problema dei due corpi

c.d.m. dei due corpi: $\vec{r}_c = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

definiamo la posizione relativa $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

In S' $(O' \equiv C)$, definendo la **massa ridotta** $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

abbiamo

$$\vec{r}_1{}' = \vec{r}_1 - \vec{r}_c = \vec{r}_1 - \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{r}_1 m_2 - \vec{r}_2 m_2}{m_1 + m_2} = -\vec{r}\,\frac{\mu}{m_1}$$

$$\vec{r}_2{}' = \vec{r}_2 - \vec{r}_c = \vec{r}_2 - \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{r}_2 m_1 - \vec{r}_1 m_1}{m_1 + m_2} = \vec{r}\,\frac{\mu}{m_2}$$

e $\quad \vec{v}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{v}, \quad \vec{v}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{v}, \qquad \vec{a}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{a}, \quad \vec{a}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{a}$

Abbiamo anche

$$\vec{q}_2{}' = -\vec{q}_1{}' = \mu\vec{v}$$

$$K' = \frac{1}{2}m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2 v'^2_2 = \frac{1}{2}\mu v^2$$

e il momento angolare intrinseco è dato da:

$$P_C = \vec{r}_1{}' \wedge \vec{q}_1{}' + \vec{r}_2{}' \wedge \vec{q}_2{}' = \left(\vec{r}_2{}' - \vec{r}_1{}'\right) \wedge \mu\vec{v} = \vec{r} \wedge \mu\vec{v}$$

problema dei due corpi (2)

Se il sistema è isolato, le sole forze agenti saranno

$$\vec{f}_{21} = m_1\vec{a}_1,\ \vec{f}_{12} = m_2\vec{a}_2 \quad \text{con}\, \vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21} = \vec{f}$$

da cui

$$\vec{a} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\vec{f} = \frac{\vec{f}}{\mu} \quad \Rightarrow \quad \vec{f} = \mu\vec{a}$$

la cui soluzione è il moto di un punto di massa μ soggetto alla forza di interazione f.

Attraverso le relazioni precedenti, il problema di un sistema a due corpi si riduce quindi allo studio del moto del secondo punto rispetto al primo, considerando come forza agente la forza di interazione e come massa del punto la massa ridotta

- Nel caso particolare in cui $m_1 >> m_2$ (es. **Sole e Terra**), m_1 è praticamente fermo e $\mu \approx m_2$, per cui il c.d.m. del sistema Terra-Sole coincide col Sole e la Terra si muove in un campo gravitazionale con origine fissa nel Sole.
- Poiché $\vec{f} = f(r)\hat{r}$ si conservano sia l'energia meccanica che il momento angolare

urti

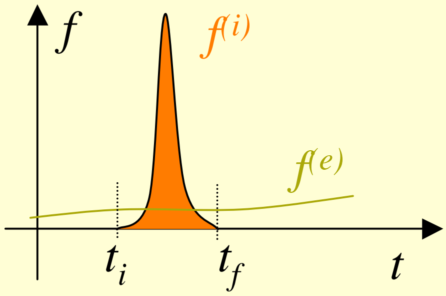
definizione degli urti: intense interazioni tra due corpi in un intervallo di tempo molto breve.

Intenso e breve rispetto a cosa?

Consideriamo il teorema dell'impulso separatamente per le forze interne ed esterne:

$$\vec{J}_1 = \Delta\vec{q}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{f}_{21}\,dt + \int_{t_i}^{t_f} \vec{f}_1^{(e)}\,dt$$

$$\vec{J}_2 = \Delta\vec{q}_2 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{f}_{12}\,dt + \int_{t_i}^{t_f} \vec{f}_2^{(e)}\,dt$$



le forze interne sono impulsive se, nel tempo in cui agiscono, l'impulso delle forze esterne è trascurabile $\int_{t_i}^{t_f} \vec{f}_i^{(e)}\,dt \approx 0$

In questa ipotesi $\Delta\vec{q}_1 \approx -\Delta\vec{q}_2 \Rightarrow \Delta\vec{Q} \approx 0$

ossia, durante l'urto la quantità di moto totale del sistema si può considerare costante anche in presenza di forze esterne.

Analoghe considerazioni valgono per il momento angolare

NB: le reazioni dei vincoli (esterni) possono essere impulsive!

L'energia cinetica dipende anche dalle forze interne,

quindi si distinguono **urti elastici**, nei quali K si conserva da urti **anelastici**, nei quali K varia