Teorie di gauge e Modello Standard

- Teorie di gauge.
- Invarianza di gauge locale: QED. Modello di Glashow-Weinberg-Salam.
- Rottura spontanea di una simmetria discreta.
- Teorema di Goldstone.
- Meccanismo di Higgs.
- Angolo di mixing debole θ_W.
- Massa dei bosoni. Massa dei fermioni.
- Bosone di Higgs.
- Struttura a doppietti delle particelle nel Modello Standard.
- Relazione di Gell-Mann Nishijima per l'isospin debole e l'ipercarica debole.
- Numeri quantici per leptoni e quark.
- Interazioni nel modello $SU(2)_L \times U(1)$.
- Introduzione dei W carichi.
- Introduzione del fotone e dello Z.
- Accoppiamento del fotone.
- Accoppiamento vettoriale e assiale dello Z.
- Cenni alla rinormalizzazione ed al running delle costanti di accoppiamento.

TEORIE DI GAUGE

- INVARIANZA DI GAUGE GLOBALE

$$\psi(x) \to \psi'(x) = e^{iQ\Lambda} \cdot \psi(x)$$

$\Rightarrow$ CONSERVAZIONE DELLA CARICA Q

- FACCIAMO UNA TRASFORMAZIONE NELLA QUALE IL PARAMETRO Λ SIA UNA FUNZIONE DELLO SPAZIOTEMPO

$$\Lambda = \Lambda(x)$$

$$\psi \to \psi' = e^{iq\Lambda(x)} \psi(x)$$

$$\bar{\psi} \to \bar{\psi}' = e^{-iq\Lambda(x)} \bar{\psi}(x)$$

- PRENDIAMO LA LAGRANGIANA DI DIRAC DI UNA PARTICELLA LIBERA

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi$$

- QUESTA NON È INVARIANTE PER UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE

  - TERMINE DI MASSA

$$m\bar{\psi}'\psi' = m\bar{\psi}\, e^{-iq\Lambda(x)} \cdot e^{+iq\Lambda(x)} \psi(x) = m\bar{\psi}\psi \quad \textbf{OK}$$

- $\partial_\mu \psi \rightarrow \partial_\mu \psi' = \partial_\mu \left(e^{iq\Lambda(x)} \psi(x) \right) = e^{iq\Lambda(x)} \partial_\mu \psi(x) +$

$$+ iq\, e^{iq\Lambda(x)} \psi(x) \cdot \partial_\mu \Lambda(x)$$

- PER CONSERVARE L'INVARIANZA SI INTRODUCE LA DERIVATA COVARIANTE

$$\boldsymbol{D_\mu \equiv \partial_\mu + iq A_\mu(x)} \quad \left(\begin{array}{c}\text{sostituzione}\\ \text{minimale}\end{array} \right)$$

- A_μ E' UN CAMPO VETTORIALE CHE, ATTRAVERSO LA TRASFORMAZIONE DI GAUGE, SI TRASFORMA COME:

$$\boldsymbol{A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \partial_\mu \Lambda(x)}$$

- LA DERIVATA COVARIANTE E' INVARIANTE PER UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE

$$\boldsymbol{D_\mu \psi \rightarrow e^{iq\Lambda(x)} D_\mu \psi}$$

- $D_\mu \psi \triangleq \left(\partial_\mu + iq A_\mu(x) \right) \psi(x) \rightarrow \left(\partial_\mu + iq A_\mu(x) - iq \partial_\mu \Lambda(x) \right) e^{iq\Lambda(x)} \psi(x)$

$$= e^{iq\Lambda(x)} \partial_\mu \psi(x) + iq \cancel{\partial_\mu \Lambda(x)} e^{iq\Lambda(x)} \psi(x) + iq A_\mu(x) e^{iq\Lambda(x)} \psi(x) - iq \cancel{\partial_\mu \Lambda(x)} e^{iq\Lambda(x)} \psi($$

$$= e^{iq\Lambda(x)} \left(\partial_\mu + iq A_\mu(x) \right) \psi(x) = e^{iq\Lambda(x)} D_\mu \psi(x)$$

- LA LAGRANGIANA SI SCRIVE COME:

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu \Psi - m\bar{\Psi}\Psi$$

LA QUALE È INVARIANTE PER UNA TRASF. DI GAUGE LOCALE

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu)\Psi - m\bar{\Psi}\Psi =$$

$$= i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi - m\bar{\Psi}\Psi - qA_\mu\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi = \mathcal{L}_{FREE} \underbrace{- J^\mu A_\mu}_{\text{termine di int. e.m.}}$$

$(J^\mu = q\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$: corrente e.m.$)$

- PER COMPLETEZZA OCCORRE AGGIUNGERE ALLA LAGRANGIANA IL TERMINE CINETICO DI A_μ

$$\mathcal{L}_{FREE}\,(\text{FOTONE}) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad [F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu]$$

- N.B. SE IL FOTONE AVESSE MASSA, BISOGNEREBBE AGGIUNGERE ALLA LAGRANGIANA UN TERMINE DEL TIPO:

$$\frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu$$

IL QUALE ROMPEREBBE L'INVARIANZA DI GAUGE LOCALE

$$A_\mu A^\mu \to (A_\mu - \partial_\mu\Lambda)(A^\mu - \partial^\mu\Lambda) \neq A_\mu A^\mu$$

SIMMETRIA SU(2) E CAMPI DI YANG-MILLS

- CONSIDERIAMO UN DOPPIETTO DI SU(2)

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \qquad \psi_1 \text{ e } \psi_2 \text{ SONO DUE SPINORI}$$

- LA LAGRANGIANA SI PUÒ SCRIVERE COME:

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi \qquad [\bar{\Psi} = (\bar{\psi}_1 \ \bar{\psi}_2)]$$

- RICHIEDIAMO CHE LA LAGRANGIANA SIA INVARIANTE PER UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE (INFINITESIMA)

$$\Psi(x) \to [1 - i g \vec{\Lambda}(x) \cdot \vec{I}\,] \Psi(x)$$

$\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$ SONO GLI OPERATORI DI ISOSPIN

$$[I_i, I_j] = i \, \varepsilon_{ijk} I_k$$

- INTRODUCIAMO LA DERIVATA COVARIANTE

$$D_\mu = \partial_\mu + i g \vec{I} \cdot \vec{W}_\mu \qquad (g = \text{costante di accoppiamento}$$

- $$\vec{W}_\mu(x) \to \vec{W}_\mu(x) + \partial_\mu \vec{\Lambda}(x) + g \vec{\Lambda}(x) \times \vec{W}_\mu(x)$$

- IL TERMINE CINETICO E': $L_W = -\frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu}$

$$\vec{W}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{W}_\nu - \partial_\nu \vec{W}_\mu - g \vec{W}_\mu \times \vec{W}_\mu$$

self coupling dei bosoni di gauge

- N.B. anche qui i bosoni devono avere massa nulla

MODELLO DI GLASHOW-WEINBERG-SALAM

- NEL MODELLO LE PARTICELLE SONO CLASSIFICATE COME:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \; e^-_R \; ; \; \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \; ; \; u_R \; ; \; d'_R$$

doppietto di isospin debole

- GLASHOW INTRODUSSE ANCHE L'IPERCARICA DEBOLE

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$$

	I	I_3	Q	Y
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
e^-_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e^-_R	0	0	-1	-2
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$
d'_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$
u_R	0	0	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$
d'_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$

- IL DOPPIETTO DI ISOSPIN DEBOLE PUO' ESSERE RUOTATO NELLO SPAZIO DI $SU(2)_L$ E LA LAGRANGIANA DEVE ESSERE INVARIANTE

- ANCHE TRASFORMAZIONI DELLA SIMMETRIA $U(1)_Y$ DEVONO LASCIARE LA LAGRANGIANA INVARIANTE

$\Rightarrow$ GRUPPO DI SIMMETRIA DEL MODELLO: $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

• LA LAGRANGIANA LIBERA SI SCRIVE COME:

$$\mathcal{L} = i\,\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + i\,\bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R$$

