

# Laboratorio di Segnali e Sistemi

## Canale N-Z

Lezione 11:

Esercizi BJT ed errori di misura.

Dr. Mauro Raggi



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

# Gli strumenti di misura

## Caratteristiche di uno strumento di misura:

- **Sensibilità:** minima variazione apprezzabile (e.g. 0.5 mm per la riga)
- **Precisione:** legata alla riproducibilità dei risultati
- **Accuratezza:** capacità di fornire valori realmente corrispondenti al valore vero della grandezza in esame (la riga è davvero lunga 15 cm? Gli spazi sono davvero 1mm?)
- **Intervallo d'uso:** condizioni di lavoro (e.g. Intervallo di temp.) e di valori misurabili (0-15 cm dovrebbe funzionare fino a che non si fonde!)



# Errori casuali

- Sono aleatori e non prevedibili
  - ✓ Se lo strumento è sensibile so possono facilmente evidenziare
  - ✓ Non si possono eliminare ma si possono ridurre migliorando la misura.
  - ✓ Si possono stimare tramite misure ripetute.
- Esempi possibili:
  - ✓ giochi meccanici ed attriti (es. Calibro o micrometro...)
  - ✓ condizioni ambientali variabili e non del tutto controllabili (Temp., press.,etc)
  - ✓ valutazioni-azioni dello sperimentatore (e.g. lettura di una scala, start-stop di un cronometro...)
  - ✓ imperfetta definizione della grandezza (e.g. diametro di una sfera fisica...) - etc. etc.

# Errori sistematici

- Agiscono **sempre nello stesso verso sovrastimando o sottostimando** la grandezza in esame
  - ✓ Difetti costruttivi dello strumento (i millimetri su righello non sono millimetri!)
  - ✓ Deterioramento (non si legge più la scala)
  - ✓ Uso in condizioni errate ( )
  - ✓ errori dello sperimentatore (leggete la scala con un errore di parallasse)
  - ✓ perturbazioni esterne non controllate (il pezzo si muove mentre lo misurate)
  - ✓ uso di formule approssimate etc.
- Se il mio righello è lungo 149 mm invece di 150mm tutte le lunghezze che misuro saranno sovrastimate dell' 6%.
- **Molto insidiosi:** perché non immediatamente identificabili: richiedono una minuziosa analisi critica dello strumento e del metodo di misura. Possono essere evidenziati misurando con strumenti/metodi diversi. (se cambio righello mi accorgo dell'errore!)
- **Eliminabili:**  
se scoperti, possono essere talvolta eliminati o ridotti



# Come presentare una misura

- **Ogni risultato va scritto con:**

1) **valore** 2) **errore** 3) **unità di misura**

es.  $L = 12.3 \pm 0.1 \text{ cm}$

- Non ha senso spingere **la valutazione del risultato al di là della precisione sperimentale:**

- ✓ se lo strumento di misura indica incertezza sulla cifra dei millimetri, è un errore dare nel risultato la cifra dei decimi di millimetro!

- ✓ Tipico errore in cui incorrete nelle misure indirette:

$$V=S/t=(12.3\pm 1\text{mm})/(2.3\pm 0.1\text{s})=5.347 \text{ mm/s}$$

siamo passati da una misura di tempo con una precisione del 4% ad una misura di velocità con 2/10000!

## Regola:

1) Nella calcolatrice mettete le cifre significative che volete

2) Giunti al risultato finale, dopo il calcolo dell'errore, bisogna troncare il risultato al livello dell'errore stimato ed arrotondarlo (generalmente 1 o max 2 cifre significative sull'errore)

## Esempio:

Risultato intermedio	Arrotondamento	Arrotondamento II
$12.34567 \pm 0.231 \text{ m}$	$12.3 \pm 0.2 \text{ m}$	$12.34 \pm 0.23 \text{ m}$
$12.34567 \pm 0.00789 \text{ m}$	$12.346 \pm 0.008 \text{ m}$	$12.3457 \pm 0.0079 \text{ m}$

