Adroni e modello a quark

- Classificazione delle particelle adroniche.
- Grafico isospin-ipercarica.
- Gruppo SU(3).
- Matrici di Gell-Mann.
- Generatori di SU(3).
- Introduzione dei quark.
- Numeri quantici dei quark.
- Costruzione dell'ottetto 0^- dei mesoni.
- Degenerazione degli stati con $Y=0$ e $I_3=0$.
- Formula di massa di Gell-Mann e Okubo.
- Mesoni vettoriali 1^-.
- Mescolamento φ_0 e φ_8.
- Decadimenti della φ e dell'ω.
- Regola di OZI.
- Massa dei quark.

LE PARTICELLE "STRANE"

[HUGHES]

- I LAVORI PIONIERISTICI SULLE PARTICELLE "STRANE" FURONO FATTI UTILIZZANDO CAMERE A NEBBIA AL LIVELLO DEL MARE ED IN ALTA MONTAGNA, ED EMULSIONI NUCLEARI SU PALLONI AEREOSTATICI.

- LA PRIMA EVIDENZA RISALE AL 1944, DOVE IN UNA CAMERA A NEBBIA LEPRINCE-RINGUET RIPORTO'... LA PRESENZA DI UNA PARTICELLA CON MASSA $500 \pm 50\ MeV/c^2$ (PROBABILMENTE UN K)

- I PRIMI ESEMPI CHIARAMENTE IDENTIFICATI COME NUOVE PARTICELLE DA ROCHESTER E BUTLER DELL'UNIVERSITA' DI MANCHESTER. NEL CORSO DI UN ANNO DI FUNZIONAMENTO DI UNA CAMERA A NEBBIA AL LIVELLO DEL MARE TROVARONO DEGLI ESEMPI DI PARTICELLE V

- LE V ERANO PARTICELLE NEUTRE CHE DECADEVANO IN DUE PARTICELLE CARICHE. FURONO TROVATI AD ESEMPIO I DECADIMENTI:

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \qquad (m_\Lambda = 1116\ MeV;\ m_p = 938\ MeV)$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \qquad (m_{K^0} = 498\ MeV;\ m_{\pi^-} = 139.6\ MeV)$$

- FU TROVATO UN K CARICO CHE DECADEVA IN 3 PIONI

$$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^- \quad (B.R.\ 5.6\%) \quad [\tau\text{-meson}]$$

E FU TROVATO ANCHE UN K CARICO CHE DECADEVA IN 2 PIONI

$$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0 \quad (B.R.\ 21\%) \quad [\theta\text{-meson}]$$

N.B. $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ [B.R. 63.4 %] ; $K^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ [B.R. $1.5 \cdot 10^{-5}$]

[RITROVEREMO $\theta - \tau$ NELLA VIOLAZIONE DELLA PARITA' NELLE INTERAZIONI DEBOLI]

ALTRE PARTICELLE STRANE

- $\Lambda \quad (S=-1,\ I=0) = uds \qquad \tau = 263\ ps,\quad m_\Lambda = 1116\ MeV$

  – PRIMO DECADIMENTO OSSERVATO $\Lambda \to p\pi^-$ [B.R. 64%]

  – $\Lambda \to n\pi^0$ [B.R. 36%]

  N.B. $I_\Lambda = 0\ ;\ I_N = \frac{1}{2}\ ;\ I_\pi = 1$

  $$\Rightarrow |p\pi^-\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\tfrac{3}{2}\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\tfrac{1}{2}\rangle \quad ; \quad |n\pi^0\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\tfrac{3}{2}\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{3}}\,|\tfrac{1}{2}\rangle$$

  $$\Rightarrow \frac{\Lambda \to p\pi^-}{\Lambda \to n\pi^0} = \begin{cases} 2:1 & \text{per } I = \frac{1}{2}\ ;\ \Delta I = \frac{1}{2} \\ 1:2 & \text{per } I = \frac{3}{2}\ ;\ \Delta I = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- $\Sigma \quad (S=-1,\ I=1) \quad [\underset{1189\,MeV}{\overset{80\,ps}{\Sigma^+}},\ \underset{1193}{\overset{\tau = 7.4\cdot 10^{-20}s}{\Sigma^0}},\ \underset{1197\,MeV}{\Sigma^-}] \to \tau = 148\ ps$

  $\Sigma^+ \to p\pi^0$ [B.R. 51.6%]

  $\Sigma^+ \to n\pi^+$ [B.R. 48.3%]

  $\Sigma^- \to n\pi^-$ [B.R. 99.8%]

  $\Sigma^0 \to \Lambda^0\gamma$ [B.R. 100%]

  [Perché non c'è $\Sigma^+ \to \Lambda\pi^+$?]

- $\Xi \quad (S=-2,\ I=\frac{1}{2}) \quad [\Xi^-,\ \Xi^0]$

  Ξ^0: $\to$ 1314.8 MeV ; τ = 290 ps

  Ξ^-: $\to$ 1321.3 MeV ; τ = 164 ps

  $\Xi^- \to \Lambda\pi^-$ [B.R. 99.9%]

  $\Xi^0 \to \Lambda\pi^0$ [B.R. 99.5%]

- $\Omega^- \quad (S=-3,\ I=0) \quad m_\Omega = 1672\ MeV\ ;\ \tau = 82\ ps$

  $\Omega^- \to \Xi^-\pi^0$ [B.R. 8.6%]

  $\Omega^- \to \Xi^0\pi^-$ [B.R. 23.6%]

  $\Omega^- \to \Lambda K^-$ [B.R. 67.8%]

N.B. IL PRIMO ESEMPIO DI PRODUZIONE DI QUESTE PARTICELLE FU TROVATO IN CAMERA A BOLLE A BROOKHAVEN (AGS) NEL 1964

(ii) $j_1 = 1, j_2 = \frac{1}{2}$

m_1	m_2	$j=\frac{3}{2}$, $m=+\frac{3}{2}$	$j=\frac{3}{2}$, $m=+\frac{1}{2}$	$j=\frac{1}{2}$, $m=+\frac{1}{2}$	$j=\frac{3}{2}$, $m=-\frac{1}{2}$	$j=\frac{1}{2}$, $m=-\frac{1}{2}$	$j=\frac{3}{2}$, $m=-\frac{3}{2}$
$+1$	$+\frac{1}{2}$	1					
$+1$	$-\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$			
0	$+\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	$-\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	
-1	$+\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	
-1	$-\frac{1}{2}$						1

(iii) $j_1 = 1, j_2 = 1$

m_1	m_2	$j=2$, $m=+2$	$j=2$, $m=+1$	$j=1$, $m=+1$	$j=2$, $m=0$	$j=1$, $m=0$	$j=0$, $m=0$	$j=2$, $m=-1$	$j=1$, $m=-1$	$j=2$, $m=-2$
$+1$	$+1$	1								
$+1$	0		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$						
0	$+1$		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$						
$+1$	-1				$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	0				$\sqrt{\frac{2}{3}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$			
-1	$+1$				$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	-1							$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	
-1	0							$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	
-1	-1									1

COEFFICIENTI DI CLEBSCH-GORDAN

ESEMPIO $|p\rangle = |I=\frac{1}{2}; I_3=\frac{1}{2}\rangle$; $|\pi^-\rangle = |I=1; I_3=-1\rangle$

$$\Rightarrow |p\pi^-\rangle = \underset{1/\sqrt{3}}{a} \, |I=\tfrac{3}{2}; I_3=-\tfrac{1}{2}\rangle + \underset{-\sqrt{2/3}}{b} \, |I=\tfrac{1}{2}; I_3=-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$|n\rangle = |I=\frac{1}{2}; I_3=-\frac{1}{2}\rangle$; $|\pi^0\rangle = |I=1, I_3=0\rangle$

$$\Rightarrow |n\pi^0\rangle = \underset{\sqrt{2/3}}{a} \, |I=\tfrac{3}{2}; I_3=-\tfrac{1}{2}\rangle + \underset{1/\sqrt{3}}{b} \, |I=\tfrac{1}{2}; I_3=-\tfrac{1}{2}\rangle$$

PERCHÈ "STRANE"?

