

## **Laboratorio di termodinamica: esperienze 3 ÷4**

### **Apparato per lo studio delle leggi sui gas - Macchina termica**

L'apparato dedicato alla verifica delle leggi sui gas, riportato in Figura 1 e 2, consiste in un sistema pistone-cilindro. Il pistone in grafite scorre all'interno del cilindro in pyrex in condizioni di "quasi" assenza di attrito.

E' opportuno precisare che, proprio per questa sua caratteristica, il sistema pistone-cilindro non garantisce una perfetta tenuta e di conseguenza il numero di moli di gas interessate potrebbe non mantenersi costante per un tempo di misura lungo.

L'apparato possiede due connettori a baionetta a bloccaggio rapido che permettono di collegare il cilindro con l'esterno o con un sistema di tubi; ogni connettore ha una valvola di blocco a scatto.

L'apparato può essere collegato a un sensore di bassa pressione (mod. CI-6532) e a un sensore di posizione angolare (mod. CI-6538) per mezzo dei quali è possibile misurare la variazione di pressione esercitata sul pistone e il suo spostamento. Da questa ultima misura, attraverso la conoscenza del diametro del pistone, si può ricavare la variazione di volume nelle varie trasformazioni.

E' possibile effettuare le misure di pressione e di spostamento utilizzando l'interfaccia *Science Workshop 500*. La temperatura del gas viene invece misurata per mezzo di un termometro.

Le misure caratteristiche del sistema sono:

Diametro del pistone:  $\Phi = (32.5 \pm 0.1)$  mm

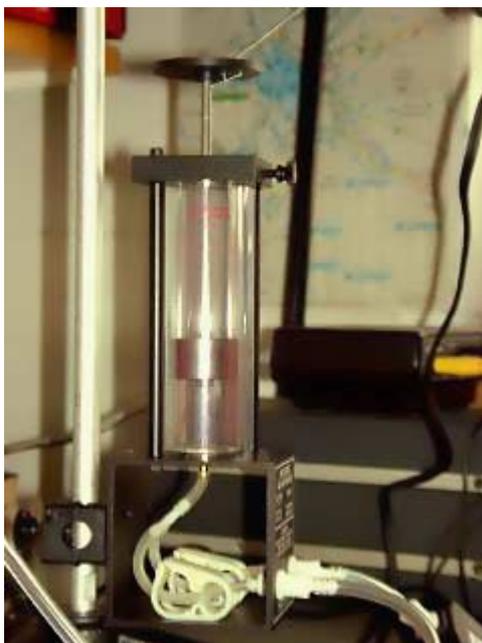
Massa (pistone + piattaforma):  $M = (35.0 \pm 0.6)$  g

L' apparato comprende inoltre:

- 1 camerina di espansione
- 3 configurazioni di tubi
- 2 tappi conici in gomma, con foro singolo o con due fori per l'inserimento del termometro.

La pressione massima sopportabile dal sistema è di 345 kPa.

Passiamo ora alla descrizione di alcune esperienze che è possibile condurre con questo apparato, approssimando il comportamento dell'aria a quello di un gas perfetto.



**Figura 1: Apparato per lo studio delle leggi sui gas.  
Visione d'insieme**



**Figura 2: Apparato per lo studio delle leggi  
sui gas. Il sistema pistone-cilindro**

## Legge di Boyle (trasformazione isoterma)

La legge di Boyle afferma che il prodotto tra la pressione e il volume occupato da  $n$  moli di un gas perfetto, a temperatura costante  $T$  (espressa in  $K$ ), è costante:

$$PV = nRT,$$

dove  $R = 8.31 \text{ J/(moli} \cdot \text{K)}$  rappresenta la costante universale dei gas perfetti.

Per quanto detto nel capitolo precedente, è molto difficile mantenere costante il numero di moli d'aria all'interno del cilindro per variazioni anche piccole di pressione. Di conseguenza i dati sperimentali ottenuti con questo apparato non verificano facilmente la relazione di proporzionalità inversa tra pressione e volume.

Per piccole variazioni di pressione intorno a  $P = P_0 = 1 \text{ atm} = 101.3 \text{ kPa}$  si può però supporre che il numero di moli rimanga costante. Possiamo pertanto sviluppare in serie l'espressione di  $V$ :

$$V = nR(T/P) \cong nR(T/P_0) - nR(T/P_0^2) \cdot (P - P_0) = nR(T/P_0) [ - (P/P_0) + 2 ],$$

da cui otteniamo la relazione lineare che lega la variazione di pressione a quella di volume:

$$\Delta V = - (V_0/P_0) \cdot \Delta P$$

Nell'ultima relazione  $V_0 = nRT/P_0$  corrisponde al volume iniziale del gas.