# Errori di misura: un esempio



Prezzo per: Unità

**€ 442,00**

(IVA esclusa)

**€ 539,24**

(IVA inclusa)

Unità Per unità

1+ € 442,00

1 Unità

Aggiungi

Clicca qui per verificare la disponibilità

Aggiungi alla tua lista

## Specifications

Accuracy is specified for 1 yr after calibration, at operating temperatures of 18 °C to 28 °C, with relative humidity at 0 % to 75 %. Accuracy specifications take the form of:

$\pm ([\% \text{ of Reading}] + [\text{Counts}])$

Function	Range <sup>1</sup>	Resolution	Accuracy $\pm ([\% \text{ of Reading}] + [\text{Counts}])$		
			Model 175	Model 177	Model 179
AC Volts <sup>2</sup>	600.0 mV	0.1 mV	1.0 % + 3	1.0 % + 3	1.0 % + 3
	6.000 V	0.001 V	(45 Hz to 500 Hz)	(45 Hz to 500 Hz)	(45 Hz to 500 Hz)
	60.00 V	0.01 V			
	600.0 V	0.1 V			
	1000 V	1 V			
DC mV	600.0 mV	0.1 mV	0.15 % + 2	0.09 % + 2	0.09 % + 2
DC Volts	6.000 V	0.001 V			
	60.00 V	0.01 V	0.15 % + 2	0.09 % + 2	0.09 % + 2
	600.0 V	0.1 V			
	1000 V	1 V	0.15 % + 2	0.15 % + 2	0.15 % + 2
Continuity	600 Ω	1 Ω	Meter beeps at < 25 Ω, beeper turns off at > 250 Ω; detects opens or shorts of 250 μs or longer.		
Ohms	600.0 Ω	0.1 Ω	0.9 % + 2	0.9 % + 2	0.9 % + 2
	6.000 kΩ	0.001 kΩ	0.9 % + 1	0.9 % + 1	0.9 % + 1
	60.00 kΩ	0.01 kΩ	0.9 % + 1	0.9 % + 1	0.9 % + 1
	600.0 kΩ	0.1 kΩ	0.9 % + 1	0.9 % + 1	0.9 % + 1
	6.000 MΩ	0.001 MΩ	0.9 % + 1	0.9 % + 1	0.9 % + 1
	50.00 MΩ	0.01 MΩ	1.5 % + 3	1.5 % + 3	1.5 % + 3
Diode test	2.400 V	0.001 V	1 % + 2		
Capacitance	1000 nF	1 nF	1.2 % + 2	1.2 % + 2	1.2 % + 2
	10.00 μF	0.01 μF	1.2 % + 2	1.2 % + 2	1.2 % + 2
	100.0 μF	0.1 μF	1.2 % + 2	1.2 % + 2	1.2 % + 2
	9999 μF <sup>3</sup>	1 μF	10 % typical	10 % typical	10 % typical
AC Amps (True RMS)	60.00 mA	0.01 mA			
	400.0 mA (600 mA for 18 hrs)	0.1 mA			
	6.000 A	0.001 A	1.5 % + 3	1.5 % + 3	1.5 % + 3
	10.00 A (20 A for 30 s)	0.01 A			

- All AC voltage and AC current ranges are specified from 5 % of range to 100 % of range.
- Crest factor of  $\leq 3$  at full scale up to 500 V, decreasing linearly to crest factor  $\leq 1.5$  at 1000 V.
- In the 9999 μF range for measurements to 1000 μF, the measurement accuracy is 1.2 % + 2 for all models.

## JZK® XL830L multimetro digitale professionale



EUR 10,77

Spedizione senza costi aggiuntivi

(4 giorni) con Prime [Dettagli](#)

Vuoi riceverlo lunedì 22 ott.?

Ordina e scegli la spedizione

Standard. [Maggiori informazioni](#)

## SPECIFICATIONS

Accuracy is specified for a period of one year after calibration and at 18 to 28 °C (64 °F to 82 °F) with relative humidity to 80%.