• FACCIAMO UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE INFIN

$SU(2)_L$ | $U(1)_Y$

$$\psi_L(x) \to \left[1 - i g \vec{\Lambda}(x)\cdot\vec{I}\right]\psi_L(x) \qquad \psi_L(x) \to \left[1 - i \frac{g'}{2}\lambda(x) Y\right]\psi_L(x)$$

$$\psi_R(x) \to \psi_R(x) \qquad \psi_R(x) \to \left[1 - i \frac{g'}{2}\lambda(x) Y\right]\psi_R(x)$$

• $\vec{\Lambda}(x)$ E' UN VETTORE NELLO SPAZIO DELL'ISOSPIN DEBOLE

• OCCORRE INTRODURRE LA DERIVATA COVARIANTE

$$D_\mu = \partial_\mu + i g \vec{I}\cdot\vec{W}_\mu + i \frac{g'}{2} Y B_\mu$$

$SU(2)_L$ | $U(1)_Y$

$$\vec{W}_\mu \to \vec{W}_\mu + \partial_\mu \Lambda(x) + g \vec{\Lambda}(x) \times \vec{W}_\mu \qquad \vec{W}_\mu \to \vec{W}_\mu$$

$$B_\mu \to B_\mu \qquad B_\mu \to B_\mu + \partial_\mu \lambda(x)$$

• TERMINE CINETICO: $-\frac{1}{4}\vec{W}_{\mu\nu}\cdot\vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[i\partial_\mu - g\vec{I}\cdot\vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu\right]\psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \left[i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu\right]\psi_R -$$

$$- \frac{1}{4}\vec{W}_{\mu\nu}\cdot\vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

• N.B. NON CI SONO TERMINI DI MASSA PER I BOSONI DI GAUGE PERCHE' ROMPONO LA SIMMETRIA DI GAUGE LOCALE

• N.B. NON C'E' $m\bar{\psi}\psi$ PERCHE' $\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R$

ROTTURA SPONTANEA DI UNA SIMMETRIA DISCRETA

- LAGRANGIANA DI UN CAMPO SCALARE

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)(\partial^\mu \varphi) - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2$$

$\Longrightarrow \quad \partial_\mu \partial^\mu \varphi + m^2 \varphi = 0 \quad$ [eq. del moto]

(particelle di spin 0 e massa m)

- CONSIDERIAMO ORA:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)(\partial^\mu \varphi) - \frac{1}{2}\mu^2 \varphi^2 - \frac{1}{4}\lambda \varphi^4$$

- μ e λ sono costanti, con $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$

- LA LAGRANGIANA HA SIMMETRIA DI RIFLESSIONE

- SE $\mu^2 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\mu^2\varphi^2$ NON PUÒ ESSERE IL TERMINE DI MAS

- N.B. IL CALCOLO DELLE AMPIEZZE DI SCATTERING CON LA TECNIC DEI DIAGRAMMI DI FEYNMAN È UN METODO PERTURBATIVO DOVE I CAMPI SONO TRATTATI COME FLUTTUAZIONI INTORN AD UNO STATO DI MINIMA ENERGIA: LO STATO FONDAMENTA (IL VUOTO)

  - FINORA LO STATO FONDAMENTALE ERA BANALE, $\varphi = 0$.

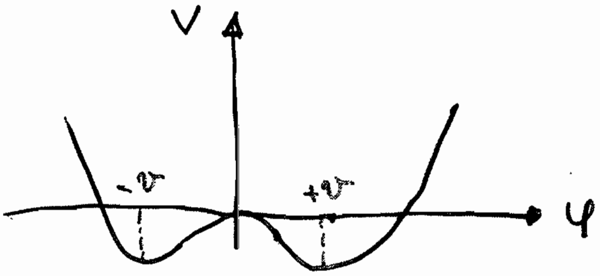
  - NEL CASO PRESENTE $\varphi = 0$ NON È LO STATO FONDAMENTA

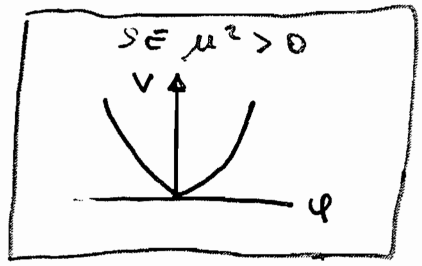
- CONSIDERIAMO LA LAGRANGIANA COME UN TERMINE CINETICO $T=\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)(\partial^\mu\varphi)$ MENO UN TERMINE DI ENERGIA POTENZIALE V

$$V(\varphi) = \frac{1}{2}\mu^2\varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda\varphi^4$$

- I MINIMI CORRISPONDONO A:

$$\frac{\partial V}{\partial\varphi} = \varphi(\mu^2+\lambda\varphi^2)=0 \quad \begin{cases} \varphi = 0 \\ \varphi = \pm v \end{cases} ; \; v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$$





- POSSIAMO SCEGLIERE $\varphi = v$ E INTRODURRE $\chi(x)$

$$\varphi(x) = v + \chi(x)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)(\partial^\mu\chi) - \lambda v^2\chi^2 - \lambda v\chi^3 - \frac{1}{4}\lambda\chi^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4$$

termine di massa — self-interaction — è una costante

- $m_\chi = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$

- POTEVAMO ANCHE SCEGLIERE DI SVILUPPARE $\varphi(x)$ INTORNO A $-v$

- SEBBENE LA LAGRANGIANA ABBIA UNA SIMMETRIA PER RIFLESSIONE, LO STATO FONDAMENTALE NON HA QUESTA SIMMETRIA E QUANDO NE SCEGLIAMO UNO ROMPIAMO LA SIMMETRIA. QUESTA È LA ROTTURA SPONTANEA DI SIMMETRIA.

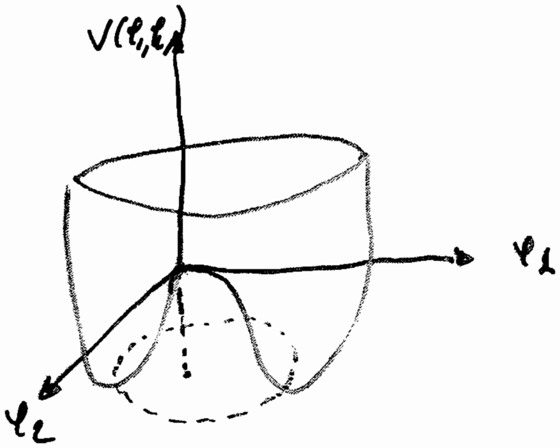
ROTTURA SPONTANEA DI UNA SIMMETRIA CONTINUA : TEOREMA DI GOLDSTONE

- CAMPO SCALARE COMPLESSO $\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + i\varphi_2)$

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^* (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^* \varphi - \lambda (\varphi^* \varphi)^2$$

- LA LAGRANGIANA E' INVARIANTE PER $U(1)$ $\varphi \to \varphi' = e^{i\alpha}\varphi$

$$V(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{2}\mu^2(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda(\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2$$



- LA CONDIZIONE DI MINIMO SI HA SUL CERCHIO

$$\varphi_1^2 + \varphi_2^2 = v^2 \qquad v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$$

- SCEGLIAMO COME MINIMO INTORNO AL QUALE FARE LO SVILUPPO PERTURBATIVO

$$\varphi_1 = v \quad ; \quad \varphi_2 = 0$$

$$\varphi_1(x) = v + \chi_1(x)$$
$$\varphi_2(x) = \chi_2(x)$$
$$\Longrightarrow \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \chi_1(x) + i\,\chi_2(x)\right)$$

