moto circolare uniforme: forza centripeta

- palla attaccata ad una fune
- biglia che scorre sulla parete della roulette
- pianeta che ruota intorno al sole

leggi di keplero e momento angolare

- forza gravitazionale bilanciata dalla forza centrifuga (terza legge)

$$m\omega^2 r = G\frac{mM}{r^2} \Rightarrow \omega^2 r^3 = GM \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

- conservazione del momento angolare (seconda legge)

$$p = m\omega r^2 = m\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}r^2 = m\frac{r\Delta\vartheta r}{\Delta t} = 2m\frac{\Delta A}{\Delta t}$$ (velocità areolare costante)

- (la prima legge richiede l'oscillatore armonico!)

dal secondo principio, la forza risulta proporzionale ed opposta allo spostamento
il **moto armonico** è la legge oraria di una forza proporzionale ed opposta allo spostamento (forza di richiamo)

forza elastica di una molla
forza proporzionale allo spostamento cambiato di segno
stessa equazione, stessa soluzione, con

$$ma = f = -kx \Leftrightarrow a = -\omega^2 x \Rightarrow \frac{k}{m} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

il moto di una massa agganciata ad una molla è un moto armonico
fase tra spostamento e velocità, fase tra seno e coseno

pendolo

$$ma = f = -mg\vartheta \cong -mg\frac{x}{l}$$

$$a = -g\frac{x}{l} \Leftrightarrow a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

il potenziale armonico

$$x = x_0 \cos\omega t, v = -\omega x_0 \sin\omega t \Rightarrow v_{\max} = \omega x_0$$

$$E = T + U = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\rightarrow U = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \left(1 - \sin^2 \omega t\right) = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} k x^2$$

- relazione tra **equilibrio e forze di richiamo**:
    - in ogni intorno di un punto di equilibrio stabile
    - oppure in ogni minimo dell'energia potenziale
    - oppure per ogni forza di richiamo

  per piccoli spostamenti dal punto di equilibrio il moto è in prima approssimazione un moto armonico.
- centralità degli oscillatori nella fisica vicino all’equilibrio
- esempio: prima legge di keplero:

in un riferimento non inerziale che ruota col pianeta

$$f_{centrifuga} = m\omega^2 r = \frac{p^2}{m r^3} = \frac{\text{costante}}{r^3}$$

$$f_{gravitazionale} = G\frac{mM}{r^2} = \frac{\text{costante}}{r^2}$$

quando, per un certo valore di r, le due forze sono uguali, il pianeta è in equilibrio.
Se si aumenta di poco il raggio, diminuiscono sia la forza gravitazionale che la forza centrifuga, ma quest'ultima diminuisce di più, e domina quindi la forza gravitazionale, attrattiva.
Se si diminuisce di poco il raggio, aumentano sia la forza gravitazionale che la forza centrifuga, ma quest'ultima aumenta di più, e domina quindi la forza centrifuga, repulsiva.
L'insieme di queste due forze genera quindi una forza di richiamo.
Il pianeta compie oscillazioni (orbite ellittiche) intorno al raggio di equilibrio (orbita circolare)