### DC VOLTAGE

Range	Resolution	Accuracy
200mV	100μV	$\pm 0.5\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
2V	1mV	$\pm 0.5\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
20V	10mV	$\pm 0.5\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
200V	100mV	$\pm 0.5\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
600V	1V	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$

Overload Protection: 250V rms. For 200mV range and 600V dc or rms. ac for other ranges.

### DC CURRENT

Range	Resolution	Accuracy
200μA	0.1μA	$\pm 1\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
2mA	1μA	$\pm 1\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
20mA	10μA	$\pm 1\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
200mA	100μA	$\pm 1.5\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$
10A	10mA	$\pm 3\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$

Overload Protection: F 200mA/250V fuse. (10A range unfused)

### AC VOLTAGE

Range	Resolution	Accuracy
200V	100mV	$\pm 1.2\% \text{ of rdg} \pm 10 \text{ digits}$
600V	1V	$\pm 1.2\% \text{ of rdg} \pm 10 \text{ digits}$

Overload Protection: 600V dc or rms. ac for all ranges.

Frequency range: 40Hz to 400Hz

Response: Average responding, calibrated in rms. of a sine wave.

### RESISTANCE

Range	Resolution	Accuracy
200Ω	0.1Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$
2KΩ	1Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$
20KΩ	10Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$
200KΩ	100Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$
2MΩ	1KΩ	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$

Maximum open Circuit Voltage: 3.2V

Overload Protection: 250V dc or rms. ac for all ranges.

Il primo ha 4 digits quindi 1 digit conta 10 volte in precisione!

# Il vostro multimetro: Fluke 45

## Ohms

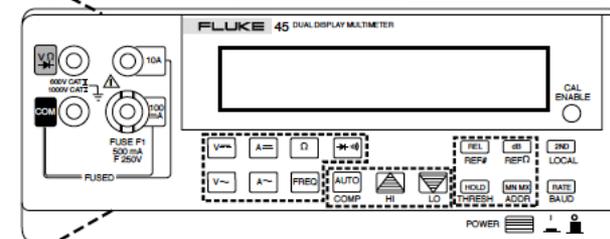
Range	Resolution			Accuracy
	Slow	Medium	Fast	
300 Ω	—	10 mΩ	100 MΩ	0.05 % + 2 + 0.02Ω
3 kΩ	—	100 MΩ	1 Ω	0.05 % + 2
30 kΩ	—	1 Ω	10 Ω	0.05 % + 2
300 kΩ	—	10 Ω	100 Ω	0.05 % + 2
3 MΩ	—	100 Ω	1 kΩ	0.06 % + 2
30 MΩ	—	1 kΩ	10 kΩ	0.25 % + 3
300 MΩ*	—	100 kΩ	1 MΩ	2 %
100 Ω	1 mΩ	—	—	0.05 % + 8 + 0.02 Ω
1000 Ω	10 mΩ	—	—	0.05 % + 8 + 0.02Ω
10 kΩ	100 mΩ	—	—	0.05 % + 8
100 kΩ	1 Ω	—	—	0.05 % + 8
1000 kΩ	10 Ω	—	—	0.06 % + 8
10 MΩ	100 Ω	—	—	0.25 % + 6
100 MΩ*	100 kΩ	—	—	2 % + 2

## DC Voltage

Range	Resolution			Accuracy	
	Slow	Medium	Fast	(6 Months)	(1 Year)
300 mV	—	10 μV	100 μV	0.02 % + 2	0.025 % + 2
3 V	—	100 μV	1 mV	0.02 % + 2	0.025 % + 2
30 V	—	1 mV	10 mV	0.02 % + 2	0.025 % + 2
300 V	—	10 mV	100 mV	0.02 % + 2	0.025 % + 2
1000 V	—	100 mV	1 V	0.02 % + 2	0.025 % + 2
100 mV	1 μV	—	—	0.02 % + 6	0.025 % + 6
1000 mV	10 μV	—	—	0.02 % + 6	0.025 % + 6
10 V	100 μV	—	—	0.02 % + 6	0.025 % + 6
100 V	1 mV	—	—	0.02 % + 6	0.025 % + 6
1000 V	10 mV	—	—	0.02 % + 6	0.025 % + 6