- OSSERVANDO LE VITE MEDIE SI NOTA CHE SONO DELL'ORDINE DI 10^{-10} S, TIPICO DELLE INTERAZIONI DEBOLI (INT. E.M. $\approx 10^{-20}$ S ; INT. FORTI $\simeq 10^{-23}$ S)

- D'ALTRA PARTE LA SEZIONE D'URTO DI PRODUZIONE DI QUESTE PARTICELLE, AD ESEMPIO LA Λ NELL'INTERAZIONE $\pi^- p$, È DELL'ORDINE DEL mb, IN QUESTO ESEMPIO 10 mb, TIPICO DELLE INTERAZIONI FORTI

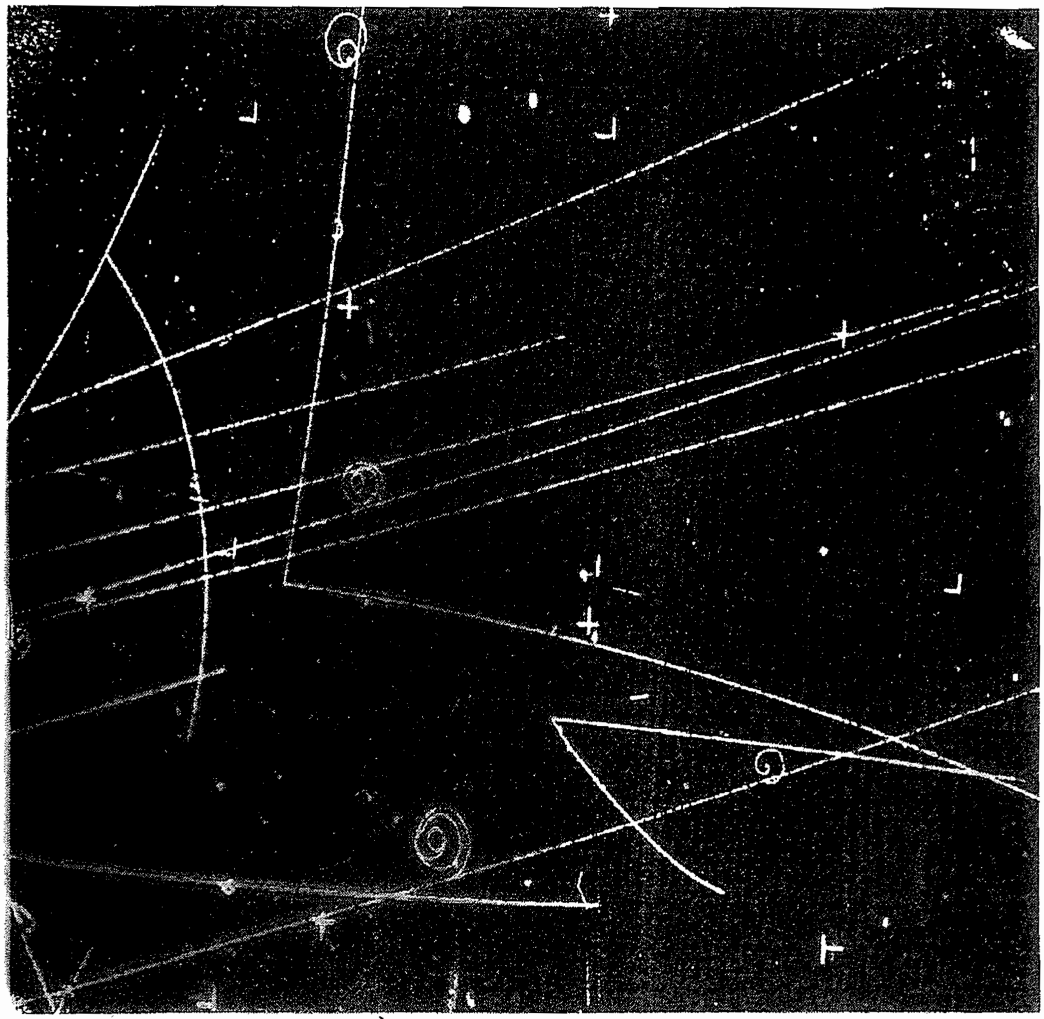
- IN LINEA DI PRINCIPIO LO SPAZIO DELLE FASI POTREBBE GIUSTIFICARE LA LUNGA VITA MEDIA COME UN EFFETTO CINEMATICO E NON DINAMICO (COSTANTI DI ACCOPPIAMENTO), MA LA DIFFERENZA TRA PRODUZIONE E DECADIMENTO ERA TROPPO GRANDE PER ESSERE GIUSTIFICATA IN QUESTO MODO

- UNA SPIEGAZIONE DELL'ANOMALIA FU FORNITA NEL 1954 DA GELL-MANN E PAIS E INDIPENDENTEMENTE DA NISHIJIMA.
  - INTRODUSSERO UN NUOVO NUMERO QUANTICO, LA STRANEZZA, CHE VENIVA CONSERVATO DALLE INTERAZIONI FORTI, MA VENIVA VIOLATO DALLE INTERAZIONI DEBOLI

$\Rightarrow$ NELLA PRODUZIONE LE PARTICELLE STRANE DOVEVANO ESSERE PRODOTTE IN COPPIA (PRODUZIONE ASSOCIATA) CON STRANEZZA OPPOSTA

Produzione Associata:
$\pi^- + p \rightarrow K + \Lambda$

C. DIONISI



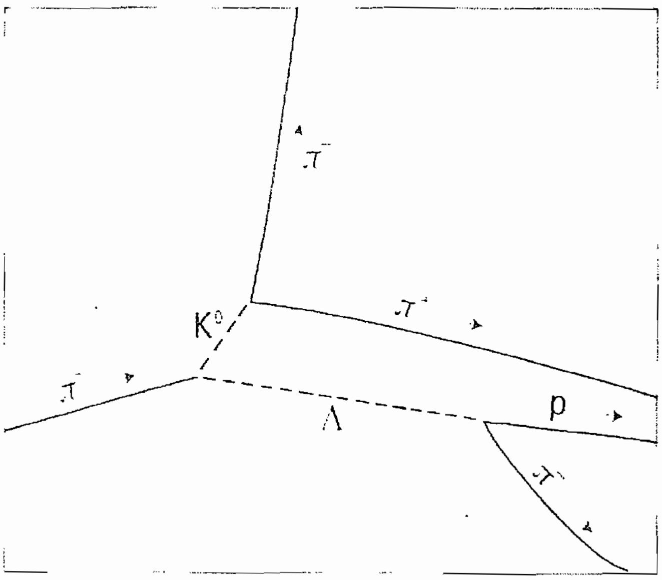


Fig. 10.8 A photograph of an interaction of a 1 GeV/c π^- meson with a proton in a liquid hydrogen bubble chamber. The reaction is

$$S = \quad 0 + 0 \rightarrow 1 \;\; -1$$
$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda.$$

followed by

$$1 \rightarrow 0 + 0$$
$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-.$$

and

$$-1 \rightarrow 0 + 0$$
$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p.$$

This is an example of associated production of two strange particles.

La scoperta delle particelle “strane”

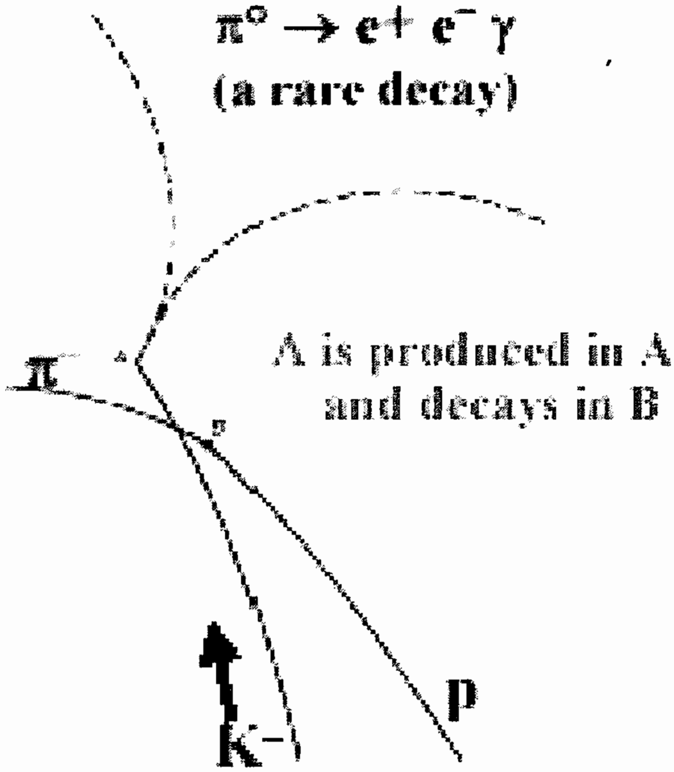
C. DIONISI

- Esempio di un K^- che si arresta in una camera a bolle ad idrogeno liquido:

$K^- + P \rightarrow \Lambda + \pi^0$ (la stranezza si conserva)

seguito dal decadimento

$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ (la stranezza e’ violata)



