

Colore e QCD

- **Problemi con la simmetria della funzione d'onda della Δ^{++} .**
- **Introduzione del colore.**
- **Ipercarica di colore e di isospin di colore.**
- **Gli adroni sono "bianchi" (singoletti di colore).**
- **Carica di colore.**
- **Gluoni.**
- **Evidenza sperimentale del colore: larghezza del π^0 e rapporto R.**



COLORE

- PRENDIAMO LA RISONANZA Δ^{++} , LA QUALE HA CARICA $+2e$ E SPIN $\frac{3}{2}$. IN TERMINI DI QUARK LA SUA COMPOSIZIONE È:

$$\Delta^{++} \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^+ \Rightarrow u \uparrow u \uparrow u \uparrow$$

- LA FUNZIONE D'ONDA Ψ PUÒ ESSERE FATTOREZZATA NEL MODO SEGUENTE:

$$\Psi = \Psi(\text{spaziale}) \cdot \chi(\text{spin}) \cdot \phi(\text{sapore})$$

- IL MOMENTO ANGOLARE ORBITALE RELATIVO IN QUESTO MULTIPLETTO È ZERO (PERCHÉ SONO I BARIONI CON SPIN $\frac{3}{2}$ DI MASSA PIÙ BASSA), QUINDI LA PARTE SPAZIALE È SIMMETRICA.

- ANCHE LA PARTE DI SAPORE È DI SPIN $\frac{3}{2}$ CHIAMATA ϕ , QUINDI LA FUNZIONE D'ONDA TOTALE È SIMMETRICA.

- QUESTO CONTRADDICE IL PRINCIPIO DI PAULI, IN QUANTO PER LO SCAMBIO DI DUE QUARK LA FUNZIONE D'ONDA DEVE ESSERE ANTISIMMETRICA.

- NEL 1964 GREENBERG, E POI HAN E NAMBU, INTRODUSSE UN NUOVO GRADO DI LIBERTÀ INTERNO, CHE CHIAMO' COLORE.

- QUINDI LA FUNZIONE D'ONDA TOTALE È ANTISIMMETRICA:

$$\Psi = \Psi(\text{spaziale}) \cdot \chi(\text{spin}) \cdot \phi(\text{sapore}) \cdot \xi(\text{colore})$$

DOVE $\xi(\text{colore})$ È ANTISIMMETRICA

- L'ASSUNZIONE BASE DELLA TEORIA DEL COLORE È CHE OGNI QUARK POSSA ESISTERE IN TRE DIVERSI STATI DI COLORE:

$$x^c = r, g, b \quad (\text{red, green, blue})$$

- I TRE STATI SI POSSONO RAPPRESENTARE COME SPINORI DI COLORE

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

È SI PUÒ RIPETERE QUANTO DETTO A PROPOSITO DI SU(3), SOLO CHE ADESSO SI PARLA DI SU(3) DI COLORE.

⇒ SI HANNO 8 GENERATORI DEL GRUPPO DI SIMMETRIA

⇒ SI POSSONO INDIVIDUARE 2 GENERATORI "DIAGONALI" PER I QUALI GLI SPINORI DI COLORE SONO DELLE AUTOFUNZIONI

• QUESTI OPERATORI SONO \hat{F}_3 E \hat{F}_8 , DOVE:

$$\hat{F}_3 |r\rangle = \frac{1}{2} |r\rangle; \quad \hat{F}_8 |r\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} |r\rangle; \quad \text{ETC...}$$

- SI PUÒ INTRODURRE UN ISOSPIN DI COLORE I_3^c ED UN IPERCARICA DI COLORE Y^c , QUINDI:

$$\hat{I}_3^c \equiv \hat{F}_3^c; \quad \hat{Y}^c \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \hat{F}_8$$

- CON QUESTA ASSUNZIONE SI HANNO I SEGUENTI VALORI:

	QUARK			ANTIQUARK	
	I_3^c	Y^c		I_3^c	Y^c
r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{r}	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
g	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{g}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
b	0	$-\frac{2}{3}$	\bar{b}	0	$\frac{2}{3}$

- I VALORI Y^c E I_3^c SONO DEI NUMERI QUANTICI ADDITIVI
- LA COMBINAZIONE DI CARICA TRASFORMA UN QUARK RED IN UN QUARK ANTIREG CON I VALORI OPPOSTI DI Y^c E I_3^c
- IN QUESTO MODO I QUARK SONO TRIPPLICATI E QUINDI SI AVREBBE UNA PROLIFERAZIONE DI PARTICELLE, AD ESEMPIO IL PROTONE POTREBBE ESSERE:

$$P = u_R u_B d_G ; u_R u_G d_B ; u_B u_G d_R ; \dots$$

MENTRE SPERIMENTALMENTE QUESTA PROLIFERAZIONE NON SI OSSERVA

- SI POSTULA, QUINDI, CHE TUTTI GLI ADRONI LIBERI OSSERVATI IN NATURA DEVONO AVERE

$$I_3^c = 0 ; Y^c = 0$$

CIOE' DEVONO ESSERE DEI SINGOLETTI DI COLORE; QUESTA E' L'IPOTESI DEL CONFINAMENTO DI COLORE

- NE CONSEGUENTE CHE L'UNICO MODO DI SODDISFARE QUESTA RICHIESTA, E' QUELLO DI COMBINARE INSIEME 3 QUARK OPPURE UNA COPPIA QUARK - ANTIQUARK

$$\text{BARIONI} = qqq$$

$$\text{MESONI} = q\bar{q}$$

$$P = R G B ; \bar{P} = \bar{R} \bar{G} \bar{B}$$

$$\pi = R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B}$$

MA NON SI POSSONO AVERE COMBINAZIONI qq ; $qq\bar{q}$; $qqqq$, ...

- IN TEORIA SI POTREBBERO AVERE COMBINAZIONI DEL TIPO:

$$qq\bar{q}\bar{q} \quad \text{E} \quad qqqq\bar{q}\bar{q}$$

(ultimamente ci sono state delle evidenze sui pentaquark, ma ci sono molti dibattiti in merito)

- LA SIMMETRIA $SU(3)$ DI COLORE È UNA SIMMETRIA ESATTA AL CONTRARIO DELLA SIMMETRIA $SU(3)$ DI SAPORE CHE È UNA SIMMETRIA APPROSSIMATA

- COME DETTO SI HANNO 8 GENERATORI DEL GRUPPO, 2 DIAGONALI CORRISPONDENTI ALL'ISOSPIN DI COLORE E ALL'IPERCARICA DI COLORE, E 6 OPERATORI CHE MESCOLANO TRA DI LORO GLI AUTOSTATI DI COLORE

- GLI OSSERVABILI ASSOCIATI CON GLI OPERATORI \hat{F}_i SONO TUTTI DELLE COSTANTI DEL MOTO, IN QUANTO TUTTI GLI \hat{F}_i COMMUTANO CON L'HAMILTONIANA

$$[\hat{F}_i, H] = 0 \quad (i=1, \dots, 8)$$

- QUESTE OSSERVABILI VENGONO CHIAMATE CARICHE DI COLORE E SONO LE SORCENTI DELLE INTERAZIONI FORTI.

