

Lezione Fermi 10

Luciano Maiani, AA 14-15

Nane bianche, stelle di neutroni e onde gravitazionali

Sommario

1. Il compagno di Sirio
2. Pressione di Fermi
3. Relazione raggio-massa, la massa limite di Chandrasekar
4. Stelle di neutroni
5. Pulsar al millisecondo e pulsar binarie
6. La ricerca diretta delle Onde Gravitazionali

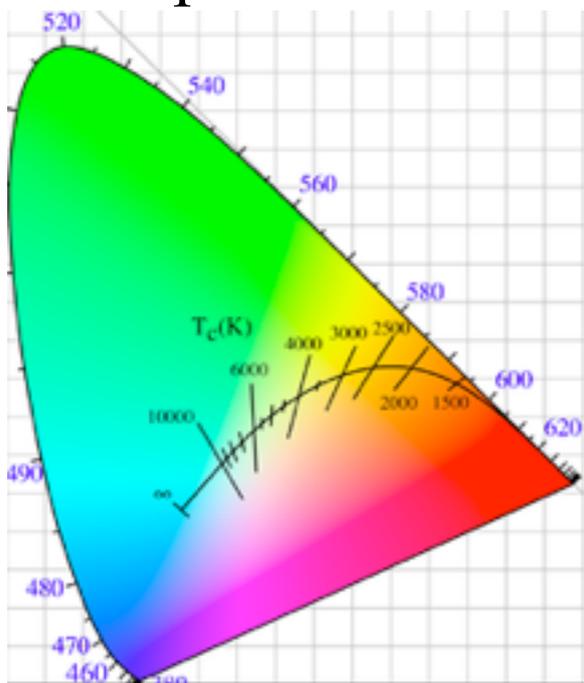
1. Il compagno di Sirio

Sirio A: una delle stelle piu' luminose e piu' vicine

	Parallax, mas	Distance, pc	Distance, ly
Perryman <i>et al.</i> (1997) (Hipparcos)	379.21 ± 1.58	2.637 ± 0.011	8.6 ± 0.04

- 1844. F. Bessel, analizzando il moto apparente di Sirio, scopre che deve avere un compagno non ancora visto, Sirio B
- 1862. A. A. Clark, negli USA, osserva Sirio B come atteso
- 1915. W. S. Adams, Mount Palomar, osserva lo spettro di Sirio B, stella bianco-azzurra, T circa $25 \cdot 10^3 \text{ } ^\circ\text{K}$

di qui la misura del raggio di Sirio B, usando la distanza misurata e la legge di Stephan-Boltzmann sulla radiazione del corpo nero



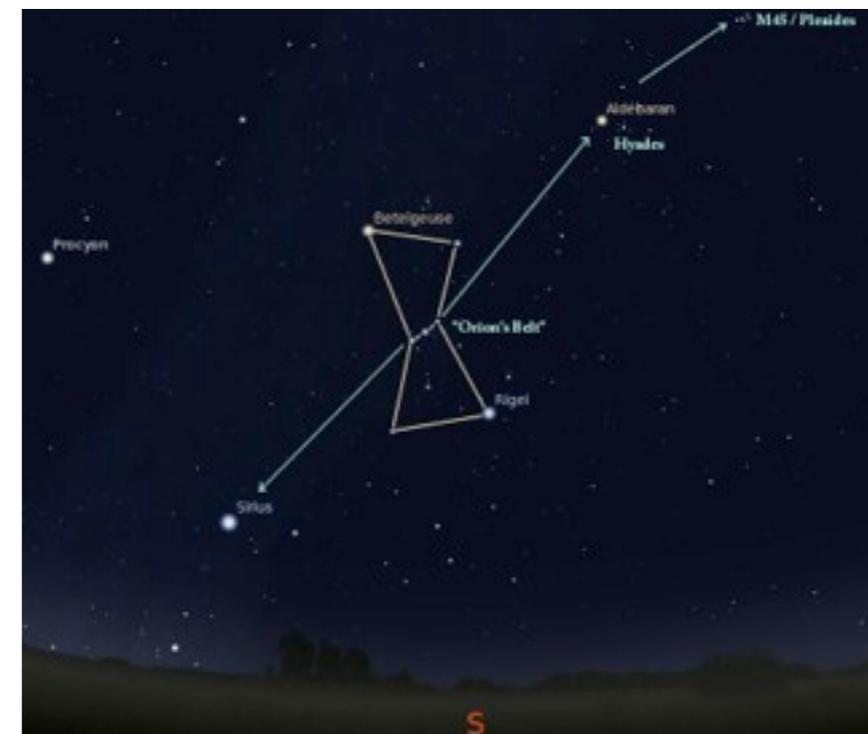
$$L_{abs} = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$\frac{R}{R_{sun}} = \sqrt{\frac{L_{abs}}{L_{sun}}} \left(\frac{T_{sun}}{T}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{5800 \text{ } ^\circ\text{K}}{25200 \text{ } ^\circ\text{K}}\right)^2 \sqrt{0.026} = 0.0085$$

$$R = 0.0085(700000 \text{ km}) \approx 6000 \text{ km} \approx R_{Terra}$$

densita' $\sim 10^6$ volte la densita' media del Sole $\sim 10^6 \text{ gr/cm}^3$



Sirius A and B from a spaceship:
Artist Impression



	$\alpha \text{ CMa B}$
Mass	0.978[7] M_{\odot}
Radius	$0.0084 \pm 3\%^{[11]} R_{\odot}$
Luminosity	0.026[note 3] L_{\odot}
Surface gravity (log g)	8.57[11] cgs
Temperature	25,200[7] K

