

Il sistema dei K neutri e violazione di CP

- Il sistema dei K neutri.
- Autostati di CP: K_01 e K_02 .
- Oscillazioni di stranezza.
- Esperimento di Cronin e Fitch sulla violazione di CP.
- Violazione diretta e indiretta.
- Introduzione dei K_0S e K_0L .
- Decadimenti semileptonici del K_0L .
- Definizione operativa della carica positiva.
- Violazione diretta di CP.
- Introduzione del parametro ϵ' .
- Cenni alla violazione di CP nel sistema dei B_0 .
- Triangolo di Unitarietà.

I mesoni K neutri

- I mesoni K sono i mesoni dotati di stranezza più leggeri:
 $M_{K^-} = 493.677 \pm 0.016$ MeV; $M_{K^0} = 497.648 \pm 0.027$ MeV
- I K appaiono come doppietti di isospin forte per quanto concerne le interazioni forti:

$$\begin{pmatrix} K^+ = u\bar{s} \\ K^0 = d\bar{s} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \bar{K}^0 = \bar{d}s \\ K^- = \bar{u}s \end{pmatrix}$$

- Questi sono gli autostati di massa e sono anche gli autostati delle interazioni forti, cioè quelli che vengono prodotti nei processi in cui intervengono le interazioni forti.

- Ad esempio: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ (produzione associata)

- La produzione del \bar{K}^0 richiede un processo più esotico:



- Dato che la soglia della prima reazione è più bassa di quella della seconda, si può avere un fascio puro di K^0 senza contaminazione da parte dei \bar{K}^0

- I K non sono stabili, quindi decadono in particelle di massa più bassa, ma dato che essi sono le particelle strane più leggere, il decadimento deve essere per forza mediato dalle interazioni deboli.
- Studiando proprio i decadimenti dei K (carichi e neutri) si è trovato che essi violavano la conservazione della parità.
- Le interazioni deboli violano separatamente sia C che P, mentre sembrano conservare la simmetria combinata CP
- Quindi sembra ragionevole assumere che gli autostati del K che partecipano alle interazioni deboli siano autostati di CP e non autostati di stranezza, che intervengono nelle interazioni forti.

Autostati di CP

- I K^0 e \bar{K}^0 sono autostati di stranezza ma non di CP

$$P | K^0 \rangle = - | K^0 \rangle ; P | \bar{K}^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle \quad (\text{parita' intrinseca negativa})$$

$$CP | K^0 \rangle = -C | K^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle ; CP | \bar{K}^0 \rangle = -C | \bar{K}^0 \rangle = - | K^0 \rangle$$

- tuttavia le seguenti combinazioni lineari sono autostati di CP con autovalori +1 e -1

$$| K_1^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| K^0 \rangle - | \bar{K}^0 \rangle) \quad (\text{CP}=+1)$$

$$| K_2^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle) \quad (\text{CP}=-1)$$

- Si tenga presente che questa definizione non è univoca, perché dipende dalla fase arbitraria che interviene nell'applicazione dell'operatore coniugazione di carica. Se si parte da un'altra definizione rispetto a quella adottata dal Burcham, si ottiene:

$$C | K^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle \Rightarrow CP | K^0 \rangle = -C | K^0 \rangle = | \bar{K}^0 \rangle$$

$$C | \bar{K}^0 \rangle = - | K^0 \rangle \Rightarrow CP | \bar{K}^0 \rangle = -C | \bar{K}^0 \rangle = | K^0 \rangle$$

$$| K_1^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| K^0 \rangle + | \bar{K}^0 \rangle) \quad (\text{CP}=+1)$$

$$| K_2^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| K^0 \rangle - | \bar{K}^0 \rangle) \quad (\text{CP}=-1)$$

In ogni caso l'autovalore di CP del K_1 è +1 mentre quello del K_2 è -1

- Occorre notare che K_1 non è l'antiparticella di K_2 , infatti:

$$C | K_1^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (C | K^0 \rangle - C | \bar{K}^0 \rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (| \bar{K}^0 \rangle - | K^0 \rangle) \neq | K_2^0 \rangle$$

Questo implica che K_2 e K_1 possono avere masse e vite medie diverse

Decadimenti dei K_1 e K_2

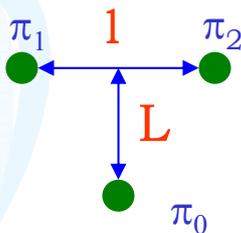
- Abbiamo visto, τ - θ puzzle che i K possono decadere sia in stati con due pioni che con tre pioni, quindi dobbiamo determinare l'autovalore di CP per questi stati per assegnarli a K_1 e K_2

Stato a due pioni: $\pi^0\pi^0$ e $\pi^+\pi^-$

- sia l il momento angolare orbitale relativo, la parità dello stato è $(-1)^l$
- dato che il π^0 è l'antiparticella di sé stessa e che π^+ e π^- sono antiparticelle, allora la coniugazione di carica è equivalente all'operazione di parità: $C(\pi_1\pi_2) = (-1)^l$

$$\Rightarrow CP(\pi_1\pi_2) = +1$$

Stato a tre pioni: $\pi^0\pi^0\pi^0$ e $\pi^+\pi^-\pi^0$



Dato che lo spin del K è nullo, allora $l=L$

Il Q della reazione è piccolo, circa 90 MeV, quindi molto probabilmente $l=L=0$

La statistica di Bose per il sistema $\pi^0\pi^0\pi^0$ richiede che l sia pari, quindi $l=2$ è altamente soppresso da effetti di momento angolare

- Quindi in ogni caso il sistema è in uno stato di onda S
- Dall'argomento precedente, lo stato $\pi_1\pi_2$ ha $CP=+1$. Il π^0 ha $C=+1$ e $P=-1$, quindi la combinazione del π^0 con il sistema $\pi_1\pi_2$ dà uno stato con un CP complessivo pari a -1

$$\begin{aligned} |K_1^0\rangle &\rightarrow \pi\pi & (CP = +1) \\ |K_2^0\rangle &\rightarrow \pi\pi\pi & (CP = -1) \end{aligned}$$

- Il Q della prima reazione è molto più grande della seconda (c'è un pione in meno), quindi il rate di decadimento (Γ) del K_1 è molto più grande di quello del K_2



$$\tau_{K_2} \gg \tau_{K_1}$$

$$\tau_{K_2} = 0.5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\tau_{K_1} = 0.9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Oscillazioni di stranezza

- Il fatto che il K^0 ed il \bar{K}^0 siano sovrapposizioni quantistiche di due stati aventi diversa massa, dà luogo ad un fenomeno molto importante ed interessante, noto come oscillazioni di stranezza, nell'evoluzione temporale degli autostati delle interazioni forti (K^0 e \bar{K}^0).
- Supponiamo che al tempo $t=0$ produciamo un fascio di K^0 , ad esempio attraverso il processo $\pi^- p \rightarrow \Lambda^0 K^0$

Si tenga presente che:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle)$$

$$|\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_2^0\rangle - |K_1^0\rangle)$$

- Al tempo t la funzione d'onda del K^0 è:

$$|\Psi(t)\rangle = |K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0(t)\rangle + |K_2^0(t)\rangle)$$

