



Primo principio della Termodinamica

- Sistemi termodinamici
- Esperimento di Joule
- Energia interna
- Primo principio della Termodinamica
- Leggi dei gas
- Gas Perfetto
- Calori specifici dei gas

Sistemi Termodinamici

- Un sistema fisico sufficientemente grande da essere osservabile direttamente dai nostri sensi è detto un sistema macroscopico.
- Tale sistema viene descritto da parametri macroscopici, che descrivono le caratteristiche utili del sistema nel suo complesso. Questi parametri vengono chiamati variabili termodinamiche o parametri di stato (P , V , S , T , ...).
- Un sistema macroscopico descritto attraverso i parametri di stato è detto un sistema termodinamico.
- Un sistema viene detto chiuso se non scambia materia con l'ambiente
- Un sistema viene detto isolato se non scambia né energia né materia con l'ambiente.
- L'insieme di sistema più ambiente si chiama universo
- Un sistema si dice in equilibrio termodinamico quando tutte le variabili intensive (pressione, temperatura, densità, etc...) sono le stesse in tutti i punti del sistema.

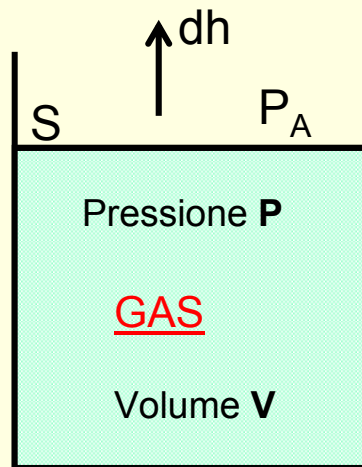
Trasformazioni termodinamiche

- Quando un sistema termodinamico cambia stato (cioè quando cambia nel tempo il valore dei suoi parametri di stato) si dirà che il sistema subisce una trasformazione. Vediamo ora alcuni di tipi di trasformazioni notevoli:
 - **Trasformazioni fra stati di equilibrio termodinamico.**
 - Si passa da uno stato iniziale di equilibrio ad uno finale anch'esso di equilibrio.
 - Il sistema non può allora essere isolato.
 - **Trasformazioni cicliche.**
 - Lo stato finale è uguale a quello iniziale.
 - **Trasformazioni quasi statiche.**
 - Il sistema durante la trasformazione passa solo attraverso stati di equilibrio.
 - **Trasformazioni reversibili.**
 - La trasformazione si dice reversibile se si può eseguire una trasformazione che riporti il sistema allo stato iniziale passando per la stessa successione di stati intermedi, semplicemente invertendo il segno di calore e lavoro scambiati. Un esempio di trasformazione reversibile è il passaggio di stato. Una trasformazione quasi statica e senza effetti dissipativi è reversibile.
 - **Trasformazione irreversibile.**
 - Non è possibile tornare allo stato iniziale invertendo il segno del calore e del lavoro.

Trasformazioni termodinamiche

- **Trasformazioni spontanee.**
 - Un sistema lontano dall'equilibrio lasciato libero di evolversi, si porterà in uno stato di equilibrio. È una trasformazione irreversibile.
- **Trasformazioni adiabatiche. $Q=0$**
 - Non c'è scambio di calore con l'esterno.
- **Trasformazioni isoterme. $T=\text{costante}$.**
- **Trasformazioni isovolumiche (isocore). $V=\text{costante}$.**
- **Trasformazioni isobare. $P=\text{costante}$.**

Lavoro in una trasformazione termodinamica.



Cilindro riempito di gas a pressione P e volume V , mantenuto chiuso da un pistone mobile di superficie S .

- Ipotesi: la pressione ambiente P_A è uguale alla pressione interna P , allora il pistone non si muove.
- Il pistone si muove se $P_A \neq P$.
- In una trasformazione reversibile $\Delta P = P_A - P = \text{infinitesimo}$.
- In una trasformazione irreversibile $\Delta P = P_A - P = \text{valore finito}$.

- Immaginiamo che il pistone si espanda di dh in modo reversibile:

$$\delta L = F \cdot dh = (P \cdot S)dh = P(S \cdot dh) = P \cdot dV$$

P è lo stesso in tutto il volume del gas (stato di equilibrio)

- N.B. in caso di trasformazione irreversibile occorre considerare la pressione esterna contro cui si espande il pistone

:

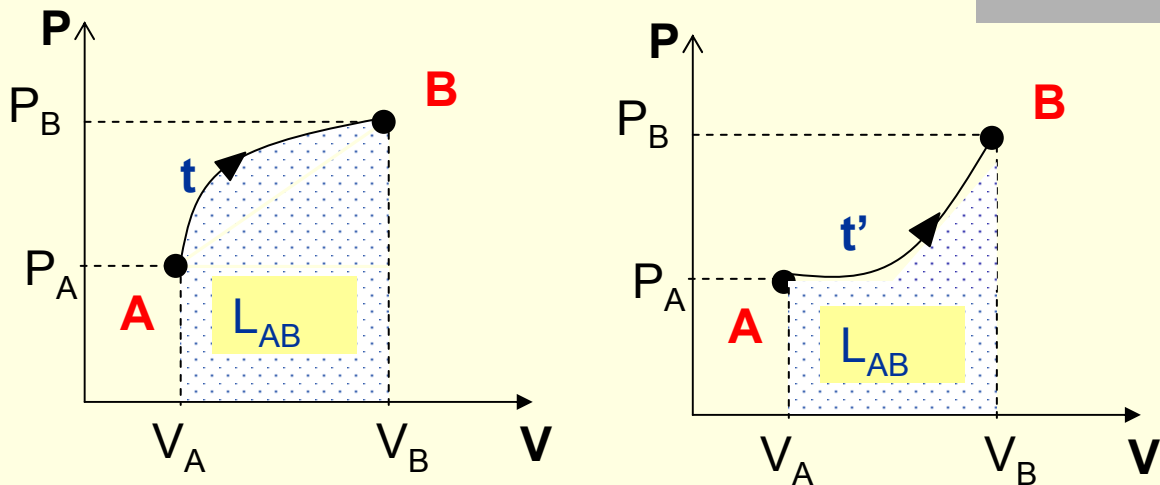
$$\delta L = P_A \cdot dV$$

- Il lavoro totale si calcola come: $L = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$

