Adroni
e
modello a quark statico

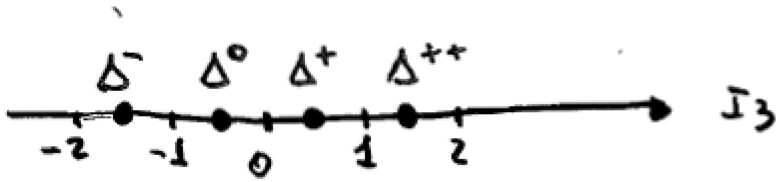
- La classificazione delle particelle
- La simmetria SU(3) di sapore
- I quark
- Costruzione grafica dei mesoni e dei barioni.
- Mescolamento dei mesoni con $I_3=0$ e $Y=0$.
- Regola di OZI
- Massa dei quark

Classificazione delle particelle

- Negli anni '50 furono scoperte nuove particelle e risonanze che vennero considerate esse stesse come nuove particelle.
- Si cercò di classificare tutte queste particelle in un modo tale da rivelarne la loro vera natura (un lavoro simile fu fatto da Rydberg che trovò la formula per descrivere gli spettri atomici, oppure da Mendeleiev)
- Una prima simmetria trovata fu associata allo spin isotopico; le particelle con lo stesso isospin sono esattamente la stessa particella per le interazioni forti, ma le interazioni e.m. rompono la simmetria e provocano una differenza di massa di qualche % tra le particelle dello stesso multipletto.

Classificazione delle particelle

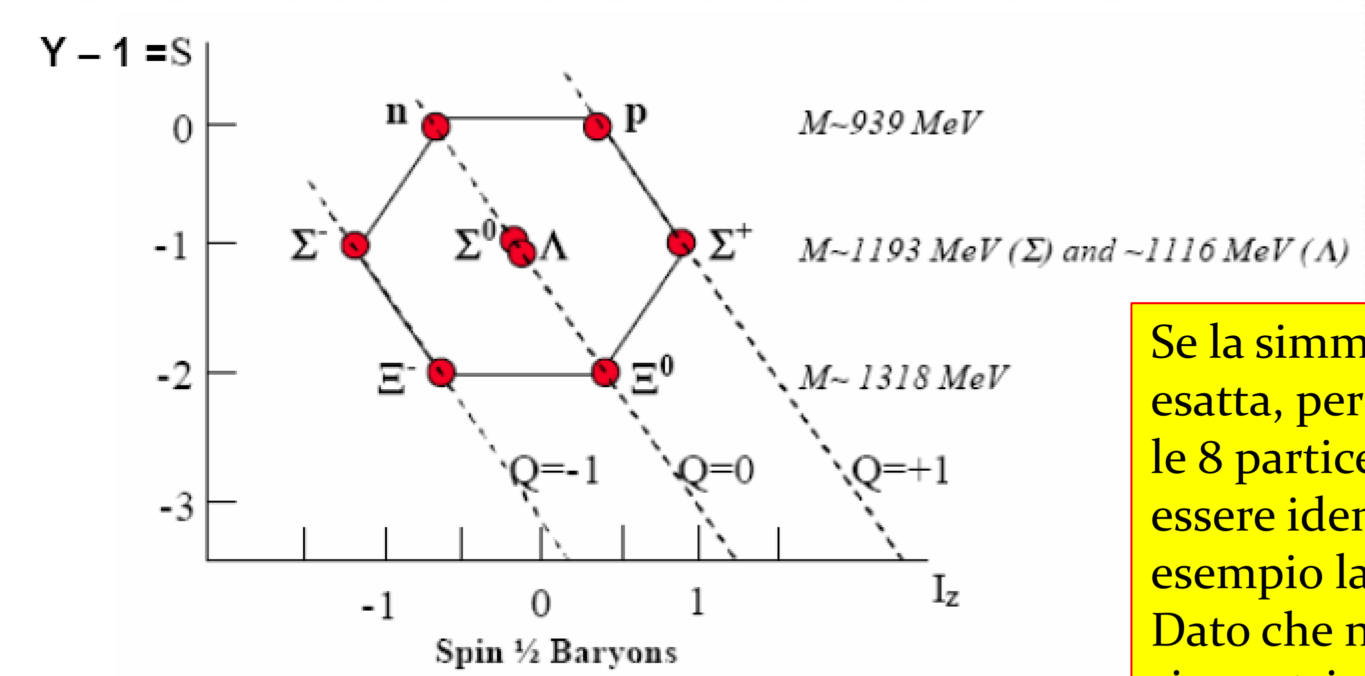
- Per estendere la simmetria si cercò di raggruppare diversi multipletti di isospin in un gruppo più grande che avesse stesso spin e parità ma con diversa stranezza (o ipercarica).
- Vi sono altre possibili scelte a priori, ad esempio stessa stranezza ma spin e parità diverse, ma queste non funzionano.
- I componenti dei multipletti di isospin vengono rappresentati come punti spaziati di un'unità sull'asse orizzontale I3. Ad esempio per la Δ(1232) abbiamo:



$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$$

Barioni $(1/2)^+$

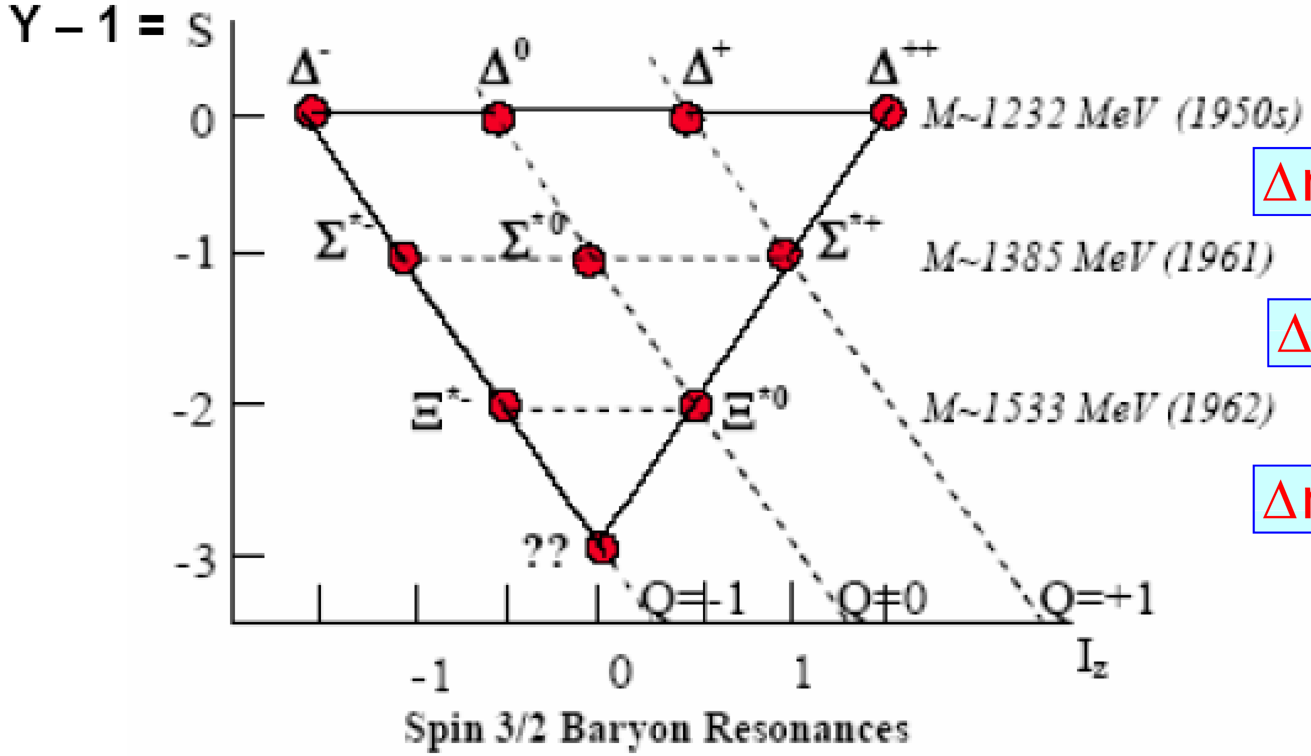
- Si conoscevano 8 barioni di spin ½ e parità + ai tempi in cui la classificazione fu proposta (1961: Gell-Mann e Ne'emann)



Se la simmetria SU(3) fosse esatta, per le interazioni forti le 8 particelle dovrebbero essere identiche, avere ad esempio la stessa massa. Dato che non è così, allora la simmetria è "rotta".