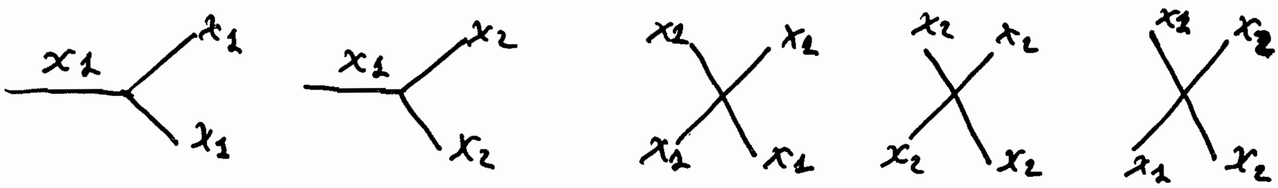
- LA LAGRANGIANA DIVENTA

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \chi_1)(\partial^\mu \chi_1) - \lambda v^2 \chi_1^2 \right] + \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \chi_2)(\partial^\mu \chi_2) \right] -$$

$$- \left[\lambda v (\chi_1^3 + \chi_1 \chi_2^2) + \frac{\lambda}{4}(\chi_1^4 + \chi_2^4 + 2\chi_1^2 \chi_2^2) \right] + \frac{\lambda}{4} v^4$$

$\Rightarrow \quad m_{\chi_1} = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} > 0$ OK

- IL TERZO TERMINE RAPPRESENTA LE SELF-INTERACTION



- IL SECONDO TERMINE RAPPRESENTA UN CAMPO SCALARE CON MASSA NULLA (BOSONE DI GOLDSTONE)

- POTETE "MUOVERVI" LUNGO I MINIMI SENZA SPRECARE ENERGIA

- TEOREMA DI GOLDSTONE: LA ROTTURA SPONTANEA DI UNA SIMMETRIA CONTINUA GENERA UNO (O PIU') BOSONI SCALARI A MASSA NULLA.

IL MECCANISMO DI HIGGS

- IL MECCANISMO DI HIGGS CORRISPONDE ALLA ROTTURA SPONTANEA DELLA SIMMETRIA DI UNA LAGRANGIANA CHE È INVARIANTE PER UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE

  $\Rightarrow$ TEOREMA DI GOLDSTONE + BOSONI DI GAUGE

- CONSIDERIAMO LA LAGRANGIANA SEGUENTE:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu - iqA_\mu)\varphi^*(\partial^\mu + iqA^\mu)\varphi - \mu^2\varphi^*\varphi - \lambda(\varphi^*\varphi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

LA QUALE È INVARIANTE PER LA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE

$$\varphi(x) \to \varphi'(x) = e^{iq\Lambda(x)}\varphi(x)$$

- SE $\mu^2 < 0$ $\Rightarrow$ BISOGNA SVILUPPARE IL CAMPO φ INTORNO AD UN MINIMO $\neq \varphi = 0$, AD ESEMPIO:

$$\varphi_1 = v + \chi_1(x)$$
$$\varphi_2 = \chi_2(x)$$

- LA LAGRANGIANA DIVENTA:

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \chi_1)(\partial^\mu \chi_1) - \lambda v^2 \chi_1^2\right] + \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \chi_2)(\partial^\mu \chi_2)\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}q^2v^2 A_\mu A^\mu - qvA_\mu\partial^\mu\chi_2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \text{termini di interazione}$$

- ANALIZZIAMO LA LAGRANGIANA:

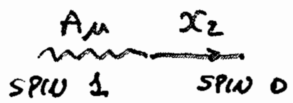
  - CAMPO SCALARE χ_1 CON MASSA $m_{\chi_1} = \sqrt{2\lambda v^2}$

  - BOSONE DI GOLDSTONE χ_2 PRIVO DI MASSA

  - IL BOSONE DI GAUGE A_μ HA ACQUISTATO UN TERMINE DI MASSA

    $$m_A = gv$$

- TUTTAVIA IL TERMINE $A_\mu \partial^\mu \chi_2$, CHE SEMBREREBBE PERMETTERE AL BOSONE A_μ DI TRASFORMARSI IN χ_2 MENTRE SI PROPAGA, GETTA DEI DUBBI SU QUESTA INTERPRETAZIONE



- ANALIZZIAMO I GRADI DI LIBERTA' DELLA LAGRANGIANA

  - PRIMA DELLA ROTTURA SPONTANEA DELLA SIMMETRIA

    - 2 CAMPI SCALARI REALI φ_1 e φ_2
    - 2 STATI DI ELICITA' DI A^μ (SPIN 1, MASSA ZERO)

    $\Rightarrow$ 4 GRADI DI LIBERTA'

  - DOPO LA ROTTURA SPONTANEA DELLA SIMMETRIA (SCEGLIENDO CIOE' UN PARTICOLARE STATO DI VUOTO)

    - 2 CAMPI SCALARI REALI χ_1 e χ_2
    - 3 STATI DI ELICITA' DI A^μ (SPIN 1, MASSA $\neq 0$)

    $\Rightarrow$ 5 GRADI DI LIBERTA'

$\Longrightarrow$ NON VA BENE

- PER TROVARE LA VIA D'USCITA A QUESTO PROBLEMA, OCCORRE RICORDARSI CHE È SEMPRE POSSIBILE FARE UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE

- CAMBIANO LA PARAMETRIZZAZIONE DI $\varphi(x)$ UTILIZZANDO IL "MODULO" E LA "FASE"

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[v + H(x)\, e^{i\frac{\theta(x)}{v}}\right]$$

— $H(x)$ e $\theta(x)$ sono campi reali

- FACCIAMO UNA TRASFORMAZIONE DI GAUGE IN MODO DA ELIMINARE IL CAMPO $\theta(x)$

$$\varphi'(x) = e^{iq\Lambda(x)}\varphi(x)$$

$$\Longrightarrow \quad (v + H'(x))\, e^{i\frac{\theta'(x)}{v}} = e^{iq\Lambda(x)} \cdot (v + H(x))\, e^{i\frac{\theta(x)}{v}}$$

$$\Longrightarrow \quad H'(x) = H(x)$$

$$\theta'(x) = \theta(x) + qv\Lambda(x)$$

- SE SCEGLIAMO $\Lambda(x) = -\frac{1}{qv}\theta(x)$

- IL BOSONE DI GOLDSTONE CONNETTE I VARI STATI DI VUOTO CHE SONO DEGENERI IN ENERGIA. CON L'INVARIANZA DI GAUGE ABBIAMO "TOLTO" QUESTO GRADO DI LIBERTA' NON VOLUTO.

CON LA NUOVA PARAMETRIZZAZIONE IL CAMPO θ NON DOVREBBE APPARIRE ESPLICITAMENTE NELLA LAGRANGIANA

- IN QUESTA NUOVA "GAUGE UNITARIA" A_μ DIVENTA:

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{qv}\partial_\mu \theta(x)$$

$$\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[v + H(x)\right]$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 - \lambda v^2 H^2\right] + \frac{1}{2}q^2 v^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{2}q^2 A_\mu A^\mu H^2 +$$

$$+ q^2 v A_\mu A^\mu H - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4}H^4 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{\lambda v^4}{4}$$

$\mathcal{L}$ NON DIPENDE DA θ COME CI ASPETTAVAMO; IL BOSONE DI GOLDSTONE È SCOMPARSO. È STATO "MANGIATO" DAL BOSONE DI GAUGE CHE È INGRASSATO ED HA ACQUISTATO MASSA.

