modelli più o meno alternativi.

masse del top e dell'Higgs

dalla forma delle correzioni, si vede però che la massa del top entra quadraticamente, mentre la massa dell'Higgs solo logaritmicamente. Questo spiega la differenza tra le sensibilità a queste due grandezze delle misure di precisione.

Questa differenza si può interpretare con argomenti di base (p. es. Altarelli cap. 6, paragrafo tra le formule 93 e 94):

- i modi longitudinali dei bosoni sono generati dall'accoppiamento con l'Higgs, che è proporzionale alla massa dei fermioni, e quindi cresce con la massa di essi.
- Inoltre, la rottura della simmetria chirale (ricordiamoci GIM) si manifesta proprio nella differenza di massa tra b e t. Ci aspettiamo quindi correzioni che divergono col rapporto Λ^2/m_Z^2 , dove il momento virtuale $\Lambda \sim m_t$.
- Per l'Higgs, la situazione è completamente differente, perché all'ordine più basso gli accoppiamenti dell'Higgs (che "custodiscono" la simmetria) possono divergere solo logaritmicamente (t'Hooft e Veltman). Termini proporzionali alla massa possono comparire solo a più loop e sono quindi piccoli.

altre correzioni

Al tree level, ρ entra sia nel rapporto tra le masse dei bosoni, sia nel rapporto tra gli accoppiamenti di corrente neutra e corrente carica, p. es. nelle interazioni di neutrino. Avendo fissato il primo rapporto nella definizione on-shell, il secondo risulta modificato in maniera simile a ρ_f ,

$$\rho = 1 + \Delta\rho$$

Le relazioni tra i parametri dello SM vanno corrette in:

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta_W \sin^2 \theta_W &= \frac{\pi\alpha(0)}{\sqrt{2}m_Z^2 G_F} \frac{1}{1 - \Delta r} & \text{con} & \quad \Delta r = \Delta\alpha + \Delta r_w \\ \cos^2 \theta_{\text{eff}}^f \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f &= \frac{\pi\alpha(0)}{\sqrt{2}m_Z^2 G_F} \frac{1}{1 - \Delta r^f} & \Delta r^f &= \Delta\alpha + \Delta r_w^f \end{aligned}$$

dove $\Delta\alpha$ è il running di α , e

$$\begin{aligned} \Delta r_w &= -\frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \Delta\rho + \dots & \text{con} & \quad \Delta\rho \approx \frac{3G_F m_t^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \\ \Delta r_w^f &= -\Delta\rho + \dots \end{aligned}$$

in conseguenza, nel nostro calcolo di prova troviamo, con $m_t = 174$ GeV

$$\Delta r = 1 - \frac{\alpha_0}{\alpha(M_Z)} + \Delta r_w = 0.066 - 0.031 = 0.035 \quad \sin^2 \vartheta_W = 0.2230, \quad M_W = 80.38$$

finalmente in accordo con la massa misurata

la sezione d'urto

Lo scopo delle misure di precisione di LEP è quello di determinare i parametri del modello standard elettrodebole, seguendo gli schemi generali delle correzioni radiative elettrodeboli che abbiamo discusso in precedenza.

Nel confronto con la sez. d'urto misurata, dobbiamo tenere conto di altre correzioni radiative, il cui effetto è rilevante, spesso dominante:

1. Correzioni di QED, il cui effetto dominante è quello di modificare evento per evento, attraverso la radiazione di stato iniziale, l'energia del c.d.m. alla quale avvengono effettivamente le interazioni, distorcendo la curva di risonanza (la "line shape") dello Z.
2. Correzioni di QCD, dipendenti dalle potenze di α_s , che modificano le sezioni d'urto degli stati finali adronici.
3. Infine, l'andamento alla Breit-Wigner della sez. d'urto deve essere interpretato in funzione dei parametri dello Z, (massa e larghezza), in maniera *model-independent*

sez. d'urto alla Born per s effettiva

La sez. d'urto differenziale per s effettiva può essere scritta come:

$$\frac{2s}{\pi} \frac{1}{N_c^f} \frac{d\sigma_{ew}}{d\cos\theta}(e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) =$$