L'approssimazione fatta in questo modo è comunque confrontabile con quella dovuta alle incertezze sulla determinazione del volume totale occupato dal gas (volume del cilindro + volume dei tubi + volume dei connettori....)

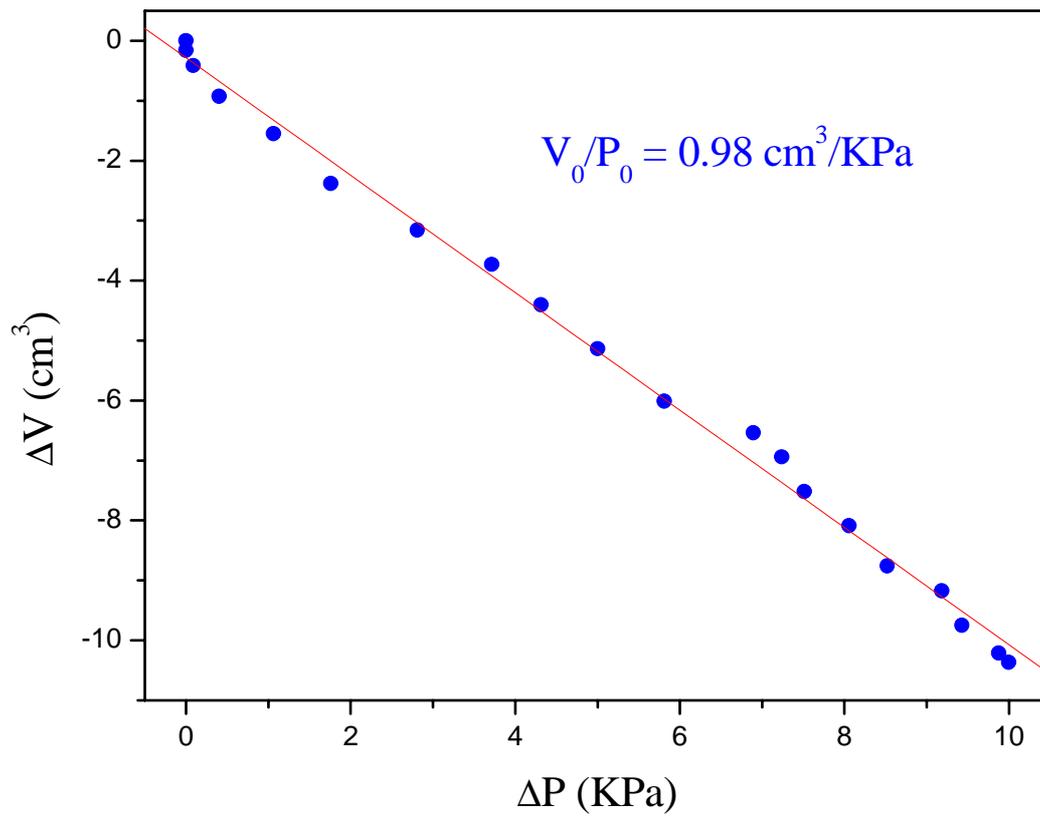
### PREPARAZIONE:

1. Posizionare il cilindro orizzontalmente in modo che la pressione iniziale che agisce sul sistema sia quella atmosferica.
2. Collegare il sensore di pressione a una delle due uscite dell'apparato base e chiudere la valvola del connettore non usato.
3. Collegare il sensore di posizione angolare alla piattaforma del cilindro mediante un filo (c'è un forellino apposito). Il filo sarà teso da una massa modesta (per esempio un piccolo fermaglio metallico è sufficiente per far ruotare la puleggia del sensore).

### PROCEDIMENTO:

1. Esercitare con la mano una leggera variazione della pressione comprimendo o decomprimendo il piatto del pistone collegato al sensore di posizione angolare.
2. Raccogliere per 4-5 secondi i valori di pressione e temperatura mediante l'interfaccia *Science Workshop 500* e lavorando a una frequenza di campionamento 10 Hz. I dati così raccolti, opportunamente trattati si dispongono su una retta nel piano  $P$ - $V$ , dai cui parametri (coefficiente angolare e intercetta), conoscendo  $P_0$ , è possibile conoscere  $V_0$  e quindi, attraverso la misura di  $T$ , ricavare il valore di  $n$  e di  $R$ .