La scoperta dell' Ω^-

C. DIONISI

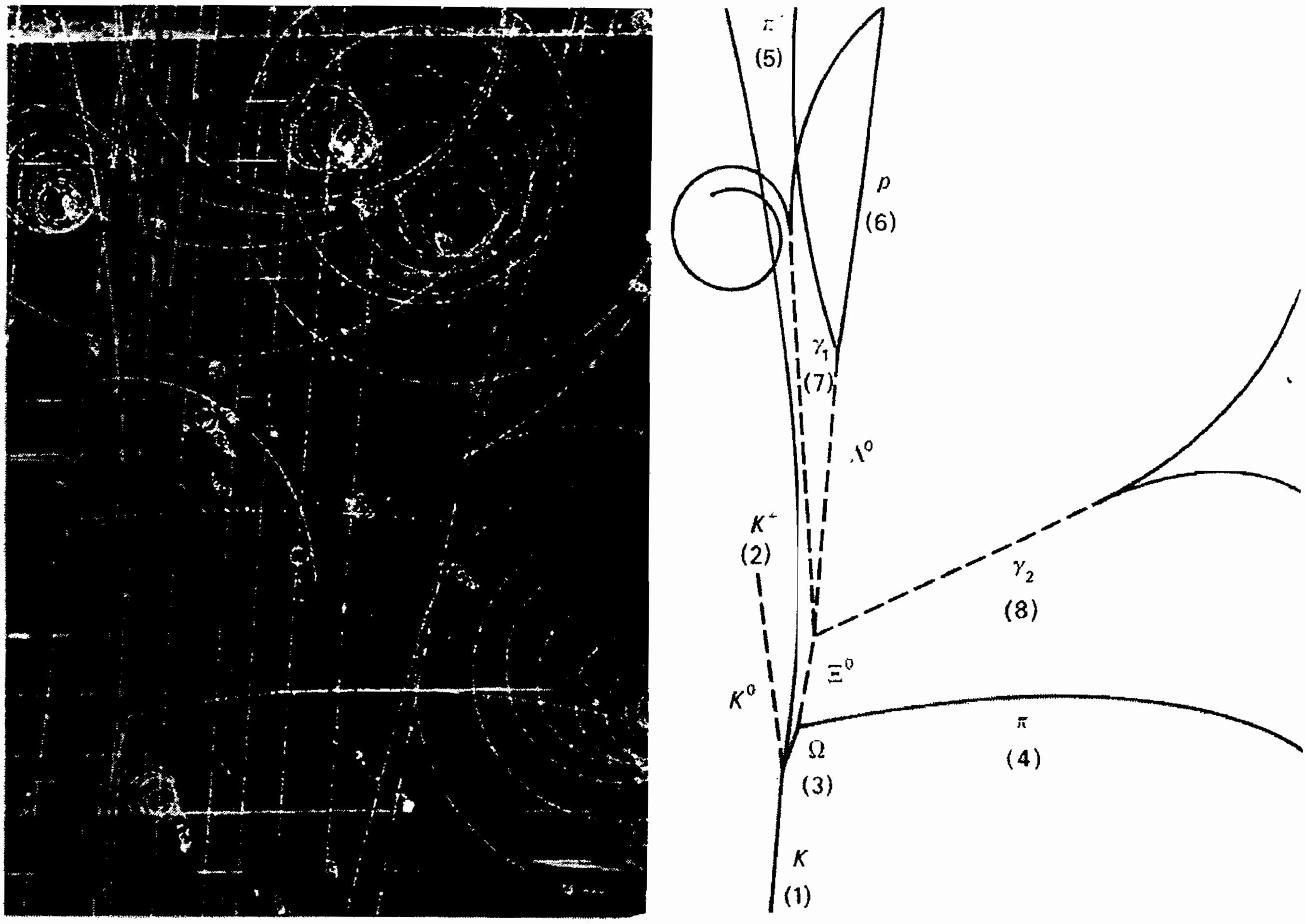


Figure 5.2 The first Ω^- event (Barnes *et al.* (1964).) (Courtesy Brookhaven National Laboratory.) It depicts the following chain of events:

$$K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$$

$$\hookrightarrow \Xi^0 + \pi^- \quad (\Delta S = 1 \text{ weak decay})$$

$$\hookrightarrow \pi^0 + \Lambda \ (\Delta S = 1 \text{ weak decay})$$

$$\hookrightarrow \pi^- + p \ (\Delta S = 1 \text{ weak decay})$$

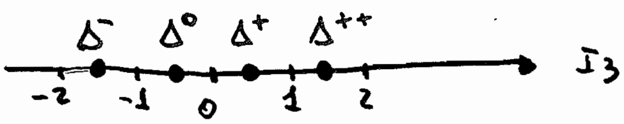
$$\hookrightarrow \gamma \ + \ \gamma \quad (\text{e.m. decay})$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$e^+e^- \qquad e^+e^- .$$

CLASSIFICAZIONE DELLE PARTICELLE

- NEGLI ANNI 50 FURONO SCOPERTE NUOVE PARTICELLE E RISONANZE CHE VENNERO CONSIDERATE ESSE STESSE COME NUOVE PARTICELLE.
- SI CERCÒ DI CLASSIFICARE TUTTE QUESTE PARTICELLE IN UN MODO TALE DA RIVELARNE LA LORO VERA NATURA (UN LAVORO SIMILE FU FATTO DA RYDBERG CHE TROVÒ UNA FORMULA PER DESCRIVERE GLI SPETTRI ATOMICI, OPPURE DA MENDELEIEV)
- UNA PRIMA SIMMETRIA TROVATA FU QUELLA ASSOCIATA ALLO SPIN ISOTOPICO; LE PARTICELLE CON LO STESSO ISOSPIN SONO ESATTAMENTE LA STESSA PARTICELLA PER LE INTERAZIONI FORTI, MA LE INTERAZIONI E.M. ROMPONO LA SIMMETRIA E PROVOCANO UNA DIFFERENZA DI MASSA DI QUALCHE % TRA LE PARTICELLE DELLO STESSO MULTIPLETTO.
- PER ESTENDERE LA SIMMETRIA SI CERCÒ DI RAGGRUPPARE DIVERSI MULTIPLETTI DI ISOSPIN IN UN GRUPPO PIÙ GRANDE CHE AVESSE LO STESSO <u>SPIN</u> E <u>PARITÀ</u> MA CON DIVERSA STRANEZZA (O IPERCARICA)
- VI SONO ALTRE POSSIBILI SCELTE A PRIORI, AD ESEMPIO STESSA STRANEZZA MA SPIN E PARITÀ DIVERSE, MA QUESTE NON FUNZIONA=RONO
- I COMPONENTI DEI MULTIPLETTI DI ISOSPIN VENGONO RAPPRESEN=TATI COME PUNTI SPAZIATI DI UN'UNITÀ SULL'ASSE ORIZZONTALE I_3. AD ESEMPIO PER LA $\Delta(1232)$, LA PRIMA RISONANZA SCOPERTA DA FERMI NEL 1952, ABBIAMO:

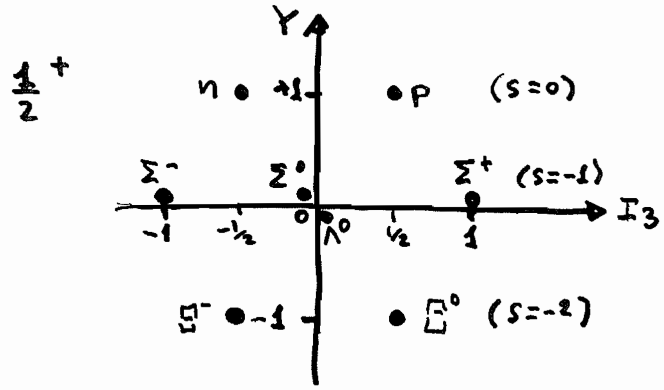


$$Q = I_3 + \frac{(B+S)}{2}$$

N.B. $I_\Delta = \frac{3}{2}$

- PER INCLUDERE ALTRI MULTIPLETTI DI ISOSPIN OCCORRE PASSARE AD UNA RAPPRESENTAZIONE BIDIMENSIONALE, METTENDO SULL'ASSE DELLE ORDINATE L'IPERCARICA $Y = B+S$

- PRENDIAMO AD ESEMPIO I BARIONI DI SPIN $\frac{1}{2}$ E PARITÀ + ; SE NE CONOSCEVANO 8 AI TEMPI IN CUI LA CLASSIFICAZIONE FU PROPOSTA (1961: GELL-MANN E NE'EMANN)



N.B. LE PARTICELLE SULLA DIAGONALE NEGATIVA HANNO LA STESSA CARICA

[N.B. Gli antibarioni occupano un'altro ottetto di SU(3) : $\overline{8}$]

- QUESTE 8 PARTICELLE FANNO PARTE DI UN MULTIPLETTO DI SU(3), FANNO PARTE QUINDI DI UNA RAPPRESENTAZIONE IRRIDUCIBILE. OGNI STATO PUÒ ESSERE OTTENUTO DAGLI ALTRI CON GLI OPERATORI LADDER (INNALZAMENTO, ABBASSAMENTO, ETC...)