N.B. gli antibarioni occupano un altro ottetto di SU(3): $\overline{8}$

Barioni $(3/2)^+$



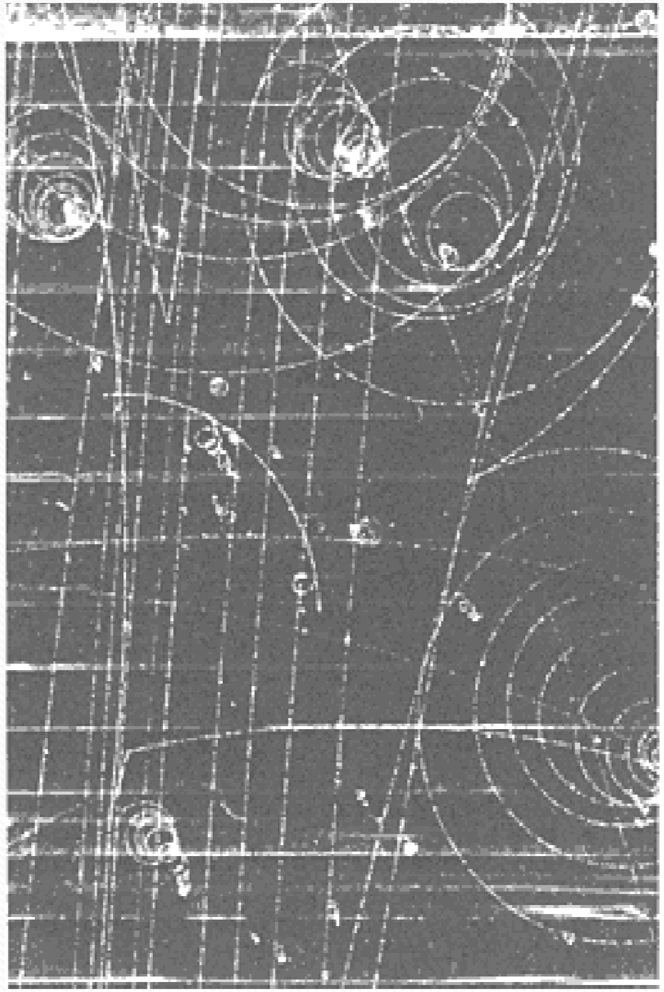
$\Delta m \approx 150$ MeV

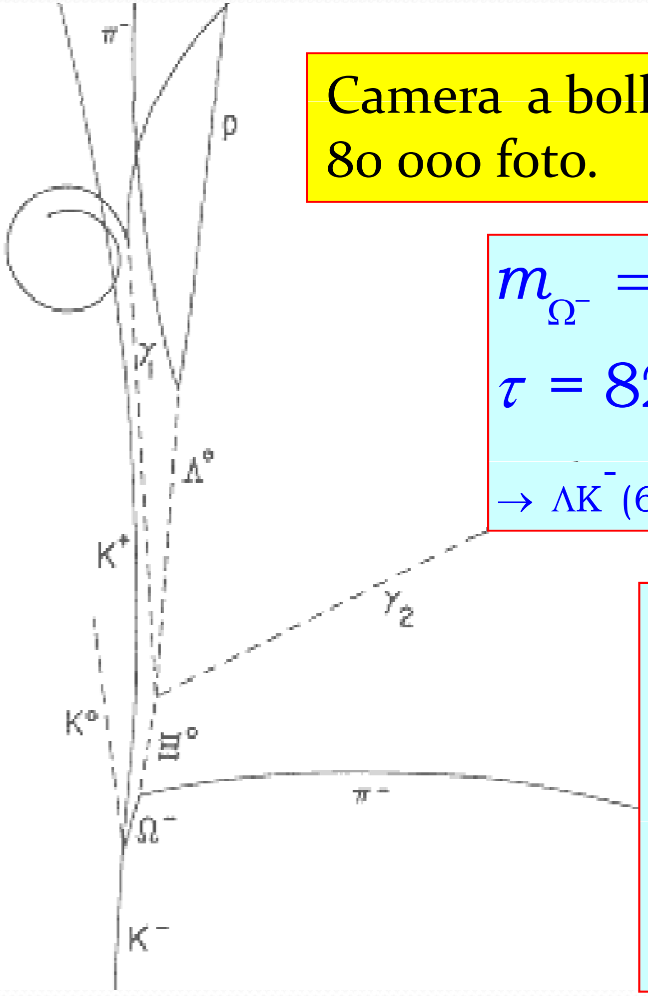
$\Delta m \approx 150$ MeV

$\Delta m \approx 150$ MeV

Ai tempi della formulazione del modello, l'Ω^- non era stata trovata. Gell-Mann ipotizzò l'esistenza di una particella di stranezza -3, di carica -1, che decadeva debole ed avesse una massa intorno a 1680 MeV. Questa particella fu scoperta nel 1964 da Samios.

Febbraio 1964: la scoperta dell’ Ω^-





Camera a bolle di Brookhaven ;
80 000 foto.

$m_{\Omega^-} = 1672.45$ MeV

τ = 82 ps

$\rightarrow \Lambda K^-$ (68%), $\Xi^0\pi^-$ (24%), $\Xi^-\pi^0$ (9%)

