

Laboratorio di Segnali e Sistemi - Capitolo 6 -

Rumore (noise)



Claudio Luci
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

last update : 070117

Sommario del capitolo:

- Definizione generale
- Spettro di frequenza del rumore
- Rapporto segnale/rumore
- Meccanismi di generazione del rumore
- rumore termico
- generatore di rumore

Definizione generale

Il rumore nei circuiti elettrici

- ❑ Se prendiamo un qualsiasi circuito elettronico e analizziamo il valore di una grandezza elettrica (tensione o corrente) in un punto, vediamo che esso non è stabile e pulito nel tempo ma fluttua intorno al valore aspettato $s(t)$
- ❑ La fluttuazione **casuale** intorno al segnale è chiamata **RUMORE** e la indichiamo con $n(t)$.
- ❑ Ad esempio la tensione $V(t)$ all'uscita di un circuito, possiamo esprimerla come la somma di tre termini:

$$V(t) = s(t) + n(t) + d(t)$$

(segnale + rumore + disturbi)

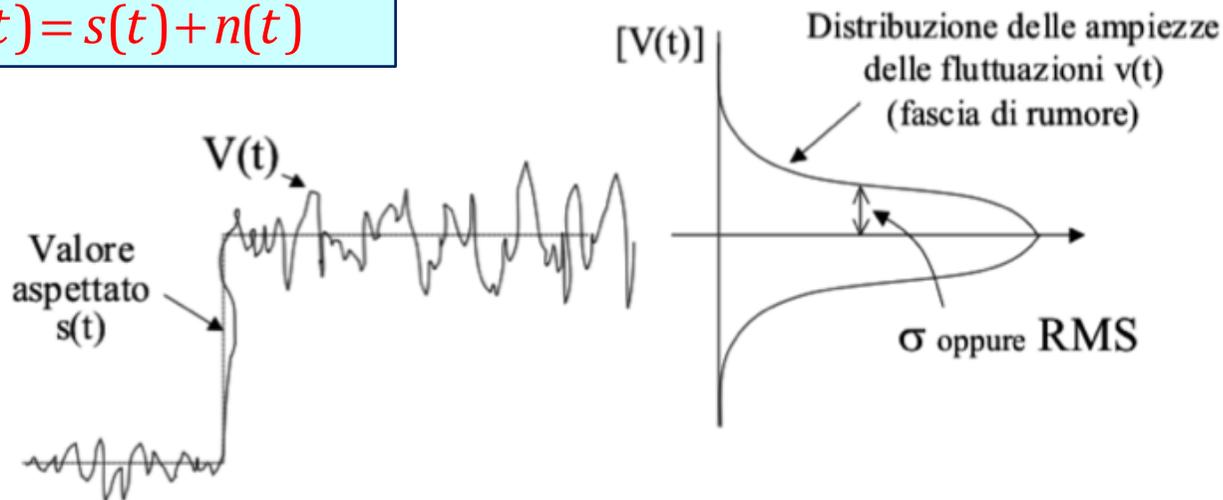
- ❑ Il termine $d(t)$ rappresenta i disturbi, ovvero fluttuazioni del segnale certamente indesiderate ma riconducibili a cause precise (induzioni, interferenze) e quindi in linea di principio eliminabili con un'attenta realizzazione del circuito o con una schermatura (gabbia di Faraday) del circuito stesso. Nel seguito non considereremo più i disturbi esterni.
- ❑ Il rumore invece è un segnale indesiderato presente nel circuito per effetto dei meccanismi fisici di funzionamento del circuito stesso (rumore di fondo). Esso è intrinseco al circuito e non è riducibile oltre certi limiti.
- ❑ Il rumore è un segnale totalmente casuale, sia in ampiezza e fase e sia in frequenza.
- ❑ Su un tempo finito si può predire il suo scarto quadratico medio (rms) ma l'ampiezza istantanea rimane imprevedibile.

N.B. se l'ampiezza del segnale $s(t)$ è confrontabile con le fluttuazioni del rumore $n(t)$, esso non potrà essere rivelato.