- SE LA SIMMETRIA SU(3) FOSSE ESATTA, PER LE INTERAZIONI FORTI QUESTE 8 PARTICELLE DOVREBBERO ESSERE IDENTICHE, AVERE AD ESEMPIO LA STESSA MASSA. DATO CHE COSÌ NON È, VUOL DIRE CHE LA SIMMETRIA SU(3) È "ROTTA".

- PER SPIEGARE LO SPLITTING DI MASSA TRA GLI STATI CON DIVERSA STRANEZZA, GELL-MANN PROPOSE CHE L'HAMILTONIANA FORTE SI DECOMPONESSE IN UNA PARTE H_0 SIMMETRICA, PIÙ UNA PARTE H' "MEDIAMENTE FORTE" CHE ROMPEVA LA SIMMETRIA SU(3).

- IN QUESTO MODO GELL-MANN HA TROVATO DELLE FORMULE EMPIRICHE PER SPIEGARE LO SPLITTING DI MASSA

FORMULE DI MASSA DI GELL-MANN

- GELL-MANN E OKUBO RICAVARONO LE RELAZIONI TRA LE MASSE DEI MULTIPLETTI DI ISOSPIN INVOCANDO DEI PRINCIPI DI SIMMETRIA DELL'HAMILTONIANA. OGGI QUESTE RELAZIONI SONO VISTE SOLO COME DELLE FORMULE EMPIRICHE.

- BARIONI

$$m = m_0 + m_1 Y + m_2 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right]$$

ESEMPIO: NEL DECUPLETTO SI HA $Y = B+S = 2(I-1)$

$$\Rightarrow m = (m_0 + 2m_2) + Y\left(m_1 + \frac{3}{2} m_2\right)$$

$$\Rightarrow \Delta m \simeq \text{costante} \simeq 150 \text{ MeV (sperimentalmente)}$$

ESEMPIO: NELL'OTTETTO $\frac{1}{2}^+$ SI HA:

$$\underbrace{2 m_n + 2 m_{\Xi^0}}_{4515 \text{ MeV}} = \underbrace{m_{\Sigma^0} + 3 m_\Lambda}_{4533 \text{ MeV}}$$

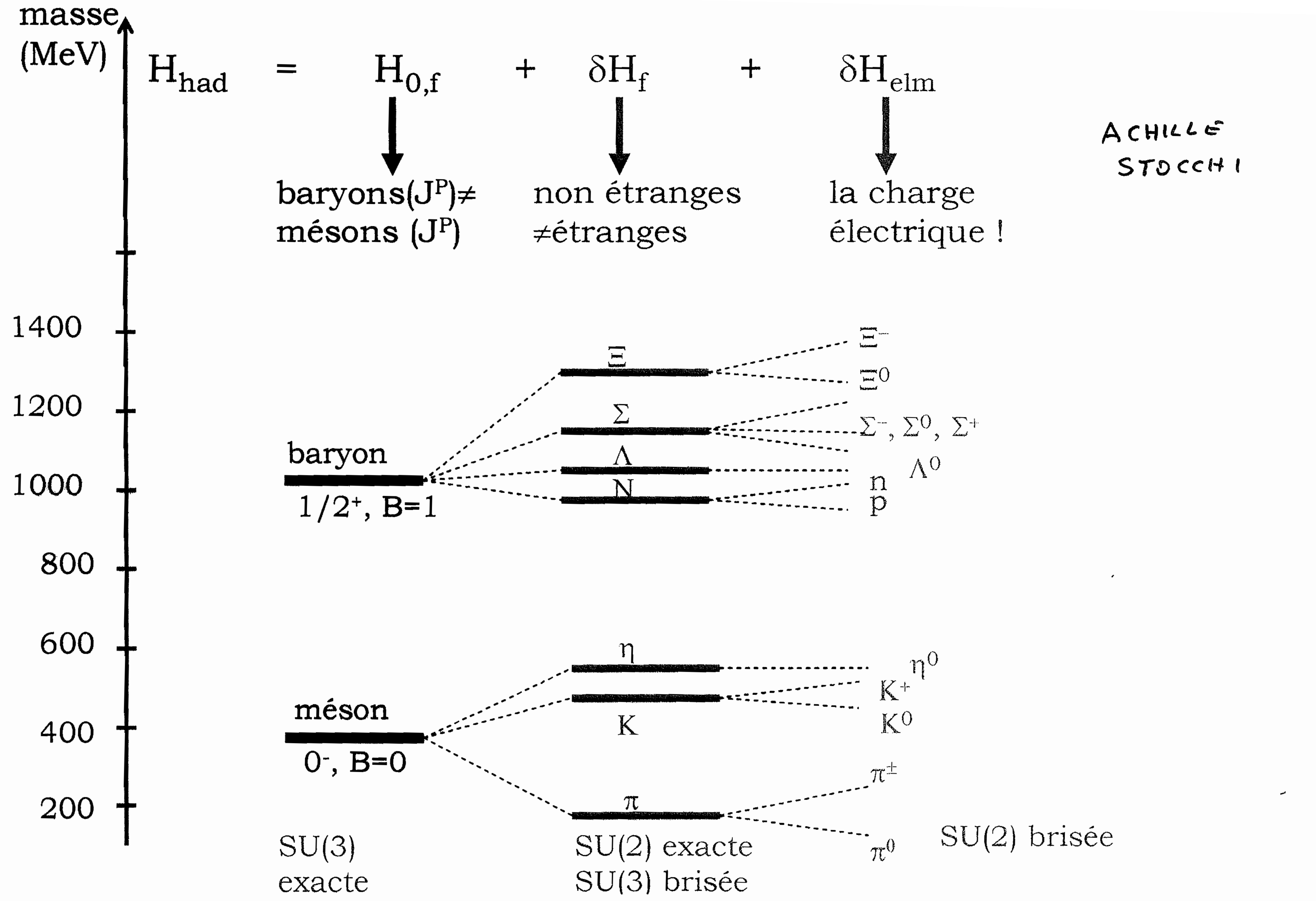
- MESONI

NEL CASO DEI MESONI OCCORRE CONSIDERARE IL QUADRATO DELLE MASSE. L'ACCORDO CON I DATI SPERIMENTALI RISULTA PEGGIORATO DAL MIXING TRA IL SINGOLETTO DI SU(3) ED IL SINGOLETTO DELL'OTTETTO

$$m^2 = m_0^2 + m_1^2 Y + m_2^2 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right]$$

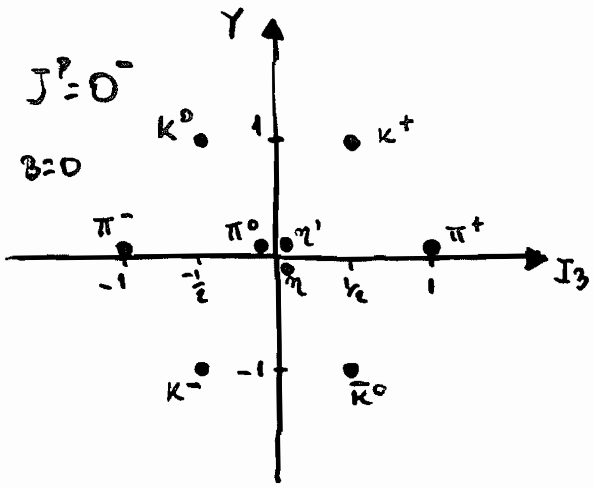
AD ESEMPIO:

$$2\left[m_{K^0}^2 + m_{\bar{K}^0}^2\right] = \underbrace{4 m_{K^0}^2}_{0.988 \text{ GeV}^2} = \underbrace{m_{\pi^0}^2 + 3 m_\eta^2}_{0.824 \text{ GeV}^2}$$

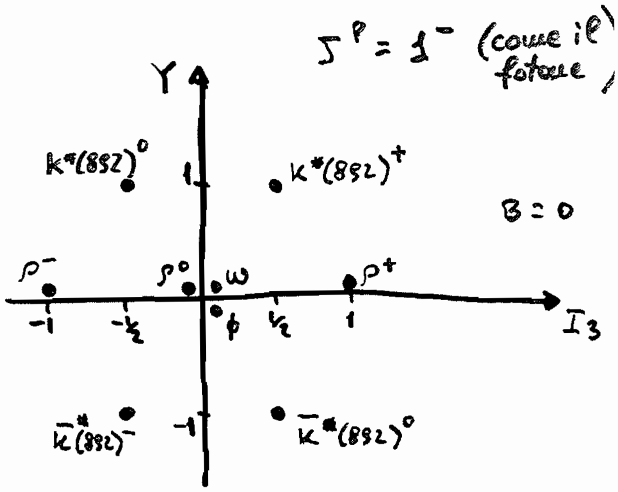


masse (MeV)
H_{had} = $H_{0,f}$ + δH_f + δH_{elm}
baryons(J^P)≠ mésons (J^P)
non étranges ≠étranges
la charge électrique !
ACHILLE STOCCHI
1400
1200
1000
800
600
400
200
baryon
1/2⁺, B=1
méson
0⁻, B=0
Ξ
Σ
Λ
N
η
K
π
Ξ^-
Ξ^0
Σ^-, Σ^0, Σ^+
Λ^0
n
p
η^0
K^+
K^0
$\pi^\pm$
π^0
SU(3) exacte
SU(2) exacte SU(3) brisée
SU(2) brisée