- AD UN ADRONE È ASSOCIATA UNA FUNZIONE D'ONDA DI COLORE χ_h^c , IL CONFINAMENTO DEL COLORE IMPLICA CHE:

$$\hat{F}_i \chi_h^c = 0 \quad (i=1, \dots, 8)$$

(VI È UNA SIMILITUDINE CON GLI STATI DI SINGOLETTO DI SPIN, DOVE:
 $\hat{S}_x \chi = 0$; $\hat{S}_y \chi = 0$; $\hat{S}_z \chi = 0$, PER QUESTA RAGIONE GLI ADRONI SI CHIAMANO SINGOLETTI DI COLORE)

- LA FUNZIONE D'ONDA DI COLORE RISULTA LA COMBINAZIONE TOTALMENTE ANTISIMMETRICA

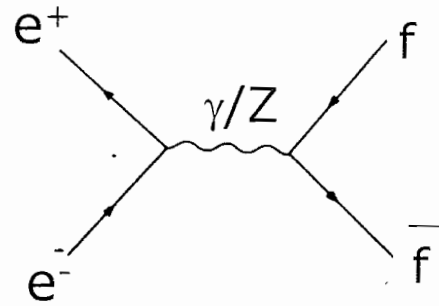
$$\chi_B^c = \frac{1}{\sqrt{6}} (r_1 g_2 b_3 - g_1 r_2 b_3 + b_1 r_2 g_3 - b_1 g_2 r_3 + g_1 b_2 r_3 - r_1 b_2 g_3)$$

- DATO CHE LA FUNZIONE D'ONDA TOTALE DI UN BARIONE DEVE ESSERE COMPLETAMENTE ANTISIMMETRICA PER LO SCAMBIO DI DUE QUARK IDENTICI, QUESTO IMPLICA CHE LA PARTE SPAZIALE E LA PARTE DI SPIN DEVONO ESSERE SIMMETRICHE

Collider e^+e^-

Vantaggi di un collider e^+e^- :

- stato iniziale perfettamente definito (particelle puntiformi).
- \sqrt{s} definita = $2xE_{\text{beam}}$

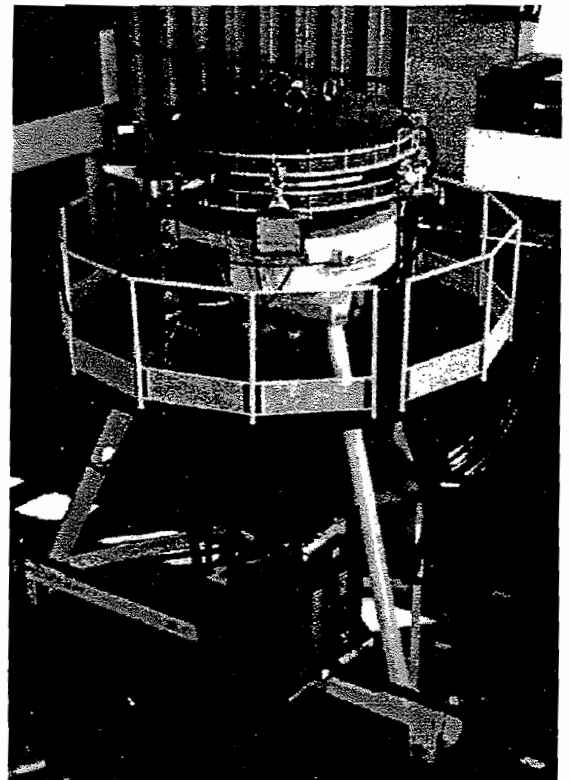
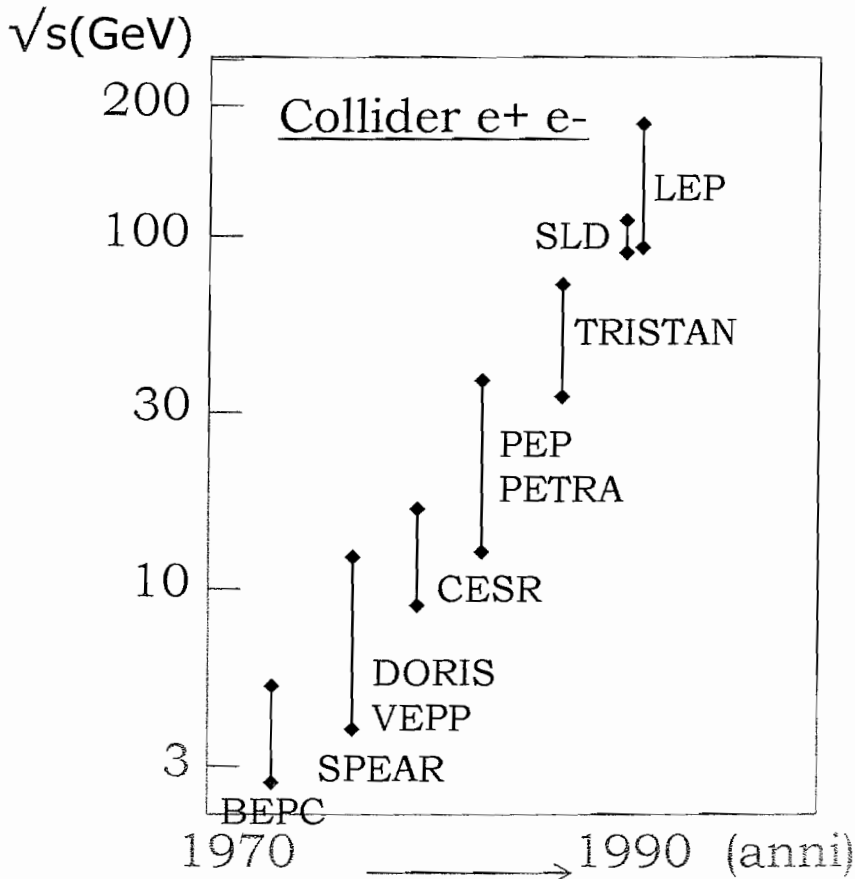


Svantaggi:

- più difficile raggiungere alte energie (rispetto ad un collider a protoni) per via della radiazione di sincrotone.
- Luminosità più bassa rispetto ad un processo a bersaglio fisso (fixed target).