- LA LAGRANGIANA DESCRIVE ORA UN BOSONE SCALARE H(HIGGS) DI MASSA $m_H = \sqrt{2\lambda v^2}$ ED UN BOSONE DI GAUGE VETTORIALE A_μ, DI MASSA $m_A = qv$

- GLI ALTRI TERMINI DELLA LAGRANGIANA DESCRIVONO LE INTERAZIONI TRA I CAMPI E LE SELF-INTERACTIONS

N.B. QUESTO È IL MECCANISMO DI HIGGS ABELIANO, CIOÈ VALIDO PER UN GRUPPO DI SIMMETRIA COMMUTATIVO

MECCANISMO DI HIGGS E MODELLO DI GWS

- STUDIAMO LA ROTTURA SPONTANEA DI SIMMETRIA PER IL GRUPPO (NON ABELIANO) $SU(2) \times U(1)$.
  PARTIAMO DALLA LAGRANGIANA SEGUENTE E STUDIAMO $SU(2)$:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^+ (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^+ \varphi - \lambda (\varphi^+ \varphi)^2$$

- φ E' UN DOPPIETTO DI $SU(2)$ DI CAMPI COMPLESSI

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix}$$

- LA LAGRANGIANA E' INVARIANTE PER UNA TRASFORMAZIONE GLOBALE DI $SU(2)$

$$\varphi \to \varphi' = e^{i \frac{\Lambda_J \tau_J}{2}} \varphi \qquad (J = 1, 2, 3)$$

AFFINCHE' LO SIA ANCHE PER UNA LOCALE OCCORRE INTRODURRE LA DERIVATA COVARIANTE

$$D_\mu = \partial_\mu + i g \frac{\tau_J}{2} W_\mu^J$$

$$\varphi(x) \to \varphi'(x) = [1 + \vec{\Lambda}(x) \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}] \varphi(x)$$

$$\vec{W}_\mu \to \vec{W}_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \vec{\Lambda} - \vec{\Lambda} \times \vec{W}_\mu$$

- IL POTENZIALE E'

$$V(\varphi) = \mu^2 \varphi^+ \varphi - \lambda (\varphi^+ \varphi)^2$$

- LA LAGRANGIANA SI PUÒ SCRIVERE COME:

$$\mathcal{L} = \left(\partial_\mu \varphi + i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu \varphi\right)^+ \left(\partial^\mu \varphi + i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu \varphi\right) - V(\varphi) - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}_{\mu\nu}$$

- CONSIDERIAMO IL CASO $\mu^2 < 0$ E $\lambda > 0$
IL MINIMO DEL POTENZIALE SI HA PER:

$$\varphi^+ \varphi = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}$$

$$\varphi^+ \varphi = \left(\varphi_a^* \ \ \varphi_b^*\right) \begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{pmatrix} = \varphi_a^* \varphi_a + \varphi_b^* \varphi_b$$

$$= \frac{1}{2} \left(\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_4^2\right) = \frac{v^2}{2}$$

- SCEGLIAMO UN MINIMO, ROMPIAMO LA SIMMETRIA DELLO STATO FONDAMENTALE

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_4 = 0 \quad ; \quad \varphi_3^2 = v^2$$

- LO STATO DI VUOTO CHE ABBIAMO SCELTO È:

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

FACCIAMO LO SVILUPPO PERTURBATIVO INTORNO A QUESTO STATO, SCEGLIENDO UNA GAUGE OPPORTUNA TALE CHE SI ABBIA:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

- IN QUESTO MODO TRE CAMPI SCALARI SONO STATI ELIMINATI DALLA TRASFORMAZIONE DI GAUGE E SIAMO RIMASTI CON UN SOLO CAMPO [illegible]

- POSSIAMO RISCRIVERE LA LAGRANGIANA IN TERMINI DEL CAMPO DI HIGGS H

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 - \lambda v^2 H^2\right] + \frac{g^2 v^2}{8}\left[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 + (W_\mu^3)^2\right]$$

+ higher order terms + termine cinetico per i $\vec{W}$

- QUESTA LAGRANGIANA DESCRIVE UN CAMPO DI HIGGS SCALARE DI MASSA

$$m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{(-2\mu^2)} = ????\ GeV$$

E TRE BOSONI DI GAUGE MASSIVI DI MASSA

$$m_W = \frac{1}{2} g v$$

- I TRE BOSONI DI GAUGE SI SONO MANGIATI I TRE CAMPI DI GOLDSTONE ACQUISTANDO MASSA

- OCCORRE ESTENDERE QUESTI CONCETTI ALL'INTERA SIMMETRIA $SU(2) \otimes U(1)$

$SU(2)_L \times U(1)$

- LA LAGRANGIANA ELETTRODEBOLE INVARIANTE PER LA TRASFORMAZIONE DI GAUGE LOCALE È:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \left[i\partial_\mu - g\vec{I}\cdot\vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu \right] \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \left[i\partial_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu \right] \Psi_R$$

+ termini cinetici per $\vec{W}$ e B

- INTRODUCIAMO NELLA LAGRANGIANA QUATTRO CAMPI SCALARI REALI φ_i

$$\mathcal{L} = D_\mu \varphi^+ D^\mu \varphi - \mu^2 \varphi^+ \varphi - \lambda (\varphi^+ \varphi)^2$$

$$D_\mu = \left[i\partial_\mu - g\vec{I}\cdot\vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu \right]$$

- SIAMO INTERESSATI AL CASO IN CUI $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$

- SEGUIAMO WEINBERG ED ARRANGIAMO I QUATTRO CAMPI φ_i IN UN DOPPIETTO DI ISOSPIN DEBOLE CON IPERCARICA DEBOLE $Y = 1$

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_1 + i\varphi_2 \\ \varphi_3 + i\varphi_4 \end{pmatrix}$$

– φ^+ HA CARICA ELETTRICA $Q = 1$ E φ^0 HA $Q = 0$

- SCEGLIAMO IL MINIMO DEL POTENZIALE TALE CHE

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

E SVILUPPIAMO $\varphi(x)$ INTORNO A QUESTO PUNTO, CON UN'OPPORTUNA SCELTA DELLA GAUGE

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

- LA LAGRANGIANA DIVENTA:

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu H)^2 - \lambda v^2 H^2\right] + \frac{g^2 v^2}{8}\left(W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}\right) +$$

$$+ \frac{v^2}{8}\left(g W_\mu^3 - g' B_\mu\right)\left(g W^{3\mu} - g' B^\mu\right) + \text{higher order term} + \text{t. cin}$$

- DA QUI SI VEDE CHE I CAMPI W_μ^1 E W_μ^2 HANNO UN TERMINE DI MASSA "CONVENZIONALE", MENTRE I CAMPI W_μ^3 E B_μ SONO MESCOLATI

- DOBBIAMO RUOTARE QUESTI DUE CAMPI IN MODO TALE CHE IL TERMINE DI MASSA SIA DIAGONALE NEI NUOVI DUE CAMPI

$$\frac{1}{8}v^2 \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}$$

matrice di massa, va diagonalizzata

<u>UNO DEI DUE AUTOVALORI E' ZERO</u>

$$\frac{1}{8}v^2\left[g^2 (W_\mu^3)^2 - 2gg' W_\mu^3 B^\mu + g'^2 B_\mu^2\right] = \frac{v^2}{8}\left[g W_\mu^3 - g' B_\mu\right]^2 +$$

$$+ 0 \cdot \left[g' W_\mu^3 + g B_\mu\right]^2$$

$$\Rightarrow \qquad A_\mu = \frac{g' W_\mu^3 + g B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \qquad \text{con } m_A = 0$$

$$Z_\mu = \frac{g W_\mu^3 - g' B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \qquad \text{con } m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}$$

- SE INTRODUCIAMO

$$\frac{g'}{g} = \tan\vartheta_W \quad ; \quad \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} = \cos\vartheta_W \quad ; \quad \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} = \sin\vartheta_W$$

$$\Longrightarrow \quad A_\mu = \cos\vartheta_W B_\mu + \sin\vartheta_W W_\mu^3$$

$$Z_\mu = -\sin\vartheta_W B_\mu + \cos\vartheta_W W_\mu^3$$

- RISULTA ANCHE

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\vartheta_W$$

- LA ROTTURA SPONTANEA DELLA SIMMETRIA $SU(2)_L \otimes U(1)$ HA DATO ORIGINE AL SEGUENTE SPETTRO DI MASSE:

  - 1 BOSONE DI HIGGS, $m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$
  - 2 BOSONI CARICHI $W^\pm$, $m_W = \frac{1}{2} g v$
  - 1 BOSONE NEUTRO Z, $m_Z = m_W/\cos\vartheta_W$
  - 1 BOSONE NEUTRO A MASSA NULLA (FOTONE)

N.B. $Q\varphi_0 = \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)\varphi_0 = 0 \Rightarrow$ LA CARICA DEL MINIMO SCELTO E' NULLA, QUINDI LA SIMMETRIA $U(1)^{em}$ NON E' ROTTA ED IL FOTONE RIMANE A MASSA NULLA

MASSA DEI BOSONI

- DALL' ANALISI DEL DECADIMENTO DEL μ SI RICAVA LA RELAZIONE

$$\frac{g^2}{8 m_w^2} = \frac{G}{\sqrt{2}}$$

- DATO CHE $m_w = \frac{1}{2} v g \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{G\sqrt{2}}}$

- IL VALORE DI ASPETTAZIONE DEL VUOTO DIPENDE SOLO DALLA COSTANTE DI FERMI.

