moto rispetto al c.d.m.

Dalla **I eq. cardinale** si ricava tutta l'informazione possibile sul **moto del c.d.m.**

Cosa possiamo dire del residuo moto del sistema **rispetto al c.d.m.**?

introduciamo le coordinate rispetto al c.d.m. $\vec{r}_i' = \vec{r}_i - \vec{r}_c$ scegliendo gli assi di O' paralleli a quelli di O per cui $\vec{v}_i' = \vec{v}_i - \vec{v}_c$

Come si esprimono le altre grandezze globali?

- dalla definizione di c.d.m. $\sum m_i \vec{r}_i' = 0 \Rightarrow v_c' = 0 \Rightarrow \vec{Q}' = 0$
- calcoliamo il momento angolare

$$\vec{P}_c' = \sum \vec{r}'_i \wedge m_i \vec{v}_i' = \sum \vec{r}'_i \wedge m_i (\vec{v}_i - \vec{v}_c)$$
$$= \sum \vec{r}'_i \wedge m_i \vec{v}_i - \sum m_i \vec{r}'_i \wedge \vec{v}_c = \sum \vec{r}'_i \wedge m_i \vec{v}_i = \vec{P}_c$$

il momento angolare rispetto al c.d.m. è indipendente dal riferimento: **momento angolare intrinseco.**

Nel terzo teorema del c.d.m., che dice che il momento angolare totale si può esprimere come:

$$\vec{P}_\Omega = \vec{r}_c \wedge \vec{Q} + \vec{P}_c$$

compare quindi il momento angolare intrinseco.

Il terzo teorema pende anche il nome di **teorema di Koenig per il momento angolare**

energia di un sistema

- Energia cinetica $K = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i v'^2_i + \frac{1}{2} M v_c^2 + \sum m_i v_i' \, v_c \longrightarrow 0$$

$$= K' + \frac{1}{2} M v_c^2$$

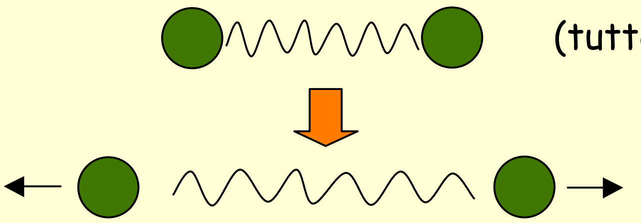
(terorema di Koenig per l'energia cinetica)

Si noti che l'energia cinetica **non** corrisponde a quella che si avrebbe se tutta la massa fosse concentrata nel c.d.m.

- Teorema delle forze vive $\sum \delta L_i = \sum dK_i$

anche le forze interne compiono lavoro $\delta L = \delta L^{(e)} + \delta L^{(i)} = dK$

esempio in cui il lavoro delle forze interne cambia l'energia cinetica totale del sistema:



(tutto fermo)

Se le forze interne ed esterne sono conservative possiamo introdurre $V^{(e)}$ e $V^{(i)}$

e l'energia totale meccanica $E_m = K + V^{(e)} + V^{(i)}$

Se ci sono forze non conservative

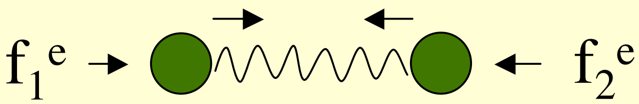
$$dE_m = d\left(K + V^{(e)} + V^{(i)}\right) = \delta L^{NC}$$

commenti ed esempi

Non c'è relazione separatamente tra

- lavoro delle forze interne e energia **nel** c.d.m.
- lavoro delle forze esterne e energia **del** c.d.m.

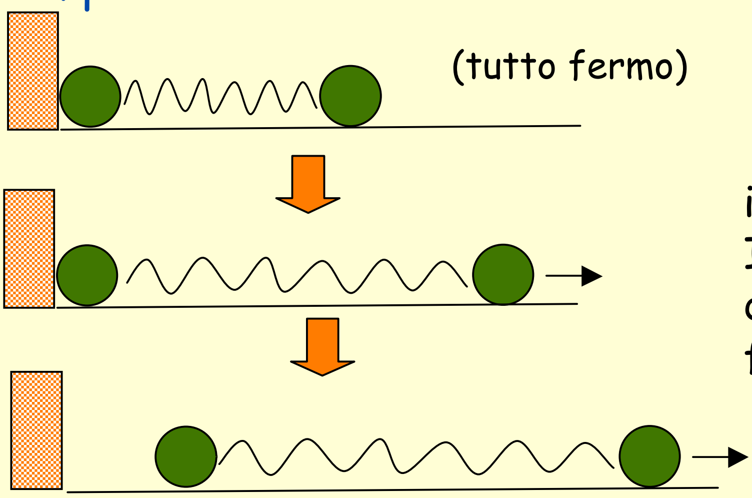
esempio 1 : "molle" per ginnastica delle mani



$$\left.\begin{array}{l}\delta L_1 > 0\\ \delta L_2 > 0\end{array}\right\}\delta L^{(e)} > 0$$

tutto il lavoro delle forze esterne va in energia potenziale (interna)

esempio 2 :



il c.d.m. si mette in moto
I eq. cardinale F_e>0
dove sta F_e?
fa lavoro?

l'energia potenziale interna tramite il lavoro delle forze interne ha fatto variare l'energia cinetica del c.d.m.

Lo stesso avviene in tutti i meccanismi di locomozione tramite attrito, come nel camminare: è l'attrito che fornisce la forza esterna necessaria a spostare il c.d.m., ma l'energia necessaria è fornita dall'energia muscolare interna.