- Convenzione sui segni:

- **Lavoro fatto dal sistema (espansione) \Rightarrow L POSITIVO**
- **Lavoro fatto sul sistema (compressione) \Rightarrow L NEGATIVO**

Piano di Clapeyron (PV)



- Gli stati termodinamici possono essere rappresentati in un piano Pressione-Volume (piano di Clapeyron)
- Se la trasformazione da **A** a **B** è reversibile, i due stati possono essere congiunti dalla curva che rappresenta istante per istante i punti di equilibrio attraverso i quali passa il sistema.
- Il lavoro compiuto dal sistema per andare dallo stato A allo stato B lungo la curva t è uguale a:

$$L_{AB}^t = \int_A^B P \cdot dV$$

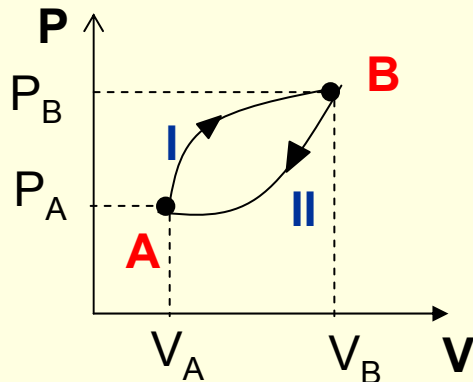
- Il lavoro dipende dal tipo di trasformazione (percorso) fatta per andare da **A** a **B**:

$$L_{AB}^t \neq L_{AB}^{t'}$$

- In una trasformazione reversibile il lavoro è pari all'area racchiusa dalla curva P(V) e dall'asse delle ascisse.
- Se la trasformazione è reversibile, allora da **B** si può tornare ad **A**:

$$L_{BA}^t = \int_B^A P \cdot dV = - \int_A^B P \cdot dV = -L_{AB}^t$$

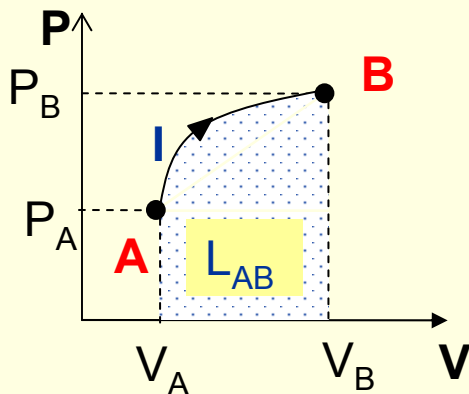
Lavoro nel piano PV



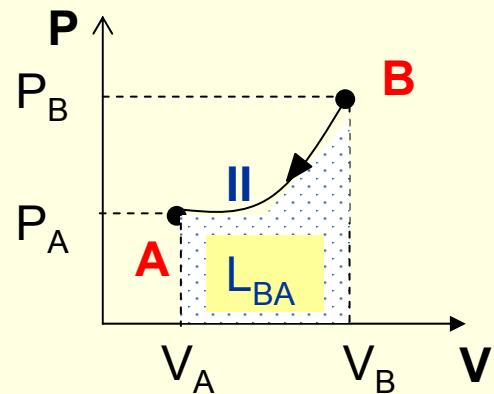
- Consideriamo una trasformazione ciclica qualsiasi. Il lavoro sarà pari a:

$$L = \oint P \cdot dV$$

- Dividiamo il ciclo in due percorsi: il percorso I ed il percorso II.



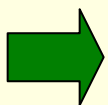
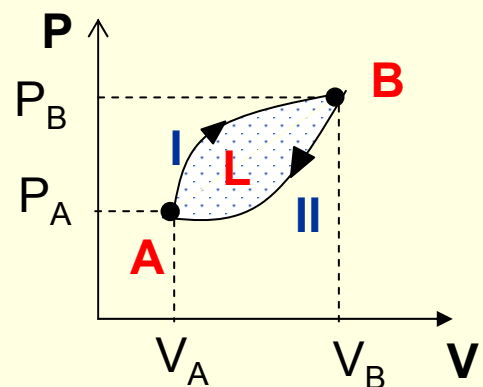
Lavoro durante l'espansione da A a B lungo il percorso I



Lavoro durante la compressione da B ad A lungo il percorso II

- Il lavoro totale lungo il ciclo vale:

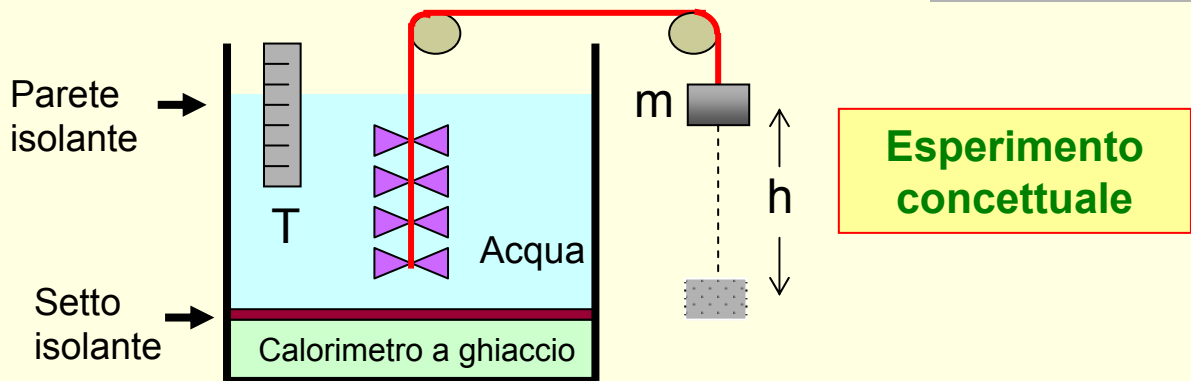
$$\begin{aligned} L &= \oint PdV = \int_A^B PdV + \int_B^A PdV = \\ &= L_{AB}^I - |L_{AB}^{II}| \end{aligned}$$



Il lavoro è uguale all'area racchiusa dal ciclo.