MESONI

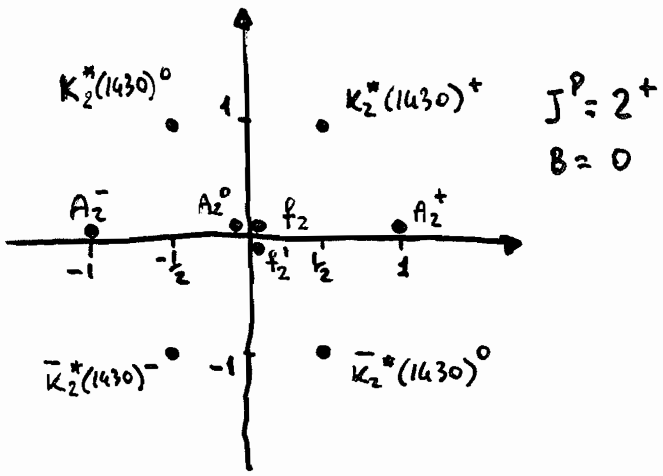


$m_\eta = 547.7$ MeV ; $m_{\eta'} = 958$ MeV



$m_\rho = 770$ MeV ; $m_\omega = 782$ MeV

$m_\phi = 1020$ MeV



$m_{f_2} = 1275$ MeV

$m_{A_2} = 1318$ MeV

$m_{f_2'} = 1525$ MeV

.... CI SONO ALTRI MULTIPLETTI, COME AD ESEMPIO 0^+, ETC....

N.B. NEI MESONI PARTICELLE E ANTIPARTICELLE COMPAIONO NELLO STESSO MULTIPLETTO PERCHÉ HANNO TUTTE $B = 0$

- IN OGNI MULTIPLETTO CI SONO 9 PARTICELLE, TUTTAVIA LE RAPPRESENTAZIONI IRRIDUCIBILI DI SU(3) SONO $8 \oplus 1$, QUINDI UNA DELLE 3 PARTICELLE CON $Y=0, I_3=0$ APPARTIENE AL SINGOLETTO; IN REALTÀ VI È UN MIXING TRA IL SINGOLETTO E LO STATO DELL'OTTETTO CON $I=0, I_3=0, Y=0$

MODELLO DI SAKATA

- NEL 1949 FERMI E YANG NOTARONO CHE UN PIONE HA GLI STESSI NUMERI QUANTICI DI UNA COPPIA NUCLEONE-ANTINUCLEONE NELLO STATO S^0, CIOE':

$$B = 0 \quad ; \quad J^P = 0^- \quad ; \quad S = 0 \quad ; \quad Q = 0, +1, -1$$

E SUGGERIRONO CHE IL π FOSSE UNO STATO LEGATO DI UNA COPPIA NUCLEONE-ANTINUCLEONE CON UN'ENERGIA DI LEGAME MOLTO GRANDE $(2m_N - m_\pi)$

- DOPO LA SCOPERTA DELLE PARTICELLE STRANE SAKATA MOSTRO' CHE IL MODELLO DI FERMI E YANG POTEVA ESSERE ESTESO PER INCLUDERE ANCHE LE PARTICELLE STRANE AGGIUNGENDO LA Λ ALL'INSIEME DELLE PARTICELLE FONDAMENTALI
  [p, n, Λ VENNERO CHIAMATI SAKATONI]

- TUTTAVIA IL MODELLO, SEBBENE SIA IN GRADO DI COSTRUIRE TUTTE LE PARTICELLE (NOTE ALL'EPOCA) NON FUNZIONA PER DIVERSE RAGIONI:
  - LE TRE PARTICELLE FONDAMENTALI A VOLTE COMPAIONO COME "MATTONI" DELLE ALTRE PARTICELLE E A VOLTE COME UN SISTEMA COMBINATO A SE' STANTE, QUINDI C'E' UNA CERTA MANCANZA DI SIMMETRIA
  - INOLTRE, PIU' IMPORTANTE, POSSONO ANCHE ESSERE COSTRUITE DELLE PARTICELLE CHE NON SONO STATE OSSERVATE IN NATURA, OPPURE ALTRE CON I NUMERI QUANTICI SBAGLIATI

$\Rightarrow$ IL MODELLO FU ABBANDONATO E RIMANE SOLO UNA CURIOSITA' STORICA, SEBBENE ABBIA IL MERITO DI INDICARE CHE LE COSIDDETTE PARTICELLE ELEMENTARI, ELEMENTARI NON LO ERANO PER NULLA MA ERANO OGGETTI COMPOSTI

SU(3)

- LE RAPPRESENTAZIONI IRRIDUCIBILI DI SU(3) DEL PRODOTTO DI RAPPRESENTAZIONI:

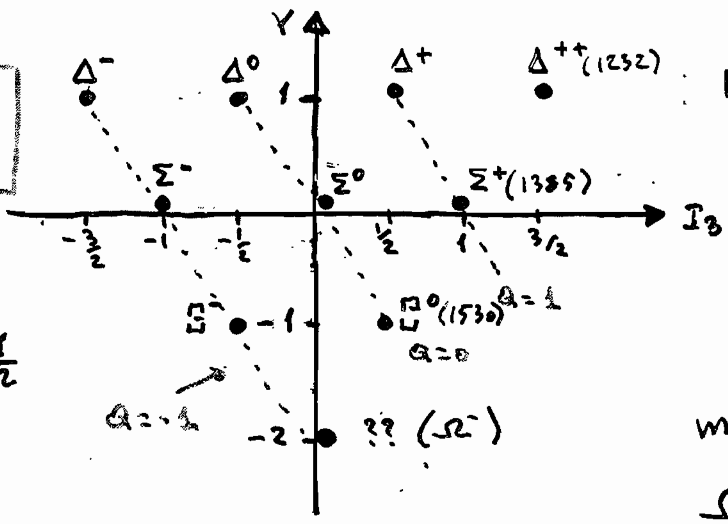
$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \qquad \text{BARIONI}$$

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \qquad \text{MESONI}$$

DESCRIVEVANO BENE LA CLASSIFICAZIONE DI BARIONI E MESONI

- IN PARTICOLARE NEL 1962 GELL-MANN FU IN GRADO DI PREDIRE L'ESISTENZA DI UNA NUOVA PARTICELLA, Ω^-, CON I GIUSTI NUMERI QUANTICI, MASSA E L'ORDINE DI GRANDEZZA DELLA VITA MEDIA

$\boxed{J^P = \frac{3}{2}^+}$



$Q = I_3 + \frac{Y}{2}$

$M \simeq 1232$ MeV (1950s)

$M \simeq 1385$ MeV (1961)

$M \simeq 1533$ MeV (1962)

$m_{\Omega^-} = 1672.4$ MeV ; $\tau = 82$ ps

$\Omega \to \Lambda K^-$ (B.R. 67.8 %)

$\to \Xi^0 \pi^-$ (23.6 %)

$\to \Xi^- \pi^0$ (8.6 %)

- $m_{\Sigma^-} - m_{\Delta^-} \simeq m_{\Xi^-} - m_{\Sigma^-} \simeq m_{\Omega} - m_{\Xi^-} \simeq 150$ MeV

- DOMANDA: PERCHE' $3 \otimes 3 \otimes 3$ E $3 \otimes \bar{3}$?