$$\frac{dN}{dt} = L \cdot \sigma$$

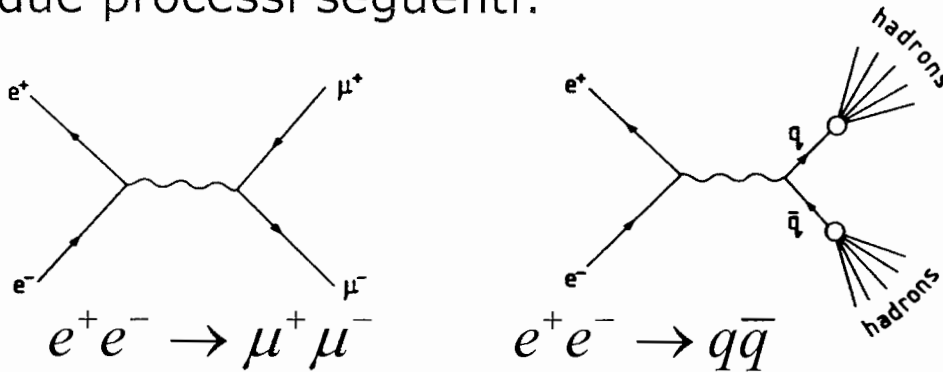
ADA - 1961 - LNF



$\sqrt{s} = 500 \text{ MeV}$

Evidenze del colore

- Una delle evidenze più convincenti dell'esistenza del colore viene dal confronto delle sezioni d'urto per i due processi seguenti:



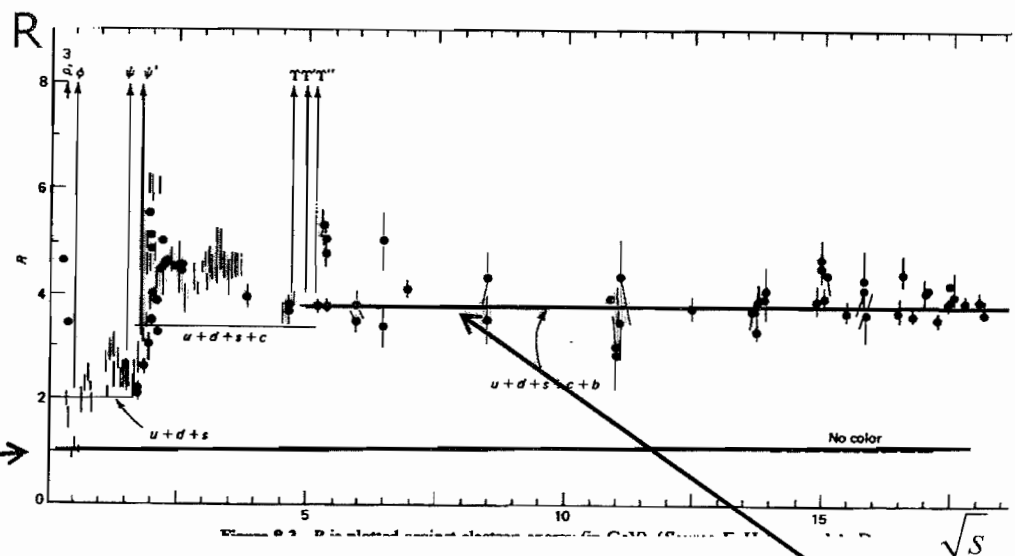
- Se non teniamo conto dell'adronizzazione dei quark, ed assumendo che \sqrt{s} sia grande rispetto alle masse dei fermioni, le ampiezze dei due grafici differiscono solo per la carica elettrica dei fermioni nello stato finale.

- Se non esistesse il colore:
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_{i=1}^n Q_i^2$$

- Se esiste il colore, R deve essere moltiplicato per 3 perché il numero di colori dei quark è 3.

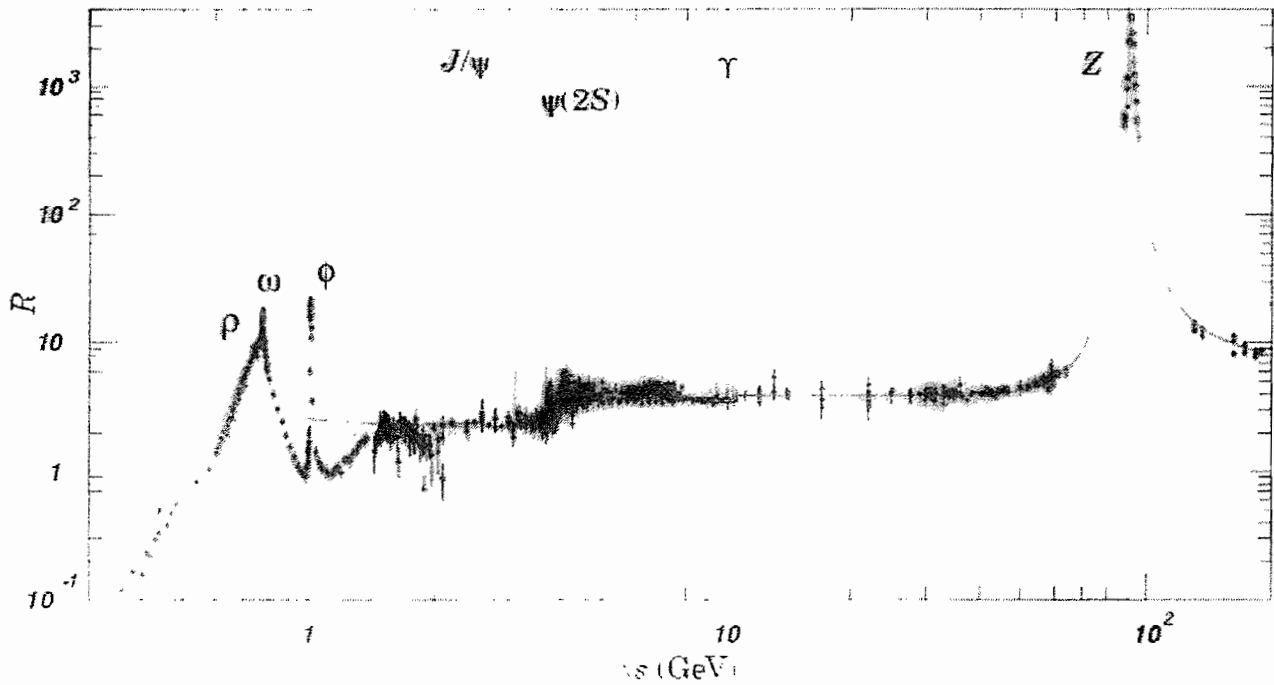
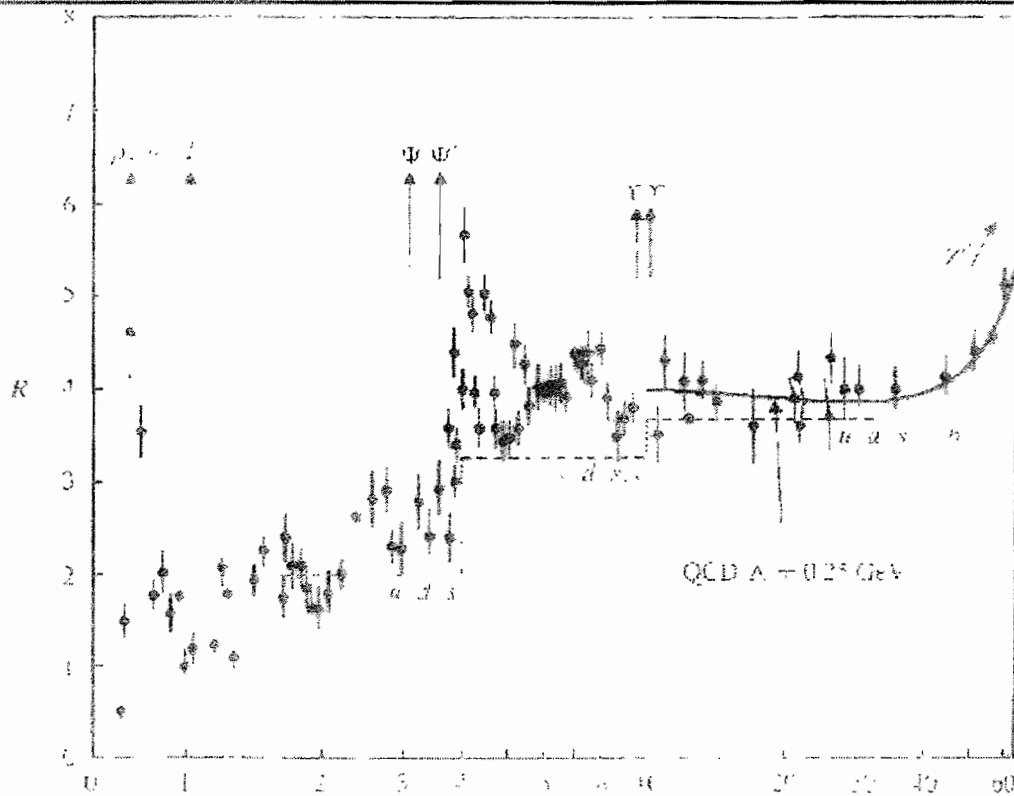
R è funzione di \sqrt{s} . Al di sopra della soglia del b si ha:

Senza colore $R = \frac{11}{9}$



Con il colore
$$R = 3\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] = \frac{33}{9} = 3.67$$

R_{had} vs. c.m. Energy



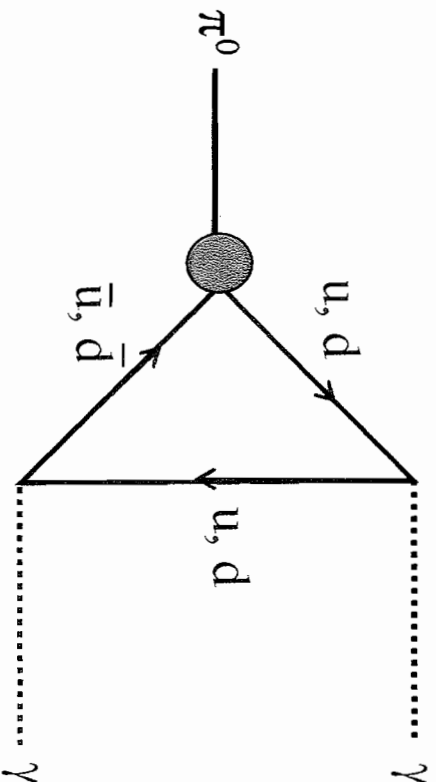
QCD, Color, and the decay of the π^0

1949-50 The decay $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ calculated and measured by Steinberger.

1967 Veltman calculates the π^0 decay rate using modern field theory and finds that the π^0 does not decay!

1968-70 Adler, Bell and Jackiw “fix” field theory and now π^0 decays but decay rate is off by factor of 9.

1973-4 Gell-Mann and Fritzsche (+others) use QCD with 3 colors and calculate the correct π^0 decay rate.



Triangle Diagram
Each color contributes one amplitude. Three colors changes the decay rate by 9.

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 7.73 \cdot \left(\frac{N_c}{3}\right)^2 \cdot eV \quad [\text{calculated}]$$

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 7.7 \pm 0.6 \text{ eV} \quad [\text{SPRINGERLITERATURE}]$$

$$\Rightarrow N_c = 2.99 \pm 0.12$$

N.B. $\Gamma \cdot \tau \approx 4$

$$\tau = 6.58 \cdot 10^{-22} \text{ MeV}^{-1} \cdot s$$

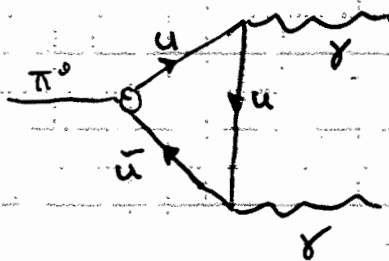
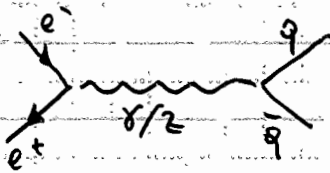
DOMANDA

- PERCHÉ NEL RAPPORTO R

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

BISOGNA MOLTIPLICARE R x 3 PER TENER CONTO DEL NUMERO DI COLORI

MENTRE NEL DECADIMENTO DEL π^0 BISOGNA MOLTIPLICARE LA PROBABILITÀ DI DECADIMENTO PER 9?

