

## moto circolare

scomposizione della posizione in due componenti.  
seno e coseno di un angolo  
relazione tra arco e angolo. gradi e radianti

### (digressione sui limiti e sulle derivate)

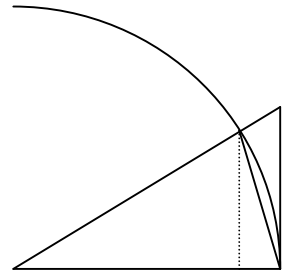
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  dove  $\varphi = a/r$  è il rapporto tra arco e raggio:

consideriamo le aree dei due triangoli e dello spicchio di cerchio indicati in figura:  
i due triangoli hanno entrambi base  $r$  e altezza rispettivamente  $r \sin x$  e  $r \tan x$ ,  
mentre l'area dello spicchio può essere calcolata come frazione  $\frac{\varphi}{2\pi}$  dell'area

della circonferenza:  $\frac{\varphi}{2\pi} \pi r^2 = \frac{1}{2} \varphi r^2 = \frac{1}{2} ar$

$$\frac{1}{2} r^2 \sin \varphi < \frac{1}{2} r^2 \varphi < \frac{1}{2} r^2 \tan \varphi$$

$$1 < \frac{\varphi}{\sin \varphi} < \frac{1}{\cos \varphi}$$



calcoliamo ora la derivata come limite del rapporto incrementale

$$f + \Delta f = \sin(\varphi + \Delta\varphi), f = \sin(\varphi)$$

$$\Delta f = \sin(\varphi + \Delta\varphi) - \sin(\varphi) = 2 \sin \frac{\varphi + \Delta\varphi - \varphi}{2} \cos \frac{\varphi + \Delta\varphi + \varphi}{2}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta\varphi} = \frac{2 \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \cos \frac{2\varphi + \Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi} = \frac{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos \left( \varphi + \frac{\Delta\varphi}{2} \right)$$

$$\frac{d}{d\varphi} \sin \varphi = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta\varphi} = \cos \varphi$$

Tutte le dimostrazioni si basano sulla misura dell'angolo in radianti, ossia come rapporto di lunghezze

il moto circolare uniforme:  $\varphi = \omega t$

direzione del raggio e della velocità

determinazione della direzione della velocità come limite della variazione della posizione

la velocità è data dalla circonferenza diviso il periodo, quindi è proporzionale al raggio e alla velocità angolare

per analogia, determinazione della direzione dell'accelerazione

l'accelerazione è proporzionale a  $\omega^2 r$   
relazione tra i vettori raggio, velocità e accelerazione

l'angolo in funzione del tempo  
le coordinate x e y in funzione del tempo  
funzioni sinusoidali  
le proiezioni del raggio si muovono di moto armonico:

$$\varphi = \omega t$$

$$v = \omega r$$

$$a = \omega v = \omega^2 r \quad \text{acc. centripeta, che richiede una forza centripeta}$$

$$x = r \cos \varphi = r \cos \omega t$$

$$v_x = -\omega r \sin \varphi = -\omega r \sin \omega t$$

$$a_x = -\omega^2 r \cos \varphi = -\omega^2 r \cos \omega t = -\omega^2 x$$