QUARK

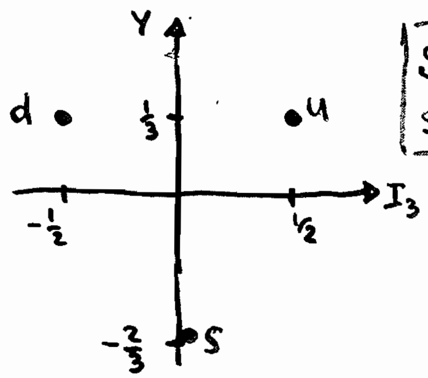
- ABBIAMO VISTO CHE PER IL GRUPPO SU(3) IL MULTIPLETTO ELEMENTARE È UN TRIPLETTO. IL TRIPLETTO PUÒ ESSERE DESCRITTO DA TRE AUTOVETTORI:

$$\underset{\text{UP}}{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}} \; ; \; \underset{\text{DOWN}}{\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}} \; ; \; \underset{\text{STRANGE}}{\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}$$

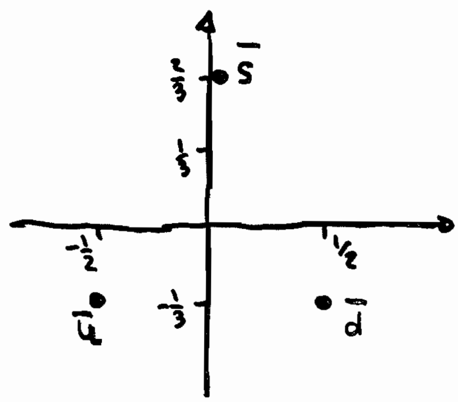
- NEL 1964 GELL-MANN, ED IN MANIERA INDIPENDENTE ZWEIG, ASSOCIÒ AD OGNI AUTOVETTORE UNA PARTICELLA ELEMENTARE, CHE CHIAMÒ QUARK. <u>I QUARK SONO FERMIONI DI SPIN $\frac{1}{2}$</u>

- IN QUESTO MODO:
  - BARIONI: $3 \otimes 3 \otimes 3 \Rightarrow qqq$ (sono composti da 3 quark)
  - MESONI: $3 \otimes \bar{3} \Rightarrow q\bar{q}$ (sono composti da 1 quark ed 1 antiquark

- NUMERI QUANTICI DEI QUARK (SI OTTENGONO APPLICANDO GLI OPERATORI $\hat{I}_3$ E $\hat{Y}$)



$S(u,d) = 0$
$S(s) = -1$



$S(\bar{s}) = +1$

QUARK $(B = \frac{1}{3})$ ANTIQUARK $(B = -\frac{1}{3})$

- APPLICANDO LA FORMULA $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$ SI PUÒ TROVARE LA CARICA:

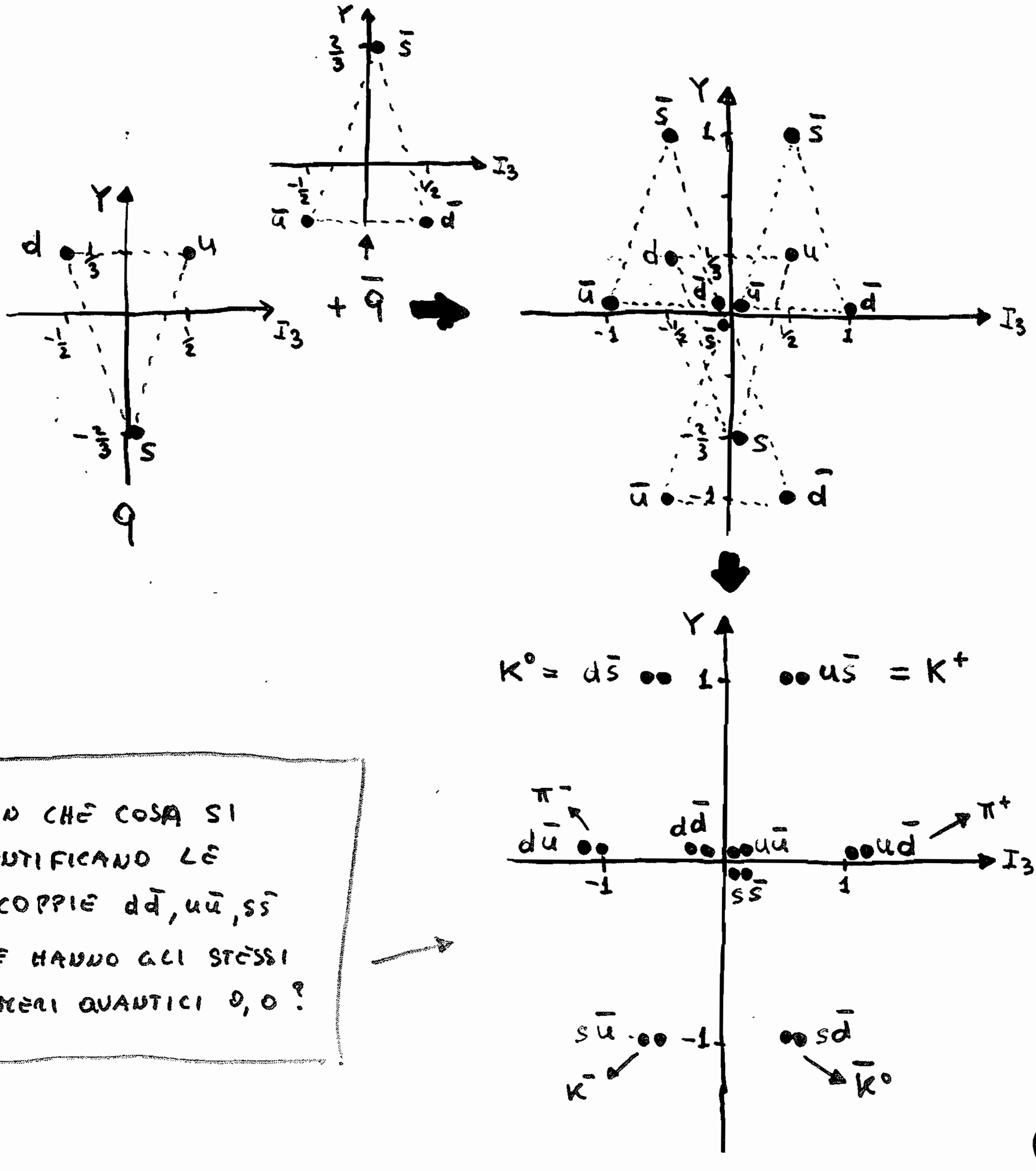
$Q_u = \frac{2}{3}$; $Q_d = Q_s = -\frac{1}{3}$ $\quad$ $Q_{\bar{u}} = -\frac{2}{3}$; $Q_{\bar{d}} = Q_{\bar{s}} = +\frac{1}{3}$

- I QUARK SONO UN "GIOCHETTO" MATEMATICO O ESISTONO DAVVERO?

MESONI 0^-

- I MESONI SONO UNA COMBINAZIONE DI QUARK-ANTIQUARK.
  CONSIDERIAMO QUELLI IN ONDA S ($\ell = 0$, ENERGIA PIÙ BASSA) E CON SPIN OPPOSTI $\Rightarrow$ $J = 0$ E PARITÀ $P = -1$
  [RICORDA: LA PARITÀ DI UN SISTEMA FORMATO DA UNA COPPIA FERM.-ANTIFERM. È: $(-1)^{L+1}$, PERCHÉ FERMIONI E ANTIFERMIONI HANNO PARITÀ INTRINSECA OPPOSTA]

- I MESONI POSSONO ESSERE COSTRUITI CON UN METODO GRAFICO



- CON CHE COSA SI IDENTIFICANO LE 3 COPPIE $d\bar{d}, u\bar{u}, s\bar{s}$ CHE HANNO GLI STESSI NUMERI QUANTICI 0, 0?

- $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$

- I TRE STATI A, B, C AVENTI $I_3=0$ E $Y=0$ SONO DELLE COMBINAZIONI LINEARI ORTOGONALI DEGLI STATI $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$

- INDICHIAMO UNO STATO CON: $\{n, |I, I_3\rangle\}$
  DOVE n È LA DIMENSIONE DELLA RAPPRESENTAZIONE

- IL SINGOLETTO DI SU(3) DOVRÀ CONTENERE, PER SIMMETRIA, TUTTI E 3 GLI STATI CON LO STESSO PESO:

$$\{1, |0,0\rangle\} = \eta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right)$$

- UNO DEGLI ALTRI DUE STATI CON $I_3=0$ DEVE FAR PARTE DEL TRIPLETTO CON ISOSPIN $=1$, QUINDI PUÒ ESSERE RICAVATO CON GLI OPERATORI LADDER

- PER COMODITÀ RICORDIAMO COME SI COMPORTANO ALCUNI NUCLEONI PER CONIUGAZIONE DI CARICA. COMPAIONO ALCUNI SEGNI MENO IN ACCORDO CON LA CONVENZIONE DI CONDON-SHORTLEY

$$\begin{array}{c|ccc|ccc}
I_3 & & & & & & \\
+\frac{1}{2} & |p\rangle & & |\bar{n}\rangle & |u\rangle & & |\bar{d}\rangle \\
-\frac{1}{2} & |n\rangle & & -|\bar{p}\rangle & |d\rangle & & -|\bar{u}\rangle
\end{array}$$

N.B. $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$ $\Rightarrow I^-|\bar{d}\rangle = -\bar{u}$; $I^+|\bar{u}\rangle = |-\bar{d}\rangle$