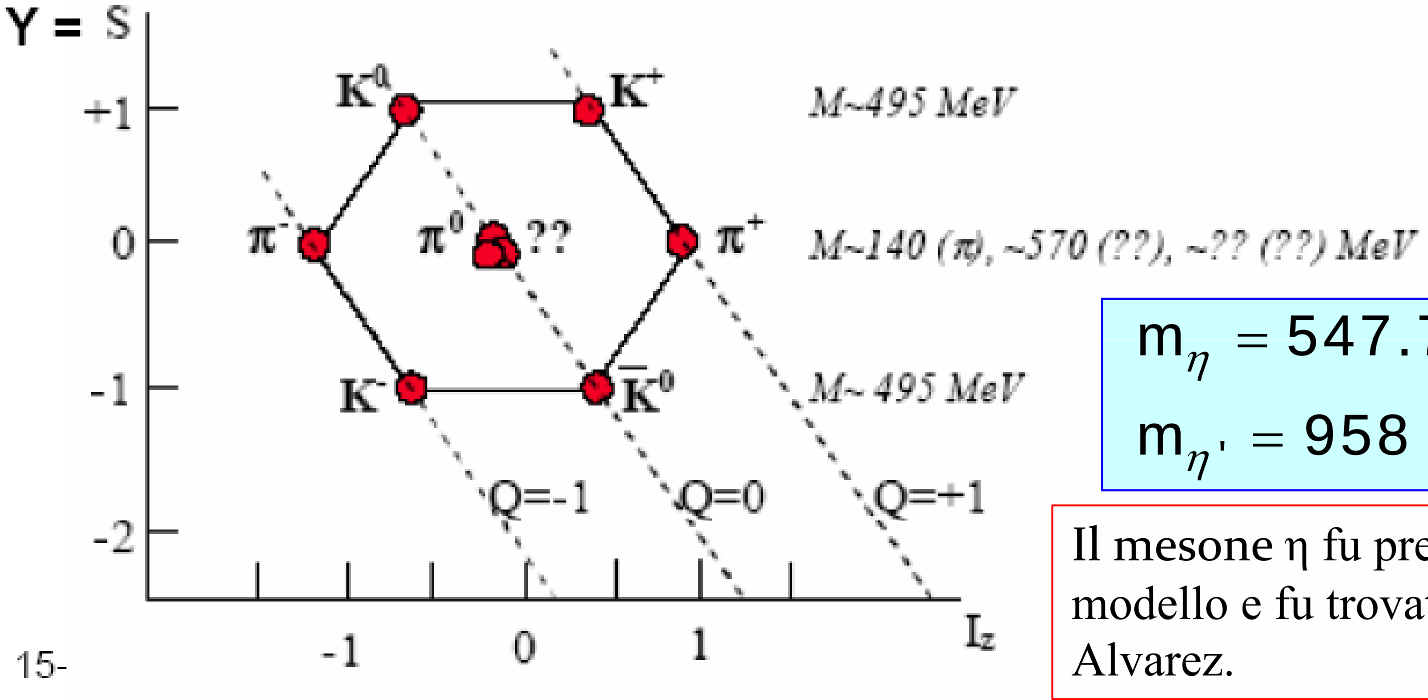
$K^- p \rightarrow \Omega^- K^+ K^0$

$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 \pi^-$

$\Xi^0 \rightarrow \Lambda \pi^0$

$\Lambda \rightarrow p\pi^-$

Mesoni 0⁻



$J^P=0^-$ Mesons

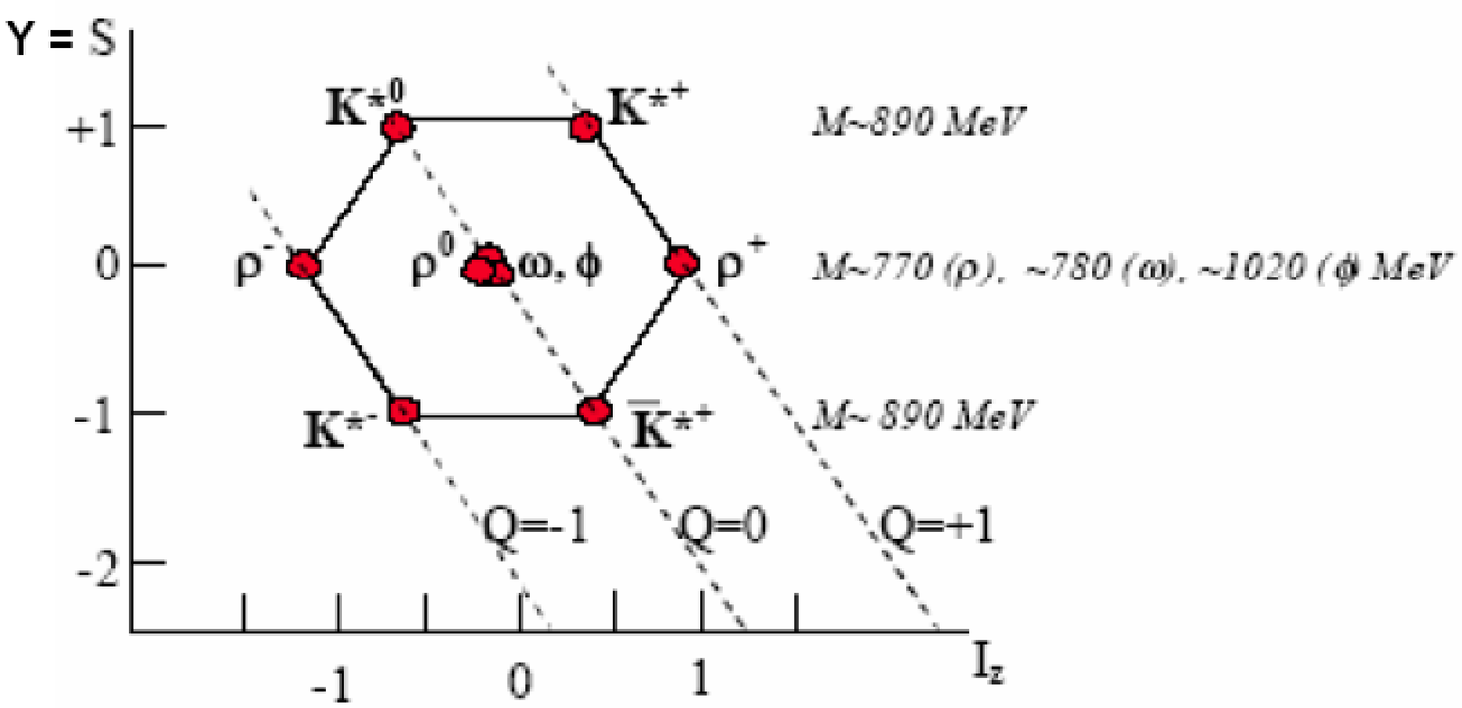
$$m_\eta = 547.7 \text{ MeV}$$
$$m_{\eta'} = 958 \text{ MeV}$$

Il mesone η fu predetto dal modello e fu trovato nel 1961 da Alvarez.

N.B. Nei mesoni particelle e antiparticelle compaiono nello stesso multipletto perché hanno tutte B=0.

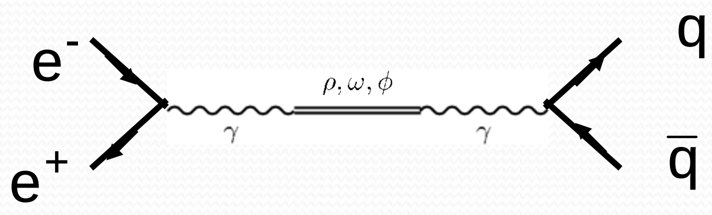
In ogni multipletto ci sono 9 particelle, tuttavia le rappresentazioni irriducibili di SU(3) sono 8+1, quindi una delle 3 particelle con Y=0, I3=0 appartiene al singoletto. In realtà vi è un mixing tra il singoletto e lo stato dell’ottetto con I=0, I3=0 e Y=0.

Mesoni 1^-



N.B. ρ^0, ω e φ hanno gli stessi numeri quantici del fotone.

→ Vector Dominance Model per spiegare le interazioni adroniche (1960)



Formule di massa di Gell-Mann - Okubo

- Per spiegare lo splitting di massa tra gli stati con diversa stranezza, Gell-Mann e Okubo proposero che l'Hamiltoniana forte di decomponesse in una parte Ho simmetrica, più una parte H' "mediamente forte" che rompeva la simmetria SU(3).
- In questo modo essi trovarono delle formule empiriche per spiegare lo splitting di massa.
- Oggi queste relazioni vengono viste come delle formule empiriche senza nessun contenuto "fisico".

Formule di massa di Gell-Mann - Okubo

- Barioni:

$$m = m_0 + m_1 Y + m_2\left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2\right]$$

Esempio: nel decupletto si ha Y = B+S = 2(I-1)

$$m = (m_0 + 2m_2) + Y\left(m_1 + \frac{3}{2}m_2\right) \Rightarrow \Delta m = \text{costante} \approx 150\ \text{MeV (sperimentale)}$$

Esempio: nell'ottetto ½ + si ha:

$$\begin{array}{ccc} 2m_\Lambda + 2m_{\Xi^0} & = & m_{\Sigma^0} + 3m_\Lambda \\ \downarrow & & \downarrow \\ 4515\ \text{MeV} & & 4539\ \text{MeV} \end{array}$$

- Mesoni:

$$m^2 = m_0^2 + m_1^2 Y + m_2^2\left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2\right]$$

Nel caso dei mesoni occorre considerare il quadrato delle masse. L'accordo con i dati sperimentali risulta peggiorato dal mixing tra il singoletto di SU(3) ed il singoletto dell'ottetto.

Esempio:

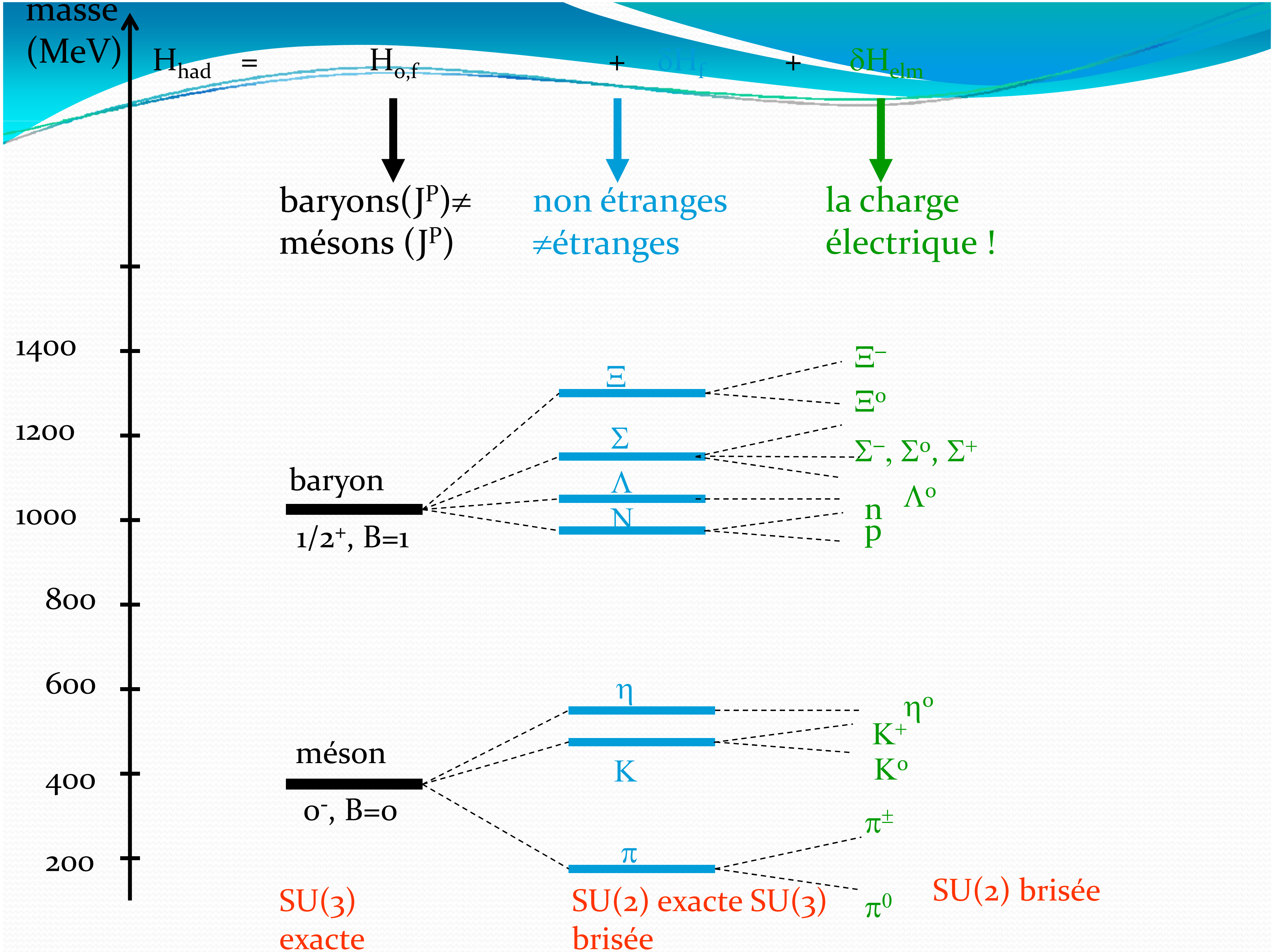
$$\begin{array}{ccccc} 2m_{K^0}^2 + 2m_{\bar{K}^0}^2 & = 4m_{K^0}^2 = & m_{\pi^0}^2 & + & 3m_\eta^2 \\ & \downarrow & & \downarrow & \\ & 0.988\ \text{GeV}^2 & & 0.924\ \text{GeV}^2 & \end{array}$$