- Per una particella instabile di massa m e vita media $\tau=1/\Gamma$, la dipendenza dal tempo della funzione d'onda, espressa nel sistema di riferimento della particella dove $E=m$, è uguale a:

$$|\Psi(t)\rangle = |\Psi(0)\rangle e^{-imt} \cdot e^{-\frac{\Gamma}{2}t}$$

- questo è consistente con la legge di decadimento esponenziale per particelle instabili:

$$N(t) = |\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 e^{-\Gamma t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- dato che gli stati K_1 e K_2 sono due stati distinti per le interazioni deboli, essi possono avere masse e vite medie diverse, che chiamiamo m_1, Γ_1 e m_2, Γ_2 (ricordiamo che $\Gamma = 1/\tau$)

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|K_1^0(0)\rangle \cdot e^{-im_1 t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_1 t} + |K_2^0(0)\rangle \cdot e^{-im_2 t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_2 t} \right)$$

Oscillazioni di stranezza

- Al tempo t l'intensità dei K^0 nel fascio vale:

$$I(K^0) = |\langle K^0 | \Psi(t) \rangle|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle K^0 | K_1^0(t) \rangle + \langle K^0 | K_2^0(t) \rangle) \right|^2$$

$$\bullet \langle K^0 | K_1^0(0) e^{-(im_1 + \Gamma_1/2)t} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle K^0 | K^0 \rangle e^{-(im_1 + \Gamma_1/2)t}$$

$$\bullet \langle K^0 | K_2^0(0) e^{-(im_2 + \Gamma_2/2)t} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle K^0 | K^0 \rangle e^{-(im_2 + \Gamma_2/2)t}$$

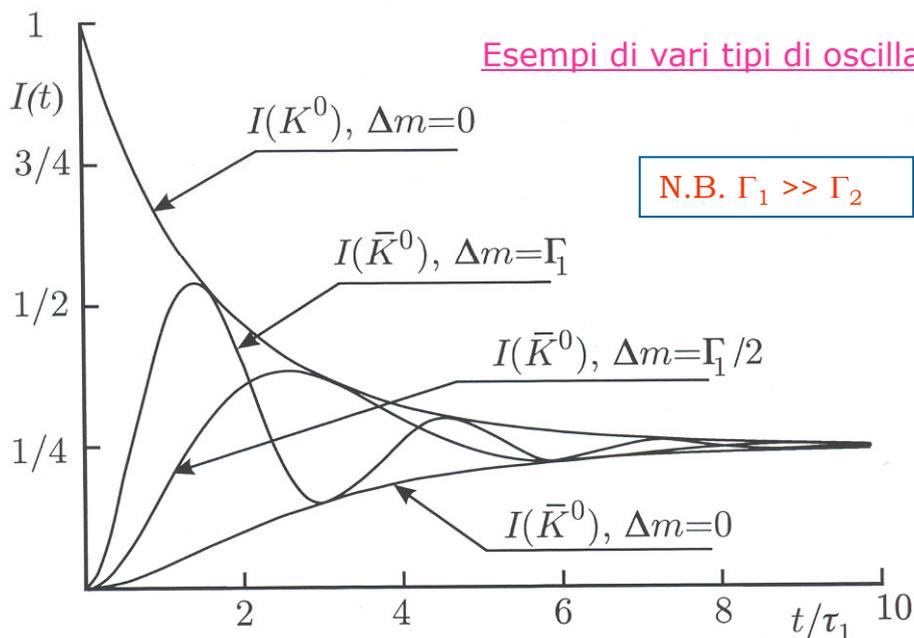
$$\Rightarrow \langle K^0 | \Psi(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle K^0 | K^0 \rangle \left[e^{-im_1 t} \cdot e^{-\frac{\Gamma_1}{2} t} + e^{-im_2 t} \cdot e^{-\frac{\Gamma_2}{2} t} \right]$$

$$\Rightarrow |\langle K^0 | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} |\langle K^0 | K^0 \rangle|^2 \left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + e^{-\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} t} \cdot e^{i(m_2 - m_1)t} + e^{-\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} t} \cdot e^{i(m_1 - m_2)t} \right] =$$

$$= \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2e^{-\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} t} \cos(\Delta m t) \right] \quad \boxed{\Delta m = m_2 - m_1}$$

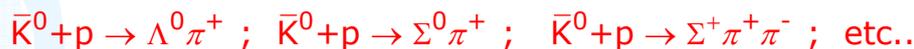
$$\bullet \text{ Per i } \bar{K}^0 \text{ ho: } I(\bar{K}^0) = |\langle \bar{K}^0 | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} t} \cos(\Delta m t) \right]$$

- Le intensità dei K^0 e \bar{K}^0 oscillano con la frequenza $\Delta m/2\pi$.
Dalla misura della frequenza si ricava la differenza di massa Δm



Oscillazioni di stranezza

- Per misurare la frequenza di oscillazione occorre misurare l'intensità dei K^0 o dei \bar{K}^0 in funzione del tempo, ovvero in funzione della distanza dal punto di produzione del fascio dei K^0 .
- La cosa migliore è misurare l'intensità dei \bar{K}^0 , in quanto inizialmente il fascio è costituito interamente da K^0 .
- Per individuare la presenza di \bar{K}^0 nel fascio si utilizza il diverso tipo di interazione che questi hanno nell'interazione con la materia. Ricordiamo che il K^0 ha stranezza +1 mentre il \bar{K}^0 ha stranezza -1 quindi, poiché nella materia (cioè un bersaglio interposto nel fascio) non ci sono barioni con stranezza $S=+1$, il K^0 fa principalmente degli scattering elastici o delle reazioni di scambio carica, ad esempio $K^0+p \rightarrow K^++n$.
- Il \bar{K}^0 ha invece stranezza -1, quindi può produrre dei barioni con stranezza -1, ad esempio:



- Misurando quindi la produzione di iperoni strani in funzione della distanza dalla produzione del fascio, si ricava l'intensità del fascio di K^0 e da qui si ricava Δm

$$I(\bar{K}^0) = |\langle \bar{K}^0 | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2}t} \cos(\Delta m t) \right]$$

- Dato che $\Gamma_1 \gg \Gamma_2$ (la componente K_1 decade subito, si ha:

$$I(\bar{K}^0) \approx \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-\frac{\Gamma_1}{2}t} \cos(\Delta m t) \right] = \frac{1}{4} \quad \text{per } \tau_1 \ll t \ll \tau_2$$

- sperimentalmente si misura: $|\Delta m \cdot \tau_1| = 0.477 \pm 0.002$
- dalla quale si ricava Δm . Il segno è stato ricavato da altri esperimenti di rigenerazione dei K ed è tale che $m_2 > m_1$.

$$\Delta m = (0.535 \pm 0.002) \cdot 10^{-10} \hbar = (3.52 \pm 0.01) \cdot 10^{-6} \text{ eV}$$

Decadimenti dei K

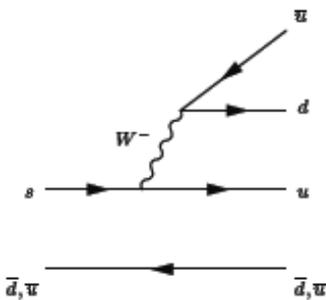
Kaons...

