



## urto elastico unidimensionale (2)

Sempre su bersaglio fermo, per le energie cinetiche si

ha:

$$k_{1f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 v_{1i}^2 = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 k_{1i}$$
$$k_{2f} = \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} k_{1i} = \frac{4m_1}{m_2 \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right)^2} k_{1i} = f k_{1i}$$

$f$  rappresenta la frazione di energia ceduta in un urto dal proiettile al bersaglio, piccola quando  $m_2 \gg m_1$

Un bersaglio pesante assorbe impulso senza assorbire energia

Es. Rimbalzo di una palla su parete (massa infinita): la palla rimbalza invertendo esattamente la velocità

Se la direzione non è ortogonale, (urto elastico=vincolo conservativo=reazione normale) si inverte la componente normale (rimbalzo speculare)

Lo stesso vale per un rimbalzo a terra, nonostante la presenza della forza di gravità: per il carattere impulsivo dell'urto, la gravità non ha alcun effetto durante il breve intervallo in cui la palla inverte la propria velocità.



## urti nel c.d.m.

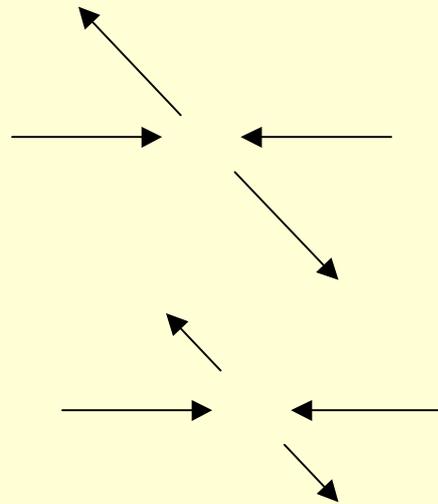
- **collisioni elastiche**

il modulo della velocità relativa è lo stesso prima e dopo l'urto

$$\Leftarrow K' = \frac{1}{2} \mu v^2$$

e quindi anche i moduli di  $q$  prima e dopo l'urto

$$q_{1i}' = -q_{2i}' = -\mu v = q_{1f}' = -q_{2f}'$$



- **collisioni anelastiche**

la velocità relativa varia

- la minima energia si ha per velocità relativa nulla (particelle ferme nel c.d.m.)

### urto completamente anelastico

- coefficiente di anelasticità (o di restituzione)

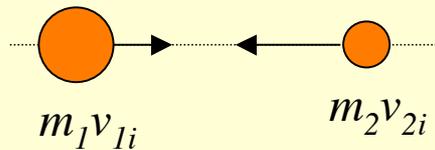
$$e = \frac{q'_f}{q'_i}$$

nullo per urto completamente anelastico

per l'energia:  $K'_f = e^2 K_i$



## urti nel c.d.m e nel laboratorio



urto centrale elastico  
nel laboratorio:

$$v_{2f} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2i} + 2m_1v_{1i}}{m_1 + m_2}$$

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1i} + 2m_2v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

urto centrale elastico  
nel c.d.m.

$$m_1 v'_{1i} = -m_2 v'_{2i} = -m_1 v'_{1f} = m_2 v'_{2f}$$

urto completamente anelastico

velocità relativa nulla      $v_{1f} = v_{2f}$

nel laboratorio      $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = v_c$$

nel c.d.m.      $v'_f = 0$

urto completamente anelastico su bersaglio fermo

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_i$$

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

$$K_f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} K_i$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \left( 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} K_i$$

se  $m_2 \gg m_1$ , tutta l'energia iniziale è dissipata  
(di nuovo, il bersaglio pesante non assorbe energia)