La simmetria SU(3) « esatta » implica che tutte le particelle di uno stesso multipletto devono avere la stessa massa.

π^-	0^-	140 MeV
π^0	0^-	135
$K^\pm$	0^-	494
K^0, $\bar{K}^0$	0^-	498
η	0^-	549
η'	0^-	958
$\rho^\pm$, ρ^0	1^-	770
ω	1^-	783
K^*	1^-	892
ϕ	1^-	1020

p	$½^+$	938 MeV
n	$½^+$	940
Λ	$½^+$	1160
Σ^+	$½^+$	1189
Σ^0	$½^+$	1192
Σ^-	$½^+$	1197
Ξ^0	$½^+$	1315
Ξ^-	$½^+$	1321
Ω	$3/2^+$	1672

E questo non è il caso....


masse
(MeV)
$H_{had} = H_{0,f} + \delta H_f + \delta H_{elm}$
baryons(J^P)≠
mésons (J^P)
non étranges
≠étranges
la charge
électrique !
1400
1200
1000
800
600
400
200
baryon
1/2+, B=1
méson
0-, B=0
Ξ
Σ
Λ
N
η
K
π
Ξ−
Ξ0
Σ−, Σ0, Σ+
Λ0
n
p
η0
K+
K0
π±
π0
SU(3)
exacte
SU(2) exacte SU(3)
brisée
SU(2) brisée

I quark

Domanda: perché $3 \otimes \bar{3}$ e $3 \otimes 3 \otimes 3$?

- Nel 1964 Gell-Mann, ed in maniera indipendente Zweig, associò ad ogni autovettore del tripletto fondamentale di SU(3) una particella elementare che chiamò quark.
- $$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \; ; \; \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \; ; \; \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$
  up down strange
- I quark sono fermioni di spin ½ .
- In questo modo:

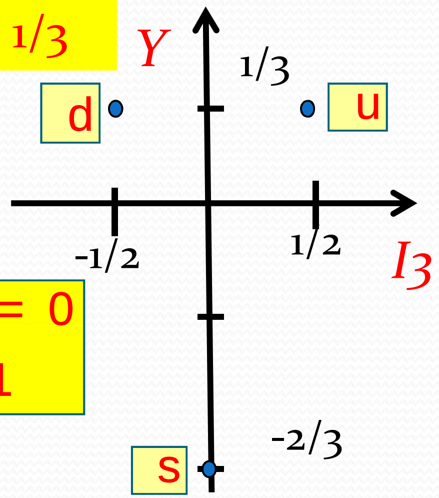
Barioni: $3 \otimes 3 \otimes 3 \Rightarrow qqq$ (sono composti da 3 quark)

mesoni: $3 \otimes \bar{3} \Rightarrow q\bar{q}$ (sono composti da un quark ed un antiquark)

Numeri quantici dei quark

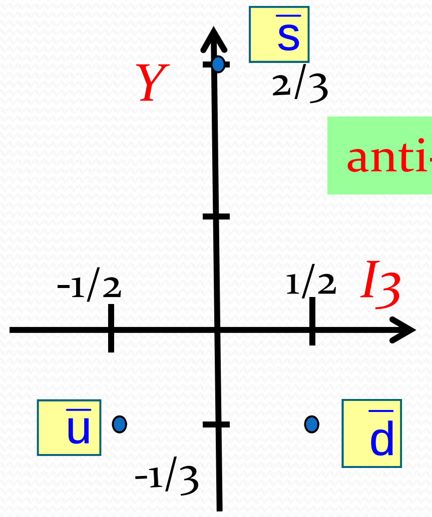
- Si ottengono applicando gli operatori I3 e Y ai tre tripletti:

quark: B= 1/3



S (u, d) = 0

S(s) = -1



anti-quark: B=-1/3

$S(\bar{u}, \bar{d}) = 0$

$S(\bar{s}) = 1$

- Applicando la formula $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$ si può trovare la carica:

$$Q_u = \frac{2}{3} \; ; \; Q_d = Q_s = -\frac{1}{3} \qquad ; \qquad Q_{\bar{u}} = -\frac{2}{3} \; ; \; Q_{\bar{d}} = Q_{\bar{s}} = \frac{1}{3}$$

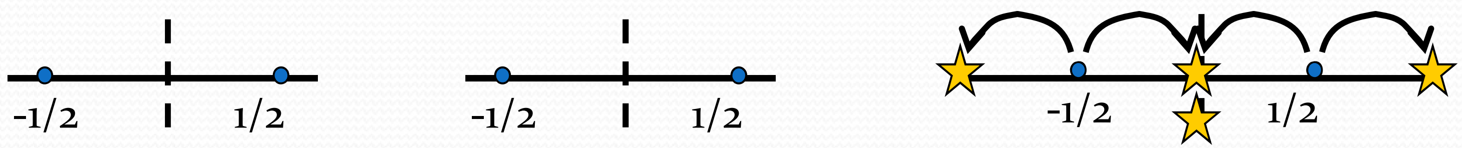
I quark sono un “giochetto” matematico o esistono davvero?

Mesoni 0^-

- I mesoni sono una combinazione di quark-antiquark.

- Consideriamo quelli in onda S (L=0, energia più bassa) e con spin opposti, allora J=0 e parità P=-1.
  (ricorda: l'operatore parità cambia il segno delle coordinate; la parte spaziale della funzione d'onda va come $(-1)^L$, mentre la parte di spin non è cambiata dall'operazione di parità. Inoltre fermioni e antifermioni hanno parità intrinseca opposta, quindi i mesoni hanno parità $(-1)^{L+1}$.

