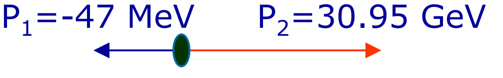
Soluzioni esonero 06/09/06

1. In un esperimento ad un collider protone-protone vengono identificati, tra le numerose particelle prodotte, due muoni back-to-back (ovvero collineari) di carica opposta, aventi rispettivamente un impulso di 47 MeV/c e 30.95 GeV/c (in realtà questa configurazione cinematica è alquanto improbabile ed è molto difficile misurare l'impulso di un muone di 47 MeV, ma ha il pregio di semplificare il calcolo). Si trovi la massa della particella madre che ha generato i due muoni e, considerando un errore sulla massa del 5%, si dica di quale particella si potrebbe trattare

   [5 punti]



La massa della particella madre si ricava dal quadrimpulso dei due muoni dello stato finale. Dalla conoscenza dell'impulso del muone e dalla sua massa, si deve costruire il quadrimpulso:

$$E_1=\sqrt{m_\mu^2+p_1^2}=\sqrt{105^2+47^2}=115\ \text{MeV}$$

$$E_2=\sqrt{m_\mu^2+p_2^2}=\sqrt{0.105^2+30.95^2}\simeq 30.95\ \text{GeV}$$

$$E_f=E_1+E_2=0.115+30.95=31.06\ \text{GeV}$$

$$\vec{p}_f=\vec{p}_1+\vec{p}_2=-0.047+30.95=30.90\ \text{GeV}$$

Il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico ed è uguale alla massa al quadrato della particella madre:

$$m=\sqrt{E_f^2-\vec{p}_f^{\,2}}=\sqrt{31.06^2-30.90^2}=3.15\ \text{GeV}$$

Un errore del 5% su questo valore dà un'incertezza sulla massa di 0.16 GeV, quindi occorre vedere quali particelle neutre hanno una massa compresa nell'intervallo 2.99-3.31 GeV.

Ad esempio la massa della J/Ψ è di 3.096 GeV ed è quindi un buon candidato.

2. Dire quali reazioni sono possibili e quali no. Nel caso siano possibili indicare l'interazione responsabile e nel caso non lo siano, spiegare perché. (si tenga presente che i processi deboli al secondo ordine sono di fatto proibiti). **[6 punti]**

a) n+p $\rightarrow d + \gamma$ ☒ SI ☐ NO :

elettromagnetico per via della presenza del fotone

b) $\Xi^- \rightarrow n + K^-$ ☐ SI ☒ NO :

La massa della Ξ^-è inferiore alla massa del neutrone più quella del K

c) p + p $\rightarrow \pi^+ + d$ ☒ SI ☐ NO :

interazione forte perché non c'è nulla che lo proibisca

d) $D^+ \rightarrow K^- + \pi^+ + \pi^+$ ☒ SI ☐ NO :

processo debole perché cambia sia il charm che la stranezza

e) $K^- + p \rightarrow K^0 + n$ ☐ SI ☒ NO :

proibita al primo ordine delle interazioni deboli perché si ha ΔS=2

f) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$ ☒ SI ☐ NO :

interazione forte: produzione associata, $\Delta S = 0$

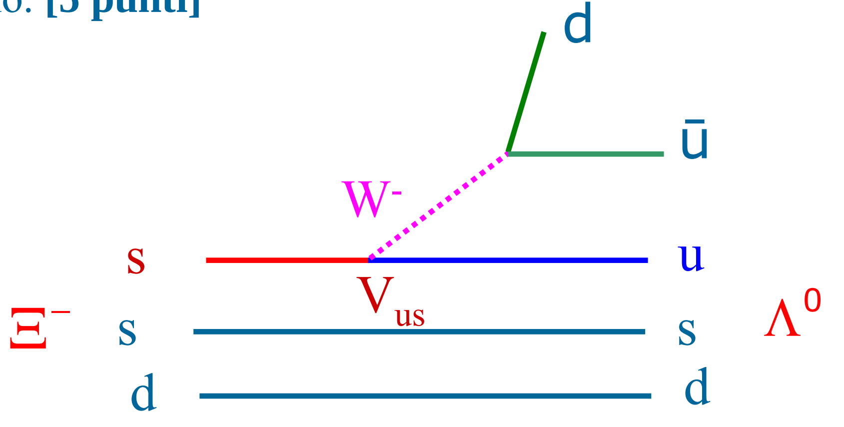
g) $e^+ + e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ ☒ SI ☐ NO :