2. La pressione di Fermi degli elettroni puo' stabilizzare il collasso stellare

- Il Sole sta in piedi dovuto alla pressione della radiazione che contrasta il collasso gravitazionale;
- ma la fusione non va al di la' del Fe e quindi il Sole e le altre stelle prima o poi finiscono il combustibile.
- Chandrasekar realizzo', nel 1930, che il principio di Pauli del gas di elettroni poteva fornire una pressione, anche a $T=0$ e in assenza di fonti di radiazione, sufficiente a contrastare l'attrazione gravitazione e a sostenere la stella.
- Perche' gli elettroni? sono molto piu' leggeri dei nucleoni (circa 1/2000 in massa) e presentano effetti quantistici piu' estesi: sono efficaci per piccoli valori della massa della stella ($M \lesssim M_{\odot}$).
- Chandrasekar scopri' anche che il meccanismo funziona finche' gli elettroni sono non-relativistici;
- questo conduce ad un valore della massa della stella al di sopra del quale gli elettroni non sono piu' sufficienti a stabilizzare il collasso, la massa limite di Chandrasekar, $M_C \approx 1.44 M_{\odot}$

- In un gas di N elettroni, a $T=0$, sono occupati i primi $N/2$ livelli (due elettroni/livello)
- U e' l'energia interna del sistema
- l'energia e il momento corrispondenti al livello piu' alto occupato prendono il nome da Fermi:

$$U = \sum_{i=0, i_{max}} E(q_i); \quad N = \sum_{i=0, i_{max}} 2 = 2n(q_F);$$

$$q_{i_{max}} = q_F = \text{momento di Fermi}$$

$$E(q_F) = E_F = \text{energia di Fermi}$$

$$n(q_F) = \text{numero dei livelli con } q \leq q_F$$

- Se variamo il volume, cambiano i valori di q_i (proporzionale a $1/L=1/V^{1/3}$) e quindi i valori dell'energia di ciascun livello, ma non varia il numero dei livelli occupati
- l'energia di ciascun livello occupato viene rivalutata: devo compiere un lavoro e quindi c'e' una pressione

$$\Delta U = \sum_i \delta E_i = L = \sum_i (-P_i) \Delta V = -P \Delta V$$

- (il segno meno indica che per diminuire il volume dobbiamo eseguire un lavoro positivo: il sistema resiste alla compressione)
- dal risultato per la pressione, si derivano le equazione dell'equilibrio idrostatico della stella. Noi eseguiremo calcolo approssimato, ma piu' diretto.

Calcoli

- Consideriamo una stella di massa M in una sfera di raggio R (volume $4/3\pi R^3$)
- ricaviamo q_F dalla densita' degli elettroni
- teniamo solo gli ordini di grandezza tralasciando i fattori numerici, π , etc.

$$2n(q_F) = V \frac{q_F^3}{3\pi^2} \sim R^3 q_F^3 \quad (\text{unit\`a : } c = \hbar = 1)$$

$$\text{da cui : } q_F = \frac{N^{1/3}}{R} = \frac{1}{R} \left(y \frac{M}{m_p} \right)^{1/3}$$

- la massa e' data dal numero di nucleoni: $M=(N_p+N_n)m_p$; $N=N_p$
- y rappresenta il numero di elettroni per nucleone
- se protoni e neutroni sono in egual numero, es. stelle di He^4 , C^{12} , etc., $y=1/2$.
- ***Elettroni non relativistici***: per piccole masse della stella, q_F arriva a valori per cui le velocita' degli elettroni sono ancora $\ll c$. In queste condizioni:

$$U = \sum_{i=0, i_{max}} E(q_i) \sim \sum_{i=0, i_{max}} \frac{q_i^2}{2m_e} \sim N \frac{q_F^2}{2m_e} \sim \frac{1}{m_e R^2} \left(y \frac{M}{m_p} \right)^{5/3}$$

- abbiamo approssimato l'energia ***come se*** tutti gli elettroni avessero $q=q_F$
- questo perche' il numero dei livelli cresce rapidamente con q e gli elettroni con $q \sim q_F$ sono una buona maggioranza

3. Relazione raggio-massa, la massa limite di Chandrasekar

- L'equilibrio della stella richiede: U (energia cinetica) = V (energia gravitazionale), ovvero:

$$\frac{1}{m_e R^2} \left(y \frac{M}{m_p} \right)^{5/3} = G \frac{M^2}{R} \text{ da cui :}$$

$$R = \frac{1}{m_e} \frac{y^{5/3}}{G m_p^{5/3}} \frac{1}{M^{1/3}} \text{ ovvero :}$$

$$\frac{R}{R_{Sun}} = \left(\frac{1}{m_e R_{Sun}} \right) \frac{y^{5/3}}{G m_p^2 B_{Sun}^{1/3}} \left(\frac{M_{Sun}}{M} \right)^{1/3}$$

$$[R(M = M_{Sun}) \approx 0.003 R_{Sun} = 2000 \text{ km}]$$

- abbiamo normalizzato la massa della stella alla massa del Sole, B_{Sun} = numero di nucleoni nel Sole
- ***Il raggio della stella e' inversamente proporzionale alla radice cubica della massa***
- ***per una massa simile alla massa del Sole e $y=1/2$, viene un raggio simile a quello del compagno di Sirio.***