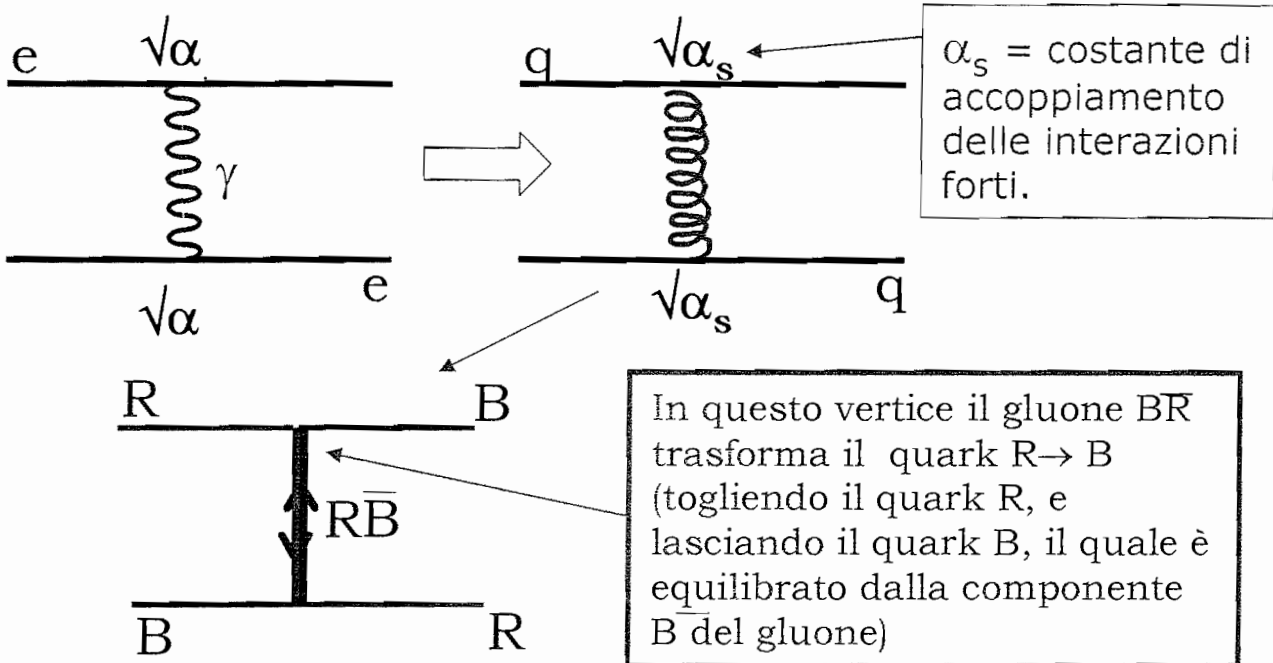


Gluoni e QCD

- La teoria che descrive le interazioni forti nel Modello Standard è chiamata CromoDinamica Quantistica (QCD).
- La QCD è simile alla QED, le sue proprietà possono essere ricavate dall'invarianza di gauge per trasformazioni nello spazio $SU(3)$.
- Da questa invarianza discende che le interazioni forti sono mediate da 8 bosoni neutri di spin 1 a massa nulla, che vengono chiamati gluoni (gluons), i quali sono in relazione con gli 8 generatori delle rotazioni nello spazio $SU(3)$.
- La QED è invariante per la trasformazione di gauge $U(1)$. Questa simmetria è abeliana, pertanto il fotone, che si accoppia con la carica elettrica, non possiede carica elettrica e quindi i fotoni non interagiscono tra di loro.
- $SU(3)$ è una simmetria non abeliana, per cui i gluoni, i quali si accoppiano alle cariche di colore, trasportano essi stessi una carica di colore (colore e anticolore), per cui si possono accoppiare tra loro dando luogo a vertici con tre o quattro gluoni. Questi vertici hanno come conseguenza il confinamento del colore e la libertà asintotica.
- I gluoni non distinguono i sapori dei quark, per cui le interazioni forti sono invarianti per rotazioni nello spazio dei sapori.

Il colore dei gluoni

- Carica elettrica \rightarrow carica di colore
- $3^2-1=8$ matrici/operatori \Rightarrow 8 gluons
- I quark hanno colore R B
- Il colore è scambiato da 8 gluoni «bicolorati»



In ogni vertice si deve conservare il colore.

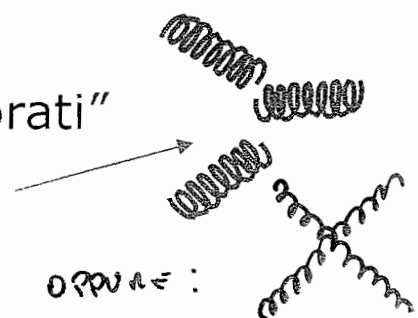
- Gli 8 gluoni sono:

$$R\bar{G}, R\bar{B}, G\bar{R}, G\bar{B}, B\bar{R}, B\bar{G}, \sqrt{\frac{1}{2}}(R\bar{R} - G\bar{G}), \sqrt{\frac{1}{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})$$

- La nona combinazione (3x3) è un singoletto di colore, cioè non trasporta colore, e non può fare da mediatore tra quark "colorati".

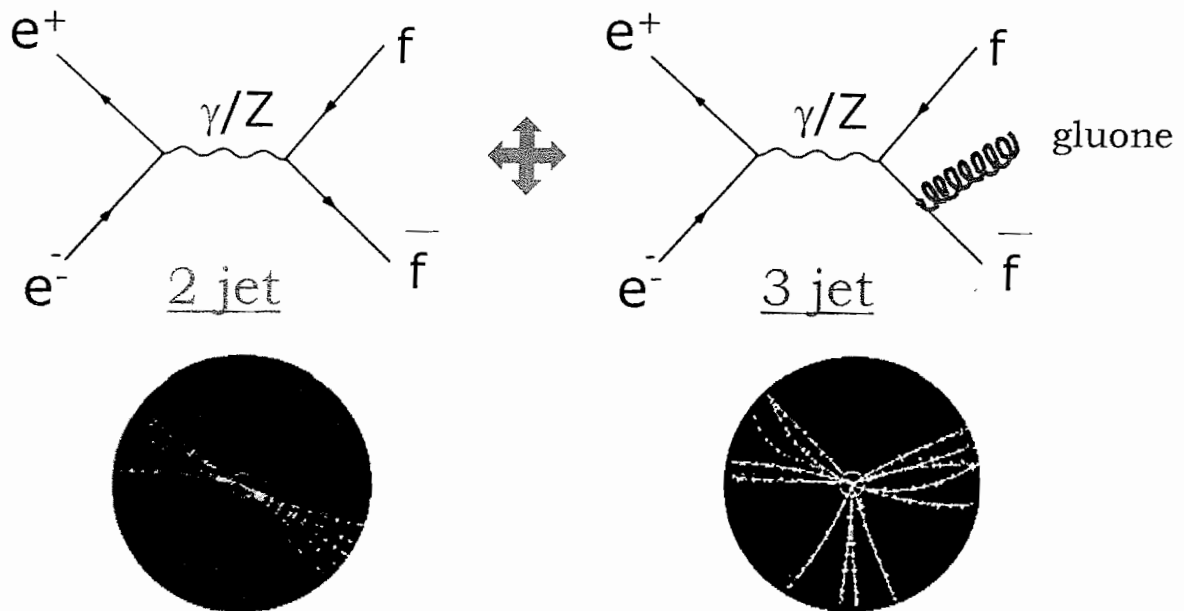
$$\sqrt{\frac{1}{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

Ricorda, anche i gluoni sono "colorati" e possono interagire tra loro.



Scoperta del gluone

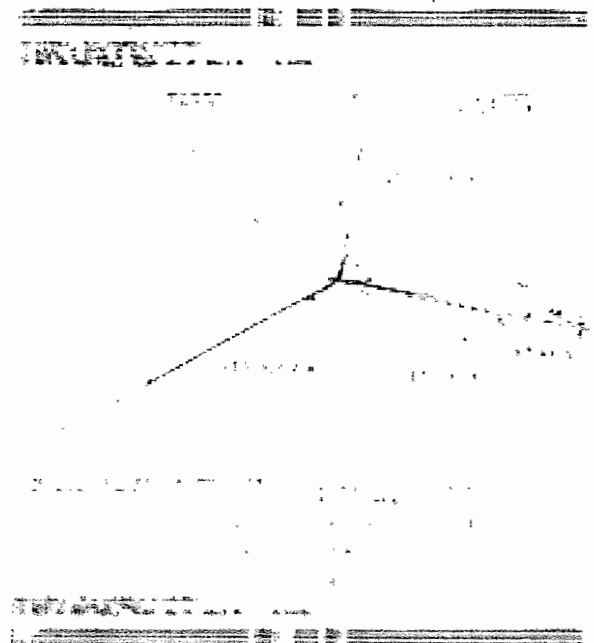
- Il gluone fu scoperto nel 1979 a Petra, un collider e^+e^- , $\sqrt{s}=27$ GeV, a Desy (Amburgo)



- Dai quark dello stato finale può essere irradiato un gluone. Quando questo gluone ha sufficiente energia, esso può adronizzare in maniera indipendente dai quark, e dare origine ad un terzo jet di particelle.