$$\underbrace{|\alpha(s)Q_f|^2 (1 + \cos^2\theta)}_{\sigma^\gamma}$$

$$\underbrace{-8\Re\{\alpha^*(s)Q_f\chi(s) [\mathcal{G}_{Ve}\mathcal{G}_{Vf}(1 + \cos^2\theta) + 2\mathcal{G}_{Ae}\mathcal{G}_{Af}\cos\theta]\}}_{\gamma\text{-Z interference}}$$

$$\underbrace{+16|\chi(s)|^2 [(|\mathcal{G}_{Ve}|^2 + |\mathcal{G}_{Ae}|^2)(|\mathcal{G}_{Vf}|^2 + |\mathcal{G}_{Af}|^2)(1 + \cos^2\theta) + 8\Re\{\mathcal{G}_{Ve}\mathcal{G}_{Ae}^*\}\Re\{\mathcal{G}_{Vf}\mathcal{G}_{Af}^*\}\cos\theta]}_{\sigma^Z}$$

dove N_c^f è il fattore di colore e

$$\chi(s) = \frac{G_F m_Z^2}{8\pi\sqrt{2}} \frac{s}{s - m_Z^2 + is\Gamma_Z/m_Z}$$

(si noti la dipendenza della larghezza da s , diversamente da una BW pura)

(Bardeen)

(per $f=e$, va aggiunto il canale t , con i suoi contributi dominanti a piccolo angolo)

Con questa forma, gli accoppiamenti possono variare liberamente, e le proprietà della risonanza possono essere determinate (almeno in linea di principio) in maniera model-independent.

Le uniche assunzioni sono che lo Z ha accoppiamenti A e V, spin 1 ed interferisce col fotone.

Sez. d'urto e larghezze parziali

Integrando in θ , i termini in $\cos\theta$ si annullano, e la sez. d'urto dello Z diventa proporzionale al prodotto degli accoppiamenti V ed A dei singoli fermioni con quelli dell'elettrone iniziale, per cui si può esprimere in termini di larghezze parziali dello stato iniziale e finale:

$$\sigma(s) = \frac{12\pi\Gamma_e\Gamma_f}{(s - M_Z^2)^2 + (s^2/M_Z^2)\Gamma_Z^2} [1 + \Delta_Z] + \frac{4\pi\alpha^2(s)}{3s} Q_f^2 N_c$$