$m_K \sim 494 \text{ MeV}/c^2$

No strange particles lighter than kaons exist
 \Rightarrow Decay must violate "strangeness"

Strong force conserves "strangeness"
 \Rightarrow Decay is a pure weak interaction

Isospin		
+1	$\bar{K}^0 (s\bar{d})$	$K^+ (\bar{s}u)$
-1	$K^- (s\bar{u})$	$K^0 (\bar{s}d)$
	-1	+1 "Strangeness"



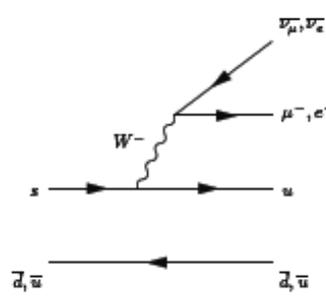
hadronic decays:

$$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0, \pi^+\pi^-\pi^+, \pi^+\pi^0\pi^0$$

$$K^- \rightarrow \pi^-\pi^0, \pi^-\pi^+\pi^-, \pi^-\pi^0\pi^0$$

$$K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-, \pi^+\pi^-\pi^0$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-, \pi^+\pi^-\pi^0$$



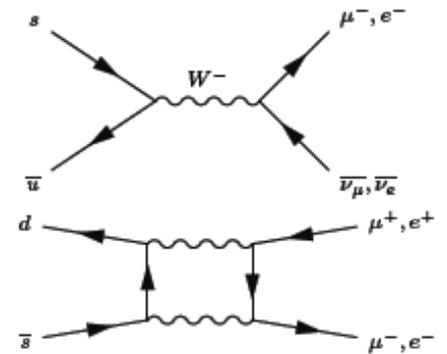
semi-leptonic decays:

$$K^+ \rightarrow \pi^0\mu^+\nu_\mu, \pi^0e^+\nu_e$$

$$K^- \rightarrow \pi^0\mu^-\bar{\nu}_\mu, \pi^0e^-\bar{\nu}_e$$

$$K^0 \rightarrow \pi^-\mu^+\nu_\mu, \pi^-e^+\nu_e$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\mu^-\bar{\nu}_\mu, \pi^+e^-\bar{\nu}_e$$



leptonic decays:

$$K^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu, e^+\nu_e$$

$$K^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu, e^-\bar{\nu}_e$$

$$K^0 \rightarrow \mu^-\mu^+, e^-e^+$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-, e^+e^-$$

Hadronic and leptonic decays:
 particle and anti-particle behave the same

Semi-leptonic decays:
 particle and anti-particle are distinct!
 " $\Delta Q = \Delta S$ rule"

Transizioni con $\Delta S=2$

- L'oscillazione di stranezza è dovuta al fatto che il K^0 ed il \bar{K}^0 possono decadere in stati finali comuni, ad esempio:

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^- \leftarrow \bar{K}^0 \quad \text{oppure} \quad K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \leftarrow \bar{K}^0$$

- quindi possiamo avere transizioni da K^0 a \bar{K}^0 attraverso uno stato intermedio a due o tre pioni.



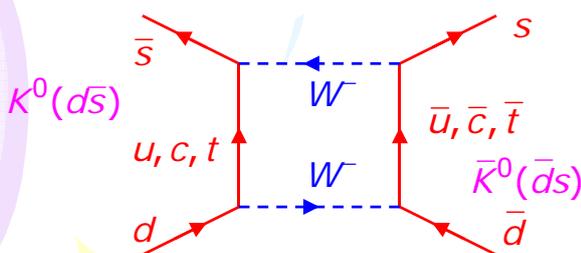
- Questo è possibile perché K^0 e \bar{K}^0 sono due particelle neutre, l'una antiparticella dell'altra, ma che sono particelle distinte (al contrario del π^0 che è l'antiparticella di se stesso) perché possiedono dei numeri quantici, in questo caso la stranezza, che li distinguono l'uno dall'altro.

- Le interazioni deboli non distinguono la stranezza, e quindi si possono avere transizioni da uno stato all'altro mediate dalle interazioni deboli. Queste transizioni sono del secondo ordine e sono caratterizzate da $\Delta S=2$.

- Per quanto riguarda le interazioni forti K^0 e \bar{K}^0 sono due stati ortogonali, mentre le interazioni deboli connettono i due stati.

$$\langle \bar{K}^0 | K^0 \rangle = 0 \quad ; \quad \langle \bar{K}^0 | H_{st} | K^0 \rangle = 0 \quad ; \quad \langle \bar{K}^0 | H_{weak} | K^0 \rangle \neq 0$$

- A livello di quark, la transizione $\Delta S=2$ avviene tramite un diagramma a box di questo tipo:



Da questo diagramma si può calcolare Δm .

$$\Delta m \approx \frac{G^2}{4\pi^2} f_k^2 m_c^2 \cos^2 \theta_c \sin^2 \theta_c$$

un calcolo fatto da Gaillard, Lee e Rosner, prima del 1974, utilizzando i vari valori misurati, predisse $m_c \approx 1.5$ GeV.

Rigenerazione dei K_1

- Nel 1955 Pais e Piccioni suggerirono che l'esistenza degli stati K_1 e K_2 dovrebbero dar luogo al fenomeno noto come rigenerazione dei K_1 .
- Supponiamo di produrre un fascio puro di K^0 e di farlo avanzare nel vuoto. Inizialmente il fascio consiste in una miscela paritaria di K_1 e K_2

$$|\Psi(0)\rangle = |K^0(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1^0(0)\rangle + |K_2^0(0)\rangle)$$

- Scegliamo ora dei tempi $t \gg \tau_1$; la componente a corta vita media K_1 , che decade in due pioni, sarà tutta decaduta e la funzione d'onda sarà:

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |K_2^0(0)\rangle \cdot e^{-im_2 t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_2 t} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} |K_2^0(0)\rangle \cdot e^{-\Gamma_2 t}$$

Cioè il fascio consiste soltanto della componente a lunga vita media K_2 , il quale ricordiamo è composto da:

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

- Supponiamo ora di interporre nel fascio un blocco di materiale:



- Il K^0 ed il \bar{K}^0 hanno interazioni forti diverse con la materia, in particolare il \bar{K}_0 ha una sezione d'urto maggiore e quindi esso verrà assorbito maggiormente nel blocco.

Rigenerazione dei K_1

- Indichiamo con f e \bar{f} la frazione di K^0 e \bar{K}^0 rimanenti nel fascio dopo il passaggio attraverso il blocco:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(f |K^0\rangle + \bar{f} |\bar{K}^0\rangle)$$

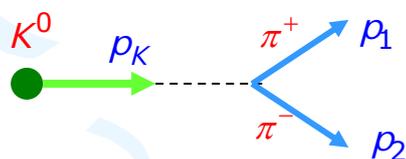
- In termini degli stati K_1 e K_2 abbiamo:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2} [f(|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle) + \bar{f}(|K_2^0\rangle - |K_1^0\rangle)] = \\ &= \frac{1}{2} [(f - \bar{f})|K_1^0\rangle + (f + \bar{f})|K_2^0\rangle] \end{aligned}$$

- Dato che $f = \bar{f}$ ne consegue che lo stato a corta vita media è stato rigenerato dalla presenza del materiale lungo la linea di fascia.

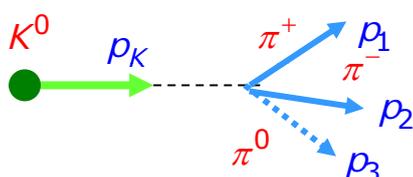
- Questo fenomeno può essere verificato sperimentalmente cercando dei decadimenti dei K in due pioni lungo la linea del fascio e subito dopo il rigeneratore.