- Ciclo percorso in senso orario => L positivo
- Ciclo percorso in senso antiorario => L negativo

Esperimento di Joule. Equivalente meccanico della caloria

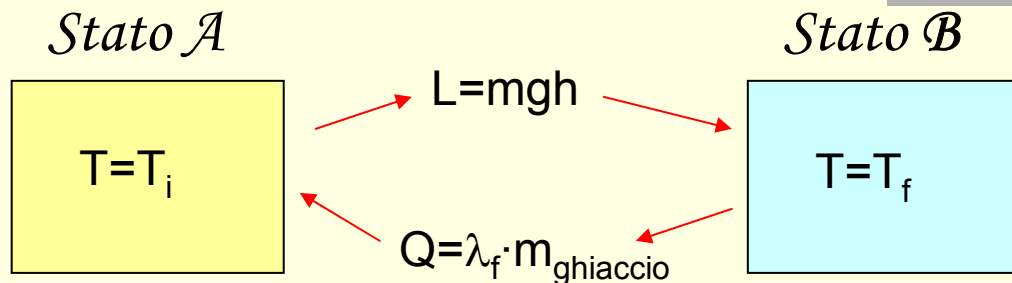


- Prendiamo un mulinello immerso in un contenitore isolante, che non permette scambi di calore con l'esterno, contenente acqua.
- Il mulinello è collegato ad una massa m che può scendere di una quota h .
- Un termometro T permette di misurare la temperatura dell'acqua.
- L'acqua può scambiare calore con un calorimetro a ghiaccio (che si trova a $T=0\text{ °C}$) togliendo un setto isolante.
- Esperimento:
 - 1) Si misura la temperatura dell'acqua T_i
 - 2) Si fa scendere la massa $m \Rightarrow L = \Delta U_g = mgh$
 - 3) Si misura di nuovo la temperatura dell'acqua e si trova che è aumentata. $T_f > T_i$
 - 4) Si toglie il setto isolante. Del calore passa dall'acqua al calorimetro. Il ghiaccio comincia a fondere.
Quando $T=T_i$ il calore trasferito al calorimetro vale Q (misurato dalla quantità di ghiaccio che si è sciolto).

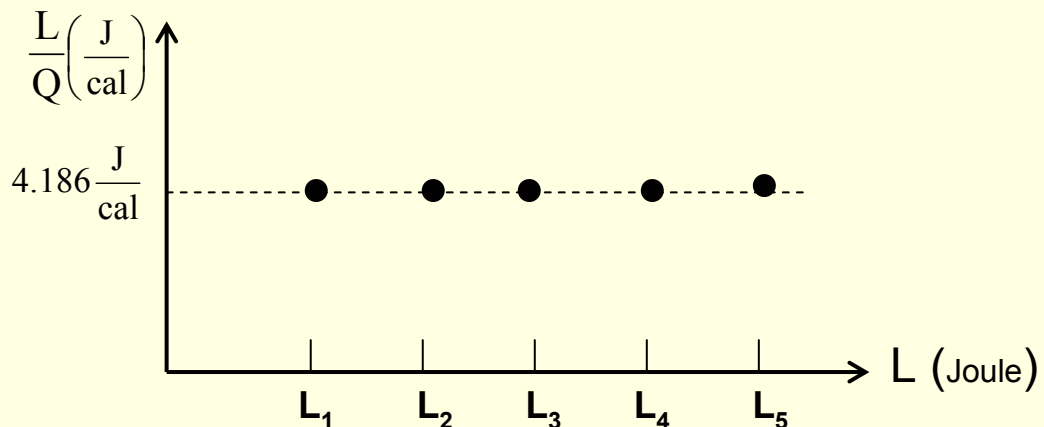
➡ **Siamo tornati nello stesso stato iniziale (stessa temperatura)**

N.B. Provate a valutare le variazioni di temperatura facendo ipotesi ragionevoli.

Esperimento di Joule



- Ripetiamo l'esperimento cambiando il lavoro fatto dal mulinello sull'acqua.
Si può fare cambiando la massa m oppure l'altezza h
- Per ogni valore di L si misura il corrispondente valore di Q necessario per riportare il sistema nello stato iniziale.
- Costruiamo il grafico seguente:



- In una trasformazione ciclica il rapporto tra il lavoro fatto sul sistema ed il calore sottratto è una costante universale.

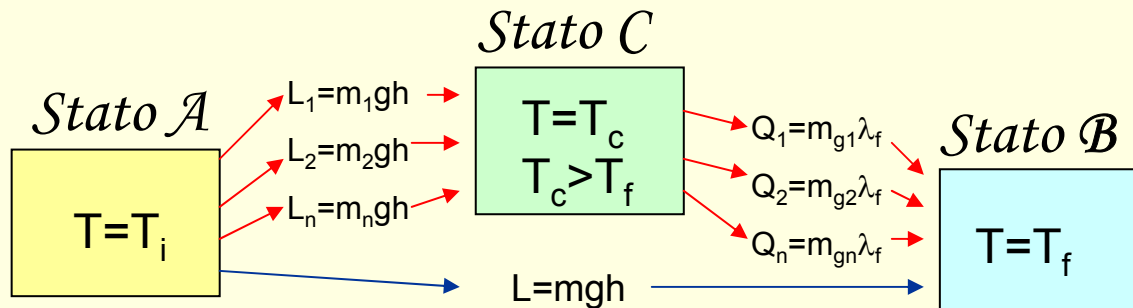
$$\frac{L}{Q} \equiv J = 4.186 \frac{J}{cal}$$

(equivalente meccanico della caloria)

