Corpi rigidi

Schematizzazione di corpo rigido:

le distanze tra due punti qualunque sono costanti

- gradi di libertà di un corpo rigido:
  - posizionare un qualunque punto del corpo nello spazio: **3 coordinate**
  - il luogo di un secondo punto con distanza costante è una superficie sferica: la posizione del secondo punto ha **2 gradi di libertà**
  - rimane ora solo una possibile rotazione intorno all'asse individuato dai due primi punti: **1 ulteriore grado di libertà**

  totale: **6 gradi di libertà (per sei equazioni)**
- le tre operazioni indicate corrispondono al posizionamento di una terna ortogonale solidale col corpo rigido
- la cinematica del corpo rigido è quindi definita dalla posizione dell'origine della terna (p. es. il c.d.m. del corpo) e dalla sua rotazione; in questa terna i punti del corpo sono fermi, per cui si ha solo composizione di trascinamento, $\vec{v}_i = \vec{v}_c(t) + \vec{\omega}(t) \wedge \vec{r}_i^{\,\prime}(t)$

  e il moto del corpo si riduce alla combinazione di una traslazione e di una rotazione

pura traslazione e rotolamento

- **pura traslazione** (ω=0)

$$\vec{v}_i = \vec{v}_c$$

$$\vec{Q} = M\vec{v}_c$$

$$\vec{P}_c{}' = 0 \Rightarrow \vec{P}_c = 0 \qquad \text{essendo } v'_i = 0$$

$$\vec{P}_\Omega = \vec{P}_c + (\vec{r}_c - \vec{r}_\Omega) \wedge \vec{Q} = (\vec{r}_c - \vec{r}_\Omega) \wedge \vec{Q}$$

- **rotolamento** (p.es. di una ruota su una strada).

La velocità di un punto qualunque è data dalla relazione generale $\vec{v}_i = \vec{v}_c + \vec{\omega} \wedge [\vec{r}_i - \vec{r}_c]$

Se la velocità del punto P* di contatto con la strada è nulla (condizione di **puro rotolamento**) si ha

$$\vec{v}_c = \vec{\omega} \wedge (\vec{r}_c - \vec{r}^*)$$

che rinserita nella precedente dà $\vec{v}_i = \vec{\omega} \wedge (\vec{r}_i - \vec{r}^*)$

il che dimostra che il moto si può considerare una rotazione, con la **stessa velocità angolare**, intorno ad un asse passante per il punto di contatto, e quindi non solidale né col corpo né con la superficie della strada, detto **asse istantaneo di rotazione**

Il momento angolare rispetto a P* è dato da

$$\vec{P}^* = \vec{P}_c + (\vec{r}_c - \vec{r}^*) \wedge M\vec{v}_c$$