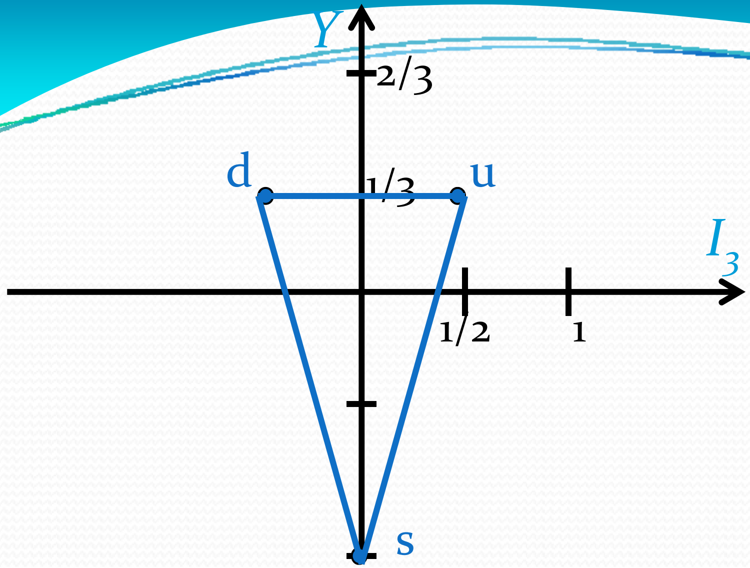
- I mesoni possono essere costruiti con un metodo grafico.
  Ad esempio nel caso dell'isospin si ha:



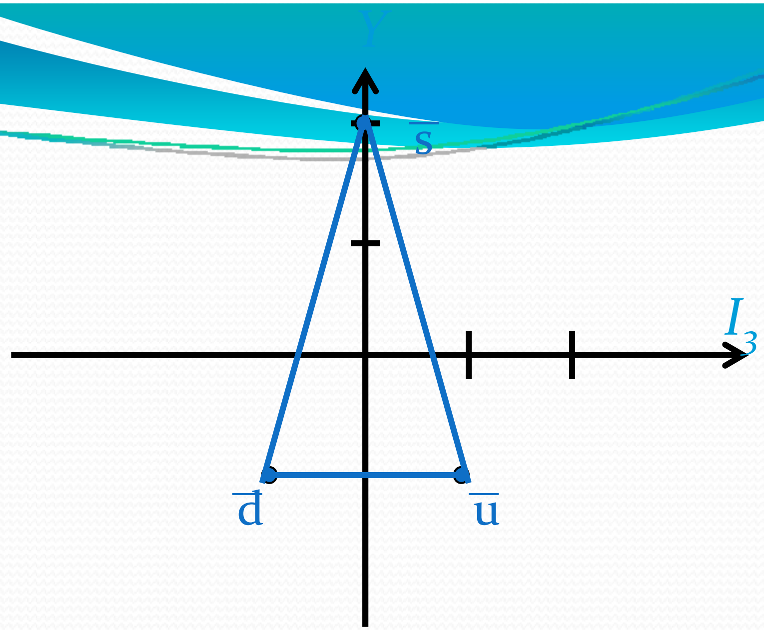
1(A)+3(S)

I_3 è un numero quantico additivo

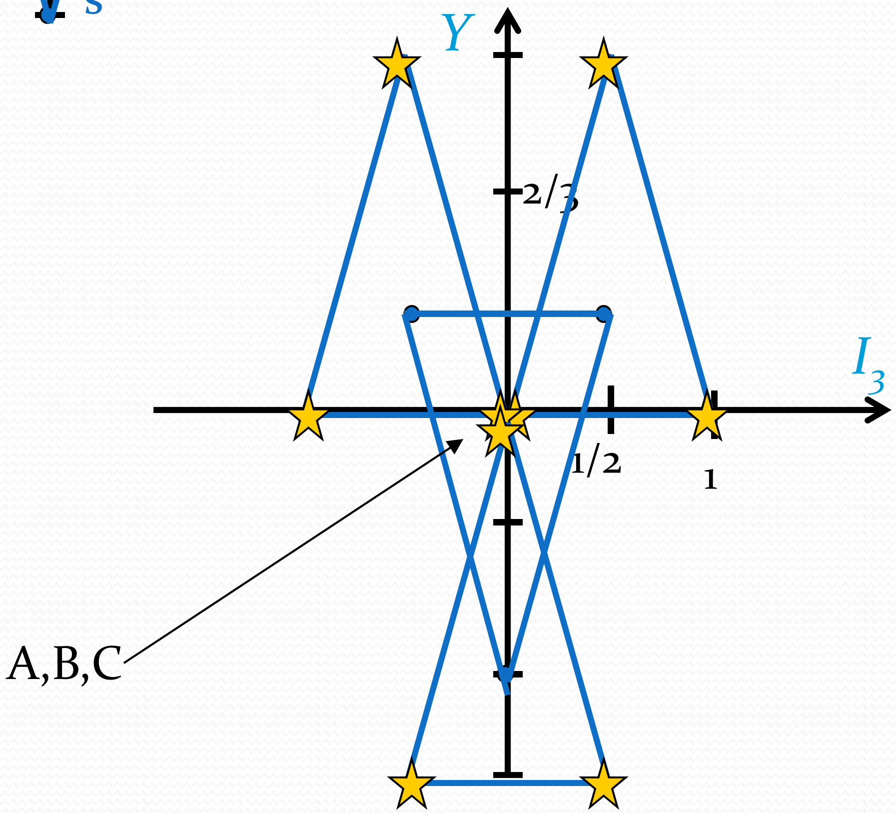
Questo diagramma è ottenuto sovrapponendo il centro di gravità del multipletto degli antiquark in ciascun posto dove c'è un quark.