## Input Impedance

10 MΩ in parallel with <100 pF



- La risoluzione ci da un'idea degli errori casuali  $>1/1000$
- L'accuratezza ci dice quanto bene lo strumento è calibrato
  - ✓ Attenzione l'accuratezza è data ad 1 anno dalla calibrazione!
  - ✓ L'accuratezza attuale non è nota molti anni dalla calibrazione
- Possiamo provare a stimare l'accuratezza utilizzando il multimetro vicino ai cassetti dei componenti.
  - ✓ Misuriamo una resistenza con entrambi e confrontiamo i risultati

# Gw Instek multimeter



**GW INSTEK**

LCR-800 User Manual

## Accuracy Definitions

### Primary Measurement Readout Error Formula

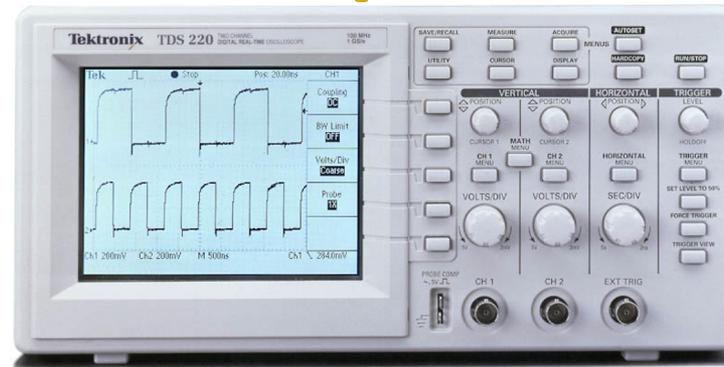
C	$2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   D   ) (1+K_b+K_c)$
R	$2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   Q   ) (1+K_b+K_c)$
L	$2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 + 1 /   Q   ) (1+K_b+K_c)$
Z	$Z_e = \text{Depends on whether the component is a capacitor(C), resistor(R) or inductor(L):}$
	<b>Circuit Formula for relevant circuit</b>
C	$Z_e = 2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   D   ) (1+K_b+K_c)$
R	$Z_e = 2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   Q   ) (1+K_b+K_c)$
L	$Z_e = 2 \text{ counts} \pm 0.03\% + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 + 1 /   Q   ) (1+K_b+K_c)$

### Secondary Measurement Readout Error Formula

D(C/D)	$2 \text{ counts} \pm 0.0003 + 0.0002[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   D   + D^2) (1+K_b+K_c)$
Q(R/Q)	$2 \text{ counts} \pm 0.0003 + 0.0002[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   Q   + Q^2) (1+K_b+K_c)$
Q(L/Q)	$2 \text{ counts} \pm 0.0003 + 0.0002[(1+K_a)^* \text{ or } (X/Y_{\text{max}})^* \text{ or } (Y_{\text{min}}/X)^* ] (1 +   Q   + Q^2) (1+K_b+K_c)$
$\theta(Z/\theta)$	$\theta_e = (180 / \pi) \times (Z_e / 100)$
R(C/R)	$D \geq 1$ $2 \text{ counts} + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (R_x/R_{\text{max}})^* \text{ or } (R_{\text{min}}/R_x)^* ] (1 + 1 /   D   ) (1+K_b+K_c) + 0.03\%$
	$D \leq 1$ $2 \text{ counts} + 0.02\%[(1+K_a)^* \text{ or } (C_x/C_{\text{max}})^* \text{ or } (C_{\text{min}}/C_x)^* ] (1 + 1 /   D   ) (1+K_b+K_c) + 0.03\%$

- Unico strumento che avete per le capacita'!
- Potete usarlo per verificare la calibrazione del vostro multimetro da banco.

