Cinematica del punto materiale

- **cinematica**: descrizione del movimento nel tempo
  (senza riferimenti alle cause del moto)
- **punto materiale**: modello di un oggetto fisico di dimensioni piccole (trascurabili) rispetto alla scala con cui ne vogliamo determinare la posizione
  (non ci interessano moti interni, p. es. rotazioni)

la validità della schematizzazione sarà corroborata quando introdurremo il baricentro di un sistema di punti, in particolare attraverso il teorema del baricentro

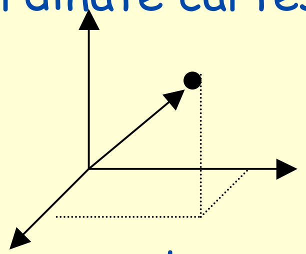
posizione di un punto materiale:

- distanza rispetto ad altri corpi (misure di lunghezza)
- posizione in un sistema di riferimento

carattere vettoriale della posizione:

3 numeri reali ⇔ 3 coordinate cartesiane

$$\boldsymbol{r} = (r_x, r_y, r_z)$$



spostamento: differenza tra due posizioni

- la posizione dipende dall'origine delle coordinate
- lo spostamento invece è indipendente dall'origine

distanza = modulo dello spostamento

richiami di calcolo vettoriale
(FMU 2.1-2.16)

- somma e differenza di vettori
- prodotto di uno scalare per un vettore
- versori
- scomposizione di un vettore in componenti
- prodotto scalare
- prodotto vettoriale
- rappresentazioni
  - cartesiana
  - polare
- cambio di sistemi di coordinate
  - traslazione
  - rotazione

derivate di vettori e di versori

derivata di un vettore $\vec{w}(t) = w_x(t)\hat{i} + w_y(t)\hat{j} + w_z(t)\hat{k}$

$$\frac{d\vec{w}(t)}{dt} = \frac{dw_x(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dw_y(t)}{dt}\hat{j} + \frac{dw_z(t)}{dt}\hat{k}$$

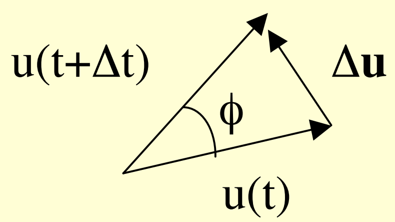
se il modulo di un vettore è costante (per es. per un versore), la derivata del vettore è ortogonale al vettore stesso:

$$|\vec{w}(t)| = \text{cost} \Rightarrow \vec{w}(t)\cdot\vec{w}(t) = w^2 = \text{cost}$$

$$\frac{d(\text{cost})}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\left(\vec{w}(t)\cdot\vec{w}(t)\right)}{dt} = \frac{d\vec{w}}{dt}\cdot\vec{w}(t) + \vec{w}(t)\cdot\frac{d\vec{w}}{dt} = 2\frac{d\vec{w}}{dt}\cdot\vec{w}(t) = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{w}}{dt}\perp\vec{w}$$

calcoliamo esplicitamente il modulo della derivata di un versore **u**:

$$\frac{|\Delta u|}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta\varphi}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$



$$\frac{du}{dt} = \lim_{dt\to 0}\frac{|\Delta u|}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

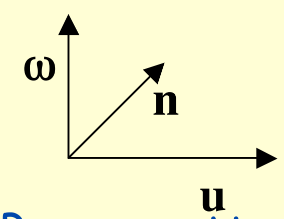
$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}\hat{n}$$

→ direzione di **du**, ortogonale ad **u**

↓

velocità di rotazione, o velocità angolare, ω

se diamo ad ω la direzione dell'asse attorno a cui ruota **u**:



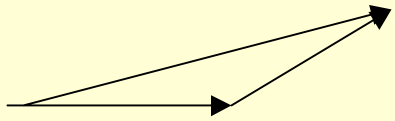
$$\frac{d\hat{u}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\hat{u}$$ **relazione di Poisson**

Per un vettore generico, $\vec{w} = w\hat{u}_w : \frac{d\vec{w}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(w\hat{u}_w\right) = \frac{dw}{dt}\hat{u}_w + \vec{\omega}\wedge\vec{w}$

carattere vettoriale di una grandezza fisica

Perché una grandezza fisica sia un vettore, deve soddisfare le leggi di somma di vettori

$\boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$



e deve trasformarsi come un vettore per cambiamenti di riferimento

Quando consideriamo una grandezza fisica, dobbiamo quindi specificare quali sono le sue proprietà **geometriche**, ossia le sue proprietà di trasformazione (scalare, vettore, vettore assiale, ecc.)

Se vogliamo che le leggi fisiche non dipendano dal sistema di riferimento, devono essere espresse da relazioni geometricamente omogenee: p. es.

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} + a\,\boldsymbol{w}$$

in sistemi di riferimento diversi, infatti, i due membri cambiano nello stesso modo, e l'uguaglianza rimane valida: parliamo allora di **covarianza** della legge.