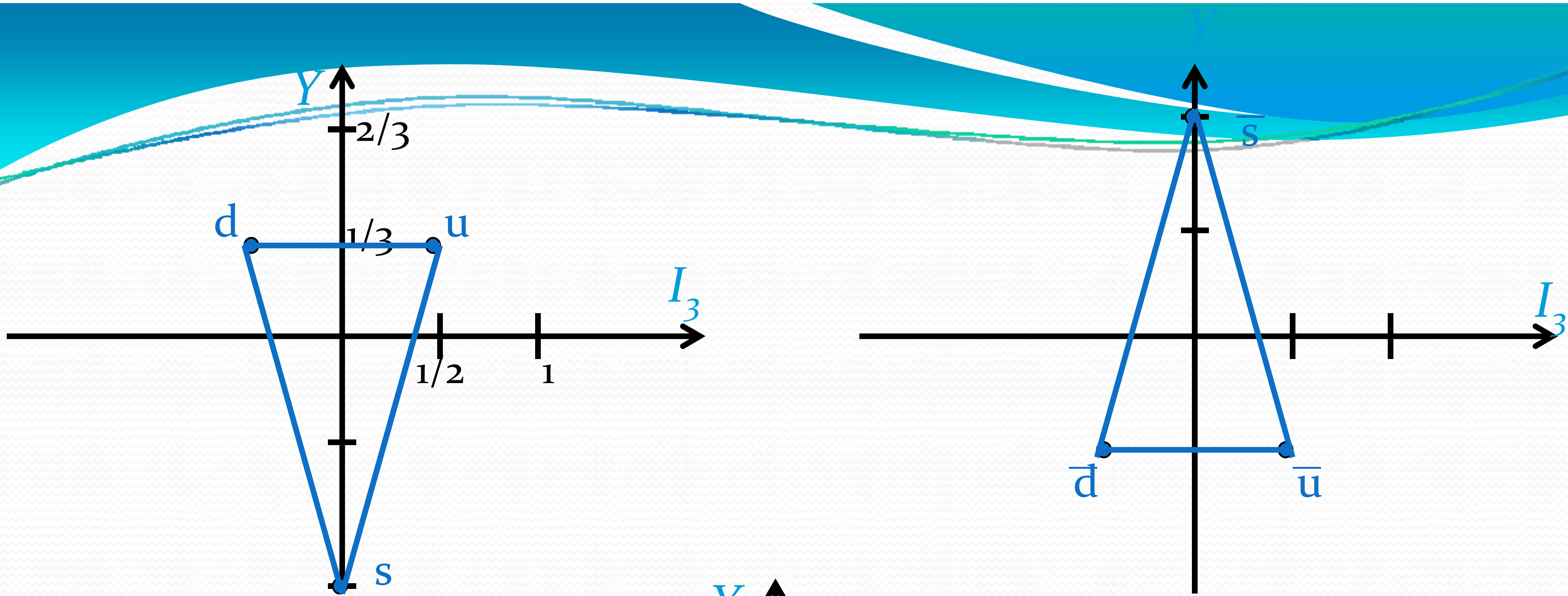
Y
2/3
d
u
1/3
I_3
1/2
1
s



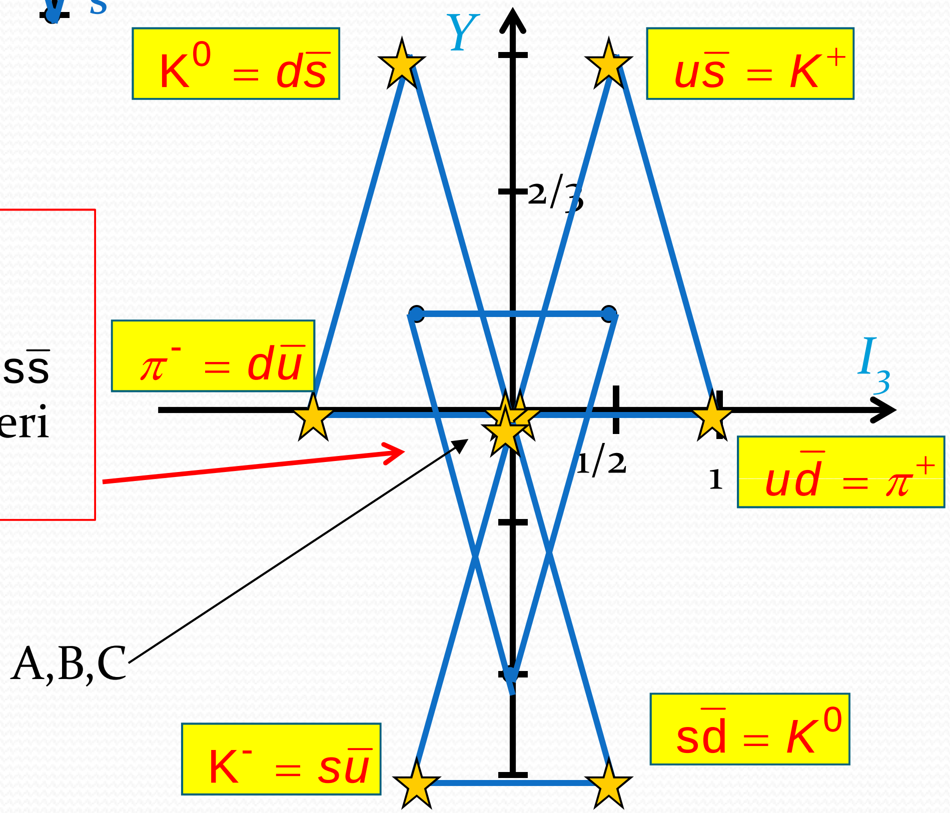
Y
$\bar{s}$
I_3
$\bar{d}$
$\bar{u}$



Y
2/3
I_3
1/2
1
A,B,C



Con che cosa si identificano le 3 coppie $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ che hanno i numeri quantici 0, 0?



$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$$

Mesoni 0^-

- I tre stati A, B, C aventi $I_3=0$ e $Y=0$ sono delle combinazioni lineari ortogonali degli stati $u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}$

- Indichiamo uno stato con $\{n, | I, I_3 \rangle\}$ dove n è la dimensione della rappresentazione.

- Il singoletto di SU(3) dovrà contenere, per simmetria, tutti e tre gli stati con lo stesso peso:

$$\boxed{\eta_1 = \{1, | 0, 0 \rangle\} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right)}$$

- Uno degli altri due stati con $I_3=0$ deve far parte del tripletto con isospin=1, quindi può essere ricavato con gli operatori ladder, cioè con gli operatori di innalzamento e abbassamento della carica.

Coniugazione di carica dei nucleoni

- Per comodità ricordiamo come si comportano alcuni nucleoni per coniugazione di carica. Compaiono alcuni segni “meno” in accordo con la convenzione di Condon-Shortley.

$$
\begin{array}{ccccc}
I_3 & & & & \\
+\frac{1}{2} & |\,p\rangle & |\,\bar{n}\rangle & |\,u\rangle & |\,\bar{d}\rangle \\
-\frac{1}{2} & |\,n\rangle & -|\,\bar{p}\rangle & |\,d\rangle & -|\,\bar{u}\rangle
\end{array}
$$

$$
\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} I^- \,|\,\bar{d}\rangle = |-\bar{u}\rangle \\ I^+ \,|\,\bar{u}\,\rangle = |-\bar{d}\rangle \end{cases}
$$

$I^{\pm}$: operatore di shift di isospin
(innalzamento e abbassamento della carica)

- N.B. Il quark s è un singoletto di isospin, quindi quando lo si aggiunge ad un doppietto di isospin non ne cambia le proprietà:

$$
\begin{pmatrix} u\bar{s} = K^+ \\ d\bar{s} = K^0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} s\bar{d} = \bar{K}^0 \\ -s\bar{u} = -K^- \end{pmatrix}
$$

- Combinando d con ū (o viceversa) possiamo avere I=0 oppure I=1

Funzione d'onda del π^0

- Applichiamo l'operatore di shift di isospin che ha la proprietà seguente:

$$I^{\pm} | \Psi(I, I_3)\rangle = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3 \pm 1)}\, | \Psi(I, I_3 \pm 1)\rangle$$

- Se lo applichiamo ad un quark otteniamo: $\begin{cases} I^+ | d \rangle = | u\rangle \quad ; \quad I^+ | \bar{u} \rangle = | -\bar{d}\rangle \quad ; \\ I^+ | u \rangle = I^+ | \bar{d}\rangle = 0 \end{cases}$

- Inoltre: $\begin{cases} I^- | \Psi(1,1)\rangle = I^+ | \Psi(1,-1)\rangle = \sqrt{2}\, | \Psi(1,0)\rangle \\ I^+ | \Psi(1,0)\rangle = \sqrt{2}\, | \Psi(1,1)\rangle \quad ; \quad I^- | \Psi(1,0)\rangle = \sqrt{2}\, | \Psi(1,-1)\rangle \\ I^+ | \Psi(1,1)\rangle = I^- | \Psi(1,-1)\rangle = 0 \end{cases}$

- Per convenzione la funzione d'onda del π^o è: -dū

$$I^+ | \pi^- \rangle = I^+ | -d\bar{u} \rangle = | -\left[\left(I^+ d\right)\bar{u} + d\left(I^+ \bar{u}\right)\right]\rangle = | -u\bar{u} + d\bar{d}\rangle = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} | -u\bar{u} + d\bar{d}\rangle\right) = \sqrt{2}\, | \pi^0\rangle$$

- Il π^o viene identificato con lo stato: $\boxed{\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(d\bar{d} - u\bar{u}\right)}$

- Infatti: $I^+ | \pi^0 \rangle = I^+ \frac{| d\bar{d} - d\bar{u} \rangle}{\sqrt{2}} = \frac{| u\bar{d} + 0 - 0 - u\bar{d}\rangle}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\, | u\bar{d}\rangle = \sqrt{2}\, | \pi^+\rangle$

Identificazione delle funzioni d'onda con gli stati fisici (particelle)

- Per trovare il singoletto dell'ottetto $\eta_8 = \{8, |\,0,0\rangle\}$ bisogna trovare la combinazione ortogonale a $\eta_1 = \{1, |\,0,0\rangle\}$ e al π^o :

$$\boxed{\eta_8 = \{8, |\,0,0\rangle\} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\right)}$$

$\boxed{\text{N.B. } I^{\pm}\,|\,\eta_8\rangle = 0}$

- Gli stati fisici η e η' sono una combinazione lineare di η_1 e η_8, ma dato che l'angolo di mixing è piccolo (~11°), si può fare l'identificazione

$$\eta_8 \equiv \eta \quad ; \quad m_\eta = 548 \text{ MeV}$$
$$\eta_1 \equiv \eta' \quad ; \quad m_{\eta'} = 958 \text{ MeV}$$

Mesoni 1^-

- **I mesoni vettori 1- hanno la stessa composizione in quark dei mesoni 0^-, si trovano in onda S ma i due quark (quark-antiquark) hanno gli spin paralleli.**

- Vi sono tre mesoni con $I_3=0$ e $Y=0$; uno di essi fa parte del tripletto di isospin ρ : ρ^+, ρ^-, ρ^0.
- ρ^0 ha la stessa funzione d'onda del π^0 (a parte un fattore "-1"):

$$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} - d\bar{d}\right)$$

- Il singoletto di SU(3) ϕ_1 e il singoletto di isospin dell'ottetto ϕ_8 si mescolano tra loro per dare gli autostati di massa ϕ e ω:

$$\boxed{\begin{aligned} \omega &= \phi_1 \cos\vartheta + \phi_8 \sin\vartheta \\ \phi &= \phi_1 \sin\vartheta - \phi_8 \cos\vartheta \end{aligned}}$$

- N.B. in questo caso l'angolo di mescolamento $\theta \sim 35^\circ$

Esercizio accademico: calcolo di θ

- Assumiamo che l'elemento di matrice dell'Hamiltoniana tra due stati diversi dia il valore della "massa" al quadrato:

$$M_\omega^2 = \langle\omega | H | \omega\rangle = M_1^2 \cos^2\vartheta + M_8^2 \sin^2\vartheta + 2M_{18}^2 \sin\vartheta\cos\vartheta$$

$$M_\phi^2 = \langle\phi | H | \phi\rangle = M_1^2 \sin^2\vartheta + M_8^2 \cos^2\vartheta - 2M_{18}^2 \sin\vartheta\cos\vartheta$$

