In un collider e^+e^- asimmetrico, il fascio di elettroni ha energia 4.5 GeV ed il positrone 2.0 GeV.

a) calcolare l'energia del centro di massa

b) dire quali coppie di quark vengono prodotte nell'annichilazione e^+e^-:

$$e^- = 4.5 \text{ GeV} \longrightarrow \quad \longleftarrow e^+ = 2 \text{ GeV}$$

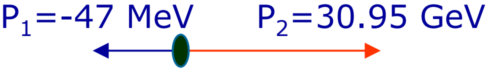
L'energia del centro di massa è uguale a $\sqrt{s}$.

$$s = \left(p(e^+) + p(e^-)\right)^2 \qquad \begin{cases} p(e^+) = \left(E^+; 0, 0, -E^+\right) \\ p(e^-) = \left(E^-; 0, 0, E^-\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow s = 4 \cdot E^+E^- \quad \Rightarrow \quad \sqrt{s} = 2\sqrt{E^+E^-} = 2\sqrt{4.5 \cdot 2} = 6 \text{ GeV}$$

In questo collider si possono produrre $d\bar{d}$, $u\bar{u}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$, ma non i $b\bar{b}$ in quanto la massa del b è di 4.5 GeV

In un esperimento ad un collider protone-protone vengono identificati, tra le numerose particelle prodotte, due muoni back-to-back (ovvero collineari) di carica opposta, aventi rispettivamente un impulso di 47 MeV/c e 30.95 GeV/c (in realtà questa configurazione cinematica è alquanto improbabile ed è molto difficile misurare l'impulso di un muone di 47 MeV, ma ha il pregio di semplificare il calcolo). Si trovi la massa della particella madre che ha generato i due muoni e, considerando un errore sulla massa del 5%, si dica di quale particella si potrebbe trattare



La massa della particella madre si ricava dal quadrimpulso dei due muoni dello stato finale. Dalla conoscenza dell'impulso del muone e dalla sua massa, si deve costruire il quadrimpulso:

$$E_1=\sqrt{m_\mu^2+p_1^2}=\sqrt{105^2+47^2}=115 \text{ MeV}$$

$$E_2=\sqrt{m_\mu^2+p_2^2}=\sqrt{0.105^2+30.95^2}\simeq 30.95 \text{ GeV}$$

$$E_f=E_1+E_2=0.115+30.95=31.06 \text{ GeV}$$

$$\vec{p}_f=\vec{p}_1+\vec{p}_2=-0.047+30.95=30.90 \text{ GeV}$$

Il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico ed è uguale alla massa al quadrato della particella madre:

$$m=\sqrt{E_f^2-\vec{p}_f^2}=\sqrt{31.06^2\text{-}30.90^2}=3.15 \text{ GeV}$$

Un errore del 5% su questo valore dà un'incertezza sulla massa di 0.16 GeV, quindi occorre vedere quali particelle neutre hanno una massa compresa nell'intervallo 2.99-3.31 GeV.

Ad esempio la massa della J/Ψ è di 3.096 GeV ed è quindi un buon candidato.

Calcolare l'energia di soglia del fotone relativo alla produzione di coppie in presenza del campo di un elettrone.

La produzione di coppie non può avvenire per un fotone isolato in quanto non si conserverebbe il quadrimpulso. Occorre quindi la presenza di una seconda particella, che può essere un nucleo atomico oppure un elettrone.

Nel caso di un elettrone si ha il processo:

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-$$

Per calcolare l'energia di soglia si assume che le particelle finali vengano prodotte a riposo nel sistema del centro di massa. Inoltre ricordiamo che il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico. Indichiamo con m la massa dell'elettrone.

$$P_\gamma=(E_\gamma,\vec{P}_\gamma)\ ;\quad E_e=(m,0)$$

$$\Rightarrow\quad P^{Lab.}_{iniz.}=(E_\gamma+m,\vec{P}_\gamma)\ ;\quad P^{C.M.}_{fin.}=(3m,0)$$

$$\left(P^{Lab.}_{iniz.}\right)^2=\left(P^{C.M.}_{fin.}\right)^2\quad\Rightarrow\quad\left(E_\gamma+m\right)^2-\vec{p}_\gamma^{\,2}=\left(3m\right)^2=$$

$$=\cancel{E_\gamma^2}+m^2+2E_\gamma-\cancel{\vec{p}_\gamma^{\,2}}=9m^2$$

$$\Rightarrow\quad E_\gamma=4m=4\cdot 0.511=2.04\ \text{MeV}$$

Il pione neutro è stato scoperto studiando la fotoproduzione su protoni a riposo ($\gamma+p\rightarrow\pi^0+p$). Calcolare la minima energia del fotone nel laboratorio per produrre la reazione.
(m_{π^0}= 135 MeV/c^2 ; m_p=938 MeV/c^2)

Per calcolare l'energia di soglia si assume che le particelle finali vengano prodotte a riposo nel sistema del centro di massa. Inoltre ricordiamo che il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico. Indichiamo con M la massa del protone e con m la massa del pi-zero.

$$P_\gamma=(E_\gamma,\vec{P}_\gamma)\ ;\ \ E_p=(M,0)$$

$$\Rightarrow\ \ P^{Lab.}_{iniz.}=(E_\gamma+M,\vec{P}_\gamma)\ ;\ \ P^{C.M.}_{fin.}=(m+M,0)$$

$$\left(P^{Lab.}_{iniz.}\right)^2=\left(P^{C.M.}_{fin.}\right)^2\ \ \Rightarrow\ \ \left(E_\gamma+M\right)^2-\vec{p}_\gamma^{\,2}=\left(m+M\right)^2$$

$$\Rightarrow\ \ E_\gamma=m\left(1+\frac{m}{2M}\right)=135\left(1+\frac{135}{2\cdot938}\right)=145\ \text{MeV}$$