Caratterizzazione del rumore

- Il rumore **NON** è caratterizzato dal suo andamento nel tempo $n(t)$ perché per sua natura $n(t)$ è diverso da un'osservazione all'altra e perché non è predicibile, cioè non possiamo predire quale ne sarà il valore $n(t+dt)$ all'istante successivo all'osservazione.
- Nella grande maggioranza dei casi, la distribuzione delle fluttuazioni (rumore) ha una forma ben approssimabile ad una **Gaussiana** centrata proprio sul livello di segnale idealmente presente in quel punto se non ci fosse rumore. Questo equivale a dire che il **valor medio del rumore è nullo**.

$$V(t) = s(t) + n(t)$$



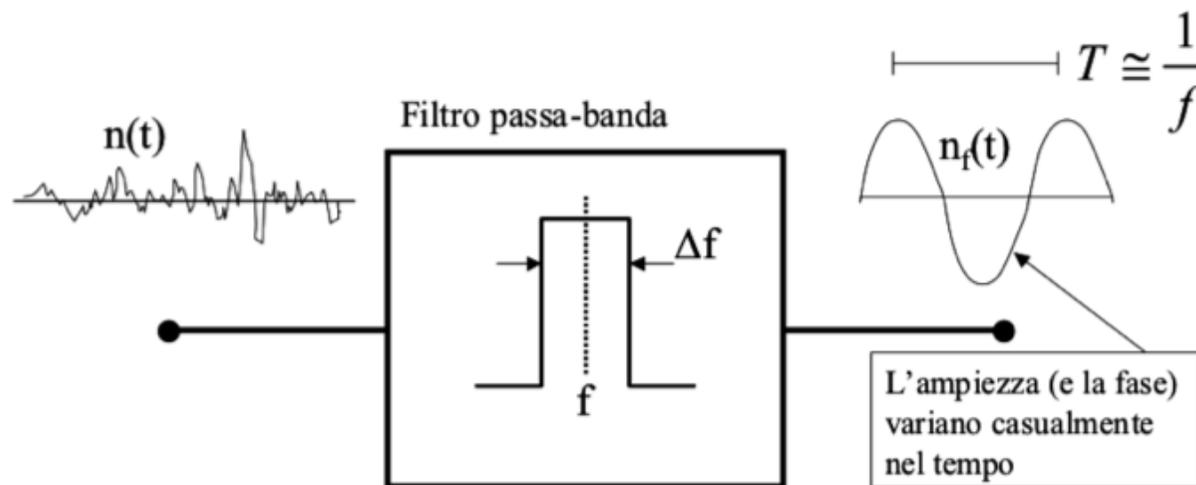
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- L'entità delle fluttuazioni viene caratterizzata dalla deviazione standard σ della distribuzione, che può essere approssimata dalla **radice quadrata dello scarto quadratico medio (rms)**.
- Il valore quadratico medio del rumore $\langle n^2(t) \rangle$, che ha le dimensioni di $[V^2]$ oppure $[A^2]$, è un'indicazione della potenza trasportata dal rumore stesso.

Spettro di frequenza

Spettro in frequenza del rumore

- ❑ Come ogni segnale elettrico, anche il rumore $n(t)$ può essere scomposto secondo una trasformata di Fourier. Esso sarà quindi caratterizzato anche dal suo **spettro in frequenza**.
- ❑ Per misurare sperimentalmente le **componenti armoniche del rumore**, in particolare quella alla frequenza f , si può pensare idealmente di prendere il rumore $n(t)$ e di farlo passare in un circuito passa banda centrato proprio alla frequenza f e avente una larghezza di banda Δf .
- ❑ All'uscita del filtro ci saranno solo sinusoidi $n_f(t)$ di frequenza compresa tra $(f-\Delta f/2)$ e $(f+\Delta f/2)$
- ❑ Ogni sinusoide ha valor medio nullo e un suo scarto quadratico medio associato a quella frequenza.



- ❑ Il valore quadratico medio dell'insieme delle sinusoidi che escono dal filtro diviso per la larghezza Δf del filtro stesso, definisce la **densità spettrale di potenza** del rumore alla frequenza f .