- Se uso le stesse unità di misura per il lavoro ed il calore, in una trasformazione ciclica si ha:

$$Q - L = 0$$

Energia interna U



- Stato iniziale (stato A): acqua a temperatura T_i
- Stato finale (stato B): acqua a temperatura T_f
- Stato intermedio (stato C): acqua a temperatura $T_c > T_f$
- Lo stato C viene raggiunto facendo cadere una massa $m_i > m$
- Dallo stato C si può andare allo stato B facendo passare del calore dall'acqua al calorimetro.
In questo modo l'acqua si raffredda fino alla temperatura $T = T_f$
- Si può passare dallo stato A allo stato B in vari modi, "scambiando" diversi calori e lavori:
 - Abbiamo:
 - 1) $L_1 = m_1 gh$; $Q_1 = m_{g1} \cdot \lambda_f$
 - 2) $L_2 = m_2 gh$; $Q_2 = m_{g2} \cdot \lambda_f$
 - 3) $L_i = m_i gh$; $Q_i = m_{gi} \cdot \lambda_f$
 - 4) $L_n = m_n gh$; $Q_n = m_{gn} \cdot \lambda_f$
 - 5) $L = mgh$; $Q = 0$ [caso particolare]

Energia interna U

- Per andare dallo stato A ($T=T_i$) allo stato B ($T=T_f$), il sistema (acqua) scambia con l'ambiente calore e lavoro.
- Calore e lavoro scambiati sono diversi in funzione del tipo di trasformazione eseguita.
- Qualunque sia il tipo di trasformazione, sperimentalmente, si trova sempre che:

$$Q_1 - L_1 = Q_2 - L_2 = \dots Q_i - L_i = \dots Q_n - L_n$$

- Ovvero:

$$Q - L = \text{costante}$$

- Se cambiamo lo stato iniziale ($T_i' \neq T_i$) oppure lo stato finale ($T_f' \neq T_f$) e ripetiamo l'esperimento troviamo:

$$Q' - L' = \text{costante}'$$

- La grandezza Q-L non dipende dal tipo di trasformazione eseguita, ma dipende solo dallo stato iniziale e dallo stato finale (ricordate il lavoro di una forza conservativa?)
- Quindi Q-L è uguale alla variazione di una funzione di stato. Una funzione che dipende solo dal valore dei parametri di stato.
- Tale funzione di stato si chiama **Energia Interna U** (oppure **E_{int}**).

Primo principio della termodinamica

$$Q - L = U(B) - U(A) = \Delta U$$

- L'energia interna $U(P,V,T)$ è funzione dei parametri di stato.
- Nella relazione $Q-L=\Delta U$ compare solo come differenza, quindi è definita a meno di una costante arbitraria.
- Consideriamo ora un tratto elementare di una trasformazione reversibile (cioè che passa solo per stati di equilibrio):

$$\delta Q - \delta L = dU$$

- dU è un differenziale esatto (corrisponde cioè alla variazione di una funzione di stato), mentre δQ e δL sono solo quantità piccole, ma non sono differenziali esatti, perché il loro valore dipende dal tipo di trasformazione.

Convenzione sui segni !

Il calore **assorbito** dal sistema è **positivo**

Il calore **ceduto** dal sistema è **negativo**

Il lavoro fatto **dal** sistema è **positivo**

Il lavoro fatto **sul** sistema è **negativo**

Primo principio: conservazione dell'energia

- Ricordate dalla meccanica che nel caso del lavoro fatto in un campo di forze conservative si aveva:

$$L = \Delta U \quad (\text{variazione dell'energia potenziale})$$

↘ lavoro fatto sul campo

Il lavoro fatto dal campo vale $L = - \Delta U$

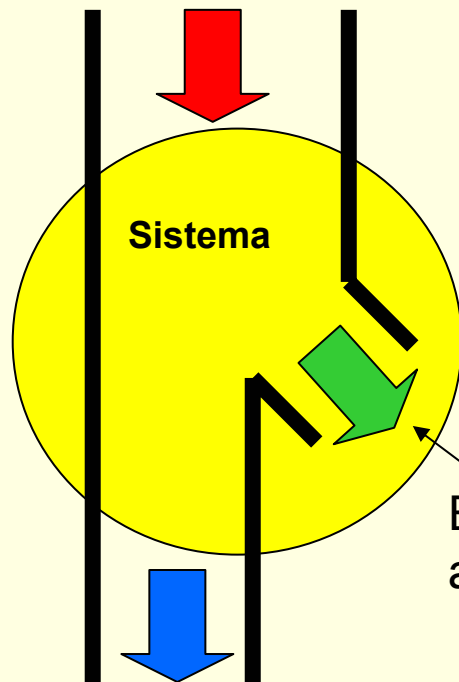
- Nel caso di forze non conservative (attrito) non vale il principio di conservazione dell'energia meccanica.
- Il primo principio della termodinamica ristabilisce la legge di conservazione dell'energia introducendo un'altra forma attraverso la quale può essere scambiata energia: il calore.

$$\Delta U = Q - L \quad (U=\text{energia interna})$$

- Alcuni esempi di trasformazioni:
 - Adiabatica: $Q=0 \Rightarrow \Delta U = -L$
 - Isocora : $\Delta V=0 \Rightarrow L=0 \Rightarrow \Delta U = Q$
(riscaldare un corpo a volume costante
implica un aumento della sua energia interna)
 - Trasformazione ciclica: $\Delta U=0 \Rightarrow Q=L$

Primo principio della termodinamica

Energia entrante (Q-L)

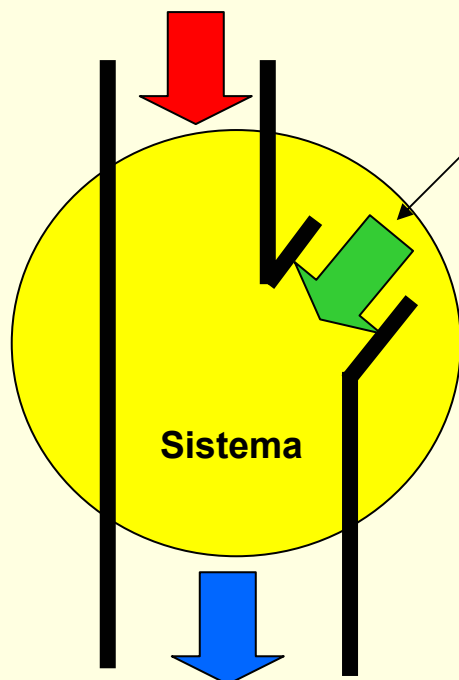


Il sistema cede all'ambiente meno energia di quanta ne riceve. La differenza è accumulata come energia interna

Energia interna accumulata

Energia uscente (Q-L)

Energia entrante (Q-L)



Energia interna ceduta

In questo caso è vero il contrario. Il sistema cede energia all'ambiente.