– USANDO IL VALORE $G = 1.17 \cdot 10^{-5}\ GeV^{-2} \Rightarrow v \approx 246\ GeV$

- DATO CHE $g \sin\theta_w = e$

$$m_w = \left(\frac{\pi\alpha}{G\sqrt{2}}\right)^{1/2} \frac{1}{\sin\theta_w} \qquad \alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

- $\sin\theta_w$ DEVE ESSERE MISURATO SPERIMENTALMENTE. LA PRIMA MISURA FU FATTA CON IL DEEP INELASTIC SCATTERING DEI NEUTRINI NEGLI ANNI '70

$$\sin^2\theta_w \approx 0.23 \Rightarrow m_w \approx 80\ GeV, \quad m_Z \approx 90\ GeV$$

- N.B. LA MASSA DEL BOSONE DI HIGGS NON È PREVISTA DAL MODELLO STANDARD PERCHÉ DIPENDE DAL PARAMETRO INCOGNITO λ CHE COMPARE NEL POTENZIALE $V(\phi)$

MASSA DEI FERMIONI

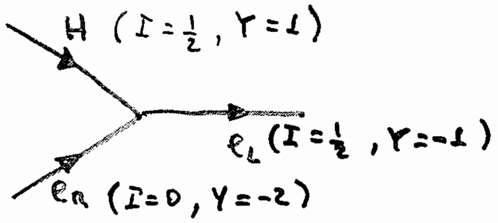
- IL TERMINE DI MASSA DEI FERMIONI $-m\bar{e}e$ NON PUÒ ESSERE MESSO ESPLICITAMENTE NELLA LAGRANGIANA PERCHÉ ROMPE LA SIMMETRIA $SU(2)_L \times U(1)$

$$-m\bar{e}e = -m\bar{e}\left[\tfrac{1}{2}(1-\gamma^5)+\tfrac{1}{2}(1+\gamma^5)\right]e = -m(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L \cdot e_R)$$

- RICORDIANO CHE

	I	I_3	Y
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
e_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
e_R	0	0	-2

$$\begin{pmatrix}\nu_e\\ e^-\end{pmatrix}_L \qquad e_R$$



IL BOSONE DI HIGGS HA I NUMERI QUANTICI GIUSTI PER ACCOPPIARSI A e_L E e_R

- AGGIUNGIAMO ALLA LAGRANGIANA IL TERMINE INVARIANTE PER TRASFORMAZIONE DI GAUGE

$$\mathcal{L} = -g_e\left[\bar{L}\,\varphi\, e_R + \bar{e}_R\,\bar{\varphi}\, L\right] \quad \text{dove } L = \begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix}_L ;\ \varphi = \begin{pmatrix}\varphi^+\\ \varphi^0\end{pmatrix}$$

$$(\bar{\nu}_e \ \ \bar{e}_L)\begin{pmatrix}\varphi^+\\ \varphi^0\end{pmatrix} = (\bar{\nu}_e\varphi^+ + \bar{e}_L\varphi^0)$$

g_e = costante di accoppiamento

- FACCIAMO LA SOLITA ROTTURA SPONTANEA DELLA SIMMETRIA

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}$$

- LA LAGRANGIANA DIVENTA

$$\mathcal{L} = \frac{-g_e v}{\sqrt{2}} \left(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L \cdot e_R \right) - \frac{g_e}{\sqrt{2}} \left(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R \right) H$$

TERMINE DI MASSA

$$m_e = \frac{g_e \cdot v}{\sqrt{2}}$$

ACCOPPIAMENTO DELL'ELETTRONE CON IL BOSONE DI HIGGS

$$\mathcal{L} = - m_e \bar{e} e - \left(\frac{m_e}{v} \right) \bar{e} e H$$

N.B. LA COSTANTE DI ACCOPPIAMENTO È PROPORZIONALE ALLA MASSA

- PER GENERARE LE MASSE DEI QUARK SI ~~INTRODUCE~~ IL DOPPIETTO CONIUGATO

$$\tilde{\varphi} = i \tau_2 \varphi^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}^0 \\ -\varphi^- \end{pmatrix} \Longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} = - g_d \bar{L}_q \varphi d_R - g_u \bar{L}_q \tilde{\varphi} \cdot u_R + \text{Hermitiano coniugato}$$

$$\Longrightarrow \mathcal{L} = - m_d \bar{d} d - m_u \bar{u} u - \frac{m_d}{v} \bar{d} d H - \frac{m_u}{v} \bar{u} u H$$

MODELLO STANDARD

- RICORDIAMO I PUNTI SALIENTI DEL MODELLO STANDARD

- LE PARTICELLE SONO ORGANIZZATE IN DOPPIETTI DI ISOSPIN DEBOLE:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

- IL PEDICE "L" RICORDA CHE QUESTA ORGANIZZAZIONE RIGUARDA SOLO GLI STATI CHIRALI LEVOGIRI, PERCHE' IL W SI ACCOPPIA SOLO CON QUESTI STATI PER VIA DEL FATTORE $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ PRESENTE NELLA LAGRANGIANA

- GLI STATI DESTROGIRI COSTITUISCONO UN SINGOLETTO DI ISOSPIN DEBOLE

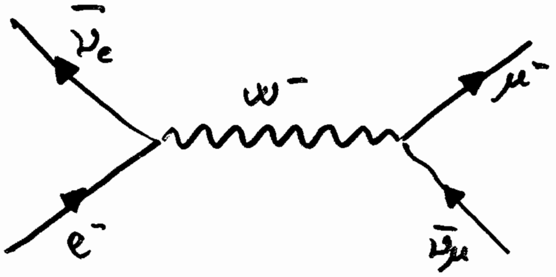
$$e^-_R \, , \, \mu^-_R \, , \, \tau^-_R \, , \, u_R \, , d'_R \, , c_R \, , s'_R \, , t_R \, , b'_R$$

- IL NEUTRINO DESTROGIRO NON VIENE PRESO IN CONSIDERAZIONE PERCHE', ANCHE SE ESISTESSE, NON SI ACCOPPIEREBBE A NULLA (LE COSE CAMBIANO SE I NEUTRINI AVESSERO MASSA)

- PER LE ANTIPARTICELLE OCCORRE PRENDERE IN CONSIDERAZIONE GLI STATI CON CHIRALITA' OPPOSTA, VALE A DIRE DOPPIETTI DESTROGIRI E SINGOLETTI LEVOGIRI

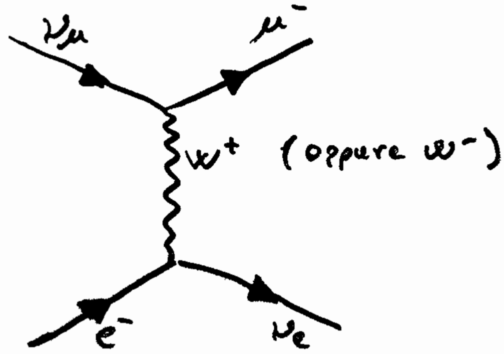
ACCOPPIAMENTI DEL W

- IL W (CARICO) SI ACCOPPIA ALLE PARTICELLE DEL DOPPIETTO PRODUCENDOLE ENTRAMBE (CANALE S) OPPURE INDUCENDO UNA TRANSIZIONE NELL'ALTRA PARTICELLA (CANALE t)



$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

(CANALE S)



$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$

(CANALE t)

- N.B. NEL CANALE S LA CARICA DEL BOSONE W E' UNIVOCA PERCHE' I DUE VERTICI SONO TEMPORALMENTE SEPARATI, MENTRE NEL CANALE t NON LO SONO (IL TIME ORDER PRODUCT TIENE CONTO AUTOMATICAMENTE DI QUESTA COSA) QUINDI SI PUO' AVERE LO SCAMBIO DI UN W^+ OPPURE DI UN W^-; AI FINI DEL CALCOLO LA COSA E' PERFETTAMENTE ANALOGA

- IL W SI ACCOPPIA AD UNA CORRENTE CARICA IN QUANTO SI HA UNA TRANSIZIONE TRA I DUE STATI DEL DOPPIETTO DI ISOSPIN DEBOLE, LA CUI CARICA DIFFERISCE DI UNO.