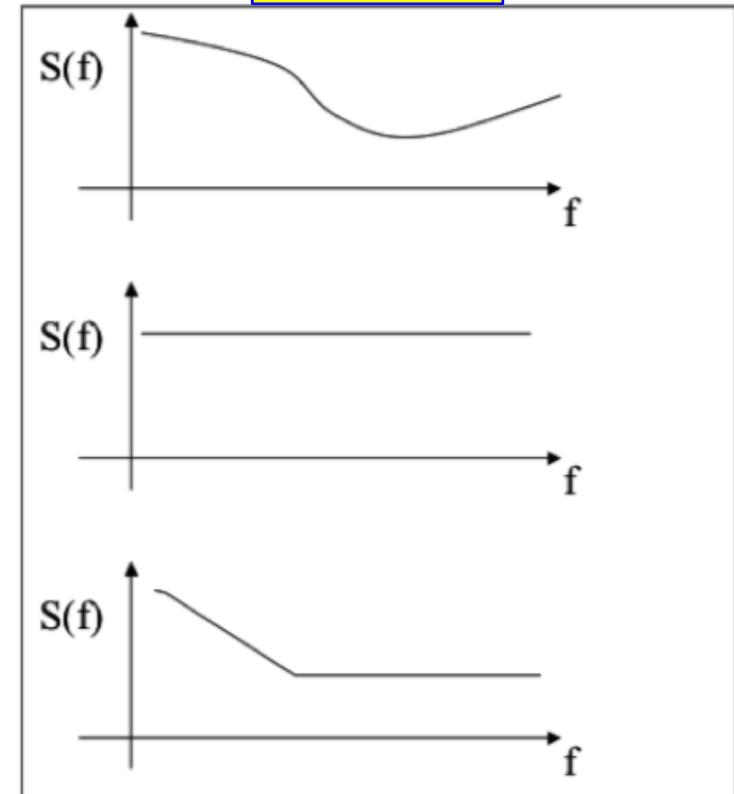
$$S(f) = \frac{\langle n_f^2(t) \rangle}{\Delta f}$$

Spettro di potenza del rumore

- ❑ Ripetendo il procedimento precedente variando la frequenza centrale f del filtro, si può ottenere la densità spettrale di potenza del rumore a tutte le frequenze. Esso costituisce lo **spettro di potenza** del rumore.

$$S(f) = \frac{\langle n_f^2(t) \rangle}{\Delta f}$$

- ❑ Lo spettro di potenza del rumore può avere in linea di principio un andamento qualsiasi.
- ❑ Se lo spettro è piatto, cioè se il valore quadratico medio di ogni componente in frequenza del rumore è uguale alle altre, si dice che lo **spettro è bianco** (white noise).
- ❑ Se lo spettro non è bianco, in gergo si dice che è "colorato". Ad esempio, se sono più ampie le frequenze basse, si dice che il rumore è rosa, in analogia con l'effetto che si avrebbe in luce visibile.



- ❑ La potenza totale del rumore è data dalla somma delle singole componenti:

$$\langle n^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} S(f) \cdot df$$

Rapporto segnale/rumore

Rapporto segnale-rumore (SNR)

- ❑ Nello studio del rumore, di solito, più che il valore in termini assoluti, ha importanza la sua entità rispetto al segnale, rappresentata usualmente dal rapporto segnale/rumore (**signal to noise ratio**) definito come rapporto tra il valore quadratico medio del segnale e quello del rumore.

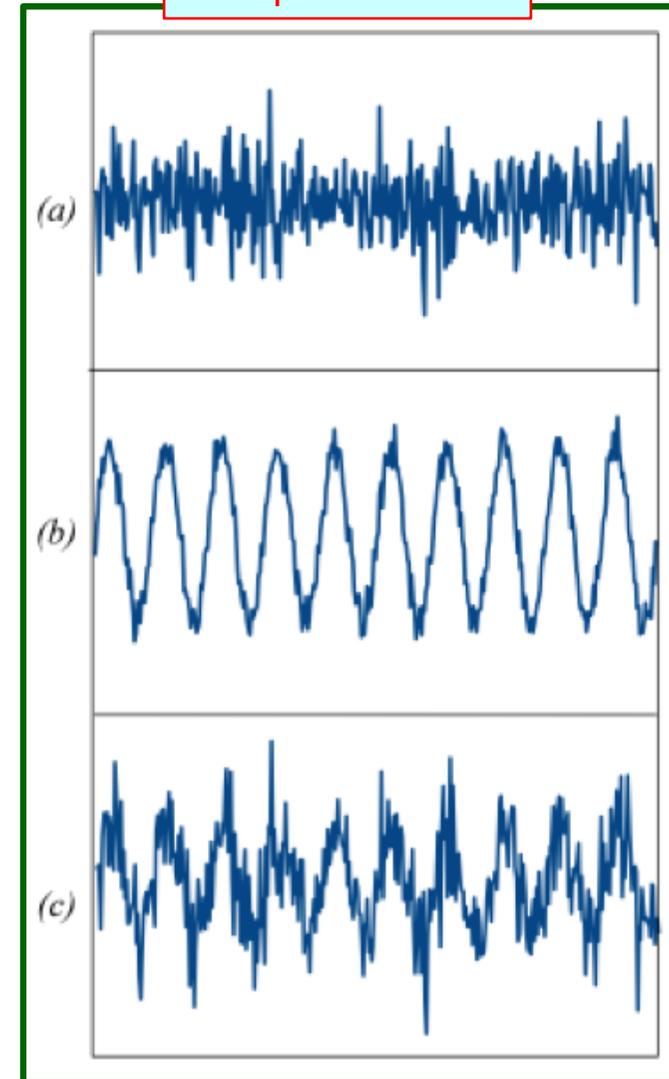
$$SNR = \frac{\langle s^2(t) \rangle}{\langle n^2(t) \rangle}$$