dove Δ_Z ingloba le correzioni dovute all'interferenza γ -Z

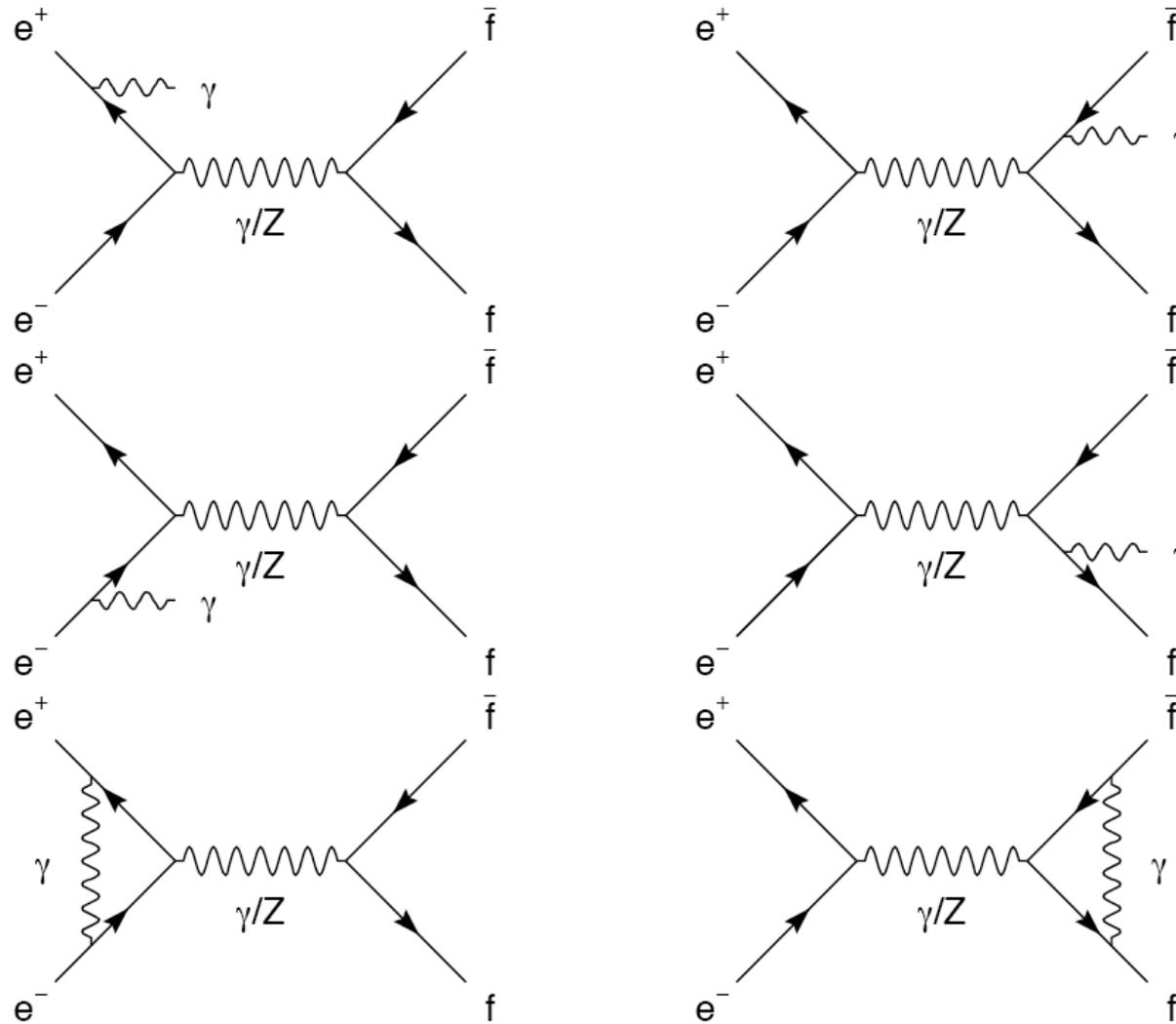
Al picco dello Z, considerando i soli contributi dello Z, si ha:

$$\sigma_{ff}^0 = \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{f\bar{f}}}{\Gamma_Z^2}$$

Da questa relazione si vede come le larghezze parziali misurate sono correlate tra loro. Per minimizzare le correlazioni, si usa un set di variabili che comprende, oltre a massa e larghezza dello Z,

$$\sigma_{\text{had}}^0 \equiv \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_Z^2} \quad R_e^0 \equiv \Gamma_{\text{had}}/\Gamma_{ee}, \quad R_\mu^0 \equiv \Gamma_{\text{had}}/\Gamma_{\mu\mu} \quad \text{e} \quad R_\tau^0 \equiv \Gamma_{\text{had}}/\Gamma_{\tau\tau}$$

alcuni diagrammi di QED



irraggiamento di fotoni

Le distorsioni dovute all'irraggiamento di fotoni possono essere trattate considerando una convoluzione della sez. d'urto precedente con un radiatore che esprime la probabilità $H_{QED}(z,s)$ che $s_{eff}=zs$:

$$\sigma(s) = \int_{4m_f^2/s}^1 dz H_{QED}^{\text{tot}}(z,s) \sigma_{ew}(zs)$$

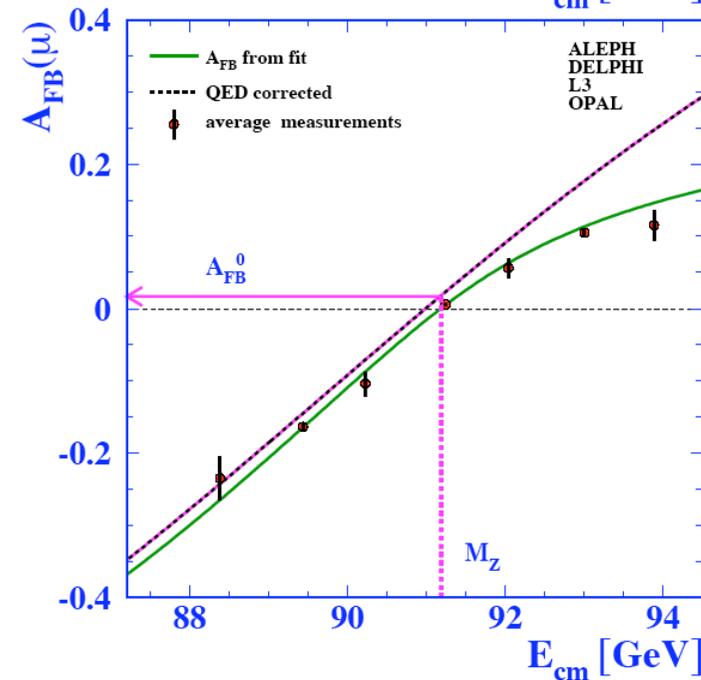
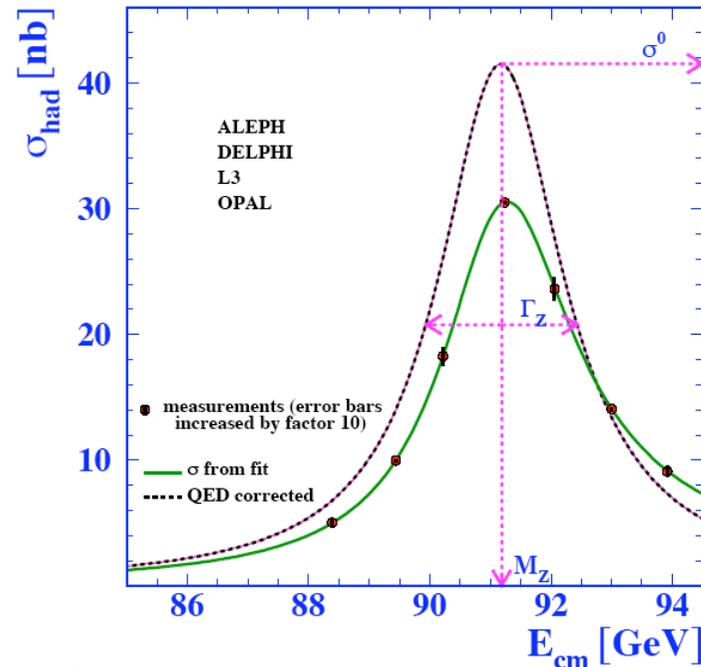
Il radiatore è calcolato fino al terzo ordine. All'ordine dei logaritmi dominanti, $H_{QED}(z,s)=\beta(1-z)^{\beta-1}$ con $\beta = \frac{2\alpha}{\pi} \left(\log \frac{s}{m_e^2} - 1 \right)$. Questa correzione è sostanzialmente indipendente dalle correzioni elettrodeboli, preservando la natura model-independent della parametrizzazione della sez. d'urto.