- Dato che ω e ϕ sono due autostati di massa, essi sono ortogonali:

$$M_{\omega\phi}^2 = \langle\phi | H | \omega\rangle = 0 = \left(M_1^2 - M_8^2\right)\sin\vartheta\cos\vartheta + M_{18}^2\left(\sin^2\vartheta - \cos^2\vartheta\right)$$

- Eliminando M_{18} e M_1 da queste tre equazioni si ottiene: $\tan^2\vartheta = \dfrac{M_\phi^2 - M_8^2}{M_8^2 - M_\omega^2}$

- Utilizzando la formula di massa di Gell-Mann – Okubo si ha:

$$M_8^2 = \frac{1}{3}\left(4M_{K^*}^2 - M_\rho^2\right)$$

- Mettendo nella formula i valori misurati delle masse si ha:

$M_\rho = 776$ MeV
$M_{K^*} = 892$ MeV
$M_\omega = 783$ MeV
$M_\phi = 1020$ MeV

$$\boxed{\vartheta \approx 40^o}$$

$$\boxed{N.B.\ \sin\vartheta = \frac{1}{\sqrt{3}}\ \text{se}\ \vartheta \approx 35^o}$$

Mesoni 1^-

- Se utilizziamo $\sin\vartheta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ si ha:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\phi_8 + \sqrt{2}\phi_1\right)$$

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\phi_1 - \sqrt{2}\phi_8\right)$$

- Dato che:

$$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right)$$

$$\phi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\right)$$

- Abbiamo:

$$\phi = s\bar{s} \quad ; \; \omega = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right)$$

- In questo caso di “mixing ideale”, che è quasi vero in pratica, la ϕ è composta interamente da quark s e l’ω da u e d
- Questo comporta che la massa dell’ω dovrebbe essere simile a quella della ρ^o e la massa della ϕ più grande, come osservato sperimentalmente.

Riassunto del mescolamento

- Per gli stati con I=0
  - η, η' sono delle combinazioni lineari di η_1, η_8 che possono mescolarsi dato che hanno gli stessi numeri quantici: $(I=I_3=S=0)$
  - La stessa cosa avviene per gli stati fisici ω et ϕ che sono il risultato del mescolamento di ϕ_1 et ϕ_8

Bisogna introdurre altri parametri : gli angoli di mixing degli stati.

$$|\omega\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right)$$

$$|\phi\rangle = s\bar{s}$$

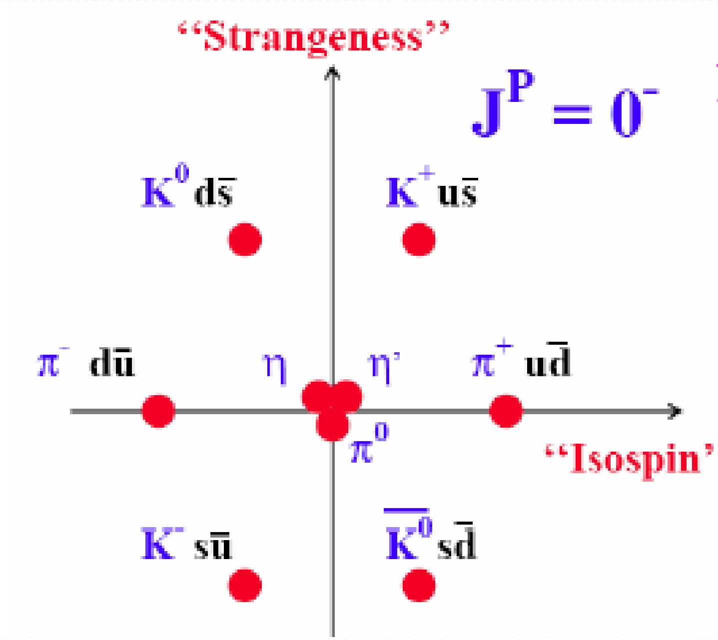
stato puro $s\bar{s}$

$$|\eta\rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\right)$$

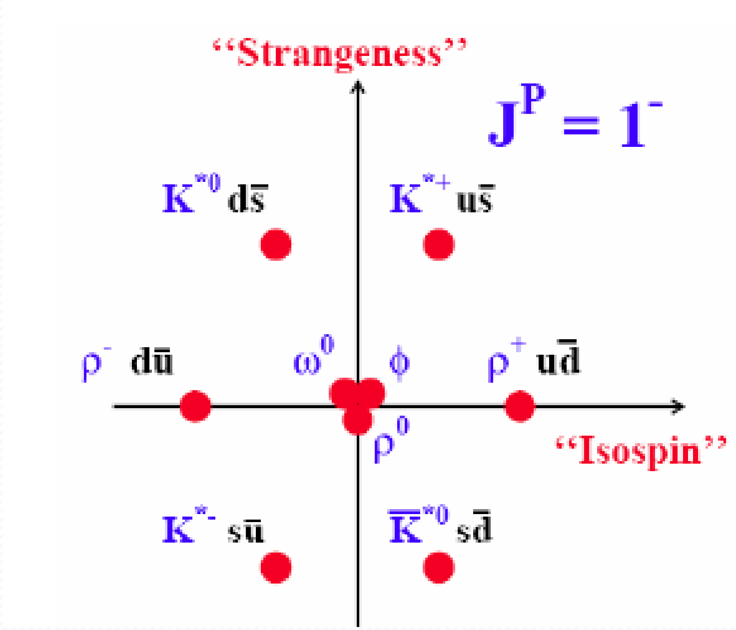
$$|\eta'\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right)$$

Quasi esatto, c'è un piccolo mescolamento

Contenuto in quark dei Mesoni leggeri



Masses/MeV:
$\pi(140)$, $K(495)$
$\eta(550)$, $\eta'(960)$



Masses/MeV:
$\rho(770)$, $K^*(890)$
$\omega(780)$, $\phi(1020)$

Costruzione grafica dei barioni

- Usiamo la stessa tecnica per realizzare la costruzione grafica dei barioni, che ricordiamo sono costituiti da 3 quark.

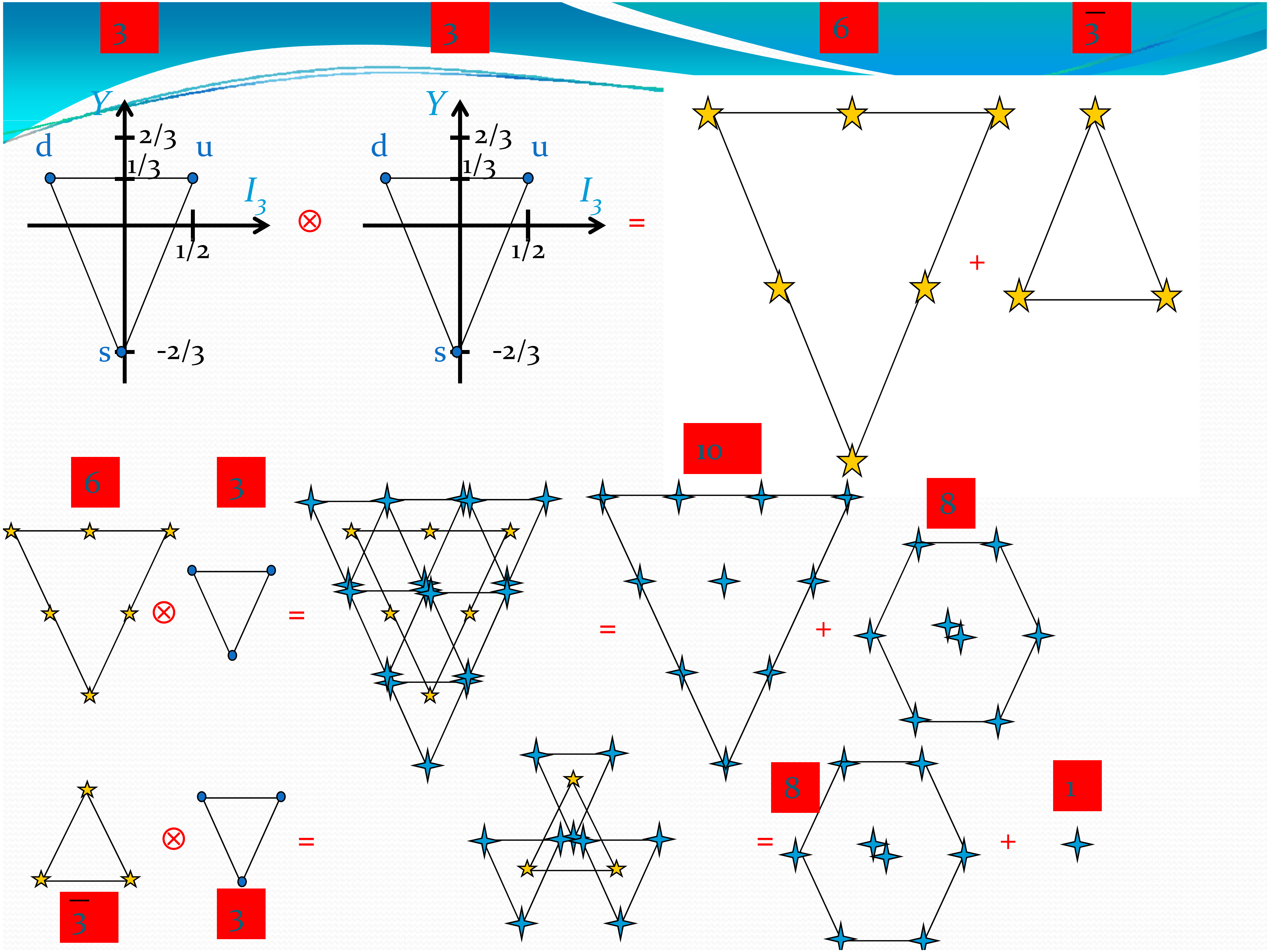
- Ricordiamo che:

$$3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$$

$$6 \otimes 3 = 10 \oplus 8$$

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$$

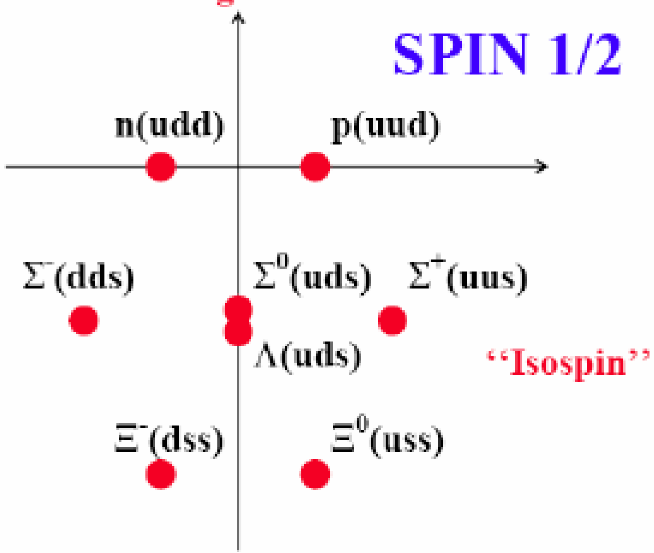
$$\Rightarrow \quad 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$$



3
3
6
$\bar{3}$
Y
2/3
1/3
d
u
I_3
1/2
s
-2/3
⊗
=
+
10
6
3
8
=
+
$\bar{3}$
3
8
1

Contenuto in quark dei Barioni “strani”

S = Y - B “Strangeness”

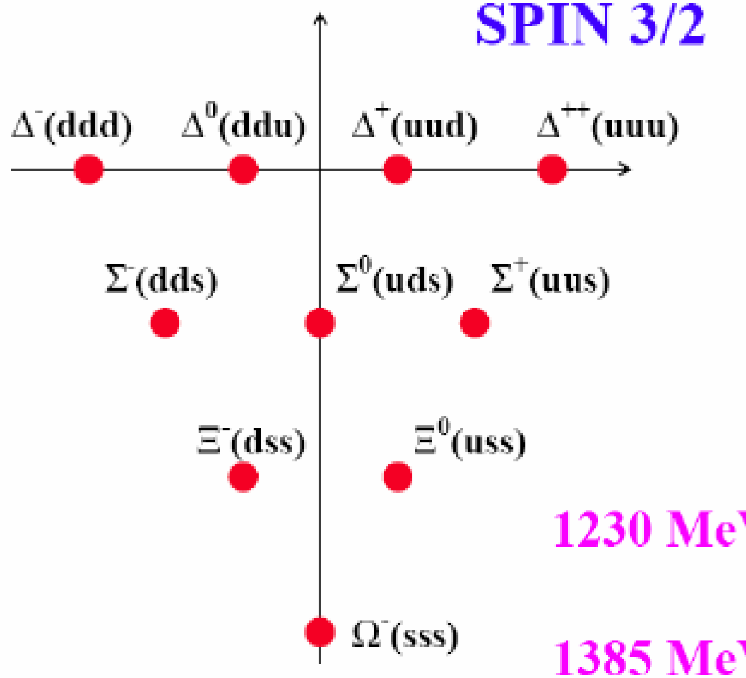


940 MeV

1190 MeV

1115 MeV

1320 MeV



1230 MeV

1385 MeV

1530 MeV

1670 MeV

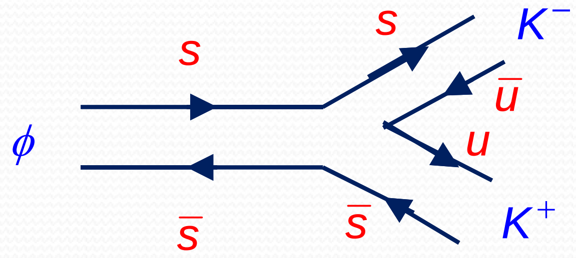
Regola di OZI

- La composizione in quark della Φ, insieme con la regola di OZI (Okubo, Zweig, Iizuka) permette di capire meglio i suoi decadimenti:

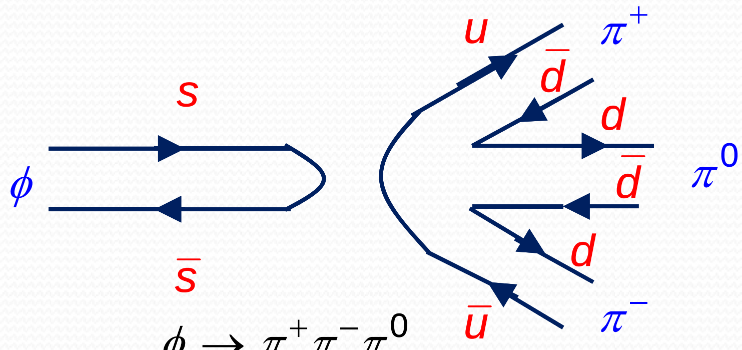
$$\phi(1020) \;\begin{array}{l} \rightarrow K^+K^- \\ \rightarrow K^0\bar{K}^0 \end{array}\Bigg\}\; 84\%$$

$$\rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad 15\%$$

Lo spazio delle fasi favorisce il decadimento della Φ in 3π (Q ~ 600 MeV) rispetto al Q ~ 24 MeV del decadimento in KK



$\phi \rightarrow K^+K^-$



$\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

REGOLA di OZI: quando ci sono delle linee di quark non connesse vi è una soppressione di questi diagrammi

La regola di OZI si può spiegare facendo ricorso alla QCD ed allo scambio di gluoni.

Importante per spiegare la lunga vita media della J/Ψ e della Y

Masse dei quark

- Utilizzando un "semplice" modello nel quale la massa dell'adrone deriva dalla massa dei quark e dalle loro interazioni iperfini, facendo dei fit opportuni al valore misurato delle particelle adroniche (vedere i dettagli sul Burcham and Jobes) si ricava il valore della massa "efficace" dei quark.

quark	Massa "libera" (MeV)	Massa efficace Mesoni (MeV)	Massa efficace Barioni (MeV)
u	5.6 1.1	310	363
d	9.9 1.1	310	363
s	199 33	483	538

- Diversa energia di legame tra mesoni e barioni.

- La massa "libera" è valutata alla scala di 1 GeV/c^2

Masse dei quark

- La massa efficace è diversa dalla massa "libera" (vera!) dei quark.
- D'altra parte, che cosa è la massa di una particella?
  Non potete metterla su una bilancia : $F = G\frac{mM}{r^2}$
  - $E^2 - p^2 = m^2$? (ma non esistono quark liberi!)
  - polo del propagatore?
  - parte reale del propagatore?

- In ogni caso nella Lagrangiana che descrive le interazioni dei quark (Modello Standard + QCD) va considerata la massa "libera" dei quark e non la massa efficace:

$$\mathscr{L} = m_u u\bar{u} + m_d d\bar{d} + m_s s\bar{s}$$

La scala di massa tipica della QCD è Λ_{QCD}=200 MeV. La simmetria di isospin quasi esatta deriva dal fatto che $m_u \sim m_d \ll \Lambda_{QCD}$; mentre SU(3) è solo una simmetria approssimata perché $m_s \sim \Lambda_{QCD}$.