La massa di Chandrasekar

- All'aumentare della massa, il raggio diminuisce e il momento di Fermi aumenta
- fino ad avere elettroni relativistici, per i quali la relazione tra energia e momento e': $E(q) \sim |q|$
- l'energia cinetica adesso vale:

$$U = \sum_{i=0, i_{max}} E(q_i) \sim \sum_{i=0, i_{max}} q_i \sim N q_F \sim \frac{1}{R} \left(y \frac{M}{m_p} \right)^{4/3}$$

- e la condizione di equilibrio diventa

$$\frac{1}{R} \left(y \frac{M}{m_p} \right)^{4/3} = G \frac{M^2}{R}$$

- Il raggio (che e' diventato piccolissimo) sparisce dell'equazione, che invece ci da' il valore della massa limite

$$M_{Chandra} = \frac{y^2}{G^{3/2} m_p^2}, \text{ ovvero}$$

$$\frac{M_{Chandra}}{M_{Sun}} = \frac{y^2}{(G m_p^2)^{3/2} B_{Sun}}$$

$$[M_C \approx 0.46 M_{Sun}]$$

Calcolo 3

- valori numerici delle costanti

$$G_N = 6.709 \cdot 10^{-39} \text{ GeV}^{-2};$$

$$m_p = 0.938 \text{ GeV};$$

$$m_e = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ GeV};$$

$$M_{sun} = 1.989 \cdot 10^{33} \text{ gram} = m_p \cdot B_{sun};$$

$$B_{sun} = 1.197 \cdot 10^{57};$$

$$R_{sun} = 6.95 \cdot 10^{10} \text{ cm} = 3.53 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$$

$$\hbar c = 0.197 \cdot 10^{-18} \text{ GeV km}$$

	ξ_1	$\xi_1^2 \theta'(\xi_1) $
Gas Non-Relativistico	3.65375	2.71406
Gas Ultra-Relativistico	6.89685	2.01824

Table 1: Parametri di Chandrasekar

- relazione raggio-massa ricavata dall'equazione dell'equilibrio idrostatico (gas di elettroni non-relativistici)

$$\frac{R}{R_{sun}} = \frac{(72\pi^5)^{1/3}}{32\pi} \xi_1 [\xi_1^2 |\theta'(\xi_1)|]^{1/3} \frac{\hbar c}{m R_{sun} (G_N m_p^2) B_{sun}^{1/3}} (2y_e)^{5/3} \left(\frac{M_{sun}}{M}\right)^{1/3} =$$

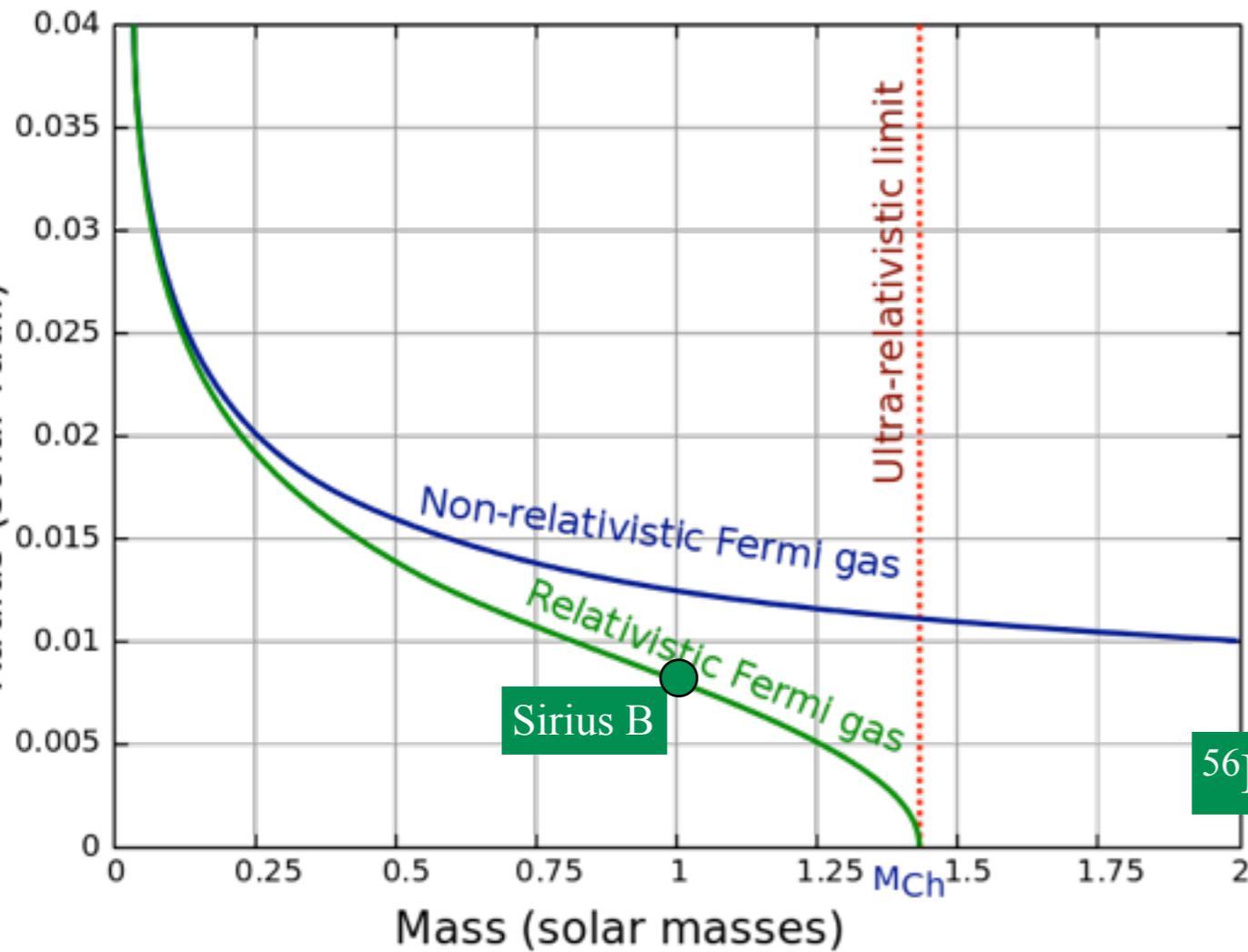
$$= 0.0128 \cdot \frac{m_e}{m} (2y_e)^{5/3} \left(\frac{M_{sun}}{M}\right)^{1/3} \quad [R(M = M_{Sun}) \approx 9000 \text{ km}]$$

