

## Programma della prima parte del corso di MMMF, AA 2009-10 — U.G. Aglietti

1. generalita' sui numeri complessi: proprieta' algebriche, rappresentazione nel piano cartesiano, rappresentazione polare, proiezione stereografica e punto all'infinito;
2. derivata di una funzione di argomento complesso: condizioni di Cauchy-Riemann, nozione di dominio nel piano complesso, funzioni analitiche, applicazioni conformi e funzioni armoniche;
3. funzioni analitiche elementari: polinomi, funzioni razionali, esponenziale con le sue varie definizioni, funzioni trigonometriche;
4. singolarita' isolate delle funzioni analitiche monodrome, teorema di Casorati-Weierstrass, (senza dimostrazione),  $1/\sin(1/z)$  come esempio di singolarita' non isolata;
5. funzioni polidrome, punti di diramazione, piano tagliato e superfici di Riemann per le funzioni  $z^{1/n}$ ,  $(z-a)^{1/2}(z-b)^{1/2}$ ,  $\text{Ln } z$ ;
6. integrale di linea di una funzione di argomento complesso: teorema di Cauchy e rappresentazione integrale di Cauchy per funzioni analitiche in un dominio, teorema di Morera, teorema della media, teorema del massimo modulo, teoremi di Liouville, teorema fondamentale dell'algebra ed integrali di Fresnel;
7. successioni e serie di funzioni: convergenza puntuale ed uniforme, serie di Taylor e di Laurent, raggi di convergenza, teorema di Abel, criteri di convergenza di D'Alambert e di Cauchy-Hadamard;
8. teorema dei residui ed applicazioni: derivata logaritmica, teorema dell'indice, principio dell'argomento, teorema di Rouche', seconda dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra, lemma di Jordan, integrazioni di funzioni razionali su tutto l'asse reale, di polinomi trigonometrici su di un periodo, di trasformate di Fourier elementari e di funzioni polidrome sul piano complesso tagliato;
9. prolungamento analitico: zeri isolati di una funzione analitica non nulla, unicita' del prolungamento analitico, prolungamento analitico attraverso una frontiera, principio di riflessione, punti singolari e regolari per una serie di potenze, barriere essenziali, esempi.
10. serie asintotiche: esempi di espansioni asintotiche di trasformate di Laplace di funzioni elementari per grande argomento, definizione di sviluppo asintotico ed operazioni consentite su sviluppi asintotici generali ed in particolare sugli sviluppi in serie di potenze. Cenni al metodo di Laplace ed al metodo della fase stazionaria.