- L'ELEMENTO DI MATRICE SI PUO' SCRIVERE COME:

$$M = \frac{g}{\sqrt{2}} (J^\mu)^\dagger \frac{1}{M_W^2 - q^2} \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu)$$

CORRENTI CARICHE

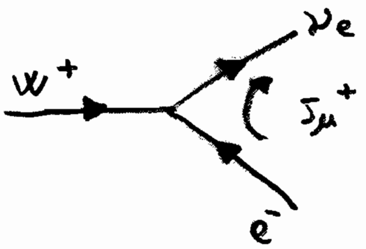
- CORRENTE DI INNALZAMENTO DELLA CARICA PER L'ELETTRONE

$$J_e^\mu = \bar{u}(\nu)\,\gamma^\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,u(e)$$

- LA CORRISPONDENTE CORRENTE DI INNALZAMENTO DELLA CARICA DEI QUARK SI SCRIVE:

$$J_q^\mu = \bar{u}(u)\,\gamma^\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,u(d')$$

- QUINDI LA CORRENTE CARICA DI INNALZAMENTO HA LA FORMA:



$$J_\mu^+ = \bar{u}(\nu_e)\,\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,u(e)$$

- COME ABBIAMO GIÀ VISTO, L'OPERATORE $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ È IL PROIETTORE DELLO STATO CHIRALE LEVOGIRO PER LE PARTICELLE E DELLO STATO CHIRALE DESTROGIRO PER LE ANTIPARTICELLE, I QUALI COINCIDONO RISPETTIVAMENTE CON GLI STATI AVENTI ELICITÀ NEGATIVA E POSITIVA PER PARTICELLE DI MASSA NULLA

$$\frac{1-\gamma^5}{2}\,u \equiv u_L \quad ; \quad \frac{1-\gamma^5}{2}\,v = v_R$$

$$\bar{u}_L = \bar{u}\,\frac{1+\gamma^5}{2} \quad ; \quad \bar{v}_R = \bar{v}\,\frac{1+\gamma^5}{2}$$

- RICORDIAMO INOLTRE CHE:

$$\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2} = \frac{1+\gamma^5}{2}\,\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}$$

CORRENTI CARICHE

- QUINDI LA CORRENTE CARICA SI PUÒ SCRIVERE COME:

$$J_\mu^+ = \bar{\nu}\,\frac{1+\gamma^5}{2}\,\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,e = \bar{\nu}_L\,\gamma^\mu\,e_L$$

$\Rightarrow$ ABBIAMO OTTENUTO UNA CORRENTE PURAMENTE VETTORIALE CHE SI ACCOPPIA SOLTANTO ALLE COMPONENTI LEVOGIRE DELLE PARTICELLE

o —— o —— o —— o —— o —— o —— o

- RICORDIAMO LA CORRENTE ELETTROMAGNETICA:

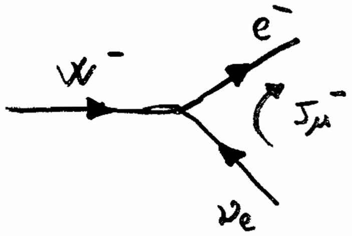
$$J_\mu^{e.m.} = -\,\bar{e}\,\gamma_\mu\,e$$

$$J_\mu^{e.m} = -\left(\bar{e}_R\,\gamma_\mu\,e_R + \bar{e}_L\,\gamma_\mu\,e_L\right)$$

UNA CORRENTE VETTORIALE NON MESCOLA GLI STATI LEVOGIRI CON QUELLI DESTROGIRI

o —— o —— o —— o —— o —— o —— o

- CONSIDERIAMO ORA LA CORRENTE DI ABBASSAMENTO DELLA CARICA:



$$J_\mu^- = \bar{e}\,\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,\nu =$$

$$= \bar{e}\,\frac{1+\gamma^5}{2}\,\gamma_\mu\,\frac{1-\gamma^5}{2}\,\nu = \bar{e}_L\,\gamma_\mu\,\nu_L$$

N.B. INDICO GLI SPINORI DIRETTAMENTE CON IL NOME DELLA PARTICELLA SENZA DISTINGUERE TRA u E v

CORRENTI DEBOLI

- IN MANIERA COMPATTA, LE DUE CORRENTI CARICHE DI INNALZAMENTO E DI ABBASSAMENTO, SI POSSONO SCRIVERE NEL MODO SEGUENTE:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad ; \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \; ; \; \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \qquad J_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L$$

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm i \tau_2) \quad ; \quad \bar{\chi}_L = (\bar{\nu}_e \quad \bar{e})$$

- SE ORA RICHIEDIAMO CHE LE INTERAZIONI DEBOLI SIANO INVARIANTI PER ROTAZIONI NELLO SPAZIO DELL'ISOSPIN DEBOLE, OCCORRE INTRODURRE UNA TERZA CORRENTE DI ISOSPIN CHE CONSERVI LA CARICA:

$$J_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau_3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L \; ; \; \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- QUESTA CORRENTE NON PUÒ ESSERE ASSOCIATA DIRETTAMENTE ALLA CORRENTE DEBOLE NEUTRA (SCAMBIO DELLO Z) PERCHE' J_μ^3 SI ACCOPPIA SOLO ALLE COMPONENTI LEVOGIRE, MENTRE LO Z SI ACCOPPIA ANCHE A QUELLE DESTROGIRE

- PER CERCARE DI RISOLVERE IL PROBLEMA GLASHOW PROPOSE DI TRATTARE SIMULTANEAMENTE LE INTERAZIONI ELETTROMAGNETICHE (CHE SONO DESCRITTE DA UNA CORRENTE NEUTRA) E LE INTERAZIONI DEBOLI

- N.B. IN QUESTO DISCORSO C'E' UN "GLITCH" LOGICO, NEL 1961 NON SI CONOSCEVA LO Z NE' TANTO MENO LE SUE INTERAZIONI

CORRENTI NEUTRE

- NEL 1961 GLASHOW SUGGERI' L'INTRODUZIONE DI UNA CORRENTE DI IPERCARICA DEBOLE

$$J_\mu^Y = \bar{\Psi} \gamma_\mu Y \Psi$$

DOVE L'IPERCARICA DEBOLE Y E' COLLEGATA ALLA TERZA COMPONENTE DELL'ISOSPIN DEBOLE ATTRAVERSO UNA RELAZIONE ANALOGA A QUELLA DI GELL-MANN - NISHIJIMA

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$$

QUINDI:

$$J_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2} J_\mu^Y$$

- LA CORRENTE E.M. E' UNA COMBINAZIONE DELLA CORRENTE DI IPERCARICA DEBOLE E DELLA TERZA COMPONENTE DELLA CORRENTE DI ISOSPIN DEBOLE

- L'IPERCARICA DEBOLE Y E' IL GENERATORE DELLA SIMMETRIA DEL GRUPPO $U(1)_Y$, QUINDI L'UNIFICAZIONE DELLE INTERAZIONI DEBOLI E DELLE INTERAZIONI ELETTROMAGNETICHE HA RIVELATO L'ESISTENZA DI UN GRUPPO DI SIMMETRIA PIU' GRANDE:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

NUMERI QUANTICI

- ASSEGNAMO I NUMERI QUANTICI ALLA PRIMA FAMIGLIA DI PARTICELLE:

	I	I_3	Q	$Y = 2(Q - I_3)$
ν_e	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	-1
e_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_R	0	0	-1	-2
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$
d'_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$
u_R	0	0	$\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$
d'_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$

N.B. I MEMBRI DI UNO STESSO DOPPIETTO HANNO LA STESSA IPERCARICA

- LA CORRENTE DI IPERCARICA LA POSSIAMO SCRIVERE NEL MODO SEGUENTE:

$$J_\mu^Y = 2 J_\mu^{em} - 2 J_\mu^3 =$$

$$= -2\left(\bar{e}_R \gamma_\mu e_R + \bar{e}_L \gamma_\mu e_L\right) - \left(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma_\mu e_L\right) =$$

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ipercarica}}}{-2}\left(\bar{e}_R \gamma_\mu e_r\right) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ipercarica}}}{-1}\left(\bar{\chi}_L \gamma_\mu \chi_L\right)$$

- PER I QUARK ABBIAMO:

$$J_\mu^Y = \frac{4}{3}\left(\bar{u}_R \gamma_\mu u_R\right) - \frac{2}{3}\left(\bar{d}'_R \gamma_\mu d'_R\right) + \frac{1}{3}\left(\bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{d}'_L \gamma_\mu d'_L\right)$$

LE INTERAZIONI NEL M.S.