- massa di Chandrasekar ricavata dall'equazione dell'equilibrio idrostatico (gas di elettroni relativistici)

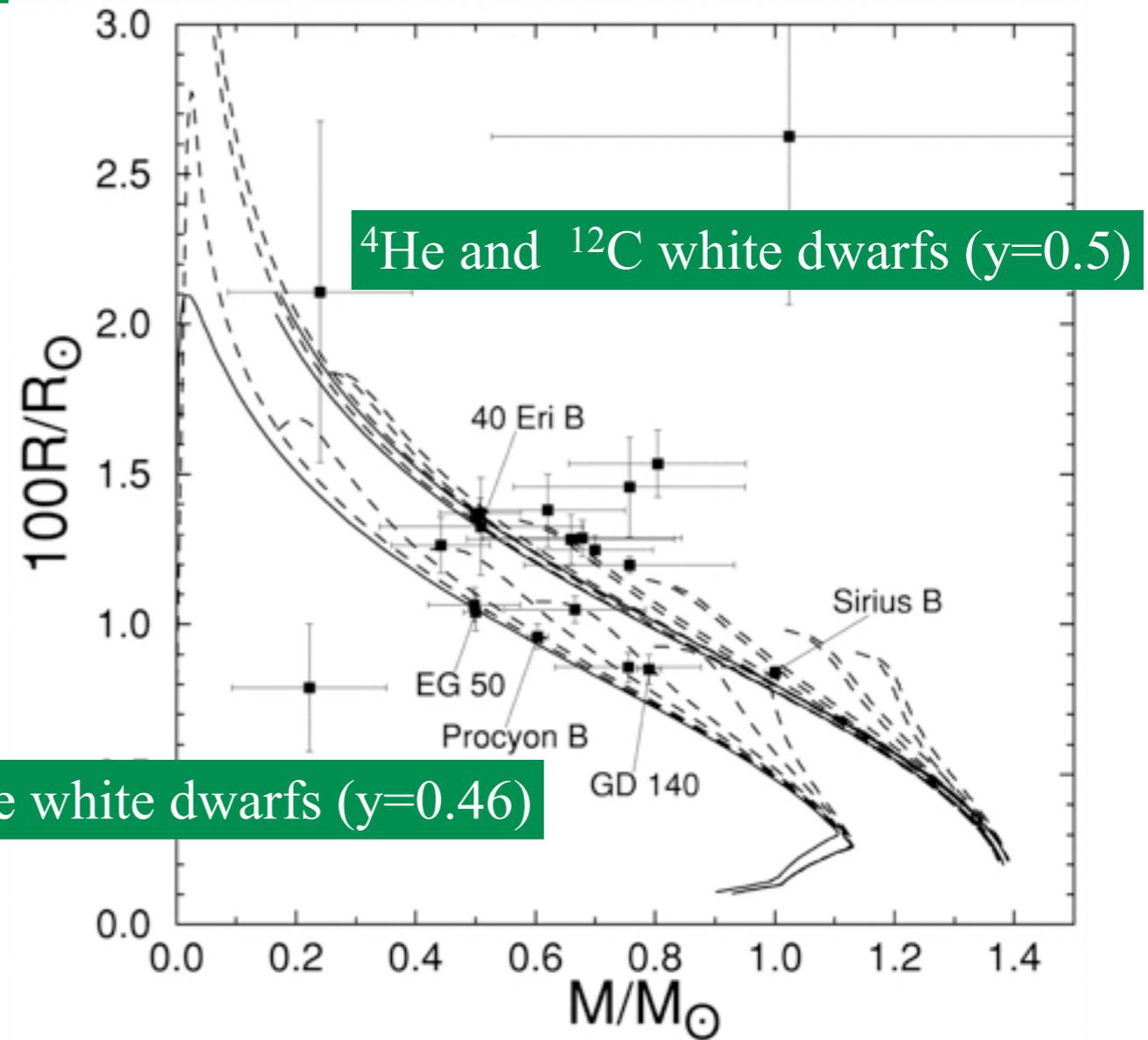
$$\frac{M_{Chandra}}{M_{Sun}} = \xi_1^2 |\theta'(\xi_1)| \frac{\sqrt{3\pi}}{2} \frac{(y_e)^2}{(G_N m_p^2)^{3/2} B_{Sun}}$$

$$= 1.42 \cdot (2y_e)^2$$

Relazione massa-raggio e massa limite per le nane bianche



^{56}Fe white dwarfs ($\gamma=0.46$)



The Astrophysical Journal, 530:949-954, 2000 February 20
© 2000. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.

