Laboratorio di Sistemi e Segnali 2018/19 – Esonero 1, Soluzioni **A**

Esercizio 1:

La tensione equivalente di Thevenin può essere ricavata applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, dapprima aprendo il generatore di corrente e poi cortocircuitando il generatore di tensione.
a) Quando si apre il generatore di corrente, la caduta di tensione tra A e B è pari alla caduta sulla R_2, quindi
$V_{AB}^a = V_g \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 30 \times \frac{10}{15+10} = 12\ V$
b) Cortocircuitiamo il generatore di tensione: le resistenze R_1 e R_2 sono in parallelo e la tensione tra A e B è pari alla caduta ai capi di questo parallelo, con $V_A > V_B$.
$R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2} = \frac{15\times10}{15+10} = 6\ \Omega$; quindi: $V_{AB}^b = R_p \cdot I_g = 6 \times 2 = 12\ V$.
Avremo: $V_{eq} = V_{AB}^a + V_{AB}^b = 12 + 12 = 24\ V$.
La resistenza equivalente è pari a R_3 in serie a R_P appena calcolato, quindi: $R_{eq} = 10 + 6 = 16\ \Omega$

Esercizio 2: Si tratta della risposta di un passa-basso ad un eccitazione di tipo heaviside $k\theta(t)$. I poli sono $s_1 = 0$ e $s_2 = -1/\tau$. Pertanto possiamo scrivere:

$$F(s) = k\left[\frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+1/\tau}\right]$$

Calcolando $a_i = \lim_{s\to s_i}(s-s_i)F(s)$, otteniamo $a_1 = k$ e $a_2 = -k$, quindi:

$$F(s) = k\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}\right]$$

e

$$f(t) = k\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

Esercizio 3:

Dallo schema del disegno si evince:
$I_C = I_E$ ed inoltre si ha che $I_B = I_E/\beta = I_E/h_{FE} = I_E/300 \simeq 0$.
Possiamo quindi trascurare la caduta di potenziale sulla resistenza di base. Per risolvere il problema sfruttiamo l'uguaglianza delle correnti $I_C = I_E$, allora possiamo scrivere:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_C}{R_C} \qquad I_E = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \tag{1}$$

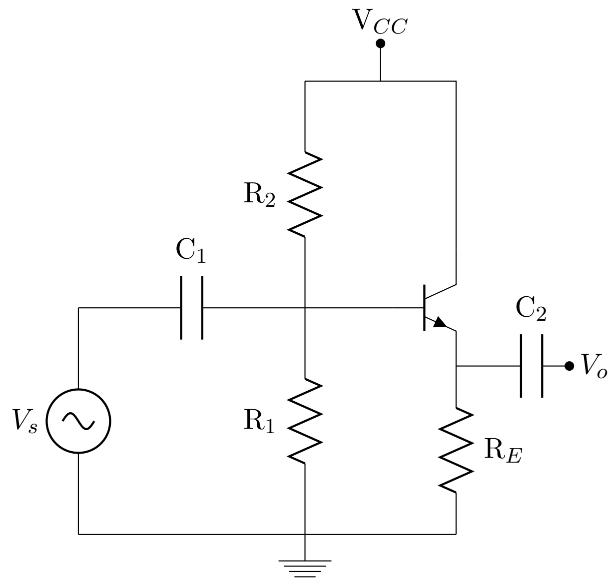
ora risolvendo si ha

$$\frac{V_{CC} - V_C}{R_C} = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \qquad V_{CC} - V_C = \frac{R_C}{R_E}(V_C - V_{EE} - 0.7) \tag{2}$$

$$V_C = -17.9/4 = -4.48V \tag{3}$$

a questo punto è facile determinare I_C=(10-4.48)/15k=0.965 mA.
Si può ora verificare a posteriori che $R_B I_C/\beta$ =1mA/300*10K = 30 mV sia trascurabile.

Esercizio 4: Dobbiamo realizzare un amplificatore a collettore comune. Lo schema è quindi il seguente:

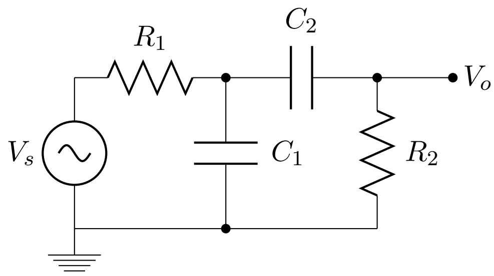


La resistenza di uscita è pari ad $r_e = V_T/I_C$. Pertanto $I_E = I_C = 2.5$ mA. Inoltre si ha che $V_C = V_{CC}$ e la condizione su V_{CE} implica che $V_E = V_{CC} - V_{CE} = 5$ V. A questo punto possiamo determinare $R_E = V_E/I_E = 2$ K. Per quanto riguarda la base avremo $V_B = 5.7$ V che possono essere ottenuti scegliendo ad esempio $R_1 = 5.7$ K e $R_2 = 4.3$ K. Per quanto riguarda i capacitori possiamo sceglierli a seconda delle necessità della risposta in frequenza, dell'ordine del μF o delle centinaia di nF.