- Si cercavano quindi eventi con 3 jet nel piano trasverso all'asse dei fasci, dove la somma dei quadrimpulsi deve essere zero.

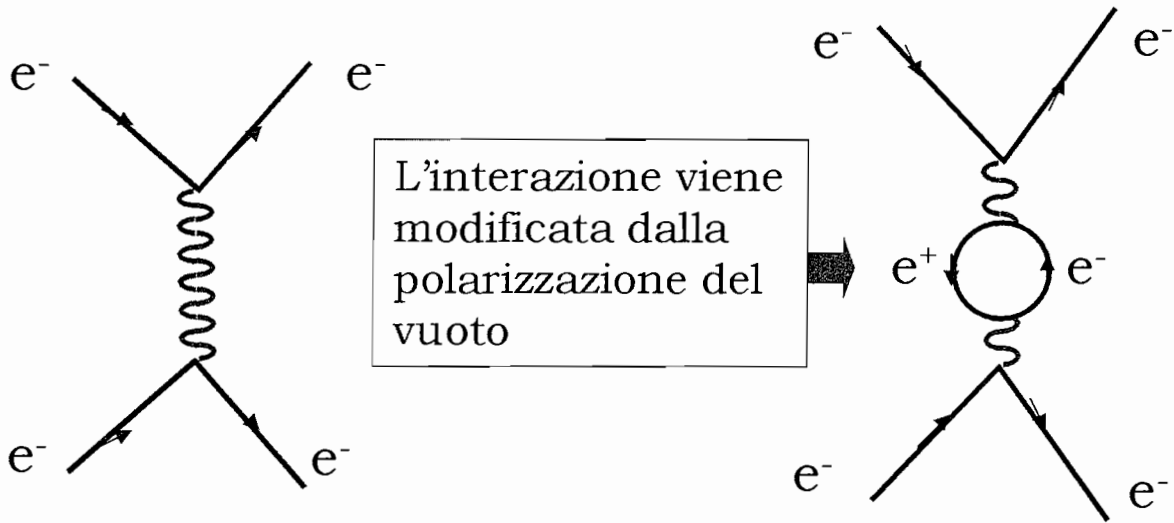
(Un jet è formato da un insieme di adroni, il cui quadrimpulso, sommato, è uguale a quello del quark che lo ha originato)



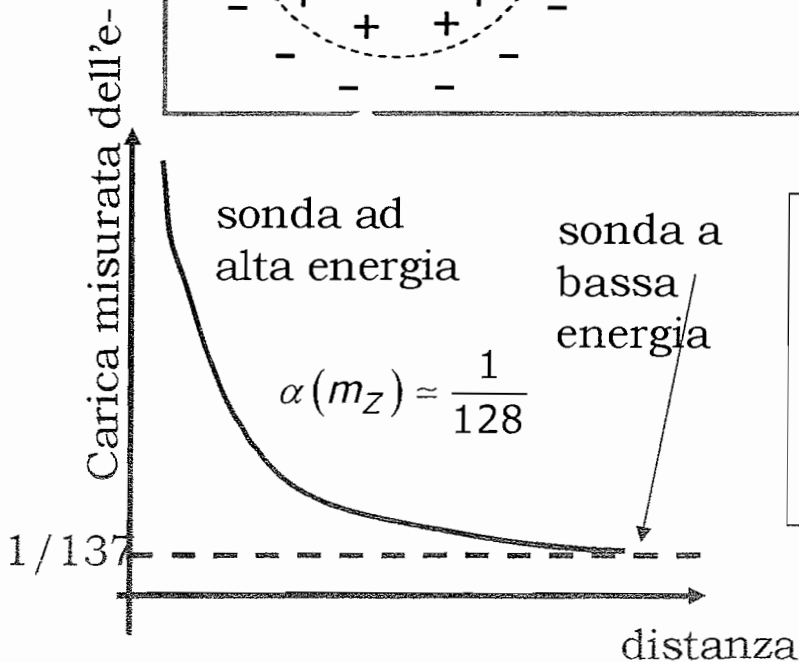
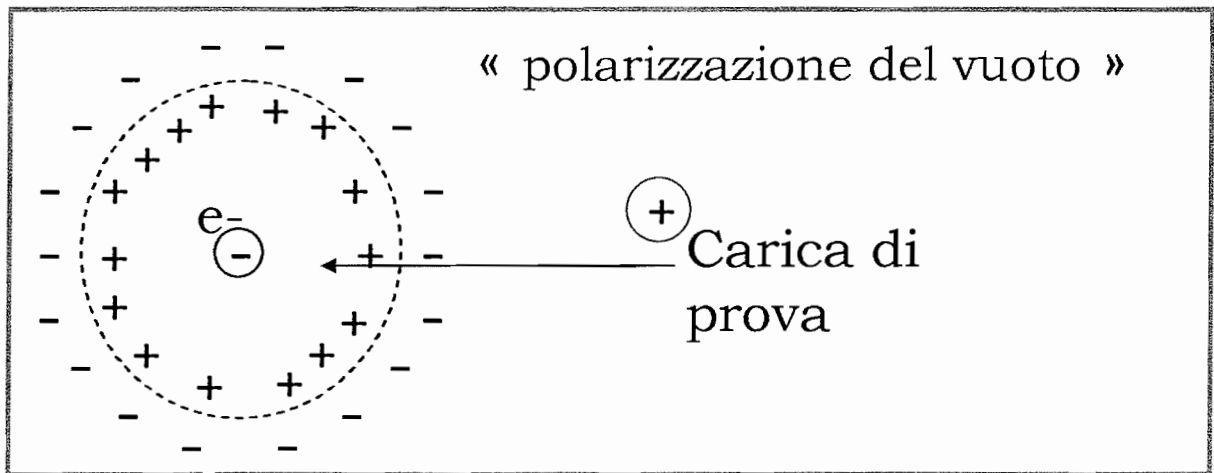
Logbook dell'esperimento Tasso

Running di α_{QED}

- Consideriamo l'interazione tra due elettroni:



- La polarizzazione del vuoto fa sì che la carica elettrica dell'elettrone diventi una funzione dell'energia della "carica di prova".



I positroni "schermano" la carica e^- ; man mano che ci si avvicina alla carica, lo "schermo" diminuisce e la carica "aumenta".

RUNNING DI α_{2eD}

- ANCORA SULLA RINORMALIZZAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA
- NELL'ELETTROMAGNETISMO CLASSICO IL POTENZIALE DI UN ELETTRONE VALE:

$$V = -\frac{e}{r}$$

- L'ENERGIA POTENZIALE DI UNA CARICA POSITIVA $+e$ IMMERSA NEL CAMPO VALE:

$$U = -\frac{e^2}{r}$$

- SE CONSIDERIAMO L'ENERGIA POTENZIALE DELL'ELETTRONE NEL CAMPO ELETTRICO DA ESSO GENERATO ($r \rightarrow 0$) L'ENERGIA POTENZIALE TENDE AD INFINITO.