In Figura 3 viene riportato un esempio dell'andamento della variazione di volume in funzione della compressione effettuata sul pistone a temperatura ambiente. Dall'andamento dei dati sperimentali possiamo ricavare il valore di  $R = (8.46 \pm 0.29) \text{ J/(moli} \cdot \text{K)}$ .



**Figura 3: Variazione del volume occupato dal gas in funzione dell'incremento di pressione ( $T =$  costante).**

## Prima legge di Gay-Lussac (trasformazione isobara)

Secondo la prima legge di Gay-Lussac  $n$  moli di un gas perfetto, a pressione  $P$  costante, occupano un volume  $V$  che varia in modo direttamente proporzionale alla sua temperatura assoluta  $T$  (espressa in K):

$V = (nR/P)T$ , da cui:

$$\Delta V = (nR/P)\Delta T.$$

La verifica di questa legge può essere effettuata utilizzando il sistema cilindro-pistone collegato alla camera di espansione piena d'aria. Questa viene immersa all'interno di un thermos pieno d'acqua che viene a sua volta riscaldata da una resistenza percorsa da corrente.

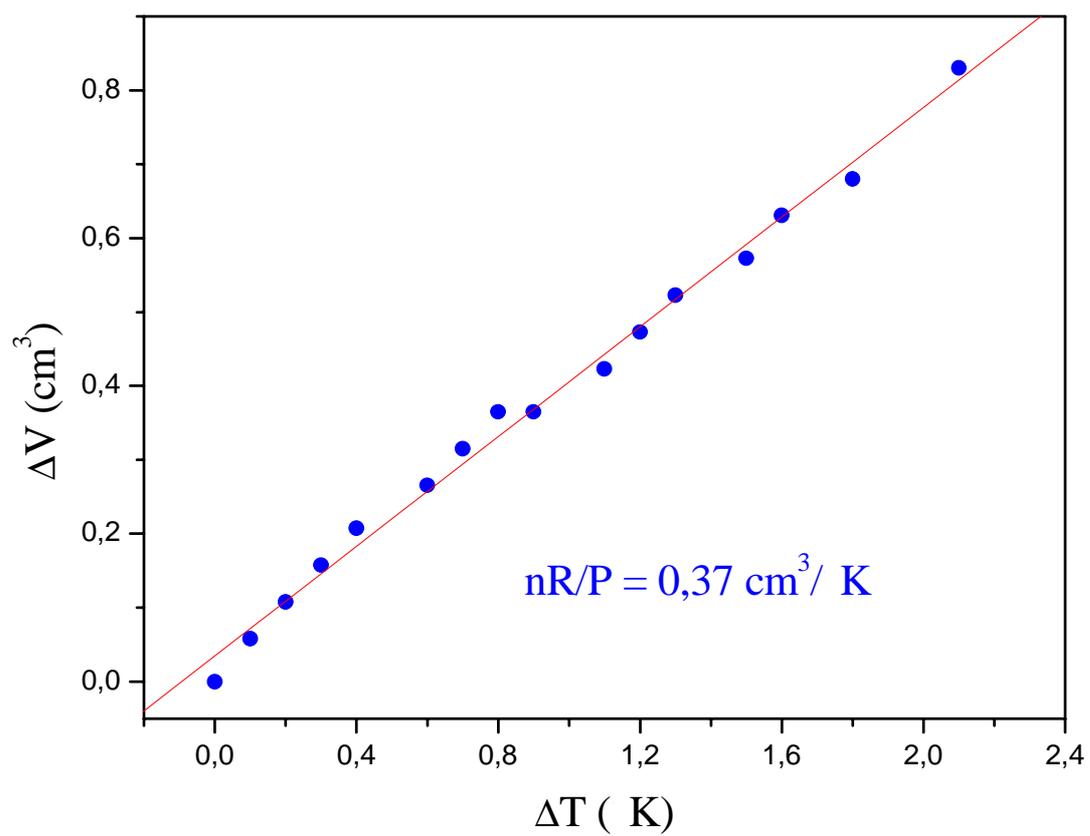
### PREPARAZIONE:

1. Collegare l'apparato base con la camera d'aria utilizzando il pezzo di tubo semplice e il tappo a due buchi.
2. Chiudere la valvola di blocco del connettore libero.
3. Posizionare il cilindro orizzontalmente, in modo che l'unica pressione ad agire sul sistema sia quella atmosferica, costante durante l'esperimento.
4. Inserire il bulbo del termometro nel tappo della camera d'aria.

