Soluzioni esonero 05/12/06

1. Il pione neutro è stato scoperto studiando la fotoproduzione su protoni a riposo ($\gamma+p\rightarrow\pi^0+p$). Calcolare la minima energia del fotone nel laboratorio per produrre la reazione.
(m_{π^0}= 135 MeV/c^2 ; m_p=938 MeV/c^2)
[5 punti]

Per calcolare l'energia di soglia si assume che le particelle finali vengano prodotte a riposo nel sistema del centro di massa. Inoltre ricordiamo che il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico. Indichiamo con M la massa del protone e con m la massa del pi-zero.

$$P_\gamma=(E_\gamma,\vec{P}_\gamma)\ ;\ \ E_p=(M,0)$$

$$\Rightarrow\ P_{iniz.}^{Lab.}=(E_\gamma+M,\vec{P}_\gamma)\ ;\ \ P_{fin.}^{C.M.}=(m+M,0)$$

$$\left(P_{iniz.}^{Lab.}\right)^2=\left(P_{fin.}^{C.M.}\right)^2\ \Rightarrow\ \left(E_\gamma+M\right)^2-\vec{p}_\gamma^{\,2}=\left(m+M\right)^2$$

$$\Rightarrow\ E_\gamma=m\left(1+\frac{m}{2M}\right)=135\left(1+\frac{135}{2\cdot 938}\right)=145\ \text{MeV}$$

2. Dire quali reazioni sono possibili e quali no. Nel caso siano possibili indicare l'interazione responsabile e nel caso non lo siano, spiegare perché. (si tenga presente che i processi deboli al secondo ordine sono di fatto proibiti). **[6 punti]**

a) $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$ ☒ SI ☐ NO :

Interazione forte, si conserva la stranezza

b) $\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+$ ☐ SI ☒ NO :

Non si conserva la stranezza S=0 $\rightarrow$ S=-2

c) $\bar{p} + p \rightarrow 2\pi^+ + 2\pi^- + \nu_e$ ☐ SI ☒ NO :

Violazione del numero leptonico elettronico

d) $\Sigma^+ \rightarrow p + \mu^+ + \mu^-$ ☐ SI ☒ NO :

Processo proibito al primo ordine perché è un FCNC

e) $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu} + \gamma$ ☒ SI ☐ NO :

Interazione debole, il γ viene dallo stato iniziale

f) $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda$ ☒ SI ☐ NO :

Interazione forte, si conserva la stranezza

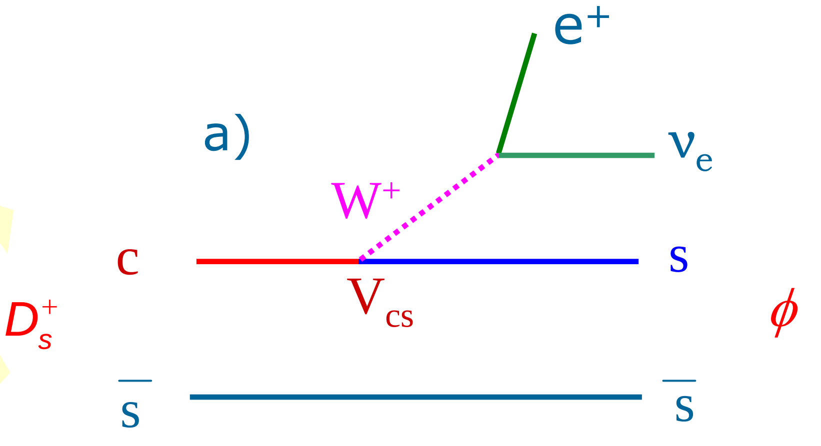
g) $\mu^+ + e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ ☐ SI ☒ NO :

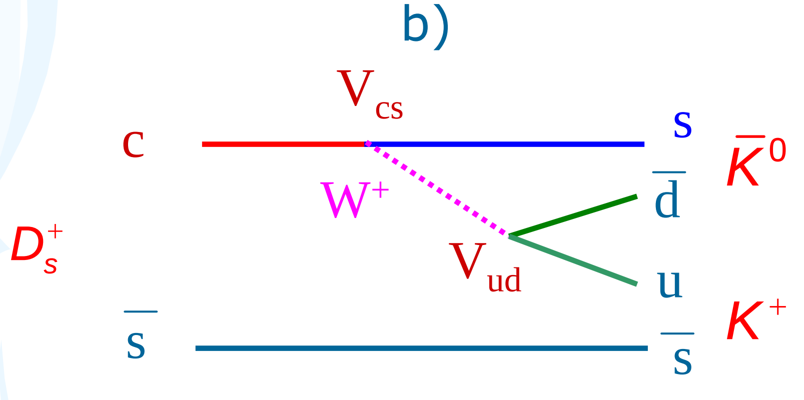
violazione dei numeri leptonici

h) $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$ ☒ SI ☐ NO :