Energia Uscente (Q-L)

Ambiente

Mole e Numero di Avogadro

■ Quantità di materia: mole

una mole di una sostanza corrisponde ad una quantità di materia la cui massa espressa in grammi è pari al peso molecolare.

Esempio: ossigeno - molecola O_2 ; $PM \approx 32$ ($8p+8n+8p+8n$)
=> una mole di ossigeno è equivalente ad una massa di 32 g

■ Esercizio:

50 g di azoto a quante moli corrispondono?

La molecola di azoto è N_2 ; $PM=28$

$$\Rightarrow n_{\text{moli}} = \frac{m(\text{grammi})}{PM} = \frac{50}{28} = 1.79 \text{ moli}$$

■ Numero di Avogadro: N_A

Amedeo Avogadro nel 1811 formulò l'ipotesi che due volumi di gas ad uguale volume e temperatura contengono lo stesso numero di molecole.

Esperimenti successivi dimostrarono che una mole di gas contiene sempre il medesimo numero di molecole pari a:

$$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ (numero di Avogadro)}$$

■ La mole è un'unità fondamentale del S.I.

- Si chiama mole una quantità di materia che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi contenuti in 12 g dell'isotopo ^{12}C del carbonio, ovvero $N_A = 6.0221 \cdot 10^{23}$ entità elementari

■ Esempio: una mole di palle da tennis è uguale a:

$$6.0221 \cdot 10^{23} \text{ palle da tennis}$$

Leggi dei gas

■ Prima legge di Gay-Lussac:

il volume di un gas a pressione costante è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta del gas.

$$V = \left(\frac{V_0}{273.15} \right) \cdot T$$

V_0 =volume alla temperatura di 0 °C

oppure:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

(a pressione costante)

■ Seconda legge di Gay-Lussac:

la pressione di un gas a volume costante è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta del gas.

$$P = \left(\frac{P_0}{273.15} \right) \cdot T$$

P_0 =pressione alla temperatura di 0 °C

oppure:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

(a volume costante)

■ Legge di Boyle:

a temperatura costante si ha:

$$P \cdot V = \text{costante}$$

ovvero:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

(a temperatura costante)

Equazione di stato dei gas ideali

- Combinando insieme le tre leggi dei gas, si verifica sperimentalmente che vale la relazione:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

- Mantenendo costante P oppure V oppure T si ritrovano le tre leggi dei gas.
- La relazione precedente si può riscrivere nel modo seguente:

$$\frac{P \cdot V}{T} = \text{costante} \quad \rightarrow \quad \frac{P \cdot V}{T} = n \cdot R$$

← costante dei gas
↳ numero di moli

- Sperimentalmente si trova che una mole di gas a $T=0^\circ\text{C}$ [273.15 K] e $P=1\text{ atm}$ [101325 Pa] (condizione standard STP) occupa un volume $V=22.41410\text{ l}$ [$22.41410 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$]
- Ricaviamo il valore di R:

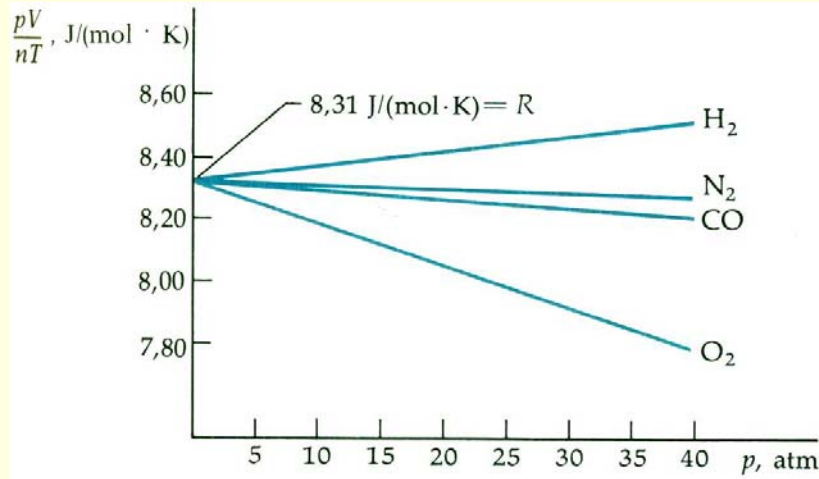
$$R = \frac{P \cdot V}{n \cdot T} = \frac{101.325 \times 22.41410}{1 \times 273.15} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\left[R = 0.08205 \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 1.987 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

- Domanda: tutti i gas obbediscono alla legge $PV=nRT$ per qualsiasi valore di P, V, T?

