

- Il bosone Z è caratterizzato dalle seguenti grandezze: larghezza totale 2.495 GeV, larghezza parziale in adroni 1.744 GeV, larghezza parziale in una coppia di muoni di 84 MeV, che è anche uguale a quella in elettroni ed in tau (universalità leptonica). Se facciamo l'ipotesi che al Lep si fosse misurata una larghezza totale di 2.661 GeV, con le stesse misure per la larghezza parziale adronica e per quella parziale in muoni e rispettando l'universalità leptonica, cosa si sarebbe potuto concludere? Spiegare.

$$\Gamma_Z = \Gamma_{\text{leptoni carichi}} + \Gamma_{\text{adroni}} + N_\nu \cdot \Gamma_{\nu\bar{\nu}}$$

- Dalle misure relative allo Z, si ricava che la larghezza invisibile (decadimento in neutrini) è 499 MeV, quindi la larghezza in una coppia di neutrini è di circa 166 MeV.
- Se al Lep si fosse misurata la larghezza totale di 2.661 GeV, fermo restando le misure nelle larghezze parziali visibili, questo implicava che l'aumento era dovuto alla larghezza invisibile. L'aumento è proprio di 166 MeV, quindi vuol dire che si era prodotto un quarto neutrino.

La larghezza parziale di decadimento dello Z in una coppia di fermioni è proporzionale a $(C_V^2 + C_A^2)$. Trovare il rapporto tra la larghezza parziale dello Z in un coppia di quark b e la larghezza parziale in una coppia di quark c. Si faccia l'approssimazione $\sin^2\theta_w=0.25$

Ricordiamo che il quark c ha carica $2/3$ e terza componente I_3 dello spin isotopico debole uguale a $+1/2$, mentre il quark b ha $q=-1/3$ e $I_3=-1/2$

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2 \theta_w \quad ; \quad C_A = I_3$$

Per il quark c si ha:

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2 \theta_w = \frac{1}{2} - 2 \frac{2}{3} \frac{1}{4} = \frac{1}{6}; \quad C_A = I_3 = \frac{1}{2}$$

$$C_V^2 = \frac{1}{36} \quad ; \quad C_A^2 = \frac{1}{4} = \frac{9}{36} \quad \Rightarrow \quad C_V^2 + C_A^2 = \frac{1}{36} + \frac{9}{36} = \frac{10}{36}$$

Mentre per il quark b si ha:

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2 \theta_w = -\frac{1}{2} - 2 \left(-\frac{1}{3}\right) \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}; \quad C_A = I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$C_V^2 = \frac{1}{9} = \frac{4}{36} \quad ; \quad C_A^2 = \frac{1}{4} = \frac{9}{36} \quad \Rightarrow \quad C_V^2 + C_A^2 = \frac{4}{36} + \frac{9}{36} = \frac{13}{36}$$

Il rapporto tra le due larghezze parziali risulta quindi uguale a:

$$\frac{B.R.(Z \rightarrow b\bar{b})}{B.R.(Z \rightarrow c\bar{c})} = \frac{(C_V^2 + C_A^2)_b}{(C_V^2 + C_A^2)_c} = \frac{13/36}{10/36} = 1.3$$

Le misure danno: $B.R.(Z \rightarrow b\bar{b}) = (15.13 \pm 0.05)\%$; $B.R.(Z \rightarrow c\bar{c}) = (11.81 \pm 0.33)\%$

$$\Rightarrow \frac{B.R.(Z \rightarrow b\bar{b})}{B.R.(Z \rightarrow c\bar{c})} = \frac{15.13}{11.81} = 1.28$$

La larghezza parziale calcolata del decadimento del W in una coppia di leptoni vale 226 MeV. Il B.R. misurato di questo decadimento è 10.8%. Ricavare la larghezza totale del W e la larghezza parziale del decadimento del W in adroni. La valutazione teorica del seguente rapporto delle larghezze parziali del W: $\frac{\Gamma(W \rightarrow u + b)}{\Gamma(W \rightarrow u + d)}$ vale $2 \cdot 10^{-5}$. Spiegare come mai questo numero è così piccolo

$$\Gamma_{par} = \Gamma_{tot} \cdot \text{B.R.} \Rightarrow \Gamma_{tot} = \frac{\Gamma_{lept.}}{\text{B.R.}} = \frac{226}{0.108} = 2092 \text{ MeV}$$

Ricordiamo che il W può decadere in tutti e tre i leptoni carichi (con il neutrino associato naturalmente), quindi:

$$\begin{aligned} \Gamma_{tot} &= 3 \cdot \Gamma_{lept.} + \Gamma_{hadr.} \\ \Rightarrow \Gamma_{hadr.} &= \Gamma_{tot} - 3 \cdot \Gamma_{lept.} = 2092 - 3 \cdot 226 = 1414 \text{ MeV} \end{aligned}$$

La larghezza parziale del W in una coppia di quark è proporzionale al quadrato dell'elemento opportuno della matrice CKM, quindi:

$$\frac{\Gamma(W \rightarrow u + b)}{\Gamma(W \rightarrow u + d)} = \frac{|V_{ub}|^2}{|V_{ud}|^2} = \left(\frac{4.31 \cdot 10^{-3}}{0.97377} \right)^2 \cong 2 \cdot 10^{-5}$$

La sezione d'urto totale del processo $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ a 200 GeV nel centro di massa vale 16.5 pb. Sapendo che il B.R. del decadimento del W in una coppia di leptoni è circa 11%, determinare le sezioni d'urto parziali nel canale completamente adronico (cioè tutti e due i W decadono adronicamente); completamente leptonicamente e semileptonico.

Il W può decadere in tre coppie di leptoni (elettrone più neutrino, muone più neutrino e tau più neutrino), quindi il B.R. leptonicamente del W è: $3 \times 11 = 33\%$;
mentre il B.R. del decadimento adronico è $100 - 33 = 67\%$

La probabilità che tutti e due i W decadono leptonicamente è uguale al prodotto delle due probabilità che uno decada leptonicamente, e così via, tenendo presente che nel canale semileptonico occorre moltiplicare per 2 perché vi sono due combinazioni diverse che danno lo stesso risultato finale (decade leptonicamente il primo W oppure il secondo)

$$B.R.(WW \rightarrow lept.) = B.R.(W \rightarrow lept) \times B.R.(W \rightarrow lept) = 0.33 \times 0.33 = 0.11$$

$$B.R.(WW \rightarrow hadr.) = B.R.(W \rightarrow hadr) \times B.R.(W \rightarrow hadr) = 0.67 \times 0.67 = 0.45$$

$$B.R.(WW \rightarrow semilept.) = 2 \times B.R.(W \rightarrow lept) \times B.R.(W \rightarrow hadr) = \\ = 2 \times 0.33 \times 0.67 = 0.44$$

Per trovare le sezioni d'urto parziali è sufficiente moltiplicare la sezione d'urto totale per i B.R. appena trovati:

$$\sigma_{(WW \rightarrow lept.)} = \sigma_{tot} \times B.R.(WW \rightarrow lept) = 16.5 \times 0.11 = 1.815 \text{ pb}$$

$$\sigma_{(WW \rightarrow hadr.)} = \sigma_{tot} \times B.R.(WW \rightarrow hadr) = 16.5 \times 0.45 = 7.425 \text{ pb}$$

$$\sigma_{(WW \rightarrow semilept.)} = \sigma_{tot} \times B.R.(WW \rightarrow semilept) = 16.5 \times 0.44 = 7.260 \text{ pb}$$