N.B. per essere sicuri che i due pioni derivano dal decadimento del K, bisogna verificare che la loro massa invariante sia uguale alla massa del K e la somma delle loro quantità di moto sia uguale a quella del K.



$$\begin{aligned} (p_1 + p_2)^2 &= p_K^2 = m_K^2 \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_K \end{aligned}$$

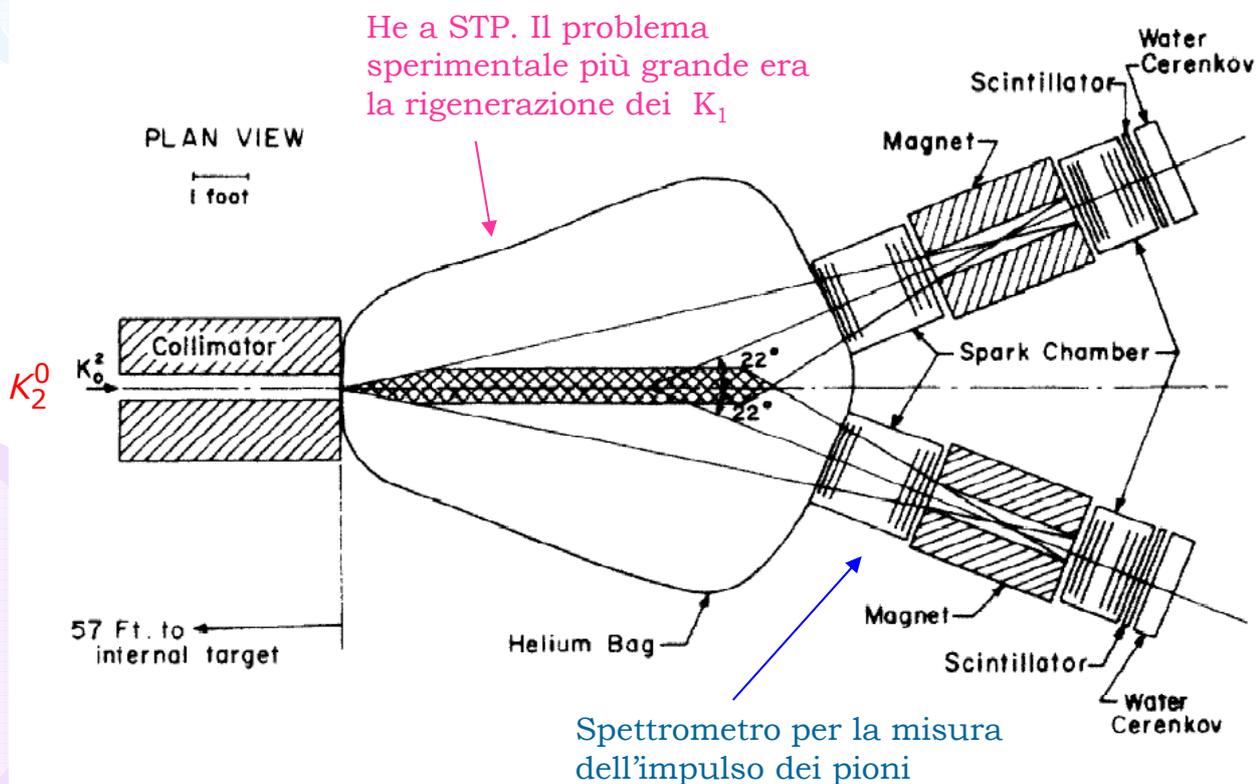
Se nel decadimento è presente un terzo pione che non viene rivelato, queste relazioni non sono più vere:



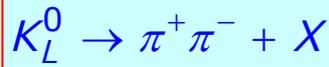
$$\begin{aligned} (p_1 + p_2)^2 &\neq p_K^2 \Rightarrow \neq m_K^2 \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &\neq \vec{p}_K \end{aligned}$$

Esperimento di Christenson, Cronin, Fitch, Turlay 1964- AGS -Brookhaven

- Nel 1963 Cronin, Fitch et al., realizzarono un esperimento che rivelava i decadimenti in due pioni in un fascio di K_2^0 .
- I K^0 erano prodotti bombardando un bersaglio di Be con un fascio primario di protoni da 30 GeV, ottenendo K^0 di impulso ≈ 1 GeV/c
- La componente a corta vita media aveva una lunghezza di decadimento ($\gamma\beta c\tau_1$) di circa 6 cm.
- I K^0 venivano fatti decadere lungo un tubo a vuoto di 15 m, prima di raggiungere l'esperimento
- Lo scopo dell'esperimento era quello di mettere un limite superiore al B.R. del decadimento del K_2^0 in due pioni.
- Invece l'esperimento osservò i decadimenti del K_2^0 in due pioni che rappresentò la prima chiara evidenza della violazione di CP nelle interazioni tra particelle.



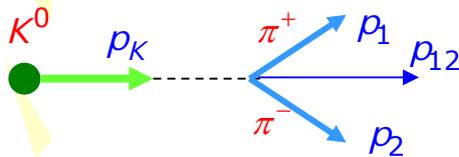
Risultati dell'esperimento



$$\vec{p}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

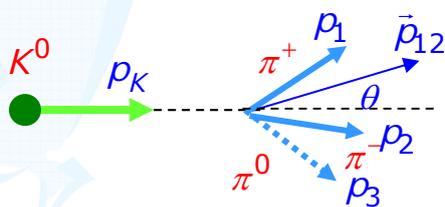
θ è l'angolo tra \vec{p}_{12} e \vec{p}_K

Se $X = 0$, allora:

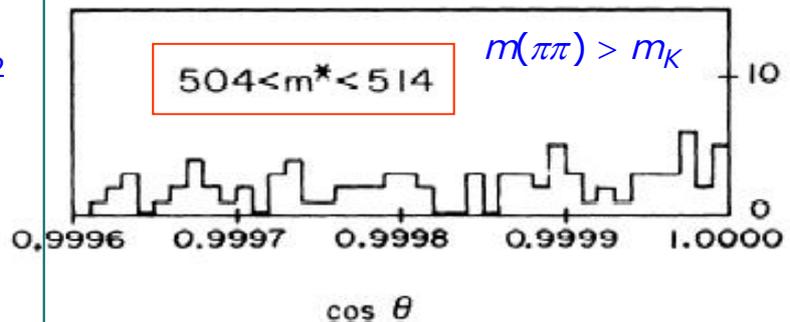
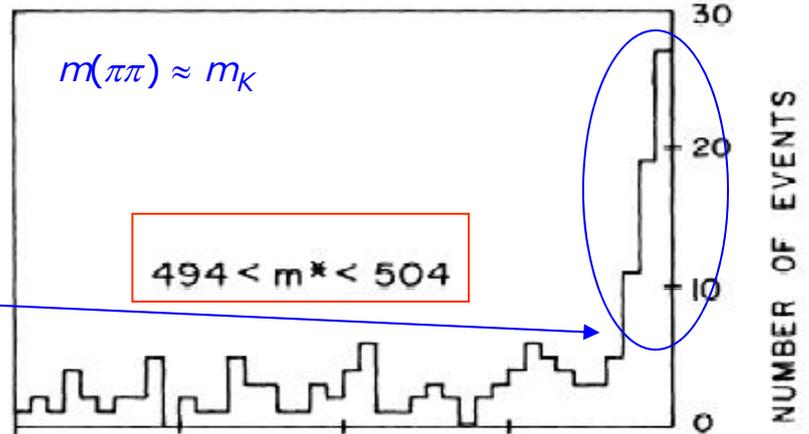
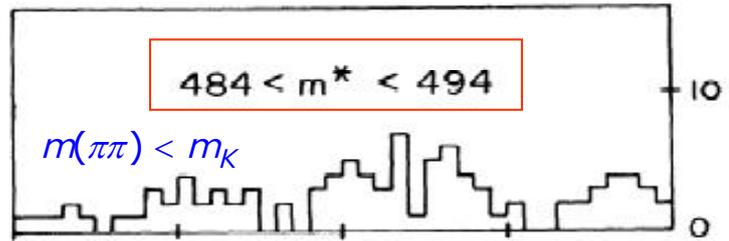


$$\vec{p}_{12} = \vec{p}_K \Rightarrow \cos \theta = 1$$

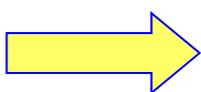
Se $X \neq 0$, allora:



$$\vec{p}_{12} \neq \vec{p}_K \Rightarrow \cos \theta < 1$$



- La calibrazione dell'apparato fu controllata mettendo un rigeneratore di tungsteno immediatamente prima dell'esperimento
- Gli eventi in figura con $\cos \theta > 0.99999$ hanno una massa invariante di 499.1 ± 0.8 MeV
- Gli eventi del picco, dopo la sottrazione del fondo, sono 45 ± 9 su un totale di 22700 decadimenti del K_2



$$R = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \text{all charged})} = (2.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-3}$$