### PROCEDIMENTO

1. Immergere la camera d'aria nell'acqua contenuta all'interno del thermos.
2. Riscaldare l'acqua per mezzo della resistenza: l'aria espandendosi spinge il pistone; registrare la temperatura e la posizione del pistone mentre l'acqua si scalda. L'acqua può essere portata a ebollizione ma è possibile raccogliere un numero sufficiente di dati sperimentali su un limitato intervallo di temperatura ( $\approx 2 \div 3$  K).
3. Verificare l'andamento lineare della legge e, dal valore del coefficiente angolare, ricavare il valore del prodotto  $nR$ .
4. Conoscendo  $R$ , ricavare il valore di  $n$  e confrontarlo con il valore calcolato dalla stima del volume totale occupato dal gas (volume del cilindro + volume dei tubi + volume dei connettori + camera di espansione).

In Figura 4 vengono mostrati i risultati sperimentali relativi all'andamento di  $\Delta V$  in funzione di  $\Delta T$  a pressione atmosferica.



**Figura 4: Variazione del volume occupato dal gas in funzione dell'incremento di temperatura ( $P = \text{costante}$ ).**

## Seconda legge di Gay-Lussac (trasformazione isocora)

La seconda legge di Gay-Lussac afferma che, se il volume  $V$  occupato da un gas perfetto viene mantenuto costante, la pressione  $P$  varia linearmente con la temperatura assoluta  $T$  (espressa in K):

$P = (nR/V)T$ , da cui:

$$\Delta P = (nR/V)\Delta T.$$

In questo caso non è agevole verificare l'andamento lineare sopra riportato utilizzando il sistema pistone-cilindro dal momento che, come già detto, a causa della non perfetta tenuta del sistema, il valore di  $n$  non rimane costante durante l'esperimento. Si consiglia pertanto di utilizzare la sola camera di espansione che, grazie al tappo in gomma garantisce un'ottima tenuta, collegandola direttamente al sensore di bassa pressione.

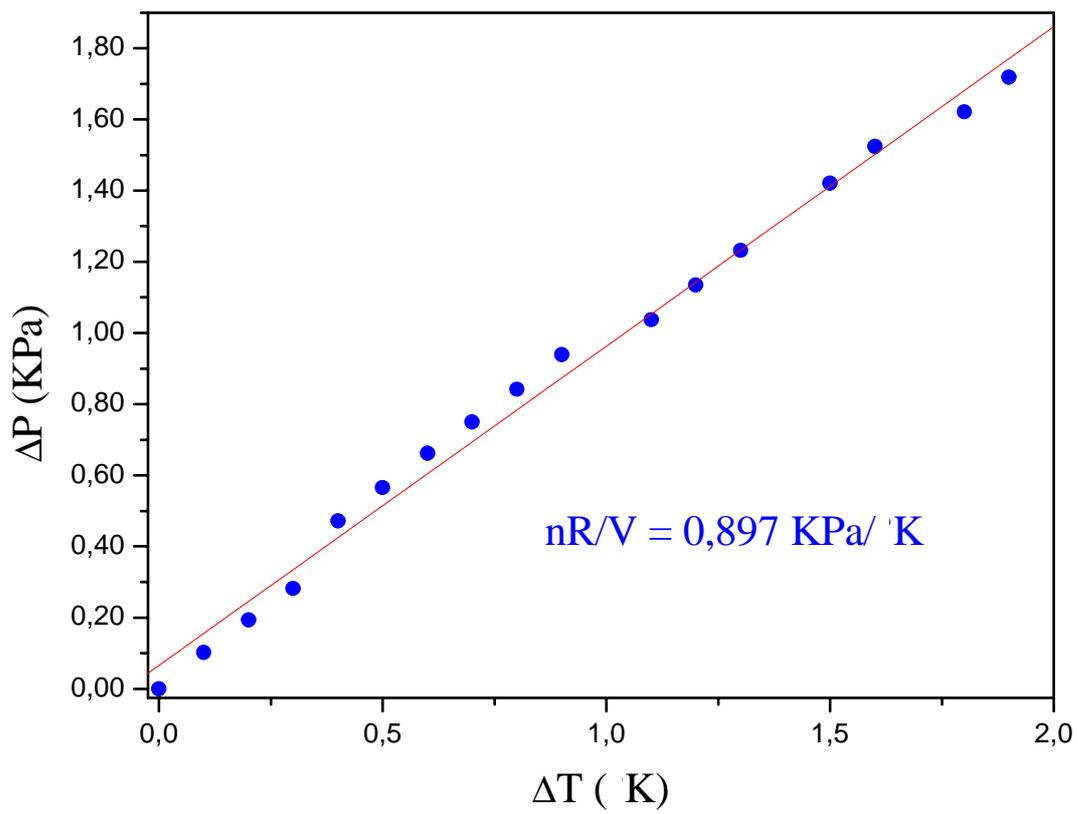
### PREPARAZIONE:

Collegare la camera di espansione al sensore di bassa pressione e inserire il bulbo del termometro nel tappo a due buchi.