effetti delle correzioni di QED

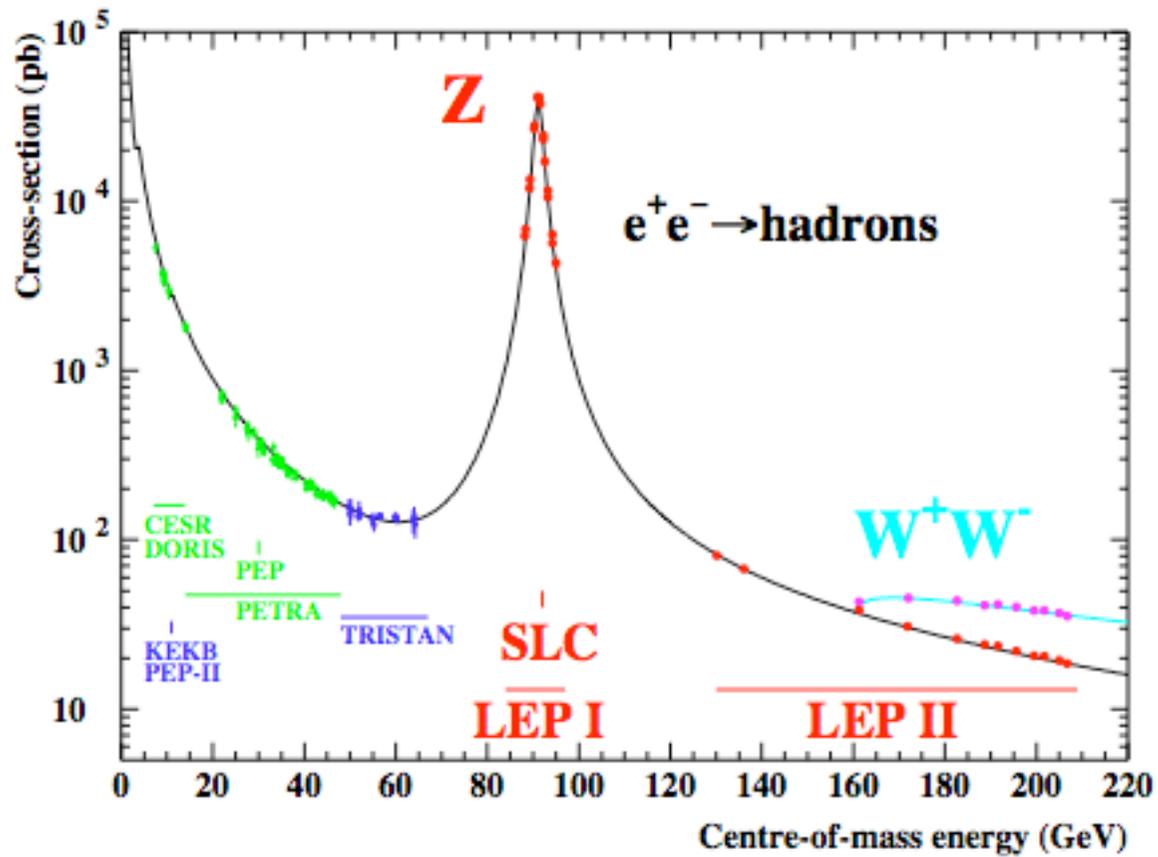
Gli effetti delle correzioni descritte sono molto rilevanti:

il massimo della sez. d'urto è spostato di circa 100 MeV, ed il suo valore è ridotto del 36%.

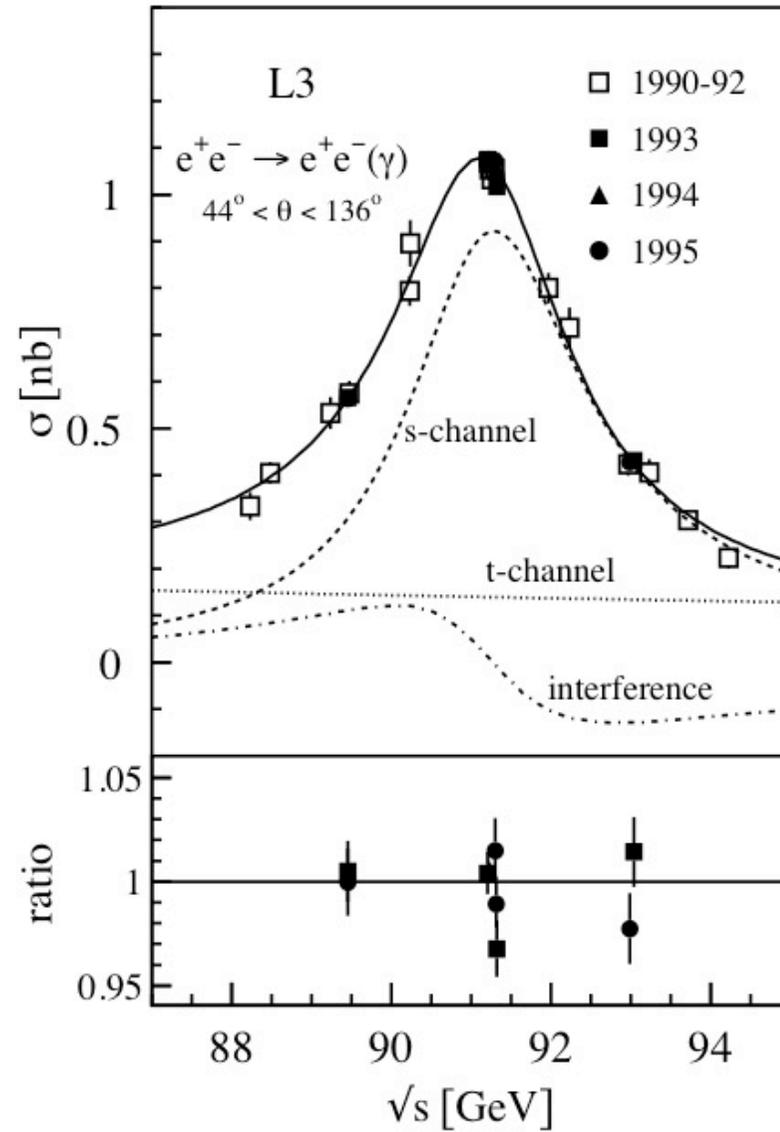
L'asimmetria leptonica per E_{cdm} al picco è ridotta di una quantità quasi uguale al suo valore.