interazione debole, avviene tramite lo scambio di uno Z

h) $\Omega^- \rightarrow \overline{K^0} + K^-$ ☐ SI ☒ NO :

violazione del numero barionico

3. Disegnare il diagramma di Feynman, nel Modello Spettatore, del decadimento $\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$ (per il pione si indichi soltanto i quark) ed indicare quale elemento della matrice CKM interviene nel decadimento. Dire se il decadimento è Cabibbo favorito o no. **[5 punti]**



Si ha una transizione di un quark s in un quark u, quindi il processo è Cabibbo soppresso.

---

4. Il mesone D_S ha charm=1, stranezza=1 e spin zero. Indicare la sua composizione in quark, il suo spin isotopico e la sua carica. Il mesone D^*_S ha lo stesso contenuto in quark del D_S ma ha spin 1. Il D^*_S decade in $D_S + \pi$ con un B.R. del 6%. Spiegare qual è l'interazione responsabile di questo decadimento. **[6 punti]**

Il D_S è composto dal quark c e dall'antiquark s, quindi il suo spin isotopico è zero (solo i quark u e d hanno spin isotopico ½) e la sua carica è +1.

Anche il D_S^* ha spin isotopico zero, mentre il pione ha spin isotopico 1, quindi lo stato finale $D_S^* + \pi$ ha spin isotopico 1, mentre lo stato iniziale, D_S, ha spin isotopico nullo, quindi il decadimento non può essere forte per la conservazione dello spin isotopico totale. Il decadimento sarà mediato dall'interazione elettromagnetica, in quanto essa non deve sottostare alla legge della conservazione dello spin isotopico totale e non vi è nessun altra regola di conservazione violata dal decadimento elettromagnetico.

Il decadimento più probabile (94%) è $D_S^* \to D_S + \gamma$, il che conferma che il decadimento è elettromagnetico (B.R. dello stesso ordine di grandezza).

5. L'ottetto dei barioni ½⁺ di SU(3) è composto da p,n, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^-, Ξ^0, Λ. La vita media della Λ è di $2.6\cdot10^{-10}$ s, quella della Σ^0 è di $7.4\cdot10^{-20}$ s e quella della Ξ^0 è di $2.9\cdot10^{-10}$ s. Spiegare come mai la vita media della Σ^0 è molto più piccola di quelle della Λ e della Ξ^0. **[5 punti]**

Ricordiamo le masse e la stranezza delle tre particelle:

Λ: m=1115 MeV, S=-1 ; Σ^0 : m=1192 MeV, S=-1 ; Ξ^0=1314 MeV, S=-2.

La Λ e la Ξ^0 sono rispettivamente i barioni più leggeri con stranezza -1 e -2, quindi i loro decadimenti dovranno essere necessariamente mediati dalle interazioni deboli, mentre la Σ^0 può fare un decadimento elettromagnetico, $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$, e quindi avrà una vita media molto più breve, tipica delle interazioni elettromagnetiche.