Mass-Radius Relation for Magnetic White Dwarfs

In-Saeng Suh¹ and G. J. Mathews²

4. Stelle di neutroni

- 1934. Subito dopo la scoperta del neutrone (Chadwick, 1932) W. Baade e F. Zwicky ipotizzano l'esistenza di oggetti stellari compatti costituiti essenzialmente da neutroni, residui dell'esplosione di una supernova con un core di massa superiore alla massa di Chandrasekar
- I neutroni (massa circa 2000 volte la massa dell'elettrone) restano non-relativistici anche per raggi di molto inferiori a quelli delle nane bianche
- Scalando con la massa del neutrone, dalla relazione raggio-massa trovata prima troviamo:

$$R_{ns} = 0.0128 * 2^{5/3} \frac{m_e}{m_n} R_{sun} \sim 2.2 \cdot 10^{-5} R_{sun} \sim 15 \text{ km}$$

- la densita' media di una stella di neutroni e':
 - $\rho_{ns} \sim 0.08$ nucleoni/fermi³
 - confrontabile con la densita' della materia nucleare: $\rho_{nucl} = 0.16$ nucleoni/fermi³
- La massa limite di una stella di neutroni e' stata calcolata per la prima volta da E. Oppenheimer e G. Volkoff nel 1939.
- A differenza degli elettroni, essa deve tener conto dell'interazione tra neutroni ed e' conosciuta solo approx.: $M_{OV} = 1-3 M_{Sun}$

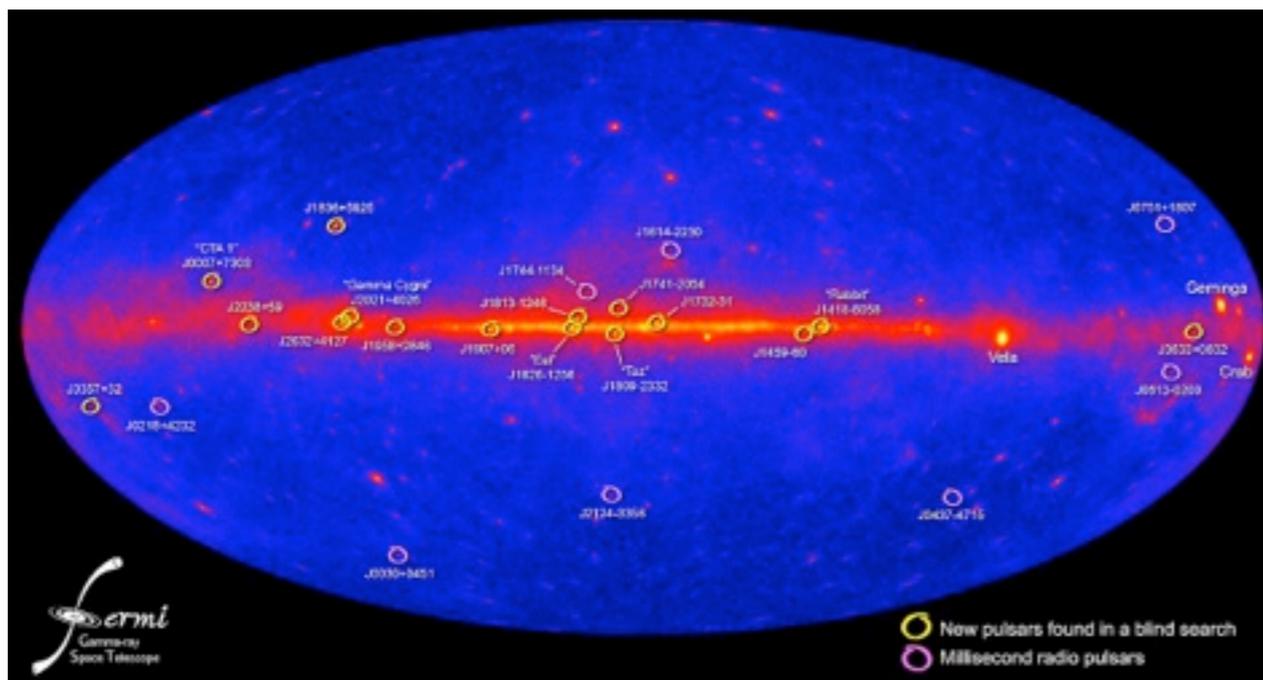
Le pulsar sono stelle di neutroni

- 28 Nov. 1968. Jocelyn Bell Burnell e Anthony Hewish (Premio Nobel 1974, insieme a M. Ryle) osservano radio segnali estremamente regolari separati da 1.33 secondi.
- La sorgente sconosciuta, la prima Pulsar osservata, viene indicata con LGM-1 (Little Green Men-1, il segnale di una società' extraterrestre?)
- la scoperta di una seconda sorgente in altra regione del cielo toglie ogni dubbio che sia un segnale artificiale.
- 1967 (un anno prima). Franco Pacini suggeriva che una stella di neutroni con un campo magnetico emetterebbe radiazione lungo l'asse dei poli e notava che l'energia verrebbe comunicata alla nebula residuo della supernova originale, ad es. la Crab Nebula
- Dopo la scoperta della pulsar, Thomas Gold ripropone il modello di stella di neutroni rotante e suggerisce che le pulsar siano oggetti di questo tipo.



Some neutron stars, like the one in the Crab Nebula supernova remnant, are called pulsars because astronomers detect regular radio pulses coming from them.