Gas perfetto (gas ideale)

$$PV = nRT$$



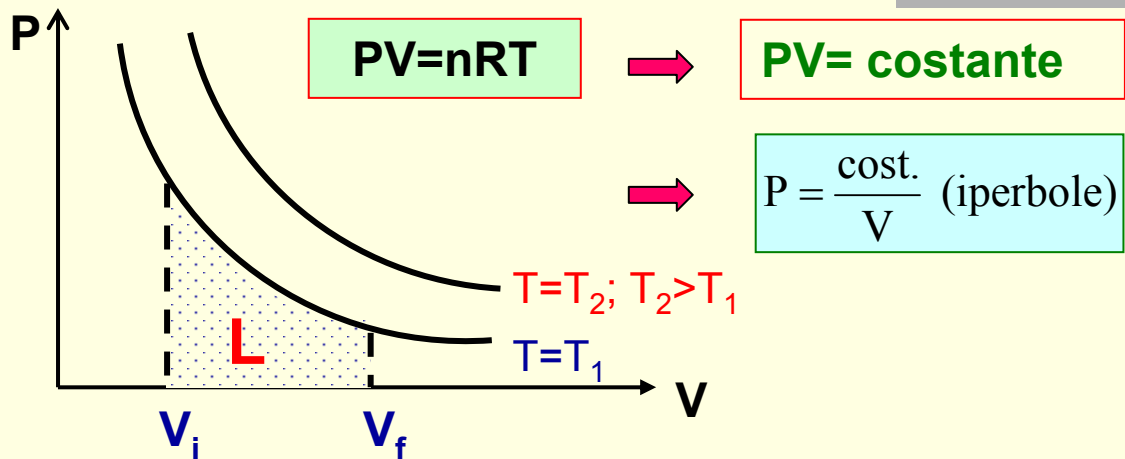
- A parità di pressione, gas diversi presentano un diverso valore di R
- Lo stesso gas a diversi valori di P presenta un R diverso, però se si fa tendere P a zero allora tutti i valori di R convergono verso lo stesso valore di $R=8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

$$P = n \cdot \frac{RT}{V} \quad ; \quad n = \frac{m}{PM} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{m}{PM} \cdot \frac{RT}{V} \quad ; \quad \rho = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad P = \rho \frac{RT}{PM}$$

- Fare tendere P a zero equivale a fare tendere a zero la densità del gas.
- Densità molto bassa vuol dire che le molecole del gas sono molto lontane le une dalle altre e non interagiscono più tra di loro.
- Un gas perfetto è un gas per il quale si può trascurare l'interazione reciproca delle molecole. In altri termini possiamo dire che l'energia di interazione è trascurabile rispetto all'energia cinetica media delle particelle. Quest'ultima condizione si realizza anche per temperature elevate del gas.

N.B.
$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8.314}{6.022 \cdot 10^{23}} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad [\text{costante di Boltzman}]$$

Lavoro svolto da un gas ideale a temperatura costante



- Consideriamo n moli di gas contenute in un cilindro chiuso da un pistone libero di muoversi e a contatto con una sorgente termica a temperatura T .
- Il gas si espande dal volume V_i fino a V_f . Durante l'espansione la temperatura del gas rimane costante.
Consideriamo una trasformazione reversibile.
- Il lavoro compiuto dal gas vale:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} P \cdot dV \quad ; \quad P = \frac{nRT}{V} \quad [\text{questo vale per un gas perfetto}]$$

$$L = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV$$

- Se il gas passa da V_i a V_f con una trasformazione isoterma, si ha:

$$L = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \cdot \ln V \Big|_{V_i}^{V_f} = nRT \cdot \ln \frac{V_f}{V_i}$$

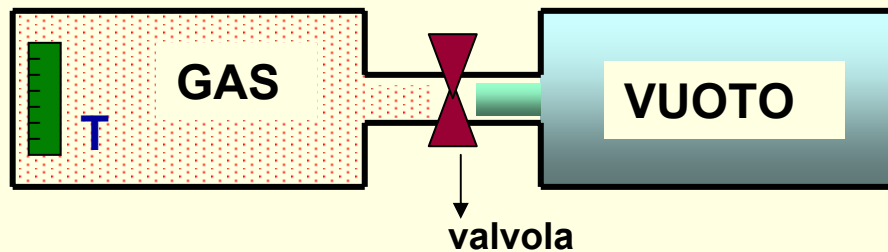
$$L = nRT \cdot \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Se $V_f > V_i \Rightarrow L$ è positivo (espansione)

Se $V_f < V_i \Rightarrow L$ è negativo (compressione)

Energia interna di un gas ideale.

Esperienza di Joule (espansione libera)



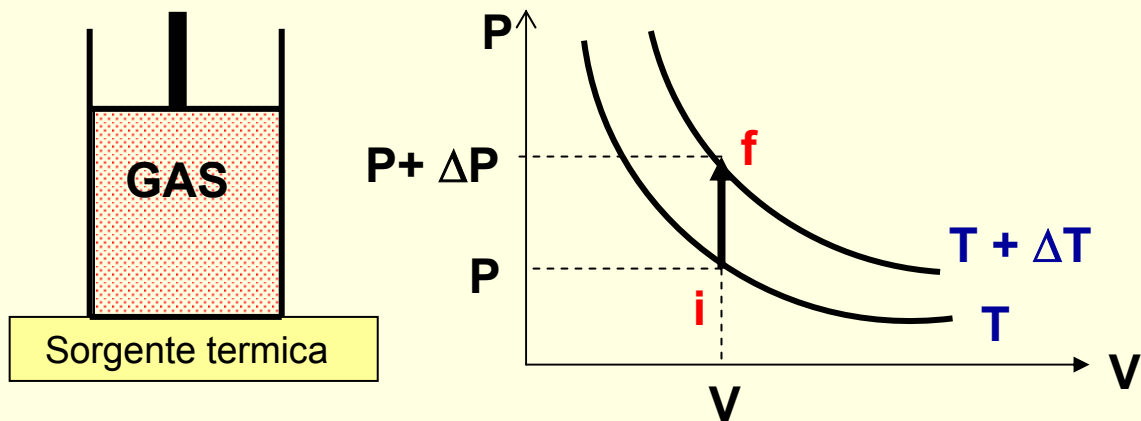
- Il gas è contenuto in un recipiente a pareti rigide ed adiabatiche, ed è collegato tramite una valvola ad un secondo recipiente rigido ed adiabatico in cui è stato fatto il vuoto.
- Il gas è quindi isolato termicamente dall'esterno.
- Si apre la valvola e si lascia espandere liberamente il gas nel secondo recipiente.
- Si aspetta il ristabilirsi dell'equilibrio termodinamico.
- Si trova che il volume del gas è cambiato, la pressione è cambiata, ma non è cambiata la temperatura del gas misurata con il termometro T (questo è valido a rigore solo per un gas ideale).
- Il gas non ha scambiato calore con l'esterno ($Q=0$).
- Le pareti del contenitore sono rigide, quindi il gas non ha "scambiato" lavoro con l'esterno ($L=0$).
- Allora: $\Delta U = Q - L = 0 - 0 = 0$

non è variata l'energia interna del gas.