# Oscilloscopio TDS220



## TDS 200-Series Digital Real-Time Oscilloscope

071-0398-03

### Inputs

Input Coupling	DC, AC, or GND
Input Impedance, DC Coupled, all channels	1 MΩ ±2% in parallel with 20 pF ±3 pF

Delta Time Measurement Accuracy (Full Bandwidth)	Conditions	Accuracy
	Single-shot, Sample mode	±(1 sample interval + 100 ppm × reading + 0.6 ns)
	> 16 averages	±(1 sample interval + 100 ppm × reading + 0.4 ns)
	Sample interval = s/div ÷ 250	

Vertical		
Delta Volts Measurement Accuracy, Average Acquisition Mode	Delta volts between any two averages of ≥ 16 waveforms acquired under same setup and ambient conditions	±(3% × reading + 0.05 div)

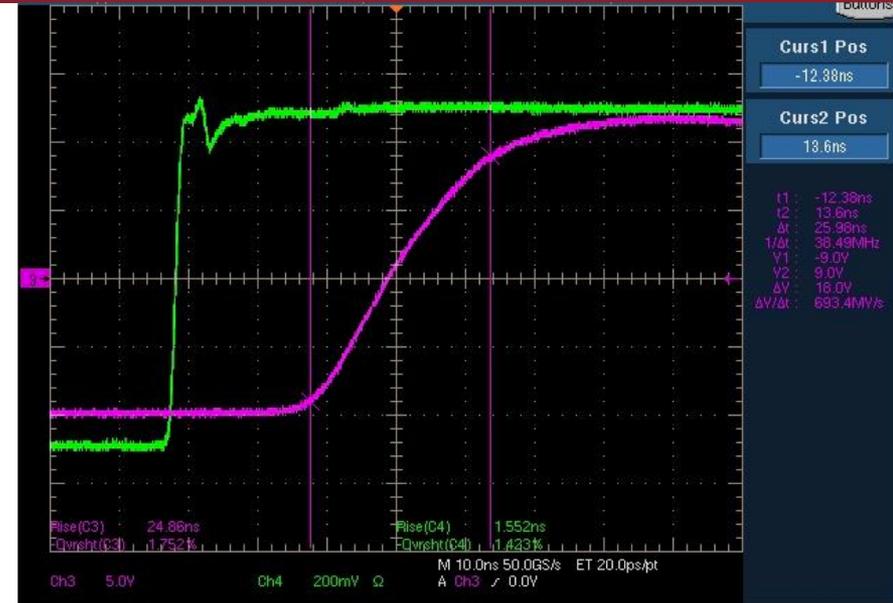
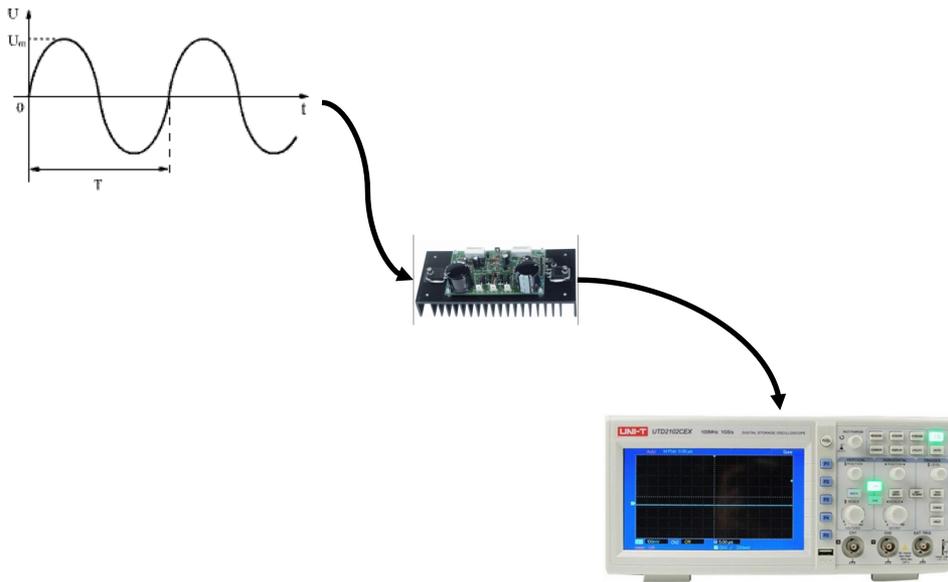
DC Gain Accuracy	2 mV/div to 5 mV/div, ±4% for Sample or Average acquisition mode
	10 mV/div and larger, ±3% for Sample or Average acquisition mode