The 6-light-year-wide Crab Nebula was created by a star that blew up nearly 1000 years ago, leaving behind an unusual neutron star that may boast four magnetic poles (Image: NASA/ESA/J Hester/A Loll/ASU)



Gamma-ray pulsars detected by the Fermi Gamma-ray Space Telescope.

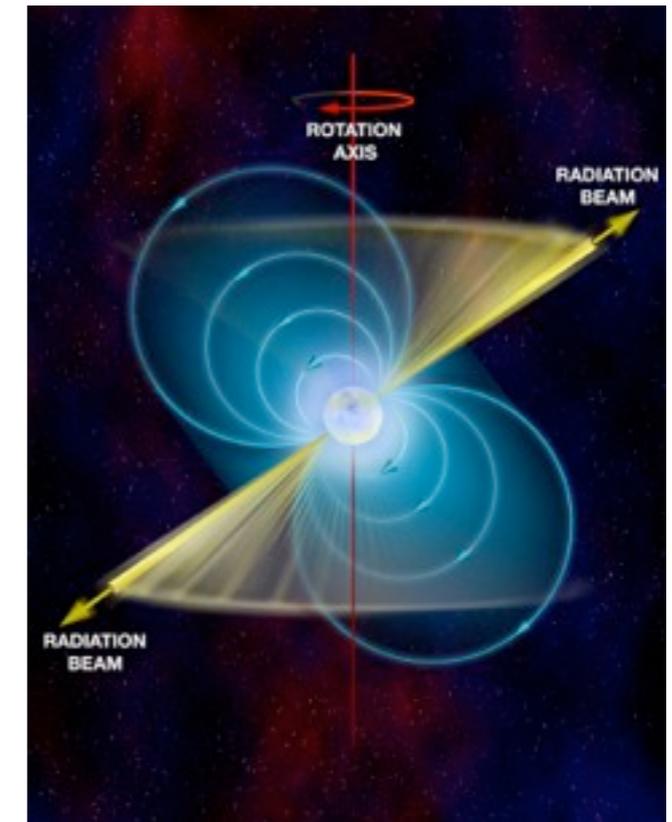
Le pulsar sono stelle di neutroni

- Le pulsar sono il residuo del core di una stella esplosa come supernova.
- Mantengono in gran parte il momento angolare della stella originale, ma hanno dimensioni molto piu' compresse, quindi velocita' di rotazione maggiori e periodi corripodentemente inferiori

$$J = I_{star}\omega_{star} = I_{pul}\omega_{pul},$$

$$T_{pul} = \frac{1}{\omega_{pul}} = T_{star} \frac{I_{pul}}{I_{star}} \sim T_{star} \frac{R_{pul}}{R_{star}} \sim T_{star} \cdot 10^{-5}$$

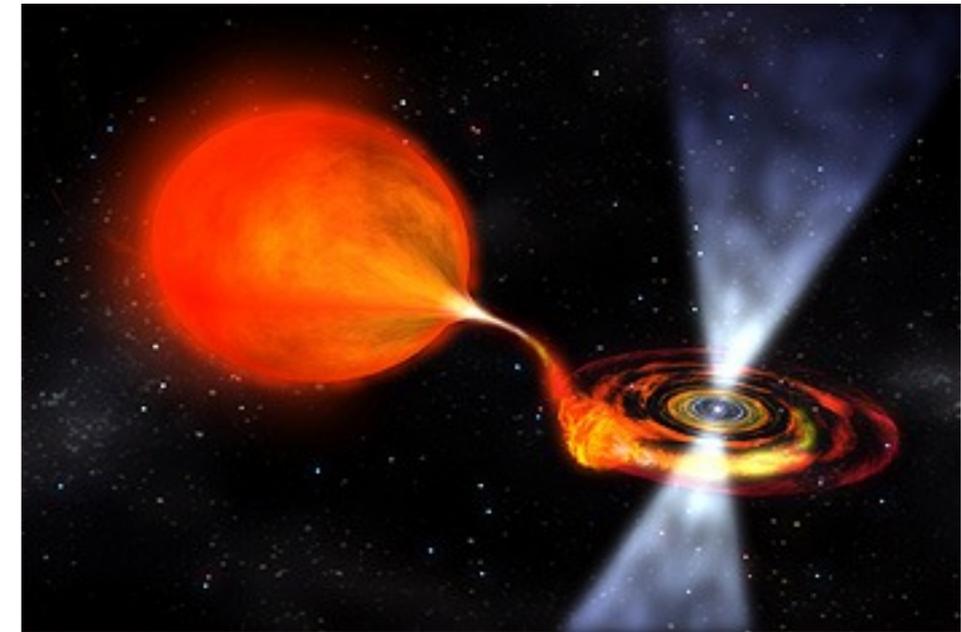
- Il Sole ha un periodo di rotazione di circa 1 mese ($2 \cdot 10^5$ sec), quindi periodi dell'ordine del secondo sono naturali
- Analoga legge di conservazione vale per il flusso del campo magnetico: le linee del campo seguono il plasma che le contiene e l'intensita' del campo aumenta col ridursi delle dimensioni): campi magnetici giganteschi, che incanalano i flussi di particelle cariche di alta energia (elettroni) lungo gli assi magnetici
- Se l'asse magnetico non e' allineato con l'asse di rotazione, si crea un effetto faro, che spiega il segnale periodico