### PROCEDIMENTO

1. Immergere la camera d'aria nell'acqua contenuta all'interno del thermos.
2. Immergere la camera di espansione nel thermos pieno d'acqua e attivare il processo di riscaldamento per mezzo della resistenza: l'aria si riscalda e di conseguenza aumenta la pressione all'interno della camera d'aria; registrare pressione e temperatura del gas mentre l'acqua si riscalda. Anche in questo caso è possibile raccogliere un numero sufficiente di dati sperimentali su un limitato intervallo di temperatura.
3. Verificare l'andamento lineare della legge e ricavare il valore del coefficiente angolare (Figura 5).

Conoscendo  $R$  è possibile ricavare il numero di moli  $n$  stimando del volume occupato dall'aria nella camera di espansione. Discutere l'incidenza sul risultato ottenuto delle possibili fonti di errore presenti nella misura del volume.



**Figura 5: Variazione della pressione del gas in funzione dell'incremento di temperatura ( $V = \text{costante}$ ).**

## Trasformazione calore-lavoro: realizzazione di un ciclo termico

Possiamo dare un esempio suggestivo dell'utilizzazione della macchina termica per effettuare una trasformazione calore-lavoro. Sfruttando un ciclo a quattro stadi di compressione e di espansione, il sistema è in grado di sollevare piccole masse trasformando l'energia termica in lavoro meccanico. In particolare possiamo verificare sperimentalmente che il lavoro effettuato per sollevare una massa  $m$  di un tratto verticale  $h$  è uguale al lavoro termodinamico netto prodotto durante un ciclo, valutato misurando l'area racchiusa dal ciclo in un diagramma pressione volume:

$$mgh = \oint_{\text{ciclo}} PdV$$

### PREPARAZIONE

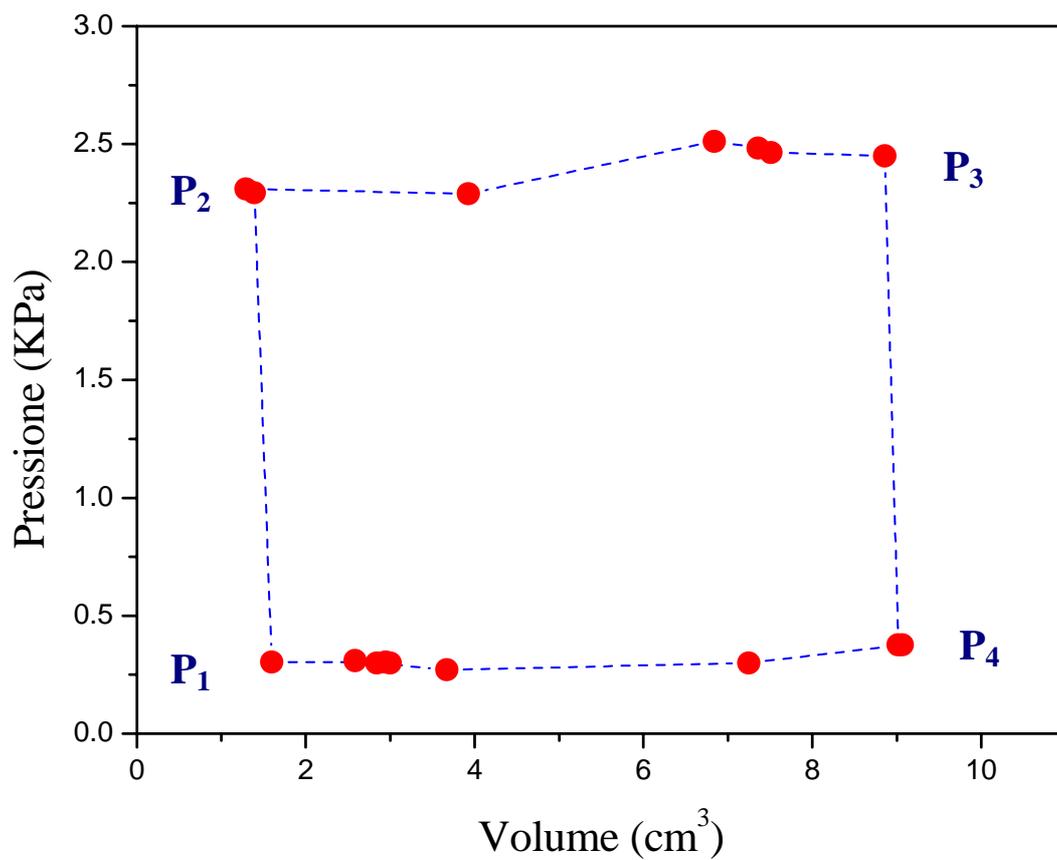
1. Collegare la camera d'aria all'apparato base con un tubo, chiudendola con il tappo a foro singolo.
2. Collegare il connettore libero al sensore di bassa pressione e collegare il piatto del pistone al sensore di posizione angolare. Questo permetterà la rilevazione di pressione e volume mediante l'interfaccia *Science Workshop 500*.
3. Posizionare il pistone a circa  $\frac{1}{4}$  della corsa dal basso.
4. Preparare l'acqua contenuta in due thermos a  $T_1 \geq 0 \text{ }^\circ\text{C}$  (immergendo del ghiaccio all'interno dell'acqua) e a  $T_2 \cong 100 \text{ }^\circ\text{C}$  (portando ad ebollizione l'acqua). Questi costituiranno le sorgenti  $S_1$  e  $S_2$ , necessarie per la realizzazione del ciclo.
5. Immergere la camera d'aria nel calorimetro a temperatura inferiore e attendere che il sistema si stabilizzi.