La normalizzazione è fatta rispetto a tutti i decadimenti carichi del K_L

$$[\text{B.R. } K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 = 21\%]$$

Violazione di CP

- Lo stato K_2 , il quale ha $CP = -1$, non può decadere in 2π se CP viene conservata nelle interazioni deboli.
- L'esperimento del 1963 di Christenson, Cronin, Fitch e Turlay dimostrò che il K_2 decade in due pioni (n.b. la pubblicazione dei risultati è del 1964)
- Come prima cosa, questo portò ad un cambiamento dei nomi, lo stato a corta vita media (dove predomina la componente $CP = +1$) fu chiamato K_S^0 (K Short) e lo stato a lunga vita media (predomina $CP = -1$) fu chiamato K_L^0 (K Long).
- Il risultato trovato da Cronin fu:

$$R = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \text{all charged})} = (2.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Oggi: B.R. } \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = (2.090 \pm 0.025) \cdot 10^{-3}$$

Non possiamo più identificare K_S con K_1 e K_L con K_2

- Al contrario della violazione della parità, la violazione di CP pose maggiori problemi teorici per essere incorporata nelle varie teorie.
- L'esistenza della transizione $K_L \rightarrow \pi\pi$ può essere spiegata in due modi: violazione indiretta di CP e violazione diretta di CP.

Violazione indiretta:

Si suppone che le interazioni deboli non violino CP, ma che lo stato K_L sia una sovrapposizione lineare degli stati K_1 e K_2 , e che il decadimento osservato in 2 pioni sia dovuto alla componente K_1 presente nel K_L

Violazione diretta:

In questo caso si suppone che l'interazione debole violi direttamente la simmetria CP connettendo due stati con autovalore diverso di CP. In questo caso la violazione di CP dovrebbe essere osservabile anche in altri processi.

Violazione indiretta di CP

- Per tener conto della violazione di CP nel decadimento del K_L si ipotizza che gli autostati dell'Hamiltoniana debole, K_S e K_L , non siano autostati di CP, ma siano una sovrapposizione lineare di questi ultimi (K_1 e K_2). Questo meccanismo viene chiamato violazione indiretta di CP, perché la violazione avviene attraverso il mescolamento degli stati, e non direttamente nell'elemento di matrice.

$$|K_S^0\rangle = \frac{|K_1^0\rangle + \varepsilon |K_2^0\rangle}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}} \quad ; \quad |K_L^0\rangle = \frac{|K_2^0\rangle + \varepsilon |K_1^0\rangle}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}$$

- ε è un piccolo numero complesso che misura il grado di violazione di CP indotto dal mescolamento degli stati del K^0

- I due stati K_S e K_L non sono autostati di CP:

$$CP |K_S^0\rangle = \frac{CP |K_1^0\rangle + \varepsilon CP |K_2^0\rangle}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}} = \frac{|K_1^0\rangle - \varepsilon |K_2^0\rangle}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}} \neq |K_S^0\rangle$$

(e lo stesso dicasi per il K_L)

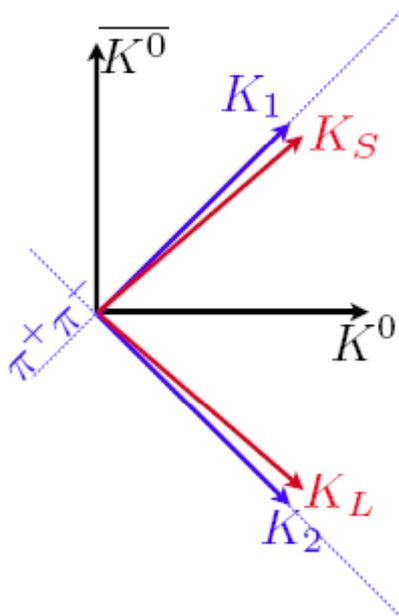
- K_S e K_L non sono nemmeno ortogonali tra di loro. La mancanza di ortogonalità era aspettata in quanto entrambi hanno gli stessi canali di decadimento, ad esempio il canale in due pioni.

$$\begin{aligned} \langle K_L^0 | K_S^0 \rangle &= \frac{1}{1 + |\varepsilon|^2} (\langle K_2^0 | + \varepsilon^* \langle K_1^0 |) (|K_1^0\rangle + \varepsilon |K_2^0\rangle) = \\ &= \frac{1}{1 + |\varepsilon|^2} (\varepsilon \langle K_2^0 | K_2^0 \rangle + \varepsilon^* \langle K_1^0 | K_1^0 \rangle) = \frac{\varepsilon + \varepsilon^*}{1 + |\varepsilon|^2} = \frac{2\text{Re}(\varepsilon)}{1 + |\varepsilon|^2} \end{aligned}$$

La mancanza di ortogonalità è una misura del grado di violazione di CP

- Il decadimento osservato del K_L in due pioni è dovuto quindi al decadimento in due π della sua componente K_1 . In linea di principio è anche possibile il decadimento del K_S in tre pioni dovuto alla sua componente K_2 , ma il B.R. è molto piccolo ($3.2 \cdot 10^{-7}$) perché prevale il decadimento molto più rapido in due pioni.

