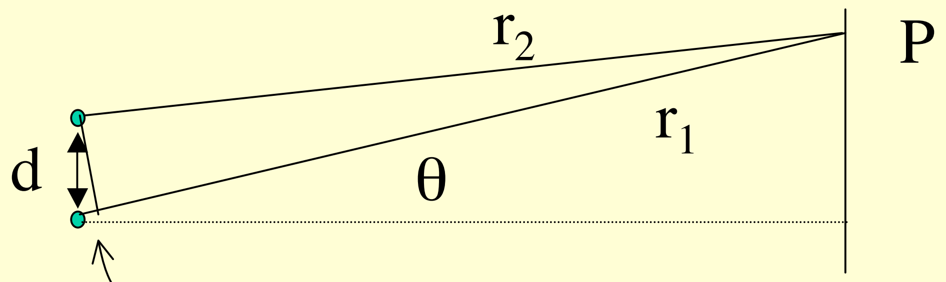
interferenza tra due sorgenti vicine

- Consideriamo due sorgenti, poste a distanza d una dall'altra, che emettono onde della stessa frequenza in fase tra loro.
- Osserviamo l'interferenza su un punto di piano posto ad una certa distanza dalle sorgenti:



$$r_1 - r_2 = d\sin\vartheta \cong d\vartheta$$

- la fase tra le due onde in P sarà data dal prodotto del numero d'onda per la differenza di percorso:

$$\varphi = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \cong \frac{2\pi}{\lambda}\vartheta d$$

- l'intensità della sovrapposizione sarà massima quando la fase è pari ad un multiplo di 2π, ossia

$$r_1 - r_2 = n\lambda, \quad \vartheta = \frac{nd}{\lambda}$$

- l'intensità della sovrapposizione sarà nulla quando la fase è pari ad un multiplo dispari di π:

$$r_1 - r_2 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad \vartheta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{d}{\lambda}$$

sul piano si formano così delle "**frange di interferenza**"

onde stazionarie

Se due onde identiche si sovrappongono viaggiando in direzioni opposte abbiamo:

$$f_1 = A\sin(kx - \omega t) \qquad f = f_1 + f_2 = 2A\cos\omega t \sin kx$$
$$f_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

La dipendenza spaziale e temporale sono disaccoppiate, non c'è più nulla che si propaga. Ogni elemento del mezzo oscilla di moto armonico, con una ampiezza che dipende dalla posizione spaziale:

abbiamo **onde stazionarie**

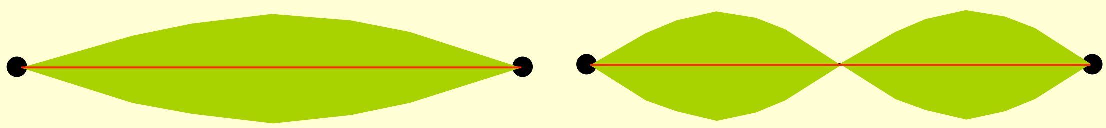
Ci sono dei punti fermi (nodi) e dei punti di ampiezza massima (ventri).

i nodi si hanno per $kx = \pm n\pi$, con $n = 0, 1, 2...$

i ventri si hanno per $kx = \pm\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$, con $n = 0, 1, 2...$

In quali condizioni si stabiliscono onde di questo tipo?

Es. corda fissa a due estremi: i due estremi non possono oscillare, devono coincidere con due nodi:



$$\Rightarrow kL = n\pi, \quad k = 2\pi/\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n}$$

nodo in x=0 e in x=L

riflessioni

- Cosa succede quando un'onda (non periodica) che si propaga raggiunge un estremo del sistema vibrante?
- Se l'onda raggiunge un punto fermo, l'energia trasportata non può procedere oltre, e se non c'è dissipazione, dovrà tornare indietro (onda retrograda)
- E' immediato vedere che se l'onda progressiva e l'onda retrograda sono uguali ma di segno opposto, la loro sovrapposizione nell'estremo dà sempre un valore nullo, come richiesto dal vincolo. L'onda quindi si riflette invertendosi.
- In generale, se l'onda si propaga da un mezzo ad un altro, con caratteristiche diverse, per esempio con velocità di propagazione diverse, possiamo aspettarci che l'energia **incidente** sarà in parte **trasmessa** nel secondo mezzo, in parte **riflessa** nel primo.

armoniche

- Le frequenze di una corda vibrante sono tutti i multipli di una frequenza, detta fondamentale:

$$T = \frac{\lambda}{vel} = \frac{2L}{n \cdot vel} \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{n \cdot vel}{2L} = n\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = n\nu_0$$

e sono dette armoniche superiori.

- Se l'estremo del mezzo vibrante è invece libero, in esso sarà posizionato un ventre.
- Questa è la situazione di un'ancia, o di una canna chiusa ad un estremo. La relazione tra lunghezza e frequenza è data in questo caso da:

$$kL = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad k = 2\pi/\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4L}{2n+1}$$

$$T = \frac{\lambda}{vel} = \frac{4L}{(2n+1)vel} \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{(2n+1)vel}{4L} = (2n+1)\nu_0$$

- in questa configurazione quindi, le armoniche sono solo i multipli dispari della frequenza fondamentale
- questo spiega la differenza di timbro tra una corda vibrante (piano, chitarra etc.) e strumenti ad ancia o a canna aperta

battimenti

sovrapposizione di due onde con frequenze diverse:

$$f_1 = A\sin(k_1 x - \omega_1 t)$$

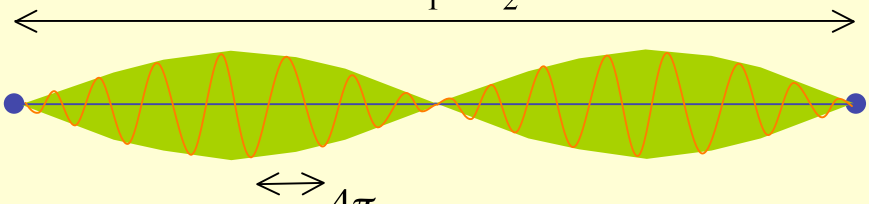
$$f_2 = A\sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$f = 2A\cos\frac{x(k_2 - k_1) - t(\omega_2 - \omega_1)}{2}\sin\frac{x(k_2 + k_1) - t(\omega_2 + \omega_1)}{2}$$

che rappresenta un'onda sinusoidale con frequenza data dalla semidifferenza delle frequenze, modulata da un'onda con frequenza data dalla semisomma delle frequenze

.

$$\lambda_d = \frac{4\pi}{k_1 - k_2} \qquad \omega_d = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$



$$\lambda_s = \frac{4\pi}{k_1 + k_2} \qquad \omega_s = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$$