Vertical		
Digitizers	8-bit resolution (except when set to 2 mV/div), each channel sampled simultaneously	
VOLTS/DIV Range	2 mV/div to 5 V/div at input BNC	
Position Range	2 mV/div to 200 mV/div, ±2 V > 200 mV/div to 5 V/div, ±50 V	
Analog Bandwidth in Sample and Average modes at BNC or with P2100 probe, DC Coupled	TDS 210	TDS 220 and TDS 224
	60 MHz* (when vertical scale set to > 5 mV/div)	100 MHz* (when vertical scale set to > 5 mV/div)
Analog Bandwidth in Peak Detect mode (5 s/div to 5 μs/div**), typical	TDS 210	TDS 220 and TDS 224
	50 MHz* (when vertical scale set to > 10 mV/div)	75 MHz* (when vertical scale set to > 10 mV/div)
	20 MHz* (when vertical scale set to ≤ 10 mV/div)	

DC Measurement Accuracy, Average Acquisition Mode	Measurement Type	Accuracy
	Average of ≥ 16 waveforms with vertical position at zero	±(4% × reading + 0.1 div + 1 mV) and either 2 mV/div or 5 mV/div is selected.
		±(3% × reading + 0.1 div + 1 mV) and 10 mV/div or greater is selected.
	Average of ≥ 16 waveforms with vertical position not at zero	±3% × (reading + vertical position) + 1% of vertical position + 0.2 div Add 2 mV for settings from 2 mV/div to 200 mV/div. Add 50 mV for settings from > 200 mV/div to 5 V/div.

- Impedenza d'ingresso 1MΩ in parallelo a 20pF
- Accuratezza della misura di tensione (3-4)% dipende dalla scala
- Banda passante 100MHz
- 8 bit digitizer (misura di V non meglio di 1/256 ~ 4/1000) ma la vera incertezza ~3%

# Effetto della banda passante sulle misure



- Quando misurate un segnale all'oscilloscopio non è detto che misuriate lo stesso segnale che avete prodotto. Ci sono varie parti dell'apparato che si comportano come filtri:

- ✓ La banda passante dei cavi, dei circuiti (filtri), e dell'oscilloscopio modificano il segnale la più piccola delle tre determina l'effetto che vedrete.

- ✓ Ciò significa che **se volete misurare segnali veloci** per esempio con un tempo di salita  **$T_R=1ns$**  vi serve una **banda passante** globale ricavabile dalla relazione:

$$BW = \frac{0.35}{T_R} = \frac{0.35}{1E-9} = 350MHz$$

- ✓ Viceversa se osservate con un oscilloscopio con 100MHz di banda come il vostro avete:

$$T_R = \frac{0.35}{BW} = \frac{0.35}{100MHz} = 3.5ns$$

- ✓ Se osservare segnali più veloci otterrete una misura errata a causa dell'attenuazione

