classificazioni del moto

le relazioni $\vec{v} = \dot{s}\hat{u}_t$

$$\vec{a} = \ddot{s}\hat{u}_t + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\hat{u}_n$$

permettono di classificare i moti in:

- **moti uniformi**, quelli con ds/dt costante
- **moti uniformemente accelerati**, se d^2s/dt^2 costante

e ancora

- rettilinei, se $\rho \to \infty$
- circolari, se ρ costante

moto uniforme

$$\dot{s}(t) = v_0$$

$$s(t) = \int v_0 dt + c = v_0 \int dt + c = v_0 t + c$$

$$s(0) = c = s_0$$

n.b. usando l'integrale definito si ha

$$s(t_2) - s(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v_0 dt = v_0(t_2 - t_1)$$

e ponendo $t_1 = 0, t_2 = t$

si ottiene di nuovo $s(t) = v_0 t + s(0) = v_0 t + s_0$

moto rettilineo uniforme

$$\rho = \infty \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

$\boldsymbol{r}_0$ è la costante di integrazione dell'integrale indefinito, e rappresenta la **condizione iniziale** (posizione, $\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{r}(0)$)

moto uniformemente accelerato

Consideriamo un moto rettilineo con accelerazione costante a

Possiamo scegliere l'asse x nella direzione del moto.

Per ottenere x(t) dobbiamo integrare due volte:

$$\frac{dv(t)}{dt} = a \Rightarrow v(t) = v_0 + at \Rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

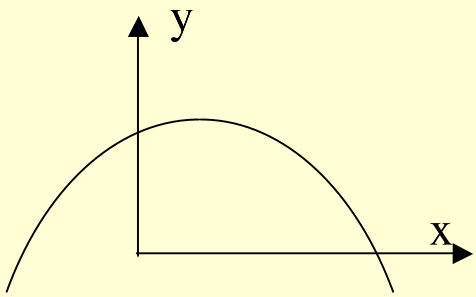
ed abbiamo due costanti di integrazione, che rappresentano la velocità e la posizione all'istante iniziale

naturalmente il moto può essere, p. es., uniforme in una componente e uniformemente accelerato in un'altra, come nel moto balistico (FMU 3.17):

$$a_x = 0 \qquad x(t) = x_0 + v_{0x} t$$

$$a_y = -g \qquad y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

la traiettoria è una parabola



moto circolare uniforme

il moto circolare uniforme può essere studiato in coordinate polari, con la circonferenza nel piano xy

$$\begin{cases} r(t) = R \\ \vartheta(t) = \pi/2 \\ \varphi(t) = \omega t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = r\sin\vartheta\cos\varphi = R\cos\omega t \\ y = r\sin\vartheta\sin\varphi = R\sin\omega t \\ z = r\cos\vartheta = 0 \end{cases}$$

ω rappresenta la velocità angolare, costante: $\vec{\omega} \equiv (0, 0, \omega)$

Notiamo che $x^2+y^2=R^2$ è l'equazione della circonferenza

Derivando si ottiene la velocità

$$\begin{cases} v_x = -\omega R\sin\omega t \\ v_y = \omega R\cos\omega t \\ v_z = 0 \end{cases}$$

notiamo che

- il modulo vale $v=\omega R$
- $\mathbf{v}$ ed $\mathbf{r}$ sono ortogonali, infatti

$$\vec{v}\cdot\vec{r} = -\omega R^2 \sin\omega t\cos\omega t + \omega R^2\cos\omega t\sin\omega t = 0$$

derivando ancora si ottiene l'accelerazione:

$$\begin{cases} a_x = -\omega^2 R\cos\omega t \\ a_y = -\omega^2 R\sin\omega t \\ a_z = 0 \end{cases}$$

per cui si ha

$$\vec{a}\cdot\vec{v} = 0$$

$$\vec{a} = -\omega^2\vec{r} \qquad \text{(centripeta)}$$

$$|a| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \omega v$$

r, *v* ed *a* sono di modulo costante, e si ottengono uno dall'altro usando la relazione di Poisson.

Notiamo che sia *r* che *v* ruotano con la stessa ω:
(il cerchio osculatore coincide con la circonferenza)

$$\vec{\omega} = \dot{\vartheta}\hat{k}, \quad \vec{v} = \vec{\omega}\wedge\vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{\omega}\wedge\vec{v} = \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{r}) = -\omega^2\vec{r}$$