IL QUARK s (O $\bar{s}$) È UN SINGOLETTO DI ISOSPIN, QUINDI SE LO SI AGGIUNGE A UN DOPPIETTO DI ISOSPIN NON NE CAMBIA LE PROPRIETÀ

$$\begin{pmatrix} u\bar{s} = K^+ \\ d\bar{s} = K^0 \end{pmatrix} \quad \text{E} \quad \begin{pmatrix} s\bar{d} = \bar{K}^0 \\ -s\bar{u} = -K^- \end{pmatrix}$$

- COMBINANDO u CON $\bar{d}$ (O VICEVERSA) POSSIAMO AVERE $I=0$ OPPURE $I=1$

- APPLICHIAMO L'OPERATORE DI SHIFT DI ISOSPIN CHE HA LA SEGUENTE PROPRIETA':

$$I^{\pm} |\Psi(I, I_3)\rangle = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3 \pm 1)}\, |\Psi(I, I_3 \pm 1)\rangle$$

- SE LO APPLICHIAMO AD UN QUARK OTTENIAMO:

$$I^+ |d\rangle \to |u\rangle \; ; \; I^+ |\bar{u}\rangle \to |-\bar{d}\rangle \; ; \; I^+ |u\rangle = I^+ |\bar{d}\rangle = 0$$

INOLTRE:

$$I^- |\Psi(1,1)\rangle = I^+ |\Psi(1,-1)\rangle = \sqrt{2}\, |\Psi(1,0)\rangle$$

$$I^+ |\Psi(1,0)\rangle = \sqrt{2}\, |\Psi(1,1)\rangle \; ; \; I^+ |\Psi(1,1)\rangle = I^- |\Psi(1,-1)\rangle = 0$$

- PER CONVENZIONE LA FUNZIONE D'ONDA DEL π^- E': $-d\bar{u}$

$$I^+ |\pi^-\rangle = I^+ |-d\bar{u}\rangle = |-[(I^+ d)\bar{u} + d(I^+ \bar{u})]\rangle = |-u\bar{u} + d\bar{d}\rangle = \sqrt{2}\, \pi^0$$

$$I^+ |\pi^0\rangle = I^+ \frac{|d\bar{d} - u\bar{u}\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|u\bar{d} + 0 - 0 + u\bar{d}\rangle}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\, |u\bar{d}\rangle = \sqrt{2}\, |\pi^+\rangle$$

$\Rightarrow$ IL π^0 VIENE IDENTIFICATO CON $\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u})$

- PER TROVARE IL SINGOLETTO DELL'OTTETTO $\eta_8 \equiv \{8, |0,0\rangle\}$ BISOGNA TROVARE LA COMBINAZIONE ORTOGONALE A $\eta_1 \equiv \{1, |0,0\rangle\}$ E AL π^0

$$\Rightarrow \eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s}) \qquad [I^{\pm} |\eta_8\rangle = 0]$$

- GLI STATI FISICI η E η' SONO UNA COMBINAZIONE LINEARE DI η_1 E η_8, MA DATO CHE L'ANGOLO DI MIXING E' PICCOLO, $\sim 11°$, ALLORA SI HA:

$\eta_8 \equiv \eta$; $m_\eta = 548$ MeV

$\eta_1 \equiv \eta'$; $m_{\eta'} = 958$ MeV

MESONI VETTORIALI 1^-

- I MESONI VETTORI 1^- HANNO LA STESSA COMPOSIZIONE IN QUARK DEI MESONI 0^-, SI TROVANO IN ONDA S MA I DUE QUARK (QUARK-ANTIQUARK) HANNO GLI SPIN PARALLELI.

- VI SONO 3 MESONI CON $I_3=0$ E $Y=0$; UNO DI ESSI FA PARTE DEL TRIPLETTO DI ISOSPIN ρ : ρ^+, ρ^0, ρ^-
  - ρ^0 HA LA STESSA FUNZIONE D'ONDA DEL π^0

$$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \quad [\text{c'è un fattore } -1]$$

- IL SINGOLETTO DI SU(3) ϕ_1 E IL SINGOLETTO DI ISOSPIN DELL'OTTETTO ϕ_8 SI MESCOLANO TRA DI LORO PER DARE GLI AUTOSTATI DI MASSA ϕ E ω

$$\phi = \phi_1 \sin\theta - \phi_8 \cos\theta \qquad [\text{in questo caso } \theta \simeq 35°]$$
$$\omega = \phi_1 \cos\theta + \phi_8 \sin\theta$$

- ESERCIZIO (ACCADEMICO): VEDIAMO COME SI RICAVA θ. ASSUMIAMO CHE L'ELEMENTO DI MATRICE DELL'HAMILTONIANA TRA DUE STATI DIVERSI DIA IL VALORE DELLA MASSA AL QUADRATO:

$$M^2_\phi = \langle\phi|H|\phi\rangle = M_1^2 \sin^2\theta + M_8^2 \cos^2\theta - 2 M_{18}^2 \sin\theta\cos\theta$$

$$M^2_\omega = \langle\omega|H|\omega\rangle = M_1^2 \cos^2\theta + M_8^2 \sin^2\theta + 2 M_{18}^2 \sin\theta\cos\theta$$

- DATO CHE ω E ϕ SONO DUE AUTOSTATI DI MASSA, SONO ORTOGONALI

$$M^2_{\phi\omega} = \langle\phi|H|\omega\rangle = 0 = (M_1^2 - M_8^2)\sin\theta\cos\theta + M_{18}^2(\sin^2\theta - \cos^2\theta)$$

- ELIMINANDO M_{18} E M_1 DA QUESTE TRE EQUAZIONI, OTTENIAMO:

$$\tan^2 \theta = \frac{M_\phi^2 - M_8^2}{M_8^2 - M_\omega^2}$$

- UTILIZZANDO LA FORMULA DI MASSA DI GELL-MANN-OKUBO, SI TROVA LA RELAZIONE:

$$M_8^2 = \frac{1}{3}\left(4 M_{K^*}^2 - M_\rho^2\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} M_\rho &= 776 \text{ MeV} \\ M_{K^*} &= 892 \text{ MeV} \\ M_\omega &= 783 \text{ MeV} \\ M_\phi &= 1020 \text{ MeV} \end{aligned}}$$

- METTENDO NELLA FORMULA I VALORI MISURATI DELLE MASSE, SI HA $\theta \simeq 40°$

- SE UTILIZZIAMO $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $(\theta \simeq 35°)$, SI HA:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\phi_1 - \sqrt{2}\,\phi_8\right)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\phi_8 + \sqrt{2}\,\phi_1\right)$$

- DATO CHE:

$$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(d\bar{d} + u\bar{u} + s\bar{s}\right)$$

$$\phi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s}\right)$$

ABBIAMO $\phi = s\bar{s}$; $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right)$

- IN QUESTO CASO DI "MIXING IDEALE", CHE È QUASI VERO IN PRATICA, LA ϕ È COMPOSTA INTERAMENTE DA QUARK s E L'ω DA u E d
- QUESTO COMPORTA CHE LA MASSA DELL'ω DOVREBBE ESSERE SIMILE A QUELLA DELLA ρ^0 E LA MASSA DELLA ϕ PIÙ GRANDE, COME OSSERVATO SPERIMENTALMENTE.

REGOLA DI OZI

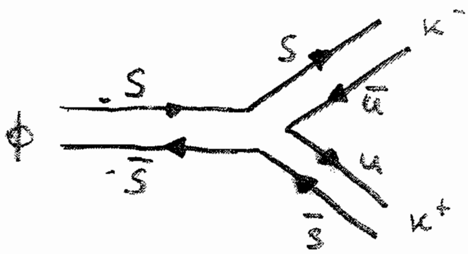
- LA COMPOSIZIONE IN QUARK DELLA ϕ E DELL'ω, INSIEME CON LA REGOLA DI OZI (OKUBO, ZWEIG, IIZUKA), PERMETTE DI CAPIRE MEGLIO I DECADIMENTI DI ω E ϕ

$$\phi(1020) \begin{array}{l} \to K^+K^- \\ \to K^0\bar{K}^0 \end{array} \Big\} 84\% \qquad \to \pi^+\pi^-\pi^0 \} 15\%$$

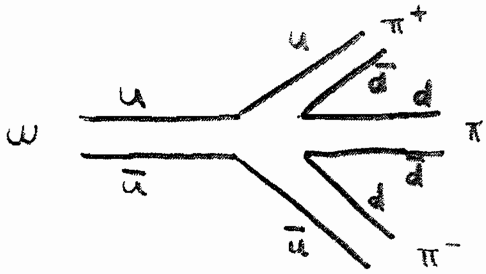
$$\omega(783) \begin{array}{l} \to \pi^+\pi^-\pi^0 \quad 90\% \\ \left.\begin{array}{l} \to \pi^+\pi^- \\ \to \pi^0\gamma \end{array}\right\} 10\% \end{array}$$

- LO SPAZIO DELLE FASI FAVORISCE IL DECADIMENTO DELLA ϕ IN 3π ($Q \sim 600$ MeV) RISPETTO AL $Q \simeq 24$ MeV DEL DECADIMENTO IN KK.