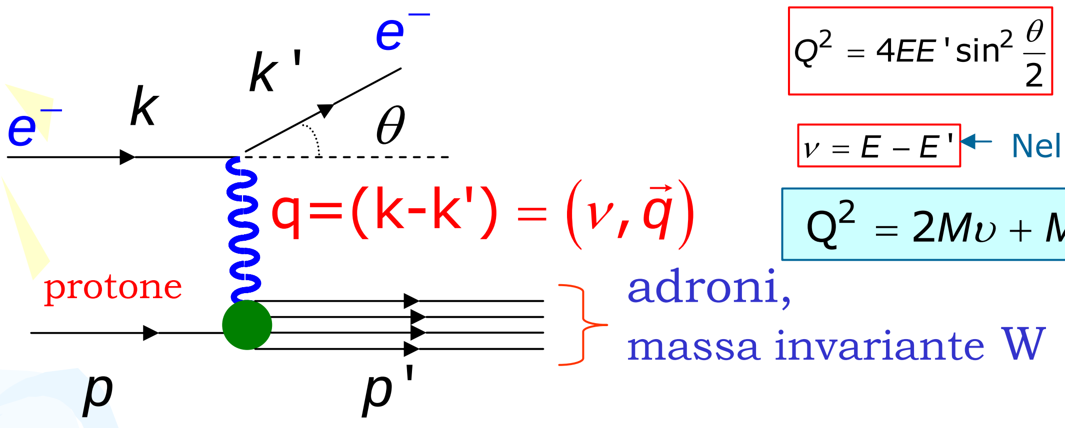
interazione debole, viene violata la stranezza

3. Disegnare il diagramma di Feynman, nel Modello Spettatore, dei seguenti decadimenti del mesone D_s^+ a) ; $D_s^+ \to \phi + e^+ + \nu_e$ b) $D_s^+ \to K^+ + \bar{K}^0$ (per i mesoni si indichi soltanto i quark) ed indicare quali elementi della matrice CKM intervengono nel decadimento. **[5 punti]**





4. In un esperimento di scattering di elettroni su protoni si utilizzano elettroni di 13.5 GeV e si posiziona lo spettrometro per rivelare gli elettroni diffusi ad un angolo di 6° rispetto alla linea di volo degli elettroni incidenti. Si trova una risonanza nella sezione d'urto differenziale in corrispondenza di una massa invariante del sistema adronico di 1.5 GeV. Si ricavi quanto vale l'energia dell'elettrone diffuso in corrispondenza di questa massa. Per semplicità nei calcoli si assuma la massa del protone pari a 1 GeV. **[6 punti]**



$$\boxed{Q^2 = 4EE'\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$\boxed{\nu = E - E'}$ ← Nel laboratorio

$$\boxed{Q^2 = 2M\upsilon + M^2 - W^2}$$

Nel nostro caso $W^2=(1.5)^2$ GeV^2, mentre $M^2=1$ GeV^2. Conosciamo E e θ, con qualche passaggio algebrico possiamo ricavare E'. Definiamo:

$$\Delta M^2 = M^2 - W^2 = 1-(1.5)^2 = -1.25 \text{ GeV}^2$$

$$Q^2 = 2M\upsilon + \Delta M^2 = 4EE'\sin 2\frac{\vartheta}{2} \;; \qquad 2M(E-E') + \Delta M^2 = 4EE'\sin^2\frac{\vartheta}{2} \;;$$

$$2ME + \Delta M^2 = 4EE'\sin^2\frac{\vartheta}{2} + 2ME';$$

$$E' = \frac{2ME + \Delta M^2}{4E\sin^2\frac{\vartheta}{2} + 2M} = \frac{2 \cdot 13.5 - 1.25}{4 \cdot 13.5 \cdot \sin^2 3° + 2} \simeq 12.0 \text{ GeV}$$

5. I mesoni ρ^0 (770) e f_2^0(1270) decadono per interazione forte in una coppia $\pi^+\pi^-$, e hanno rispettivamente spin 1 e spin 2. Il decadimento in una coppia di pioni neutri è assolutamente proibita per uno dei due mesoni. Indicare quale e spiegare il perché. **[5 punti]**