Autostati dei K^0



Autostati di stranezza

$$K^0 = d\bar{s}, S=+1 \quad CP(K^0) = \bar{K}^0$$

$$\bar{K}^0 = \bar{d}s, S=-1 \quad CP(\bar{K}^0) = -K^0$$

Autostati di CP

$$K_1 = (K^0 + \bar{K}^0)/\sqrt{2}, CP=+1 \Rightarrow \pi\pi$$

$$K_2 = (K^0 - \bar{K}^0)/\sqrt{2}, CP=-1 \Rightarrow \pi\pi\pi$$

Autostati di massa (stati stazionari) nel vuoto

$$K_S = pK^0 + q\bar{K}^0 \cong K_1 + \varepsilon K_2$$

$$K_L = qK^0 + p\bar{K}^0 \cong \varepsilon K_1 + K_2$$

Violazione "indiretta" di CP

$$\text{Re}(\varepsilon) = 2.3 \times 10^{-3}$$

$$|p|^2 + |q|^2 = 1$$

N.B. $\langle K_S | K_L \rangle = 2\text{Re}(\varepsilon) \neq 0$

$$K_2 \rightarrow \pi\pi$$

Violazione "diretta" di CP

$$|\varepsilon'| \ll |\varepsilon|$$

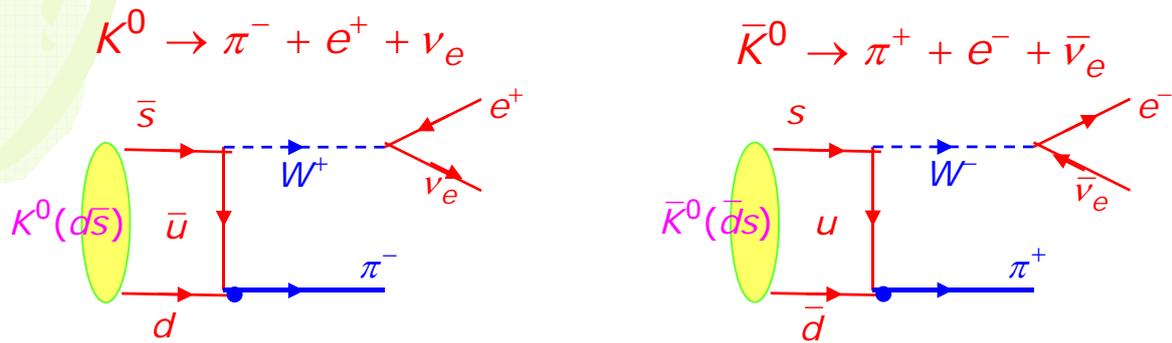
$$P(K^0 \rightarrow F) \neq P(\bar{K}^0 \rightarrow \bar{F})$$

Have a choice when 'parameterizing' K_S and K_L :

1. in terms of K^0 and \bar{K}^0
2. in terms of K_1 and K_2

Nei K^0 si e' scelta la soluzione 2), mentre nei B^0 si utilizza 1)

Decadimenti semileptonici dei K^0



B.R. ($K_L^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_\mu$) = $(38.81 \pm 0.27)\%$ ← I due stati finali sono sommati

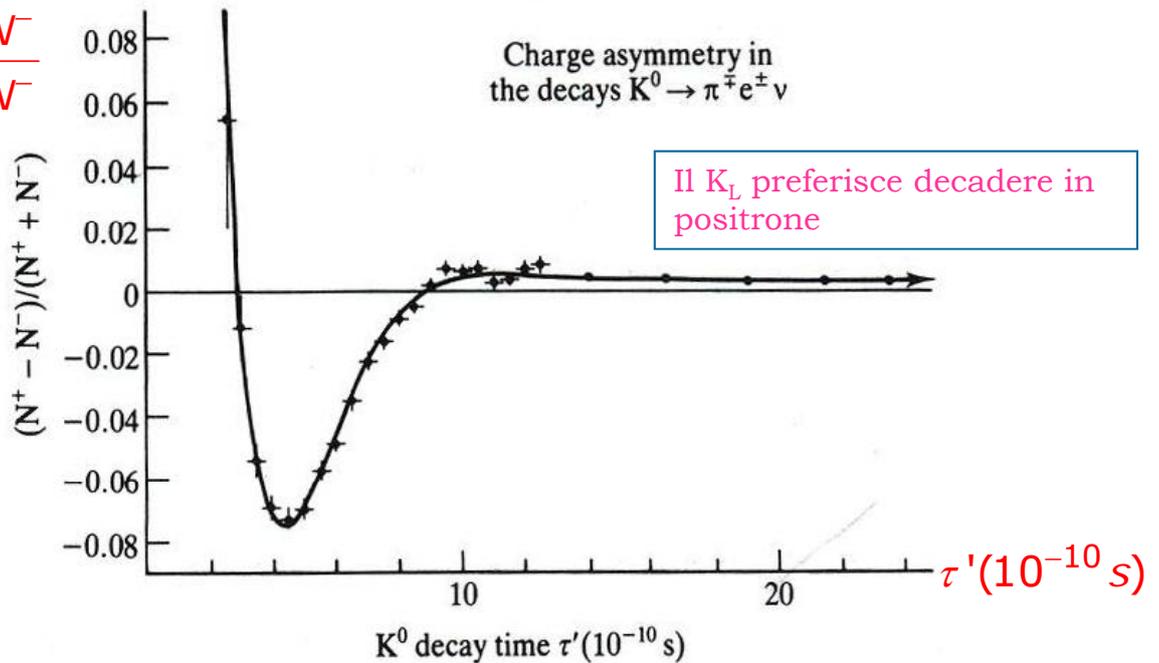
B.R. ($K_L^0 \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu$) = $(27.19 \pm 0.25)\%$ ← Effetto spazio delle fasi

- I due stati finali sono l'uno il CP coniugato dell'altro.
- Si tenga presente che dalla carica del leptone si può capire se il decadimento proviene da un K^0 oppure da un \bar{K}^0 .
- Se CP fosse conservata, il K_L avrebbe lo stesso rate di decadimento in entrambi gli stati finali perché il K_L sarebbe una miscela equiprobabile di K^0 e \bar{K}^0 .
- Da un punto di vista sperimentale, si parte con un fascio composto inizialmente soltanto da K^0 e sfruttando il fatto che c'è un'oscillazione di stranezza in funzione del tempo, si misura la variazione, in funzione del tempo, del numero di decadimenti in cui compare un positrone (N^+) rispetto a quelli in cui compare un elettrone (N^-).
- Si aspetta un tempo sufficientemente lungo in modo che non vi sia più la componente K_S e rimanga soltanto il K_L ; se non vi fosse la violazione di CP, vi sarebbero un identico numero di decadimenti in positrone ed in elettrone.
- Si misura quindi, in funzione del tempo, l'asimmetria di carica definita nel modo seguente:

$$\delta_l = \frac{N(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) - N(K_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)}{N^+ + N^-} = \frac{2\text{Re}(\varepsilon)}{1 + |\varepsilon|^2}$$

Definizione operativa del segno della carica elettrica

$$\frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}$$



- Dalla curva si vede che il K_L decade più spesso in un positrone che in un elettrone per una frazione pari a:

$$\delta_l = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = (0.327 \pm 0.012)\%$$

- Per la prima volta esiste un processo che distingue tra materia e antimateria e fornisce una definizione operativa del segno della carica.

La carica positiva è quella trasportata dal leptone prodotto di preferenza nel decadimento del K_L

- La violazione di CP tratta in modo diverso materia e antimateria e potrebbe spiegare perché nell'universo oggi abbiamo solo materia e nessuna antimateria (almeno per quanto ne sappiamo al momento).

Violazione di CP nel mescolamento

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (\text{CP}=+1)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (\text{CP}=-1)$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{|K_2^0\rangle + \varepsilon |K_1^0\rangle}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}$$

Esprimiamo K_L nella base K^0 - anti K^0

$$\begin{aligned} |K_L^0\rangle &= \frac{|K_2^0\rangle + \varepsilon |K_1^0\rangle}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0) + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0) \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} \left[(1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\bar{K}^0 \right] \end{aligned}$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} \left[q|K^0\rangle + p|\bar{K}^0\rangle \right] \quad q = 1 + \varepsilon \quad ; \quad p = 1 - \varepsilon$$

Nella violazione diretta di CP si ha:

$$\Gamma(K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e) \neq \Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e)$$

Ma anche se le due Γ fossero uguali, si avrebbe una violazione indiretta di CP perché ε non è uguale a zero, quindi il "contenuto" di K^0 nel K_L non è uguale a quello dell'anti- K^0 .

In realtà è presente anche la violazione diretta di CP, ma al livello del per mille rispetto a quella indiretta dovuta al mescolamento degli stati.