- Dato che la sola variabile termodinamica che non è cambiata è la temperatura, se ne conclude che l'energia interna di un gas perfetto è funzione solo della sua temperatura:

$$U = U(T)$$

Gas perfetto: calore specifico molare a volume costante



- Consideriamo n moli di un gas perfetto contenute in un cilindro chiuso da un pistone.
- Il volume del gas viene mantenuto costante durante la trasformazione.
- Il gas è a contatto con una sorgente termica a temperatura T con la quale può scambiare calore.
- Forniamo calore al gas aumentando la temperatura della sorgente di ΔT .
- La pressione del gas aumenta da P a $P + \Delta P$.
- Capacità termica:
$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$
- Calore specifico molare (a volume costante):
$$c_v = \frac{C}{n}$$
- Quindi sussiste la seguente relazione tra il calore fornito al gas a volume costante, la variazione di temperatura ed il calore specifico molare a volume costante:

$$Q = n \cdot c_v \cdot \Delta T$$

C_V molare

- Sperimentalmente si trova che per un gas monoatomico si ha:

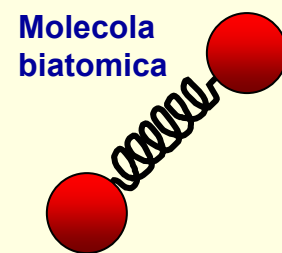
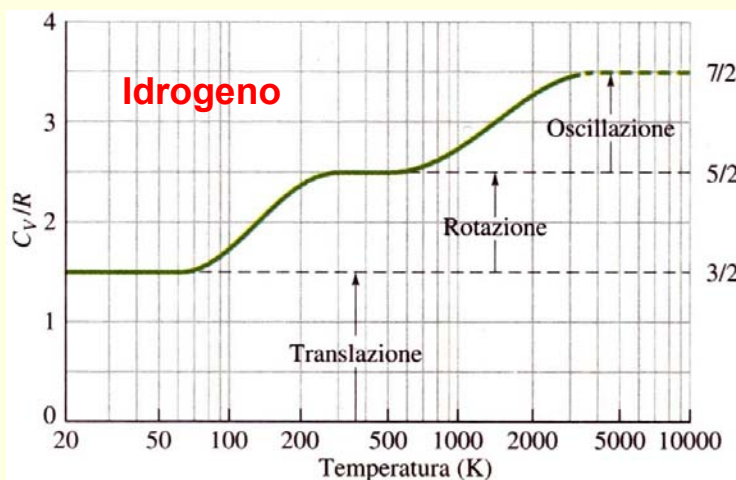
$$C_V = \frac{3}{2}R = 12.5 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

(si può dimostrare con la teoria cinetica dei gas)

- Per un gas biatomico (H_2 , O_2 , N_2) si ha:

$$C_V = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

- in realtà questo è vero per gran parte dei gas soltanto a temperatura ambiente. L'andamento del calore specifico molare in funzione della temperatura ha il comportamento seguente:



- Una molecola biatomica può traslare (3 gradi di libertà), può ruotare intorno al centro di massa (2 gradi di libertà), può vibrare lungo la congiungente I due atomi (2 gradi di libertà). I gradi di libertà che vengono via via eccitati sono funzione della temperatura.

- Per le molecole poliatomiche si ha:

$$C_V \cong 3 \cdot R$$

Energia interna di un gas perfetto

- Se forniamo calore ad un gas a volume costante, si ha:

$$Q = n \cdot c_v \cdot \Delta T$$

- Essendo una trasformazione a volume costante, non c'è variazione di volume e quindi il lavoro è nullo.
- Dal primo principio della termodinamica avremo quindi:

$$\Delta U = Q - L = Q - 0 = Q = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

- L'energia interna è una funzione di stato. La sua variazione dipende solo dallo stato iniziale e finale, ma non dal tipo di trasformazione.
- Qualunque sia il tipo di trasformazione vale sempre:

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T$$

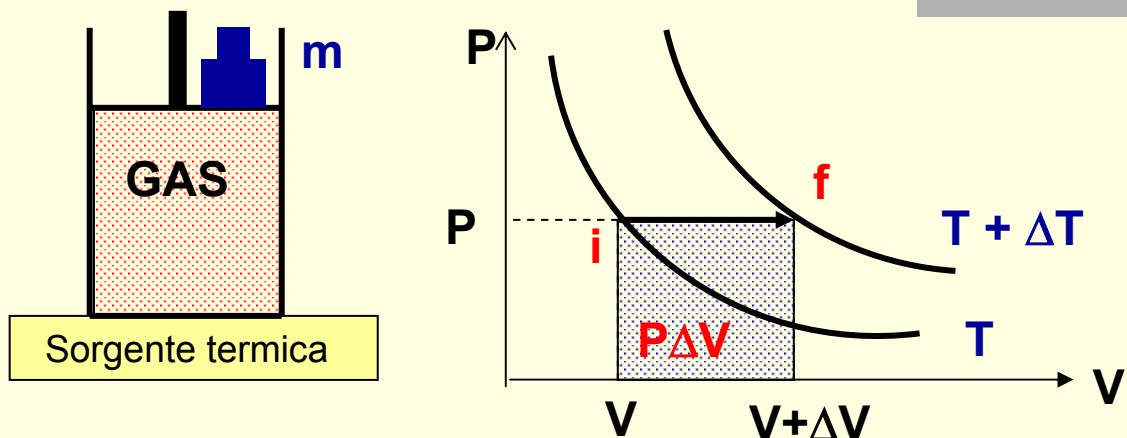
- Per un gas perfetto si può pertanto esprimere in maniera esplicita l'espressione dell'energia interna:

$$U = n \cdot C_v \cdot T + \text{costante}$$

- Gas monoatomico: $U = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot T + \text{costante}$

- Gas biatomico: $U = n \cdot \frac{5}{2} R \cdot T + \text{costante}$

Gas perfetto: calore specifico molare a pressione costante



- Ripetiamo l'esperimento fornendo calore al gas a pressione costante. Questa condizione può realizzarsi mettendo una massa m sopra al pistone, libero di muoversi.