- QUESTA SELF-INTERACTION NELLA TEORIA DEI CAMPI E' RAPPRESENTATA DA EMISSIONE DI FOTONI CHE VENGONO RIASSORBITI DALLA CARICA STESSA



- CON LA POLARIZZAZIONE DEL VUOTO SI HA:

- IL POSITRONE VIENE "ATTRATTO" DALL'ELETTRONE "SCHERMANDO" LA CARICA DELL'ELETTRONE IN MODO CHE IL SUO VALORE EFFICACE DIMINUISCE.

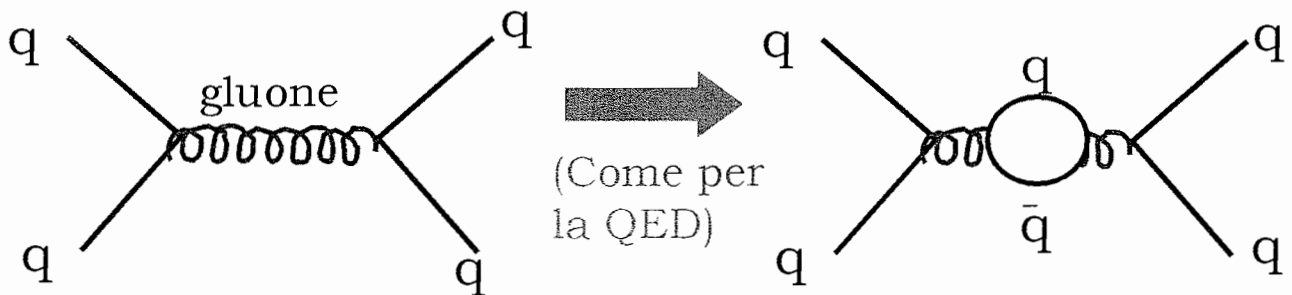
- MAN MANO CHE SI PENETRA NELLA "NUVOOLA" DI POSITRONI L'EFFETTO SCHERMANO DIMINUISCE ED IL VALORE DELLA CARICA AUMENTA

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log \frac{Q^2}{\mu^2}}$$

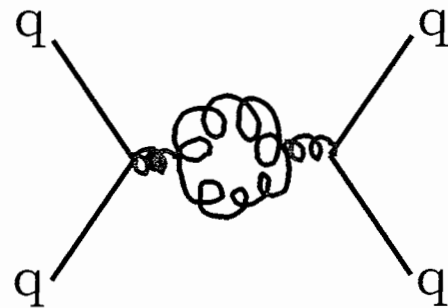
$\mu =$ fattore di scala

Running di α_s

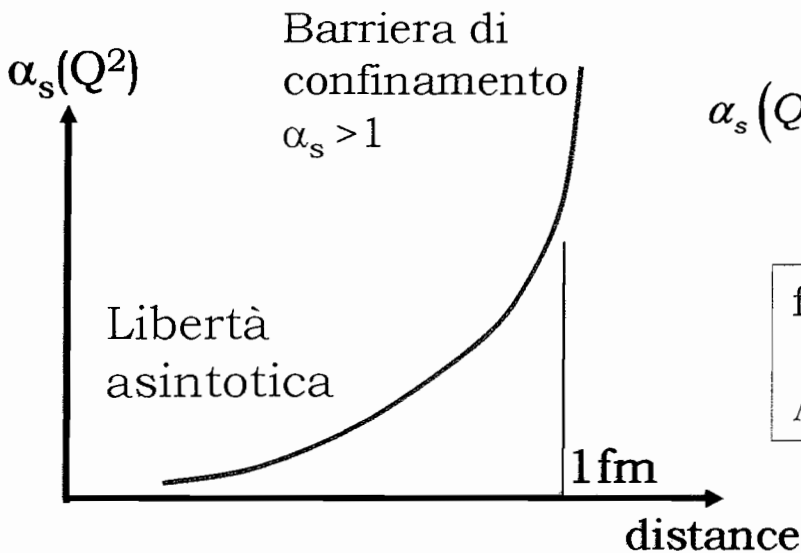
- Consideriamo l'interazione forte tra due quark:



Ma dato che i gluoni sono "colorati", esiste anche questo altro grafico che modifica l'interazione, e produce un effetto di "antischermaggio"



- L'effetto della self-interaction dei gluoni è tale che:



$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2f) \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}$$

f = numero di quark con $4m^2 < Q^2$
 Λ = scala ($\sim 200 \text{ MeV}$)

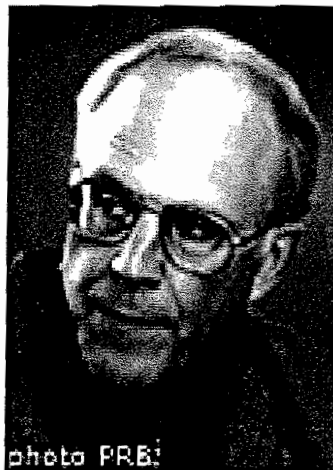
$Q^2 \sim \Lambda^2$ accoppiamento forte \rightarrow ~~perturbazioni~~
 $Q^2 \gg \Lambda^2$ accoppiamento debole \rightarrow perturbazioni

Scoperta della libertà asintotica nella QCD: 1973



The Nobel Prize in Physics 2004

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"



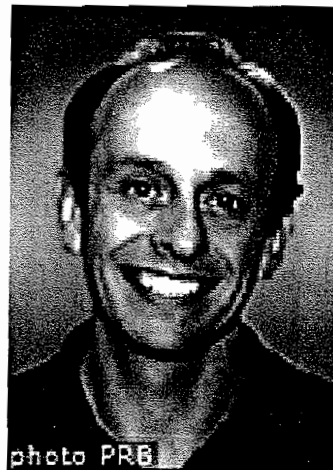
David J. Gross

🕒 1/3 of the prize

USA

Kavli Institute for
Theoretical Physics,
University of
California
Santa Barbara, CA,
USA