Violazione indiretta di CP

- In genere la violazione di CP viene parametrizzata attraverso un rapporto di ampiezze dei decadimenti del K_S e K_L in una coppia di pioni carichi ed una coppia di pioni neutri:

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S^0 \rangle} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}}$$

H è l'Hamiltoniana responsabile della transizione tra lo stato iniziale e lo stato finale

$$\eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_S^0 \rangle} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}}$$

- Se la violazione di CP nel decadimento del K_L fosse dovuta unicamente al mescolamento degli stati K_1 e K_2 , allora il decadimento del K_L in due pioni carichi o due pioni neutri sarebbe dovuto unicamente alla componente K_1 , quindi si deve necessariamente avere:

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | \varepsilon K_1^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle} = \varepsilon \quad \text{e} \quad \eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | \varepsilon K_1^0 \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_1^0 \rangle} = \varepsilon$$

- I valori misurati di questi parametri sono i seguenti (PDG 2004):

$$|\eta_{+-}| = (2.286 \pm 0.014) \cdot 10^{-3} \quad ; \quad \phi_{+-} = 43.4^\circ \pm 0.7^\circ$$

$$|\eta_{00}| = (2.276 \pm 0.014) \cdot 10^{-3} \quad ; \quad \phi_{00} = 43.7^\circ \pm 0.8^\circ$$

$$\left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right| = 0.9950 \pm 0.0008 \quad ; \quad \phi_{00} - \phi_{+-} = 0.2^\circ \pm 0.4^\circ$$

- I dati sono consistenti con l'ipotesi del mescolamento degli stati K_1 e K_2 .
- Tuttavia l'accordo è solo al livello del per cento, quindi non è esclusa la violazione diretta di CP, ma questa, se esiste, deve essere al livello del per mille rispetto alla violazione indiretta.
- Ciò vuol dire cercare degli effetti al livello di 10^{-6} nei decadimenti dei K. Questo è il motivo per cui la violazione diretta è stata osservata sperimentalmente soltanto nel 2002.

Violazione diretta di CP

- è possibile avere dei valori di η_{+-} e η_{00} diversi da zero anche in assenza del mescolamento degli stati K_S e K_L ($\varepsilon=0$), se l'Hamiltoniana debole è in grado di connettere stati con un diverso autovalore di CP. Questo meccanismo è noto come violazione diretta di CP.
- Occorre quindi valutare l'elemento di matrice seguente:

$$\langle \pi\pi | H_w | K_L^0 \rangle \quad \text{oppure} \quad \langle \pi\pi | H_w | K_S^0 \rangle$$

- è utile scomporre lo stato di 2 pioni in termini delle componenti di isospin totale. Il pione ha isospin 1, quindi il sistema di due pioni può avere isospin totale 0, 1 oppure 2.
- Se consideriamo la funzione d'onda totale del sistema dei due pioni, abbiamo:

$$\psi = \varphi(\text{spaziale}) \cdot \chi(\text{spin}) \cdot \xi(\text{sapore})$$

- I pioni sono dei bosoni, quindi la funzione d'onda totale deve essere simmetrica. Abbiamo già visto che la parte spaziale è simmetrica, la parte di spin non c'è in quanto i pioni hanno spin zero, quindi anche la parte di sapore deve essere simmetrica, ciò implica che l'isospin totale deve essere pari, quindi $I=0$ oppure 2.

- Utilizzando i coefficienti di Clebsch-Gordan si ha:

$$\langle \pi^+ \pi^- | = \sqrt{\frac{1}{3}} \langle 2 | + \sqrt{\frac{2}{3}} \langle 0 | \quad ; \quad \langle \pi^0 \pi^0 | = \sqrt{\frac{2}{3}} \langle 2 | - \sqrt{\frac{1}{3}} \langle 0 |$$

$$\text{dove: } \langle \pi^+ \pi^- | = \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle \pi_1^+ \pi_2^- | + \langle \pi_1^- \pi_2^+ |) \quad (\text{stato simmetrizzato})$$

- Vi sono quattro ampiezze che descrivono il decadimento del K_S e del K_L in due pioni:

$$\langle 0 | H_w | K_S^0 \rangle \quad ; \quad \langle 2 | H_w | K_S^0 \rangle$$

$$\langle 0 | H_w | K_L^0 \rangle \quad ; \quad \langle 2 | H_w | K_L^0 \rangle$$

- H_w è l'Hamiltoniana responsabile del decadimento.

Violazione diretta di CP

- Il K ha isospin $\frac{1}{2}$, quindi in un caso vi è una transizione con $\Delta I = \frac{1}{2}$ e nell'altro caso si ha $\Delta I = \frac{3}{2}$. Le due transizioni possono avere un fattore di fase diverso, quindi vi sarà uno sfasamento nella composizione degli stati finali a due pioni che dipende dall'isospin totale. Indichiamo gli sfasamenti relativi a $I=0$ e $I=2$ come δ_0 e δ_2 rispettivamente, avremo allora:

$$\langle \pi^+ \pi^- | = \sqrt{\frac{1}{3}} e^{i\delta_2} \langle 2 | + \sqrt{\frac{2}{3}} e^{i\delta_0} \langle 0 |$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 | = \sqrt{\frac{2}{3}} e^{i\delta_2} \langle 2 | - \sqrt{\frac{1}{3}} e^{i\delta_0} \langle 0 |$$

- Definiamo le ampiezze relative al decadimento del K^0 nel modo seguente:

$$A_0 = \langle 0 | H_w | K^0 \rangle \quad \text{e} \quad A_2 = \langle 2 | H_w | K^0 \rangle$$

- Se assumiamo l'invarianza per CPT, da questi possiamo ricavare le ampiezze relative al decadimento del K^0 , ricordando che:

$$CPT | K^0 \rangle = - | \bar{K}^0 \rangle \quad \Rightarrow \quad CPT | K^0 \rangle = - \langle \bar{K}^0 |$$

$$CPT \langle 0 | = | 0 \rangle \quad ; \quad CPT \langle 2 | = | 2 \rangle \quad \text{I due pioni hanno CP}=1$$

- Se assumiamo che l'Hamiltoniana debole sia invariante per CPT si ha:

$$A_0 = \langle 0 | H_w | \bar{K}^0 \rangle \quad CPT \rightarrow - \langle K^0 | H_w | 0 \rangle = -A_0^*$$

$$A_2 = \langle 2 | H_w | K^0 \rangle \quad CPT \rightarrow - \langle K^0 | H_w | 2 \rangle = -A_2^*$$

- Si elimina una fase totale scegliendo A_0 reale.
- Ricordiamo l'espressione di K_S e K_L in termini di K^0 e \bar{K}^0 :

$$| K_S^0 \rangle = \frac{(1 + \varepsilon) | K^0 \rangle - (1 - \varepsilon) | \bar{K}^0 \rangle}{\sqrt{2(1 + |\varepsilon|^2)}} \quad ; \quad | K_L^0 \rangle = \frac{(1 + \varepsilon) | K^0 \rangle + (1 - \varepsilon) | \bar{K}^0 \rangle}{\sqrt{2(1 + |\varepsilon|^2)}}$$

- Si possono esprimere le transizioni del K_S e del K_L in due pioni attraverso le ampiezze A_0 , A_2 ed il termine ε che esprime la violazione di CP.