5. Pulsars al millisecondo

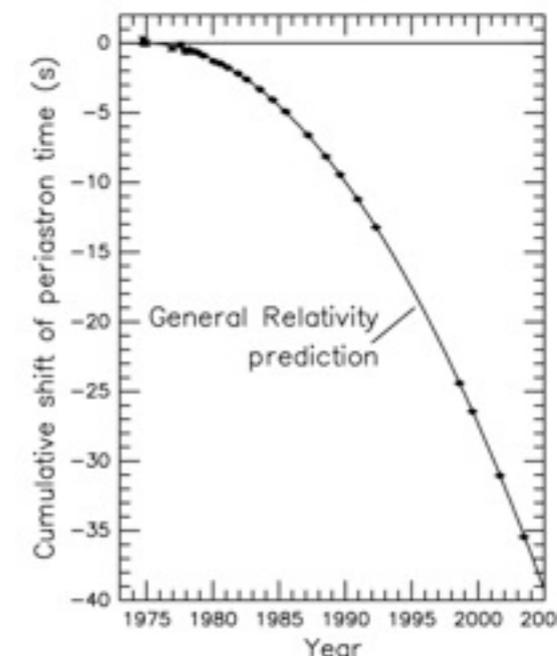
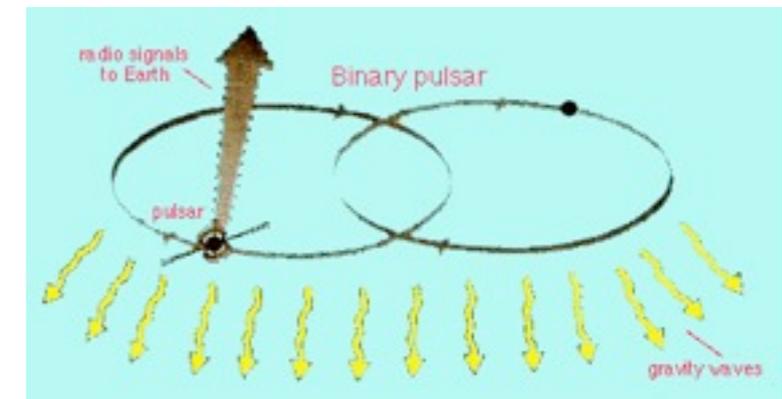
Le pulsar ordinarie ruotano con periodi dell'ordine del secondo, e rallentano lentamente con l'età fino a diventare troppo deboli per essere osservate.

- Le pulsar al millisecondo, invece ruotano anche diverse centinaia di volte al secondo. Raggiungono queste straordinarie velocità di rotazione a causa del materiale acquisito da una stella compagna, un processo che trasferisce momento angolare dalla compagna alla pulsar.



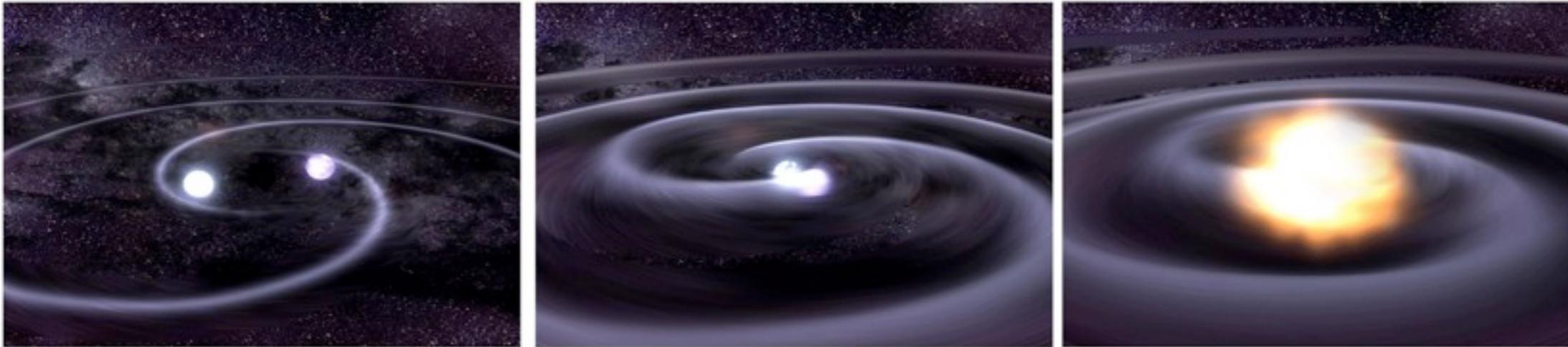
... e pulsars binarie

- 1974. Taylor e Hulse scoprono un sistema binario di pulsar, e osservano un periodo di rivoluzione che decresce (molto lentamente) nel tempo.
- Secondo la Relatività Generale, le pulsar emettono onde gravitazionali a causa dell'accelerazione, perdendo energia. I dati si adattano perfettamente sulla previsione della teoria.
- E' la prima evidenza, sia pure indiretta, dell'esistenza di onde gravitazionali !!!



Coalescenza di un sistema binario di pulsar

- La perdita di energia per emission di onde gravitazionali da parte della pulsar binarie le porta ad essere sempre piu' vicine
- fino a coalescere in uno scontro epocale



- molto oro??