b. 1941



H. David Politzer

🕒 1/3 of the prize

USA

California Institute
of Technology
Pasadena, CA, USA

b. 1949



Frank Wilczek

🕒 1/3 of the prize

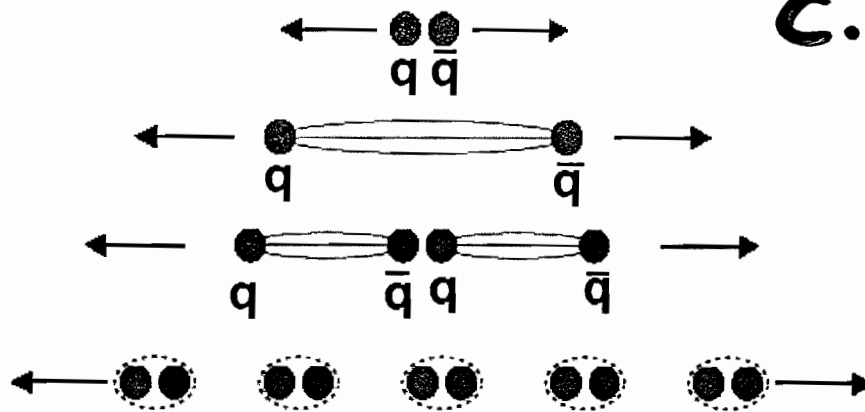
USA

Massachusetts
Institute of
Technology (MIT)
Cambridge, MA,
USA

b. 1951

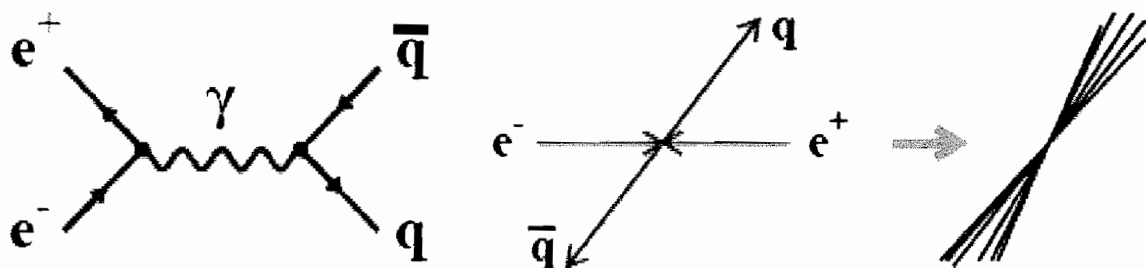
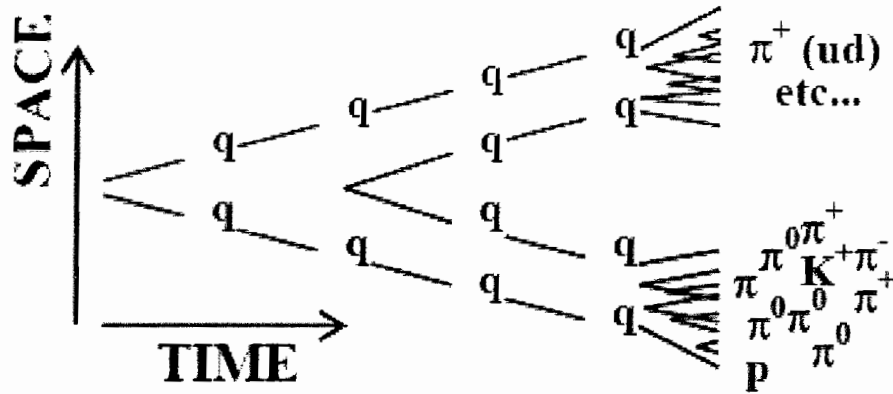
Evidenza Sperimentale dell' esistenza dei quark (2)

C. DI NISI



★ processo di adronizzazione

Mentre i quark si separano, altre coppie quark-antiquark sono prodotte dall' energia potenziale del campo di colore. Questo processo e' chiamato **ADRONIZZAZIONE**: inizia con quark e termina con getti collimati e stretti di adroni.

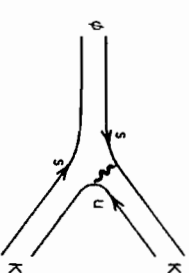
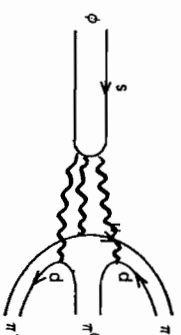


OZI Rule

Richard Kass

QCD explains the OZI rule as follows:

For decays involving quark anti-quark annihilation the initial and final states are connected by gluons. Since gluons carry color and mesons are colorless there must be more than one gluon involved in the decay.



The gluons involved in the decay must combine in a way to conserve all strong interaction quantum numbers. For example, in terms of charge conjugation (C):

two gluon state: $C = +1$

three gluon state: $C = -1$

Vector mesons such as the ϕ , ψ , and Y have $C = -1$ and thus their decays involving quark anti-quark annihilation must proceed through three gluon exchange.

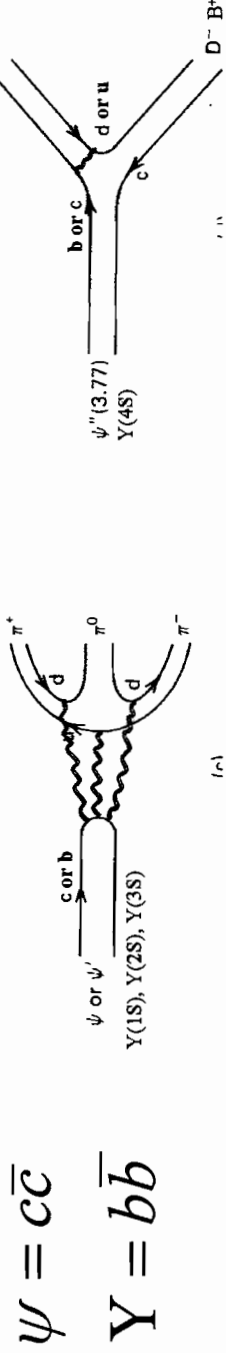
Since these mesons are fairly massive (> 1 GeV) the gluons must be energetic (“hard”) and therefore due to asymptotic freedom, the coupling constant for each gluon will be small. Thus the amplitude for $\phi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ will be small since it depends on α_s^3 .

Although the amplitude for $\phi \rightarrow KK$ also involves gluon exchange it will not be suppressed as these gluons are low energy (“soft”) and therefore α_s is large here.

Although QCD explains the OZI rule it is still very difficult (impossible?) to perform precise rate calculations since the processes are in the regime where α_s large.

Both charmonium (ψ, ψ', ψ'') and bottomonium ($Y(1S), Y(2S), Y(3S), Y(4S)$) provide examples of the OZI rule in action.

The lower mass charmonium (ψ, ψ') and bottomonium states ($Y(1S), Y(2S), Y(3S)$) differ in one important way from the ϕ . While the ϕ is massive enough to decay into strange mesons ($\phi \rightarrow KK$), the ψ and ψ' are below threshold to decay into charmed mesons while the $Y(1S), Y(2S), Y(3S)$ are below threshold to decay into B-mesons.



Therefore the decays of the (ψ, ψ') and ($Y(1S), Y(2S), Y(3S)$) have to proceed through the annihilation diagram and as a result these states live $\approx 250\text{-}1000X$ longer than expected without the OZI suppression.

Lifetime of state = (width)⁻¹
 $\tau = \Gamma^{-1}$

$\Gamma(\psi) = 87 \text{ keV}$ $\Gamma(\psi'') = 24 \text{ MeV}$
 $\Gamma(Y(3S)) = 26 \text{ keV}$ $\Gamma(Y(4S)) = 21 \text{ MeV}$