Violazione diretta di CP

- Ricordiamo come viene parametrizzata la violazione di CP:

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S^0 \rangle} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} \quad \eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_S^0 \rangle} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}}$$

- Occorre quindi calcolare le quattro ampiezze. Utilizzando le definizioni precedenti si ottiene:

$$\langle \pi^+ \pi^- | H_W | K_L^0 \rangle = \text{costante} \cdot (\varepsilon(\Re A_2 e^{i\delta_2} + \sqrt{2}A_0 e^{i\delta_0}) + \text{Im}A_2 e^{i\delta_2})$$

$$\langle \pi^+ \pi^- | H_W | K_S^0 \rangle = \text{costante} \cdot (\Re A_2 e^{i\delta_2} + \sqrt{2}A_0 e^{i\delta_0} + \varepsilon \text{Im}A_2 e^{i\delta_2})$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 | H_W | K_L^0 \rangle = \text{costante} \cdot (\varepsilon(\sqrt{2}\Re A_2 e^{i\delta_2} - A_0 e^{i\delta_0}) + \sqrt{2}\text{Im}A_2 e^{i\delta_2})$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 | H_W | K_S^0 \rangle = \text{costante} \cdot (\sqrt{2}\Re A_2 e^{i\delta_2} - A_0 e^{i\delta_0} + \varepsilon\sqrt{2}\text{Im}A_2 e^{i\delta_2})$$

dove: $\text{costante} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}$; quindi si ottiene:

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S^0 \rangle} = \frac{\varepsilon \Re A_2 e^{i\delta_2} + \varepsilon \sqrt{2} A_0 e^{i\delta_0} + \text{Im} A_2 e^{i\delta_2}}{\Re A_2 e^{i\delta_2} + \sqrt{2} A_0 e^{i\delta_0} + \varepsilon \text{Im} A_2 e^{i\delta_2}} =$$

$$\approx \frac{\varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Re(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)}} \approx$$

$$\approx \left\{ \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Re(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \right\} \approx$$

$$\approx \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} = \varepsilon + \varepsilon'$$

- In maniera simile si ottiene: $\eta_{00} \approx \varepsilon - \sqrt{2} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} = \varepsilon - 2\varepsilon'$



$$\varepsilon' = \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2 - \delta_0)}$$

Violazione diretta di CP

- Quindi possiamo definire i parametri che descrivono la violazione di CP nei K neutri nel modo seguente:

$$\eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S^0 \rangle} = \varepsilon + \varepsilon' \quad \eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_L^0 \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_S^0 \rangle} = \varepsilon - 2\varepsilon'$$

- Ricordiamo che se la violazione di CP è dovuta solo al mescolamento dei K_1 e K_2 (violazione indiretta), allora η_{+-} e η_{00} devono essere uguali, quindi $\varepsilon' = 0$.
- La violazione diretta di CP implica invece l'esistenza del parametro ε' diverso da zero.
- Fin dalla scoperta della violazione di CP nel 1964 sono stati realizzati diversi esperimenti volti alla misura di ε' , tuttavia questa misura è molto impegnativa da un punto di vista sperimentale perché si tratta di misurare un parametro dell'ordine di 10^{-6} .
- La procedura sperimentale consiste nel misurare un doppio rapporto di larghezze parziali, in modo tale che molti errori sistematici si cancellano:

$$R = \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) / \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) / \Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}$$

$$R^{-1} = \left| \frac{\eta_{+-}}{\eta_{00}} \right|^2 = \frac{|\varepsilon + \varepsilon'|^2}{|\varepsilon - 2\varepsilon'|^2} \approx 1 + 6 \operatorname{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right)$$

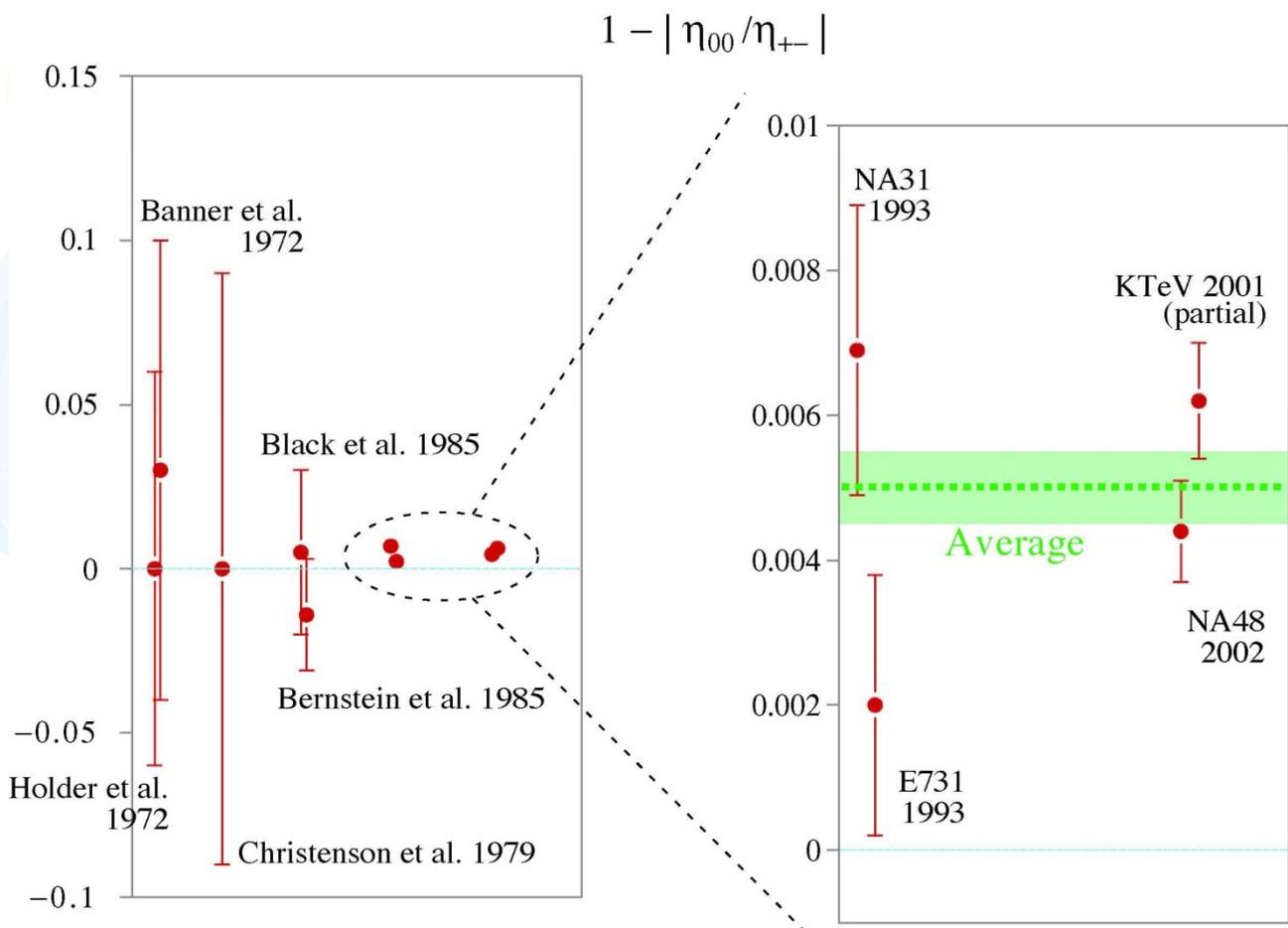
- L'esistenza della violazione diretta di CP implica che questa può essere osservata anche in altri decadimenti oltre a quello dei K neutri, ad esempio nei decadimenti dei K carichi.

Misura della violazione diretta di CP

$$R = \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) / \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) / \Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}$$

- Un valore di R diverso da 1 è la prova dell'esistenza della violazione diretta di CP.

Questa misura ha richiesto quasi 30 anni di esperimenti prima di essere realizzata.



$$\left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right| = 0.9950 \pm 0.0008$$



$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = (1.67 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$$