sezione d'urto elettrodebole



stato finale in elettroni



larghezza invisibile

Determinando direttamente dal fit la larghezza totale dello Z e misurando le varie larghezze parziali, è possibile determinare il numero di neutrini nell'ambito dello SM, dalle formule

$$\Gamma_Z = \Gamma_{ee} + \Gamma_{\mu\mu} + \Gamma_{\tau\tau} + \Gamma_{\text{had}} + \Gamma_{\text{inv}} \quad R_{\text{inv}}^0 = \Gamma_{\text{inv}}/\Gamma_{\ell\ell} = N_\nu \left(\frac{\Gamma_{\nu\bar{\nu}}}{\Gamma_{\ell\ell}} \right)_{\text{SM}}$$

per minimizzare le correlazioni tra le varie larghezze, si utilizza la sezione d'urto adronica misurata al polo

$$\sigma_{\text{had}}^0 \equiv \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{\text{had}}}{\Gamma_Z^2}$$

e il rapporto $R_\ell^0 \equiv \Gamma_{\text{had}}/\Gamma_{\ell\ell}$

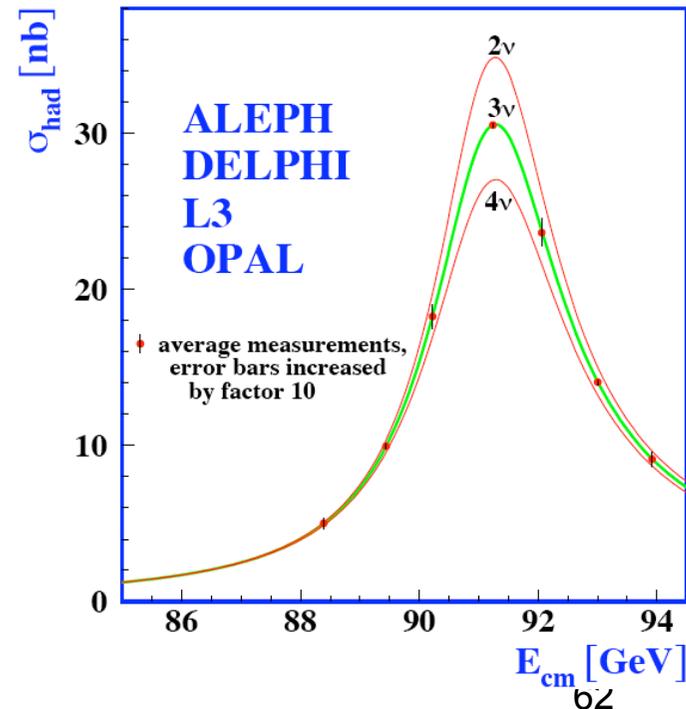
si ottiene, con una piccola correzione δ_τ dovuta alla massa del τ :