- ABBIAMO VISTO CHE PER PRESERVARE L'INVARIANZA DI GAUGE DELLA SIMMETRIA $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ DEL MODELLO DI GWS, E' NECESSARIO INTRODURRE 3 BOSONI VETTORI $\vec{W}$ ASSOCIATI ALL'ISOSPIN DEBOLE ED UN BOSONE VETTORE B ASSOCIATO ALL'IPERCARICA

- L'INTERAZIONE HA LA FORMA:

$$-i\left(g\,\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}_\mu + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu\right)$$

g E g' SONO DUE COSTANTI DI ACCOPPIAMENTO

- $\vec{J}_\mu$ E $\vec{W}^\mu$ SONO DEI VETTORI NELLO SPAZIO DELL'ISOSPIN DEBOLE

- $\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = J_\mu^1 \cdot W^{\mu 1} + J_\mu^2 \cdot W^{\mu 2} + J_\mu^3 \cdot W^{\mu 3}$

- IN TERMINI DELLE CORRENTI CARICHE $J_\mu^{\pm} = J_\mu^1 \pm i J_\mu^2$ ABBIAMO:

$$\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{\mu +} + \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^- W^{\mu -} + J_\mu^3 \cdot W^{\mu 3}$$

DOVE: $W^{\mu \pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W^{\mu 1} \mp i W^{\mu 2}\right)$

- $W^{\mu \pm}$ DESCRIVONO BOSONI CARICHI MASSIVI $W^{\pm}$, MENTRE $W^{\mu 3}$ E B^μ SONO CAMPI NEUTRI

- NEL MODELLO DI GWS LA SIMMETRIA $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ E' "ROTTA" ED I CAMPI NEUTRI SI MESCOLANO PER DAR LUOGO AD UNA COMBINAZIONE PRIVA DI MASSA (IL FOTONE) ED AD UNA COMBINAZIONE ORTOGONALE MASSIVA (LO Z)

  - $A_\mu = B_\mu \cdot \cos\theta_w + W_\mu^3 \cdot \sin\theta_w$
  - $Z_\mu = -B_\mu \sin\theta_w + W_\mu^3 \cdot \cos\theta_w$

- θ_w E' L'ANGOLO DI WEINBERG (ANGOLO WEAK)

$$W_\mu^3 = A_\mu \sin\theta_w + Z_\mu \cos\theta_w$$

$$B_\mu = A_\mu \cos\theta_w - Z_\mu \sin\theta_w$$

- IN TERMINI DEI CAMPI A_μ E Z_μ, L'INTERAZIONE DI CORRENTE NEUTRA DIVENTA:

$$-i\left(g J_\mu^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu\right) = -i\left(g \sin\theta_w J_\mu^3 + g' \cos\theta_w \frac{J_\mu^Y}{2}\right) A^\mu -$$
$$- i\left(g \cos\theta_w J_\mu^3 - g' \sin\theta_w \frac{J_\mu^Y}{2}\right) Z^\mu$$

- IL PRIMO TERMINE SI PUO' IDENTIFICARE CON L'INTERAZIONE ELETTROMAGNETICA

$$-i\, e\, J_\mu^{em} \cdot A^\mu$$

(RICORDANDO CHE $J_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2} J_\mu^Y$)

- LE DUE ESPRESSIONI SONO CONSISTENTI SE:

$$\boxed{g \sin\theta_w = g' \cos\theta_w = e}$$

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{g g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}}$$

ANGOLO DI WEINBERG

- L'ANGOLO DI MIXING DEBOLE DIPENDE DIRETTAMENTE DALLE COSTANTI DI ACCOPPIAMENTO DI $SU(2)_L$ E $U(1)_Y$

$$g \cdot \sin\theta_W = g' \cos\theta_W = e$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta_W = \frac{g'}{g}$$

- IL MODELLO DI GWS NON PREDICE IL VALORE DI θ_W CHE DEVE ESSERE RICAVATO PER VIA SPERIMENTALE.
- NATURALMENTE, AFFINCHÉ IL MODELLO SIA VALIDO, TUTTI I FENOMENI ELETTRODEBOLI DEVONO ESSERE DESCRITTI DA UN UNICO ANGOLO θ_W

- MOLTE DELLE VERIFICHE SPERIMENTALI DEL MODELLO SONO CONSISTITE NELLA MISURA DELL'ANGOLO θ_W E NEL CONFRONTO TRA QUESTI VALORI.

ATTENZIONE

- ESISTONO DUE DEFINIZIONI DELL'ANGOLO DI WEINBERG:
  - MASSE: $\dfrac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W$
  - ACCOPPIAMENTI: $g \sin\theta_W = g' \cos\theta_W = e$

- A LIVELLO "ALBERO" (LIVELLO FONDAMENTALE) LE DUE DEFINIZIONI COINCIDONO, MA LE CORREZIONI RADIATIVE MODIFICANO IN MANIERA DIVERSA LE DUE ESPRESSIONI, QUINDI OCCORRE SPECIFICARE LO SCHEMA DI RINORMALIZZAZIONE ADOTTATO (QUESTO HA CAUSATO QUALCHE PICCOLO PROBLEMA IN PIÙ AI TEMPI DI LEP)

INTERAZIONE DELLO Z

- ESAMINIAMO ORA L'INTERAZIONE DELLO Z. RIPRENDIAMO IL TERMINE SCRITTO IN PRECEDENZA:

$$-i\left(g\cos\theta_w \cdot J_\mu^3 - g'\sin\theta_w \frac{J_\mu^Y}{2}\right)Z^\mu$$

- RICORDIANO ANCHE LA RELAZIONE TRA LE VARIE CORRENTI NEUTRE:

$$J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$$

$$\Rightarrow \quad = -i\left(g\cos\theta_w J_\mu^3 - g'\sin\theta_w\left(J_\mu^{em} - J_\mu^3\right)\right)Z^\mu =$$

$$= -i\left(g\cos\theta_w J_\mu^3 - g'\sin\theta_w J_\mu^{em} + g'\sin\theta_w J_\mu^3\right)Z^\mu =$$

$$= -i\left[g\frac{\cos^2\theta_w}{\cos\theta_w}J_\mu^3 - g\frac{\sin^2\theta_w}{\cos\theta_w}J_\mu^{e.m} + g\frac{\sin^2\theta_w}{\cos\theta_w}J_\mu^3\right]Z^\mu =$$

$$= -i\frac{g}{\cos\theta_w}\left[J_\mu^3 - \sin^2\theta_w J_\mu^{em}\right]Z^\mu \equiv -i\frac{g}{\cos\theta_w}J_\mu^{N.C.}Z^\mu$$

- ABBIAMO COSI' RICAVATO UNA CORRENTE DEBOLE NEUTRA CHE SI ACCOPPIA CON LO Z:

$$J_\mu^{NC} = J_\mu^3 - \sin^2\theta_w J_\mu^{em}$$

SI ACCOPPIA SOLO AGLI STATI LEVOGIRI

SI ACCOPPIA SIA AGLI STATI LEVOGIRI CHE DESTROGIRI (CARICHI)

$\Rightarrow$ LO Z SI ACCOPPIA SIA AGLI STATI LEVOGIRI CHE AGLI STATI DESTROGIRI. L'ACCOPPIAMENTO DIPENDE DAI NUMERI QUANTICI DELLE PARTICELLE COINVOLTE

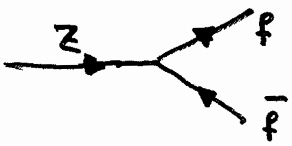
N.B. SI VEDE CHE LO Z SI ACCOPPIA SOLO A NEUTRINI LEVOG.