I due pioni neutri costituiscono un sistema di due particelle identiche, e dato che sono bosoni (hanno spin 0) la loro funzione d'onda deve essere completamente simmetrica. La parte di spin è simmetrica per definizione dato che il loro spin è nullo, quindi la parte orbitale deve essere simmetrica, questo vuol dire che il loro momento orbitale relativo deve essere pari, dato che la parità è uguale a $(-1)^L$. Dato che nel decadimento di una particella si deve conservare il momento angolare totale, e L non può essere dispari, ne consegue che il mesone ρ^0 che ha spin 1,non può decadere in due pioni neutri, mentre la f_2^0che ha spin 2 lo può fare tranquillamente.

---

6. La larghezza parziale calcolata del decadimento del W in una coppia di leptoni vale 226 MeV. Il B.R. misurato di questo decadimento è 10.8%. Ricavare la larghezza totale del W e la larghezza parziale del decadimento del W in adroni. La valutazione teorica del seguente rapporto delle larghezze parziali del W: $\frac{\Gamma(W \to u+b)}{\Gamma(W \to u+d)}$ vale $2*10^{-5}$. Spiegare come mai questo numero è così piccolo **[6 punti]**

$$\Gamma_{par} = \Gamma_{tot} \cdot B.R. \Rightarrow \Gamma_{tot} = \frac{\Gamma_{lept.}}{B.R.} = \frac{226}{0.108} = 2092 \; MeV$$

Ricordiamo che il W può decadere in tutti e tre i leptoni carichi (con il neutrino associato naturalmente), quindi:

$$\Gamma_{tot} = 3 \cdot \Gamma_{lept.} + \Gamma_{hadr.}$$

$$\Rightarrow \Gamma_{hadr.} = \Gamma_{tot} - 3 \cdot \Gamma_{lept.} = 2092 - 3 \cdot 226 = 1414 \; MeV$$

La larghezza parziale del W in una coppia di quark è proporzionale al quadrato dell'elemento opportuno della matrice CKM, quindi:

$$\frac{\Gamma(W \to u+b)}{\Gamma(W \to u+d)} = \frac{|V_{ub}|^2}{|V_{ud}|^2} = \left(\frac{4.31 \cdot 10^{-3}}{0.97377}\right)^2 \cong 2 \cdot 10^{-5}$$

7. Il K^0_S può decadere in due pioni carichi oppure in due pioni neutri. Trovare il rapporto tra il B.R. del decadimento in pioni neutri rispetto a quello in pioni carichi. Si ricorda che per ragioni di simmetria lo stato finale deve avere isospin totale zero **[5 punti]**

Nei decadimento deboli con $\Delta S=1$ si ha $\Delta I=1/2$, quindi dato che il K ha $I=1/2$, lo stato finale dei due pioni deve avere $I=0$ oppure $I=1$. La funzione d'onda dei due pioni deve essere simmetrica rispetto allo scambio delle due particelle, quindi dato che essi hanno spin zero e si trovano in uno stato di momento angolare $l=0$, anche la parte di isospin deve essere simmetrica, quindi $I=0$.

Utilizzando i coefficienti di Clebsh-Gordan si ha:

$$|0;0\rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}}|1,+1;1-1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|1,0;1,0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|1,-1;1+1\rangle =$$

$$= +\sqrt{\frac{1}{3}}\pi^+\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^0\pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^-\pi^+$$

Di conseguenza abbiamo:

$$\frac{B.R.\left(K^0_S \to \pi^0 + \pi^0\right)}{B.R.\left(K^0_S \to \pi^+ + \pi^-\right)} = \frac{\left|\langle \pi^0\pi^0 \mid 0;0\rangle\right|^2}{\left|\langle \pi^+\pi^- \mid 0;0\rangle\right|^2} = \frac{1}{2}$$

I valori sperimentali sono:

$$B.R.\left(K^0_S \to \pi^0 + \pi^0\right) = 30.7\% \quad ; \; B.R.\left(K^0_S \to \pi^+ + \pi^-\right) = 69.2\%$$

$$\frac{B.R.\left(K^0_S \to \pi^0 + \pi^0\right)}{B.R.\left(K^0_S \to \pi^+ + \pi^-\right)} = \frac{30.7}{69.2} = 0.44$$

Probabilmente vi è un contributo di ordine superiore con $\Delta I=3/2$