---

6. La larghezza parziale di decadimento dello Z in una coppia di fermioni è proporzionale a $(C^2_V+C^2_A)$. Trovare il rapporto tra la larghezza parziale dello Z in un coppia di quark b e la larghezza parzale in una coppia di quark c. Si faccia l'approssimazione $\sin^2\theta w=0.25$ **[6 punti]**

Ricordiamo che il quark c ha carica 2/3 e terza componente I_3 dello spin isotopico debole uguale a +½ , mentre il quark b ha q=-1/3 e I_3=- ½

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2\vartheta_w \quad ; \quad C_A = I_3$$

Per il quark c si ha:

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2\vartheta_w = \frac{1}{2} - 2\frac{2}{3}\frac{1}{4} = \frac{1}{6}; \quad C_A = I_3 = \frac{1}{2}$$

$$C_V^2 = \frac{1}{36} \; ; \; C_A^2 = \frac{1}{4} = \frac{9}{36} \quad \Rightarrow \quad C_V^2 + C_A^2 = \frac{1}{36} + \frac{9}{36} = \frac{10}{36}$$

Mentre per il quark b si ha:

$$C_V = I_3 - 2q\sin^2\vartheta_w = -\frac{1}{2} - 2\left(-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} = -\frac{1}{3}; \quad C_A = I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$C_V^2 = \frac{1}{9} = \frac{4}{36} \; ; \; C_A^2 = \frac{1}{4} = \frac{9}{36} \quad \Rightarrow \quad C_V^2 + C_A^2 = \frac{4}{36} + \frac{9}{36} = \frac{13}{36}$$

Prosegue esercizio 6.

Il rapporto tra le due larghezze parziali risulta quindi uguale a:

$$\frac{B.R.\left(Z \to b\bar{b}\right)}{B.R.\left(Z \to c\bar{c}\right)} = \frac{\left(C_V^2 + C_A^2\right)_b}{\left(C_V^2 + C_A^2\right)_c} = \frac{13/36}{10/36} = 1.3$$

Le misure danno: $B.R.\left(Z \to b\bar{b}\right) = (15.13 \pm 0.05)\%$; $B.R.\left(Z \to c\bar{c}\right) = (11.81 \pm 0.33)\%$

$$\Rightarrow \quad \frac{B.R.\left(Z \to b\bar{b}\right)}{B.R.\left(Z \to c\bar{c}\right)} = \frac{15.13}{11.81} = 1.28$$

---

7. Il barione Λ decade in protone – π^- oppure in neutrone- π^0. Nel decadimento il quark s della Λ si trasforma in un quark u del nucleone, quindi il suo isospin forte varia di ½ . Assumendo che nel decadimento della Λ questa regola di selezione venga rispettata e trascurando altre correzioni, qual è il rapporto che ci si aspetterebbe tra il B.R. in p- π^- rispetto a quello in n- π^0? **[6 punti]**

Il nucleone ha isospin ½ mentre il pione ha isospin 1, quindi un nucleone più un pione possono dare isospin totale uguale a ½ oppure 3/2. La Λ ha isospin zero, quindi nella funziona d'onda del sistema nucleone-pione occorre prendere in considerazione soltanto la componente con isospin ½ , per la regola di selezione ΔI=1/2

$$p + \pi^- = \left|\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\rangle + \left|1;-1\right\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$n + \pi^0 = \left|\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\rangle + \left|1;0\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right\rangle$$

La probabilità di transizione è proporzionale al quadrato della funzione d'onda:

$$\frac{B.R.\left(\Lambda \to p + \pi^-\right)}{B.R.\left(\Lambda \to n + \pi^0\right)} = \frac{\left|\langle p + \pi^- \mid \tfrac{1}{2};-\tfrac{1}{2}\rangle\right|^2}{\left|\langle n + \pi^0 \mid \tfrac{1}{2};-\tfrac{1}{2}\rangle\right|^2} = \frac{2/3}{1/3} = 2$$

I valori sperimentali sono: $B.R.\left(\Lambda \to p + \pi^-\right) = 63.9\%$; $B.R.\left(\Lambda \to n + \pi^0\right) = 35.8\%$

$$\frac{B.R.\left(\Lambda \to p + \pi^-\right)}{B.R.\left(\Lambda \to n + \pi^0\right)} = \frac{63.9}{35.8} = 1.78$$

Questo vuol dire che vi è un contributo anche della funzione d'onda con ΔI=3/2