# Conclusioni sugli errori

- Non sappiamo realmente quali siano gli errori delle misure che effettuiamo in laboratorio
  - ✓ In particolare delle incertezze sistematiche dovute alla calibrazione degli strumenti
- Ogni singola esperienza richiederebbe uno studio della metodologia e degli strumenti utilizzati che non è possibile visti i tempi a disposizione.
- Dobbiamo però essere coscienti almeno degli errori stimati sulle singole misure e tenere conto della loro propagazione nel ricavare le grandezze da essi derivate.
  - ✓ Per questo potete usare i manuali degli strumenti stessi
- I manuali degli strumenti di misura contengono sempre informazione riguardo all'accuratezza della misura. Possiamo utilizzare tali valori come limite inferiore alle incertezze sulle singole grandezze misurate.
- Si può senza dubbio concludere che non possiamo misurare le resistenze e condensatori con precisione minore di 1/1000 e che ogni stima di errore minore di questa è certamente ottimistica.

# Esercizio 54

## Esercizio 54:

Determinare la risposta in frequenza del circuito, ovvero le frequenze di taglio e l'amplificazione massima. Si consideri trascurabile la  $R_s$ , ed  $h_{fe} > 100$ .

## Soluzione:

$$A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_i}{v_s} \frac{v_o}{v_i}$$

$$v_i = I_B h_{ie} + h_{fe} I_B R_E \simeq h_{fe} I_B R_E$$

$$v_o = -h_{fe} i_b (R_C \parallel \frac{1}{j\omega C_2}) = -h_{fe} i_b \frac{R_C}{1 + j\omega R_C C_2}$$

$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_C}{R_E} \frac{1}{1 + j\omega R_C C_2}$$

dalla maglia d'ingresso:

$$\frac{v_i}{v_s} = \frac{R_{in}}{R_{in} + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega C_1 R_{in}}}$$

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_C}{R_E} \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega C_1 R_{in}}} \frac{1}{1 + j\omega R_C C_2}$$

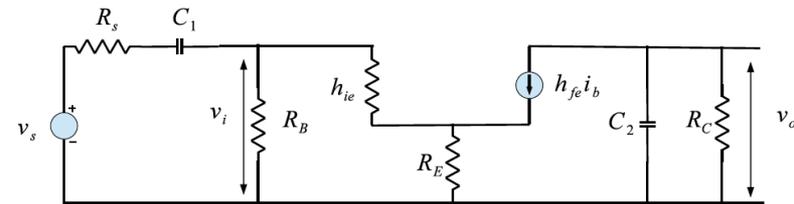
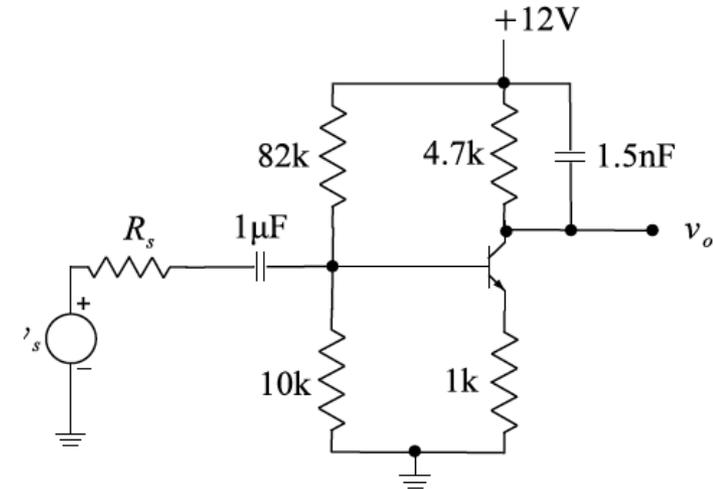
PA

PB

$$R_{in} = R_B \parallel h_{fe} R_E$$

$$f_T^H = \frac{1}{2\pi R_{in} C_{in}} \simeq 17 Hz$$

$$f_T^L = \frac{1}{2\pi R_C C_2} \simeq 22600 Hz$$



Questo tipo di montaggio si può usare per esempio. Se si vuole definire la banda passante dall'alto senza usare le capacità interne del BJT.  $F_T^H \ll 300 MHz$