MAX-PLANCK-GESELLSCHAFT

Max-Planck-Institut
für Astrophysik



Suchen

Schnellzugriff

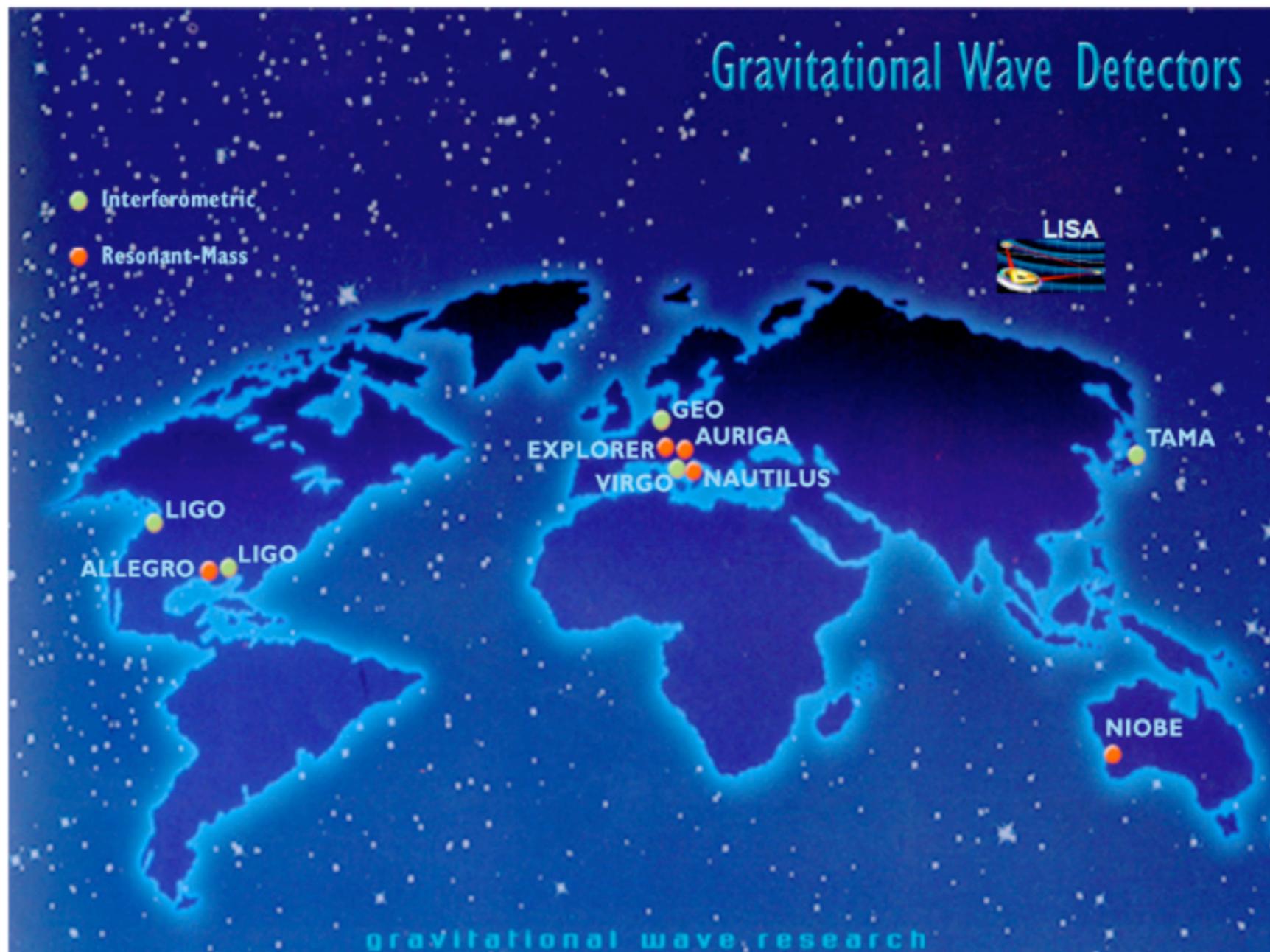
Cosmic Crashes Forging Gold

Cosmic Crashes Forging Gold

The cosmic site where the heaviest chemical elements such as lead or gold are formed is likely to be identified: Ejected matter from neutron stars merging in a violent collision provides ideal conditions. In detailed numerical simulations, scientists of the Max Planck Institute for Astrophysics (MPA) and affiliated to the Excellence Cluster Universe and of the Free University of Brussels (ULB) have verified that the relevant reactions of atomic nuclei do take place in this environment, producing the heaviest elements in the correct abundances.

6. La ricerca diretta delle Onde Gravitazionali

- La coalescenza di due pulsar e' un fenomeno frequente e molto efficace per produrre fasci intensi di onde gravitazionali, che possono essere rivelate sulla Terra;
- una ricerca iniziata in Italia da E. Amaldi e G.Pizzella (nel 1970) e portata avanti da A. Giazotto, M. Cerdonio, G. V. Pallottino, F. Ricci e molti altri con antenne criogeniche e interferometri



La frontiera piu' promettente

- Interferometri laser su lunga distanza
- misurano le fluttuazioni dello spazio-tempo dovute al passaggio di un'onda gravitazionale, ad es. dovuta alla coalescenza di due pulsar
- In Italia: Virgo-European Gravitational Observatory (Cascina, Pisa)
- Negli USA: LIGO observatory in due siti, Hanford e Livingstone



Osservatorio VIRGO @ Cascina, PISA



dépasser les frontières



EUROPEAN
GRAVITATIONAL
OBSERVATORY



Istituto Nazionale
di Fisica Nucleare



LIGO: 2 laser interferometers,

LIGO @ Hanford e Livingstone, USA



Restate collegati: il 2015 potrebbe essere l'anno giusto !!!!