DETERMINAZIONE DI C_V E C_A

- LA CORRENTE DEBOLE SI PUÒ SCRIVERE IN TERMINI DEGLI ACCOPPIAMENTI ASSIALI E VETTORIALI

$$J_\mu^{NC}(f) = \bar{u}_f \gamma_\mu \frac{1}{2}(C_V^f - C_A^f \gamma^5) u_f$$

(per le correnti cariche $C_V = C_A = 1$)



- L'ACCOPPIAMENTO DELLO Z CON $f\bar{f}$, UTILIZZANDO L'ESPRESSIONE APPENA TROVATA, SI PUÒ SCRIVERE:

$$-i \frac{g}{\cos\theta_W} \left(J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{em} \right) Z^\mu =$$

$$= -i \frac{g}{\cos\theta_W} \bar{u}_f \gamma_\mu \left[\frac{1-\gamma^5}{2} I^3 - Q \sin^2\theta_W \right] u_f \cdot Z^\mu$$

- GLI ACCOPPIAMENTI VETTORIALI E ASSIALI SONO DATI DAI COEFFICIENTI DEI TERMINI:

$$\bar{u}_f \gamma_\mu u_f \qquad E \qquad \bar{u}_f \gamma_\mu \gamma^5 u_f$$

QUINDI ABBIAMO:

$$C_V^f = I_3^f - 2 Q^f \sin^2\theta_W$$

$$C_A^f = I_3^f$$

N.B. LA CORRENTE NEUTRA NON È DEL TIPO V-A, QUINDI LO Z SI ACCOPPIA SIA A PARTICELLE LEVOGIRE CHE DESTROGIRE

ACCOPPIAMENTI C_V E C_A

FERMIONE	I_3^f	Q^f	C_A^f	C_V^f
ν_e	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-_L	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_w$
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_w$
d'_L	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_w$
e^-_R	0	-1	0	$2\sin^2\theta_w$
u_R	0	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{4}{3}\sin^2\theta_w$
d'_R	0	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}\sin^2\theta_w$

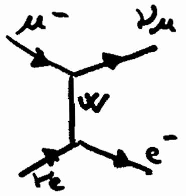
$$C_V^f = I_3^f - 2Q^f\sin^2\theta_w \quad ; \quad C_A^f = I_3^f$$

- NELL'ACCOPPIAMENTO COMPARE $\sin^2\theta_w$, CHE È LA GRANDEZZA CHE VIENE MISURATA SPERIMENTALMENTE
- NEGLI ACCOPPIAMENTI DELLE PARTICELLE DESTROGIRE NON C'È IL TERMINE ASSIALE PERCHÈ QUESTE PARTICELLE INTERAGISCONO SOLO TRAMITE L'INTERAZIONE ELETTROMAGNETICA CHE È DI TIPO VETTORIALE
- IL NEUTRINO DESTROGIRO HA SIA C_V CHE C_A UGUALE A ZERO E QUINDI NON COMPARE NELLA TABELLA
- LE CORREZIONI RADIATIVE MODIFICANO QUESTI ACCOPPIAMENTI AL LIVELLO DEL PER CENTO. A LEP SONO STATI MISURATI GLI ACCOPPIAMENTI DELLO Z CON UN ERRORE DI QUESTO ORDINE DI GRANDEZZA ED È STATO POSSIBILE QUINDI VERIFICARE LA PRECISIONE DELLE CORREZIONI RADIATIVE DEL MODELLO STANDARD

RELAZIONE TRA G E CORRENTI NEUTRI

- DAL CONFRONTO DELLA TEORIA DI FERMI CON IL MODELLO DI GWS PER LE CORRENTI CARICHE (VEDI DECADIMENTO DEL MUONE) SI TROVA LA RELAZIONE:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 M_W^2}$$



$q^2 << M_W^2$

$$M^{cc} = \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J_\mu\right) \frac{1}{M_W^2} \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J_\mu^+\right)$$

- IN MANIERA ANALOGA, IN UN PROCESSO CON CORRENTE NEUTRA, DOVE $q^2 << M_Z^2$, SI PUÒ SCRIVERE:

$$M^{NC} = \left(\frac{g}{\cos\theta_W} J_\mu^{NC}\right) \frac{1}{M_Z^2} \left(\frac{g}{\cos\theta_W} J^{NC\mu}\right)$$

- PER LE CORRENTI NEUTRE DI SOLITO SI SCRIVE L'AMPIEZZA NEL MODO SEGUENTE (FACENDO ATTENZIONE ALLA NORMALIZZAZIONE):

$$M^{NC} = \frac{4G}{\sqrt{2}}\, 2\rho\, J_\mu^{NC} \cdot J^{NC\mu}$$

DAL CONFRONTO SI PUÒ IDENTIFICARE $\rho \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 M_Z^2 \cos^2\theta_W}$

- IL PARAMETRO ρ SPECIFICA L'INTENSITÀ RELATIVA DELLE CORRENTI DEBOLI NEUTRE E DI QUELLE CARICHE. DAL CONFRONTO SI TROVA:

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W}$$

- NEL MS, A LIVELLO ALBERO, $M_W = M_Z \cos\theta_W \Rightarrow \rho = 1$

- LE CORREZIONI RADIATIVE, O LA PRESENZA DI NUOVA FISICA NON PREVISTA DAL MODELLO STANDARD, RENDONO $\rho \neq 1$

REGOLE DI FEYNMAN

• INTERAZIONE ELETTROMAGNETICA

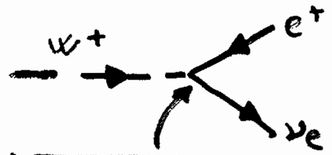
$$-ie\,(J^{em})^{\mu}\cdot A_{\mu} = -ie\,(\bar{\psi}\gamma^{\mu}Q\psi)\cdot A_{\mu}$$

vertice

$$\boxed{-ieQ_f\gamma^{\mu}}$$

• INTERAZIONI DEBOLI DI CORRENTE CARICA

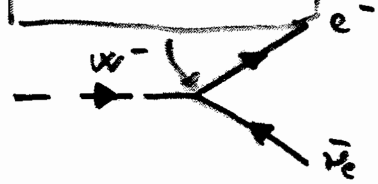
$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}\left(\bar{\nu}_L\gamma^{\mu}e_L\right)W^{+}_{\mu}$$



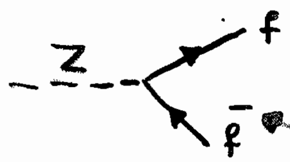
$$\boxed{-i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}(1-\gamma^{5})}$$

$$g=\frac{e}{\sin\theta_W}$$

$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}\left(\bar{e}_L\gamma^{\mu}\nu_L\right)\cdot W^{-}_{\mu}$$



• INTERAZIONI DEBOLI DI CORRENTE NEUTRA



$$-i\frac{g}{\cos\theta_W}\left(J^{3}_{\mu}-\sin^2\theta_W\,J^{em}_{\mu}\right)Z^{\mu}$$

vertice dello Z

$$\boxed{-i\frac{g}{\cos\theta_W}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}\left(C_V^{f}-C_A^{f}\gamma^{5}\right)}$$

C_V E C_A DETERMINANO L'INTENSITA' DELL'ACCOPPIAMENTO DELLO Z CON I FERMIONI. IL LORO VALORE E' INDICATO IN UNA TABELLA PRECEDENTE.