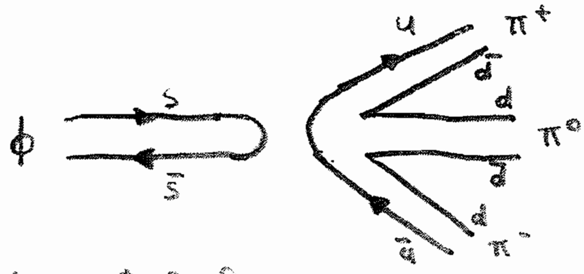
- QUESTO PUÒ ESSERE "SPIEGATO" CON LA <u>OZI RULE</u>



$\phi \to K^+K^-$



$\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$



$\phi \to \pi^+\pi^-\pi^0$

- LA REGOLA DI OZI DICE CHE QUANDO CI SONO DELLE LINEE DI QUARK NON CONNESSE, ALLORA VI È UNA SOPPRESSIONE DI QUESTI DIAGRAMMI. UNA PSEUDOSPIEGAZIONE PUÒ ESSERE DATA FACENDO RICORSO ALLA QCD, ED ALLO SCAMBIO DI GLUONI

- LA REGOLA DI OZI È IMPORTANTE PER CAPIRE LA LUNGA VITA MEDIA DELLA J/ψ E DELLA Υ

MASSE DEI BARIONI

- FORMULA DI GELL-MANN - OKUBO

$$m = m_0 + m_1 Y + m_2 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right]$$

- SE APPLICHIAMO QUESTA FORMULA ALLE PARTICELLE CON CARICA $Q = -1$ DEL DECUPLETTO $\frac{3}{2}^+$, SI HA:

$$m_{\Sigma} - m_{\Delta} \simeq m_{\Xi} - m_{\Sigma} \simeq m_{\Omega} - m_{\Xi} \simeq 150 \text{ MeV}$$

- DATO CHE: $\Delta^- = ddd$; $\Sigma^- = dds$; $\Xi^- = dss$; $\Omega^- = sss$ LA DIFFERENZA DI MASSA SUGGERISCE CHE LA MASSA DEL QUARK S SIA:

$$m_s \simeq 150 \text{ MeV}$$

- LA FORMULA DI GELL-MANN-OKUBO PERMETTE DI TROVARE DELLE RELAZIONI TRA LE MASSE DELLE PARTICELLE APPARTENENTI ALLO STESSO MULTIPLETTO, SE SU(3) FOSSE ESATTA ALLORA TUTTE LE PARTICELLE DELLO STESSO MULTIPLETTO AVREBBERO MASSA m_0

- m_0 DEVE ESSERE IN RELAZIONE IN QUALCHE MODO CON IL CONTENUTO IN QUARK DELL'ADRONE. DATO CHE, AD ESEMPIO, I MESONI 0^- ED I MESONI 1^- HANNO LO STESSO CONTENUTO IN QUARK, MA MASSE SIGNIFICATIVAMENTE DIVERSE, LA MASSA DELL'ADRONE DEVE DIPENDERE ANCHE DAGLI ACCOPPIAMENTI SPIN-SPIN, OLTRE CHE DAL MOMENTO ANGOLARE ORBITALE

$\Rightarrow$ MASSA ADRONE $\neq$ SOMMA DELLE MASSE DEI QUARK

N.B. DATO CHE LA DIFFERENZA DI MASSE ALL'INTERNO DI UN MULTIPLETTO DI ISOSPIN È PICCOLA $\Rightarrow$ $\underline{m_u \simeq m_d}$ ($m_d - m_u \simeq 4$-5 MeV)

MASSE DEI QUARK

- UTILIZZANDO UN "SEMPLICE" MODELLO" NEL QUALE LA MASSA DELL'ADRONE DERIVA DALLA MASSA DEI QUARK E DALLE LORO INTERAZIONI IPERFINI, FACENDO DEI FIT OPPORTUNI AL VALORE MISURATO DELLE PARTICELLE ADRONICHE (VEDERE I DETTAGLI SUL BURCHAM E JOBES) SI RICAVA IL VALORE DELLA MASSA "EFFICACE" DEI QUARK.

QUARK	MASSA "LIBERA" (MeV/c^2)	MASSA EFFICACE (MeV/c^2) MESONI	BARIONI	
u	5.6 ± 1.1	310	363	diversa energia di legame tra mesoni e barioni
d	9.9 ± 1.1			
s	199 ± 33	483	538	

[LA MASSA "LIBERA", È VALUTATA ALLA SCALA DI 1 GeV/c^2]

- LA MASSA EFFICACE È DIVERSA DALLA MASSA "LIBERA" (VERA?) DEI QUARK
- D'ALTRA PARTE, CHE COSA È LA MASSA DI UNA PARTICELLA? NON POTETE METTERLA SU UNA BILANCIA ($F = G \frac{mM}{r^2}$).
  - $E^2 - p^2 = m^2$? [ma non esistono quark liberi]
  - POLO DEL PROPAGATORE? – PARTE REALE DEL PROPAGATORE?
- IN OGNI CASO NELLA LAGRANGIANA CHE DESCRIVE LE INTERAZIONI DEI QUARK (MODELLO STANDARD + QCD) VA CONSIDERATA LA MASSA "LIBERA", DEI QUARK E NON LA MASSA EFFICACE

$$\mathcal{L} = m_u u\bar{u} + m_d d\bar{d} + m_s s\bar{s} + \dots$$

- LA SCALA DI MASSA TIPICA DELLA QCD È $\Lambda_{QCD} \simeq 200$ MeV. LA SIMMETRIA DI ISOSPIN QUASI ESATTA DERIVA DAL FATTO CHE $m_u, m_d \ll \Lambda_{QCD}$, MENTRE SU(3) È SOLO UNA SIMMETRIA APPROSSIMATA [illegible] $m_s \sim \Lambda_{QCD}$

MOMENTO MAGNETICO DEI BARIONI

- CONSIDERIAMO IL MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO DEI BARIONI DELL'OTTETTO $\frac{1}{2}^+$ (PROTONE, Λ, ETC...)
- NELLO STATO FONDAMENTALE I QUARK HANNO MOMENTO ANGOLARE RELATIVO UGUALE A ZERO, QUINDI:

$$\text{barione} \rightarrow \vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 \leftarrow \text{momento magnetico dei quark}$$

- PER UNA PARTICELLA PUNTIFORME DI SPIN $\frac{1}{2}$ E MASSA m SI HA:

$$\mu = \frac{e}{2m} \qquad \left[\mu = \frac{e\hbar}{2mc}\right]$$

$\Rightarrow$ PER I QUARK ABBIAMO:

$$\mu_u = \frac{2}{3}\frac{e}{2m_u} \; ; \; \mu_d = -\frac{1}{3}\frac{e}{2m_d} \; ; \; -\frac{1}{3}\frac{e}{2m_s}$$

- PER CALCOLARE IL MOMENTO MAGNETICO DEI BARIONI NELLO STATO FONDAMENTALE, DOBBIAMO PROIETTARE I MOMENTI MAGNETICI DEI QUARK SU UNO STESSO ASSE, AD ESEMPIO L'ASSE Z; CERCHIAMO QUINDI LA COMPONENTE S_z DELLA FUNZIONE D'ONDA DEI QUARK.

- FACENDO IL CALCOLO ESPLICITO SI OTTIENE:

$$\mu_p = \frac{1}{3}(4\mu_u - \mu_d) \;(\text{protone}) \quad ; \quad \mu_n = \frac{1}{3}(4\mu_d - \mu_u) \;(\text{neutrone})$$

- UTILIZZANDO LE MASSE EFFICACI DEI QUARK SI OTTIENE

$\mu_u = 1.863$; $\mu_d = -0.931$; $\mu_s = -0.582$ (magnetoni nucleari, M = massa protone)

$\Rightarrow$

BARIONE	MOMENTO DI DIPOLO	PREDETTO $/\mu_N$	MISURATO $/\mu_N$
p	$\frac{1}{3}(4\mu_u - \mu_d)$	2.79	2.793
n	$\frac{1}{3}(4\mu_d - \mu_u)$	-1.86	-1.913
Λ	μ_s	-0.58	-0.613 ± 0.004
Σ^+	$\frac{1}{3}(4\mu_u - \mu_s)$	2.68	2.42 ± 0.05

$\Rightarrow$ I BARIONI NON SONO PARTICELLE PUNTIFORMI

N.B. ... ESISTONO ANCHE QUARK DEL MARE...