### PROCEDIMENTO

1. Il sistema si trova in uno stato  $V_1 - P_1$ . Con la camera d'aria immersa nella sorgente  $S_1$  appoggiare la massa sul piatto del pistone: il sistema subisce una compressione che, a causa della velocità con cui avviene, può essere considerata adiabatica e che lo porta allo stato  $V_2 - P_2$ , con  $V_2 < V_1$  e  $P_2 > P_1$ .
2. Spostare la camera a contatto con la sorgente  $S_2$ : l'aria scaldandosi si dilata mentre la pressione rimane costante. Il sistema passa allo stato  $V_3 - P_3$ , con  $V_3 > V_2$  e  $P_3 = P_2$ .
3. Quando il sistema si è stabilizzato rimuovere la massa dal piatto del pistone: il sistema subisce un'espansione adiabatica passando allo stato  $V_4 - P_4$ , con  $V_4 > V_3$  e  $P_4 < P_3$ .
4. Riportare la camera d'aria a contatto con  $S_1$ : il gas si contrae a pressione costante tornando, **se non ci sono perdite**, allo stato iniziale.
5. Riportare su un diagramma  $P$ - $V$  il ciclo così ottenuto e misurare l'area della regione compresa entro i punti  $P_1$ - $V_1$ ,  $P_2$ - $V_2$ ,  $P_3$ - $V_3$ ,  $P_4$ - $V_4$  che corrisponde al lavoro compiuto dal sistema,  $L = mgh$ . È ragionevole approssimare le due trasformazioni adiabatiche unendo i punti  $V_1 - P_1$  e  $V_2 - P_2$ ,  $V_3 - P_3$  e  $V_4 - P_4$  con due segmenti.
6. Confrontare la congruità dei due valori e discutere eventuali discordanze sulla base delle caratteristiche del sistema.

In Figura 6 viene riportato un esempio del ciclo termico ottenuto per spostare una massa  $m = (200 \pm 1) \text{ g}$  di un'altezza  $h \cong 0.9 \text{ cm}$ . L'area racchiusa all'interno della linea chiusa permette di stimare il lavoro compiuto dal sistema,  $L \cong 16.8 * 10^{-3} \text{ J}$ .

**NOTA:** La realizzazione del ciclo termico risente di una serie di approssimazioni che influiscono sulla valutazione di  $L$ . Lo studente è invitato a discutere questo punto.



**Figura 6: Diagramma della trasformazione ciclica ottenuta utilizzando le sorgenti  $S_1$ , a temperatura  $T_1 \cong 5^\circ\text{C}$ , e  $S_2$ , a temperatura  $T_2 \cong 85^\circ\text{C}$ .**