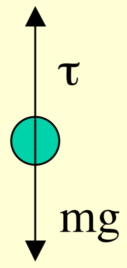
lavoro

consideriamo un punto materiale soggetto al peso mg e ad una forza τ diretta verso l'alto:



se $\tau = mg$ il corpo sta fermo

se $\tau > mg$ (anche di pochissimo) il corpo sale

La situazione è molto diversa:

- nel primo caso la forza può essere puramente passiva (vincolo, chiodo, ecc.),
- nel secondo qualcosa deve agire (braccio, motore ecc.)

Costruiamo una grandezza che distingua i due casi, a cui diamo il nome di **lavoro**

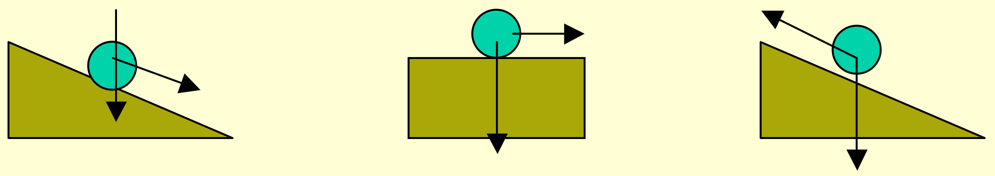
$L = \vec{f} \cdot \Delta\vec{r}$ (lavoro finito di una forza costante)

$\delta L = \vec{f} \cdot d\vec{r}$ (lavoro infinitesimo di una forza qualunque)

$L = \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{r}$ (lavoro finito di una forza qualunque)

- lavoro di più forze = lavoro della risultante

perché un **prodotto scalare**?



- lavoro motore e lavoro resistente
- **lavoro grandezza scalare**; dimensioni $[L] = \left[\ell^2 m t^{-2}\right]$
- unità di misura Joule = 1 Newton per metro

teorema delle forze vive
energia cinetica

Utilizzando il II principio nel calcolo del lavoro infinitesimo di una forza si ha: $\delta L = \vec{f} \cdot d\vec{r} = m\vec{a} \cdot d\vec{r} = m\vec{a} \cdot \vec{v} dt$

d'altra parte $\quad \vec{a} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt}$

per cui

$$\delta L = \frac{1}{2} m \frac{d(v^2)}{dt} dt = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

e, chiamando $K = \frac{1}{2} m v^2$ **energia cinetica** del punto,

il **teorema delle forze vive** (conseguenza del II principio) dice che "il lavoro elementare fatto dalla risultante delle forze agenti su un punto è uguale alla variazione dell'energia cinetica del punto".

integrando $\quad \int_A^B \delta L = \int_A^B dK \Rightarrow L_{AB} = K_B - K_A$

- conoscendo ΔK si può ricavare L
- effetivamente dall'energia cinetica si può ricavare lavoro (mulino ecc.), che, attraverso vincoli che non compiono lavoro (a parte l'attrito) può essere riutilizzato altrimenti
- l'energia cinetica ha le stesse dimensioni e unità di L
- K e L dipendono dal riferimento
- In un riferimento non inerziale, anche le forze apparenti fanno lavoro e fanno variare l'energia cinetica (ma non Coriolis, ortogonale a v')

lavoro (2)

Come si traduce l'integrale del lavoro?

$$L = \int_A^B \delta L = \int_A^B (f_x(x,y,z)dx + f_y(x,y,z)dy + f_z(x,y,z)dz)$$

l'integrando non è necessariamente un differenziale esatto → l'integrale dipende dalla traiettoria.

(questo è il motivo per cui si indica con un δ)

per esempio, il lavoro della forza di attrito dipende dalla lunghezza della traiettoria:

il lavoro da A a B lungo le traiettorie 1 e 2 è rispettivamente

$$\vec{f} = -\mu m g \hat{s}$$

$$\delta L = -\mu m g \hat{s} \cdot d\vec{s} = -\mu m g ds$$

$$L_{AB_1} = -\mu m g \int ds = -\mu m g d$$

$$L_{AB_2} = -\mu m g \frac{\pi}{2} d = \frac{\pi}{2} L_{AB_1}$$