- Avremo la relazione: $Q = n \cdot c_p \cdot \Delta T$

- Per una trasformazione isobara si ha: $L = P \cdot \Delta V$

- Per un gas perfetto ($PV=nRT$) si ha: $P \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T$

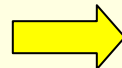
- Ricordiamo che: $\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T$

- Mettendo insieme le tre equazioni si ha:

$$\Delta U = Q - L$$



$$nC_v \Delta T = nC_p \Delta T - nR \Delta T$$



$$C_v = C_p - R$$

- Quindi: $C_p = C_v + R$

Il calore specifico a pressione costante è più grande del calore specifico a volume costante perché parte del calore fornito al gas viene utilizzato come lavoro di espansione del gas.

Trasformazione adiabatica reversibile di un gas perfetto

- **Adiabatica:** $Q=0 \Rightarrow L + \Delta U = 0$
[per una trasformazione infinitesima si ha: $\delta L + dU = 0$]
- **Gas perfetto:** $PV = nRT$; $\Delta U = nC_V\Delta t$
[trasformazione infinitesima: $\delta L = pdV$; $dU = nC_V dT$]

$$\Rightarrow \boxed{\delta L + dU = pdV + nC_V dT}$$

$$[\text{Ricordando che: } p = \frac{nRT}{V} \text{ e } C_P - C_V = R]$$

$$\Rightarrow nRT \frac{dV}{V} + nC_V dT = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{C_P - C_V}{C_V} \frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}}$$

- Integriamo l'integrale ricordando che $\int \frac{dx}{x} = \ln x + \text{costante}$

$$\frac{C_P - C_V}{C_V} \int \frac{dV}{V} = -\int \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{C_P - C_V}{C_V} \ln V = -\ln T + \text{costante}$$

- Definiamo: $\frac{C_P}{C_V} = \gamma \Rightarrow \boxed{\frac{C_P - C_V}{C_V} = \gamma - 1}$

$$\gamma = 5/3 \quad : \text{ gas monoatomico}$$

$$\gamma = 7/5 \quad : \text{ gas biatomico}$$

... continua adiabatica gas ideale

- Quindi: $(\gamma - 1) \cdot \ln V + \ln T = \text{costante}$

$$\Rightarrow \ln V^{\gamma-1} + \ln T = \text{costante}$$

$$\Rightarrow \ln TV^{\gamma-1} = \text{costante}$$

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = \text{costante}}$$

N.B. le due costanti sono diverse, ma non ha nessuna rilevanza fisica.

- Ricordando che $\frac{PV}{nR} = T$, si ha:

$$\frac{PV}{nR} V^{\gamma-1} = \frac{PV^{\cancel{\gamma}} V^{\cancel{-1}}}{nR} = \text{costante}$$

$\Rightarrow PV^{\gamma} = nR \cdot \text{costante} \Rightarrow PV^{\gamma} = \text{costante}$

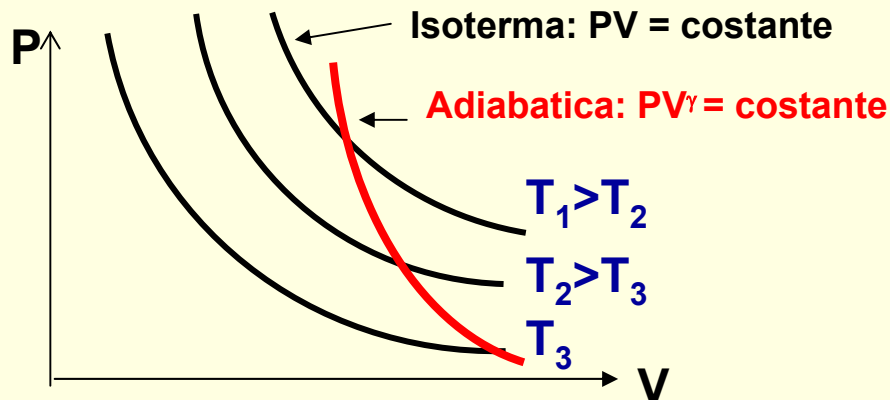
- Risultato finale: $\boxed{PV^{\gamma} = \text{costante}}$

- Ovvero per una trasformazione adiabatica **reversibile** di un gas perfetto da uno stato **A** ad uno stato **B**, si ha:

$$\boxed{P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}}$$

$$\left[\gamma = \frac{C_P}{C_V} \right]$$

...continua adiabatica gas ideale



- In una espansione adiabatica reversibile di un gas perfetto la temperatura **diminuisce**.
- Giustificazione "matematica":

$$\text{isoterma: } P = \frac{\text{costante}}{V} \quad ; \quad \text{adiabatica: } P = \frac{\text{costante}}{V^\gamma}$$

➡ l'adiabatica è una curva più "ripida".

- Giustificazione "fisica":

$$\Delta U + L = 0 \quad \leftarrow \quad (\text{adiabatica})$$

$$\Rightarrow \quad L = -\Delta U$$

- In un'espansione il lavoro è positivo, quindi la variazione di energia interna deve essere negativa.
- Per un gas perfetto si ha: $\Delta U = nC_V\Delta T$

➡ ΔT deve essere negativo, ovvero il gas nell'espansione adiabatica reversibile deve raffreddarsi.