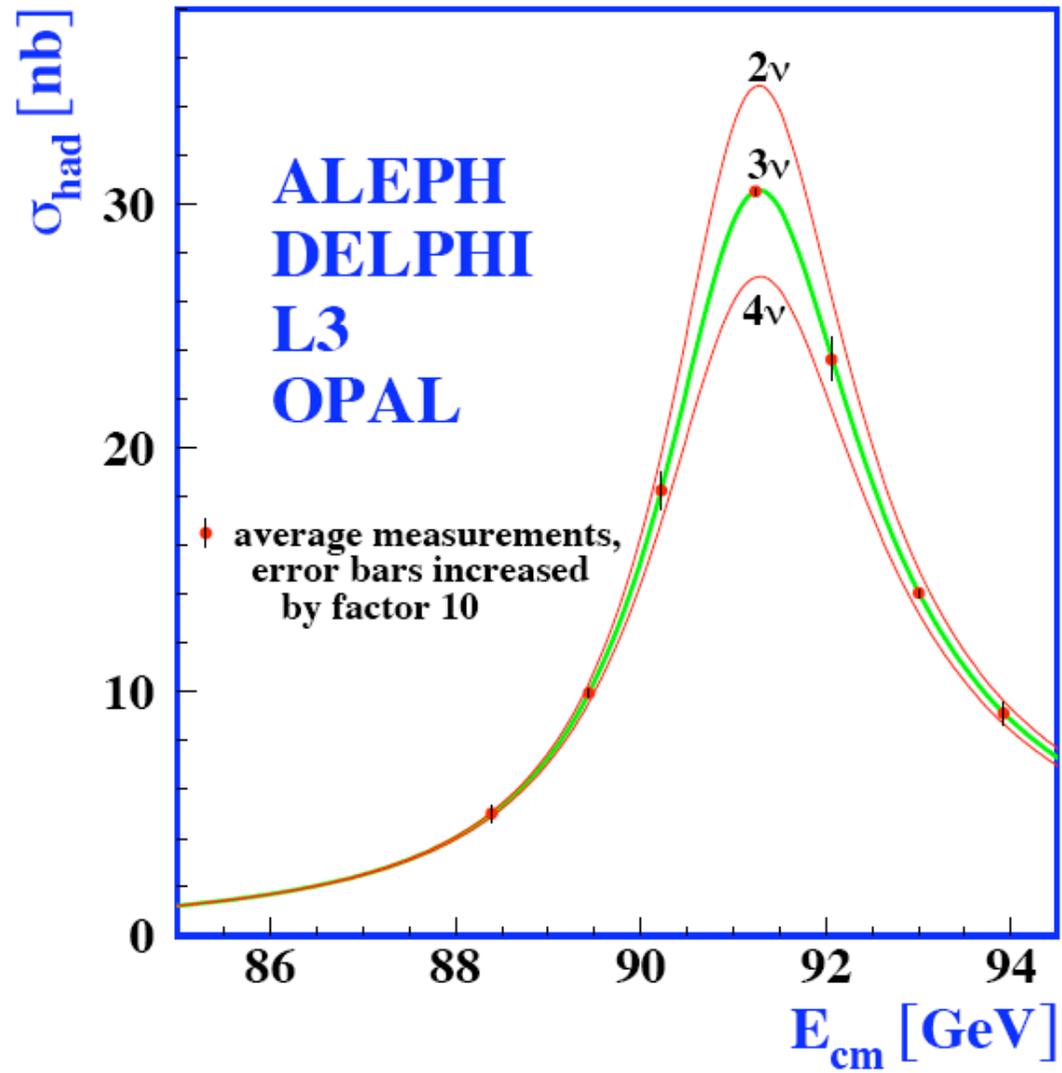
$$R_{\text{inv}}^0 = \left(\frac{12\pi R_\ell^0}{\sigma_{\text{had}}^0 m_Z^2} \right)^{\frac{1}{2}} - R_\ell^0 - (3 - \delta_\tau)$$

(esercizio)

Il risultato finale è

$$N_\nu = 2.9840 \pm 0.0082$$





misura diretta del numero di neutrini