- ❑ Spesso questa quantità viene espressa in dB:

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle s^2(t) \rangle}{\langle n^2(t) \rangle} \text{ dB}$$

- ❑ È necessario sottolineare che la definizione suddetta è legata alla larghezza della banda di osservazione in frequenza, dato che le distribuzioni spettrali del segnale e del rumore sono generalmente molto diverse. Se la banda di osservazione si allarga, il rapporto SNR diminuisce, mentre aumenta se selezioniamo solo una banda ristretta attorno alla frequenza di interesse per il segnale.

Esempio di rumore



- a) Tipico rumore visto all'oscilloscopio
- b) Un segnale sinusoidale con rumore moderato
- c) Un segnale sinusoidale con forte rumore

Meccanismi di rumore

Meccanismi base di rumore

- 1) Rumore termico (Johnson-Nyquist):** è dovuto all'agitazione termica degli elettroni in un conduttore. È stato misurato per la prima volta da J.B.Johnson nel 1927 e poi descritto teoricamente da H.Nyquist nel 1928.
- 2) Rumore shot (Schottky):** è dovuto alle fluttuazioni casuali della corrente che circola in un conduttore, dovute alla natura intrinsecamente particellare (quantizzata) del flusso di carica elettrica. È un rumore bianco e non dipende dalla temperatura.
- 3) Rumore 1/f (flicker noise):** è un tipo di rumore presente in un tutti i fenomeni di conduzione, dovuto a molteplici cause. È sempre correlato ad una fluttuazione di resistenza che si traduce in una fluttuazione di corrente o di tensione. È caratterizzato dall'andamento approssimativo $1/f$ (da cui il nome), quindi è trascurabile ad alta frequenza (rispetto agli altri tipi di rumore), mentre può essere rilevante a bassa frequenza.
- 4) Burst noise:** è un tipo di rumore caratterizzato da improvvisi e casuali salti di tensione (dell'ordine del μV) che possono apparire in dispositivi con semiconduttori. È dovuto a imperfezioni o contaminazioni del materiale e può quindi essere ridotto con miglioramenti nel processo produttivo.
- 5) Avalanche noise:** nasce nelle giunzioni pn in regime di breakdown. Ha fundamentalmente uno spettro piatto. Può essere molto rilevante quando si utilizzano diodi Zener come regolatori di tensione. Viene spesso utilizzato proprio per costruire generatori di rumore.

Rumore termico

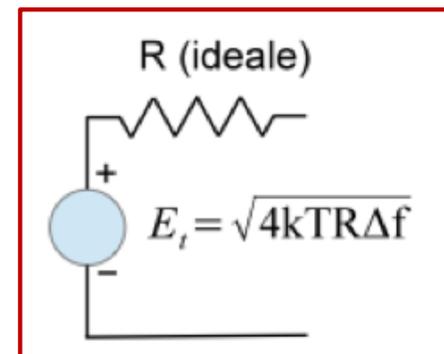
Rumore termico

- ❑ La causa fisica del rumore elettronico in un resistore è il moto statistico dei portatori di carica nel componente (**moto browniano**).
- ❑ La differenza di potenziale tra i morsetti di un resistore a vuoto non è sempre rigorosamente nulla ma fluttua intorno al valore $V=0$ V. Ad un certo istante può accadere che nel loro moto casuale, gli elettroni si trovino più numerosi in prossimità di un morsetto piuttosto che dell'altro, determinando in quell'istante una differenza di potenziale non nulla tra i morsetti. Queste fluttuazioni della tensione tra i morsetti le chiamiamo **rumore termico**.
- ❑ Poiché la tensione ai morsetti di un resistore a vuoto fluttua, è naturale pensare di rappresentare il resistore come un resistore ideale privo di rumore con in **serie** un generatore di tensione variabile.
- ❑ La tensione erogata da questo generatore avrà valore medio nullo ma **valore quadratico medio NON nullo**. Se si misurasse lo spettro del rumore di tensione di una resistenza di valore R , si troverebbe che esso è in buona approssimazione uno **spettro bianco con densità spettrale**:

$$S(f) = 4kT \cdot R$$

$$\langle n^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} S(f) \cdot df = S(f) \cdot \Delta f$$

Δf = banda passante dello strumento di misura



Resistore reale

- ❑ Questo risultato ci dice che il rumore di tensione di un resistore è tanto maggiore quanto maggiore è la temperatura T di funzionamento e quanto maggiore è il suo valore R (k è la costante di Boltzmann).

Rumore termico: esempio numerico

- Per trovare l'entità del rumore rivelato da un dispositivo di misura, occorre conoscere la banda passante di quest'ultimo. Infatti la relazione tra densità spettrale e valore quadratico medio di un rumore bianco è la seguente:

$$\langle n^2(t) \rangle = \int_0^{\infty} S(f) \cdot df = S(f) \cdot \Delta f$$

Esempio:

$$R = 100 \, \Omega \longrightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 1.28 \, nV/\sqrt{Hz}$$

Con una banda passante di 100 MHz si ha quindi

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 12.8 \, \mu V$$

Se R è invece 1 M Ω , il rumore aumenta di un fattore 100:

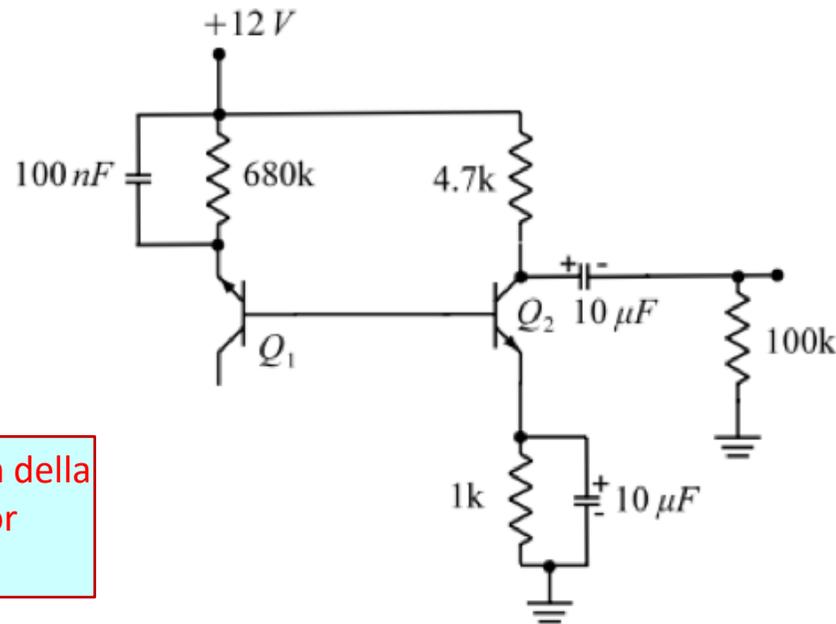
$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 1.28 \, mV$$

Resistori di valore molto elevato possono quindi creare, in certi contesti, dei problemi!

Generatore di rumore

Generatore di rumore

- ❑ Il rumore ha anche aspetti positivi e viene spesso utilizzato per la diagnostica di circuiti.
- ❑ Avendo a disposizione una sorgente ideale di rumore, ovvero con uno spettro di frequenza piatto, la si potrebbe utilizzare per misurare la funzione di trasferimento di qualunque quadrupolo, ad esempio un amplificatore.
- ❑ In commercio si trovano generatori di rumore perfettamente calibrati e con ampiezza adeguata, ma anche di notevole costo. In laboratorio costruiremo il generatore di rumore seguente, che risponde alle nostre esigenze.



la tensione di breakdown della giunzione BE del transistor 2N2222 è di 6V

Nota esperienza 9:

il rumore deve essere dell'ordine di 100 mV. Minimo una ventina di mV, altrimenti l'esperienza 9 con Arduino non funziona

- ❑ Il transistor Q_1 ha la giunzione BE polarizzata inversamente e si trova in regime di breakdown, quindi genera rumore di tipo avalanche, fondamentalmente piatto.
- ❑ Per essere visibile e utilizzabile questo rumore deve essere amplificato: ciò avviene grazie all'amplificatore a emettitore comune costituito dal transistor Q_2 .
- ❑ Con questo circuito si può avere un valore quadratico medio dell'ordine di decine di mV.



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Fine del capitolo 6