Laboratorio di Sistemi e Segnali 2018/19 – Esonero 1, soluzioni **B**

Esercizio 1: La corrente del generatore equivalente di Norton si ricava calcolando la corrente che circolerebbe tra i punti A e B se fossero cortocircuitati. Osservando il circuito tale corrente è uguale alla corrente che scorre attraverso la resistenza R_3 una volta cortocircuitati A e B, pari a: $I_{R_3} = V_{AB}/R_3$. Per risolvere l'esercizio applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti, dapprima aprendo il generatore di corrente e poi cortocircuitando il generatore di tensione.
a) Quando si apre il generatore di corrente, la differenza di potenziale tra A e B vale $V_{AB} = V_g \cdot \frac{R_p}{R_1+R_p}$ dove $R_p = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = \frac{10\times10}{10+10} = 5\ \Omega$.
Sostituenzo i valori si ha $V_{AB} = 30 \times 5/20 = 7.5\ V$; quindi $I^a_{R_3} = 7.5/10 = 0.75\ A$
b) Poi cortocircuitiamo il generatore di tensione. In questo caso la R_1 è in parallelo alla resistenza R_p calcolata in precedenza, quindi: $R_T = \frac{R_1 \cdot R_p}{R_1+R_p} = \frac{15\times5}{15+5} = 3.75\ \Omega$.
Di conseguenza $V_{AB} = R_T \cdot I_g = 3.75 \times 2 = 7.5\ V$, allora $I^b_{R_3} = 7.5/10 = 0.75\ A$.
La corrente equivalente di Norton è: $I_{eq} = I^a_{R_3} + I^b_{R_3} = 0.75 + 0.75 = 1.5\ A$
La resistenza equivalente è pari a R_3 in serie a R_P appena calcolato, quindi: $R_{eq} = 10 + 6 = 16\ \Omega$

Esercizio 2: Per realizzare un passa banda dobbiamo mettere in cascata un passa-alto ed un passa-basso. Lo schema del circuito è pertanto il seguente:



Innanzitutto scegliamo le resistenze in modo da disaccoppiare gli stadi ($R_2 >> R_1$), ad esempio $R_2 = 100$ K e $R_1 = 1$ K. Poi scegliamo le capacità in modo da soddisfare la richiesta sulle frequenze di taglio ($C = 1/2\pi R f_c$). Avremo pertanto $C_1 \simeq 16$ nF e $C_2 \simeq 1.6$ nF. La funzione di trasferimento risulta:

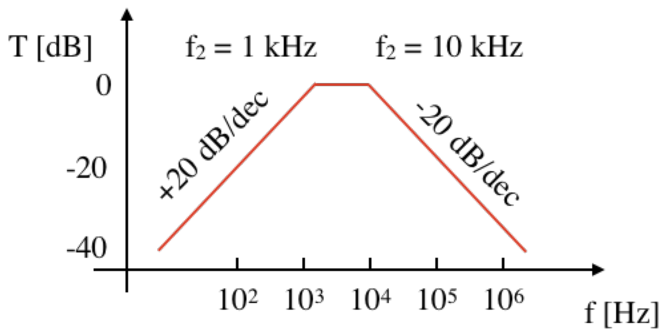
$$T(s) = \frac{1}{1+\frac{1}{s\tau_2}}\frac{1}{1+s\tau_1}$$

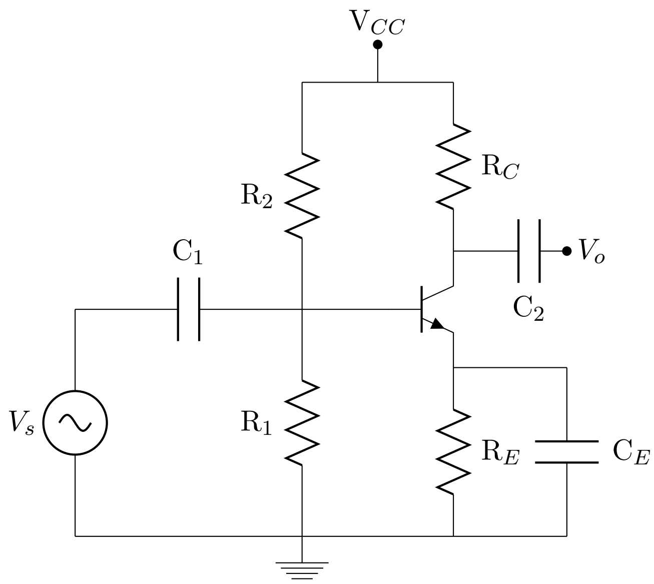
e le corrispondenti frequenze di taglio sono $f = 1/2\pi\tau$. Il diagramma di Bode approssimato è:

Esercizio 3:

Dobbiamo realizzare un amplificatore ad emettitore comune con capacità. Lo schema è quindi il seguente:

La condizione sull'amplificazione $|A_V| = I_C R_C / V_T$ impone $I_C R_C = |A_V| V_T = 2.5$ V. Visto che $R_{out} = R_C$ ne consegue che $R_C = 5$ K e $I_C = 0.5$ mA. La tensione di collettore





sarà $V_C = V_{CC} - I_C R_C = 7.5$ V, pertanto $V_E = V_C - V_{CE} = 1.5V$ e di conseguenza $R_E = V_E/I_E = 3$ K. Per quanto riguarda la base avremo $V_B = 2.2$ V che possono essere ottenuti scegliendo ad esempio $R_1 = 2.2$ K e $R_2 = 7.8$ K. Per quanto riguarda i capacitori possiamo sceglierli a seconda delle necessità della risposta in frequenza, dell'ordine del μF o delle centinaia di nF.

Esercizio 4: Dallo schema del disegno si evince:
$I_C = I_E$ ed inoltre si ha che $I_B = I_E/\beta = I_E/h_{FE} = I_E/300 \simeq 0$.
Possiamo quindi trascurare la caduta di potenziale sulla resistenza di base. Per risolvere il problema sfruttiamo l'uguaglianza delle correnti $I_C = I_E$, allora possiamo scrivere:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_C}{R_C} \qquad I_E = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \tag{4}$$

ora risolvendo rispetto a V_{CC} si ha

$$\frac{V_{CC} - V_C}{R_C} = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \qquad V_{CC} - V_C = \frac{R_C}{R_E}(V_C - V_{EE} - 0.7) \tag{5}$$

$$V_{CC} = -2.1 - 16 + 30 = 11.9V \tag{6}$$

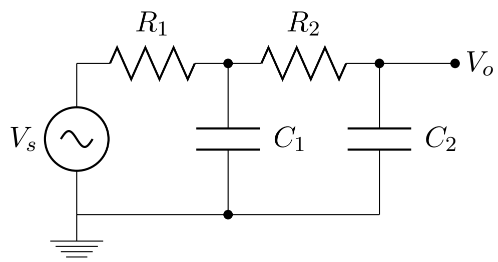
a questo punto è facile determinare I_E=I_C=(11.9-4.)/15k=1.06 mA.
Si può ora verificare a posteriori che $R_B I_C/\beta$ =1mA/300×1K = 3mV sia trascurabile.

Laboratorio di Sistemi e Segnali 2018/19 – Esonero 1, soluzione **C**

Esercizio 1:

Ricaviamo le due correnti che attraversano le due resistenze collegate alla scatola "nera":
$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6}{2 \cdot 10^3} = 2\ mA$ e $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{8}{8 \cdot 10^3} = 1\ mA$.
$f_{eq} = R_{eq} \cdot I_1 + V_1$ e $f_{eq} = R_{eq} \cdot I_2 + V_2$
sottraendo le due equazioni si ha:
$0 = R_{eq} \cdot I_2 + V_2 - R_{eq} \cdot I_1 - V_1$
quindi $R_{eq} = \frac{V_2 - V_1}{I_1 - I_2} = \frac{8-6}{2 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}} = 2\ k\Omega$
$f_{eq} = R_{eq} \cdot I_2 + V_2 = 2 \cdot 10^3 \times 1 \cdot 10^{-3} + 8 = 10\ V$

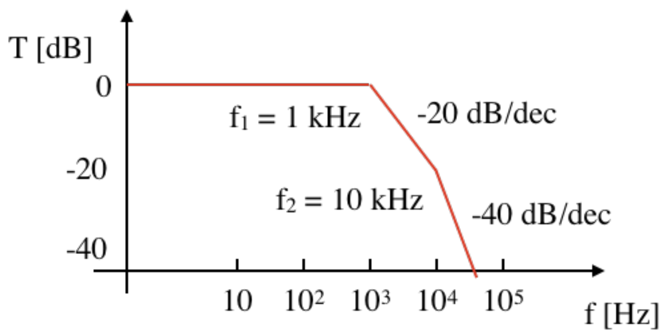
Esercizio 2: Per realizzare un doppio passa- basso dobbiamo mettere in cascata due passa-basso. Lo schema del circuito è pertanto il seguente:



Innanzitutto scegliamo le resistenze in modo da disaccoppiare gli stadi ($R_2 >> R_1$), ad esempio $R_2 = 100$ K e $R_1 = 1$ K. Poi scegliamo le capacità in modo da soddisfare la richiesta sulle frequenze di taglio ($C = 1/2\pi R f_c$). Avremo pertanto $C_1 \simeq 16$ nF e $C_2 \simeq 1.6$ nF. La funzione di trasferimento risulta:

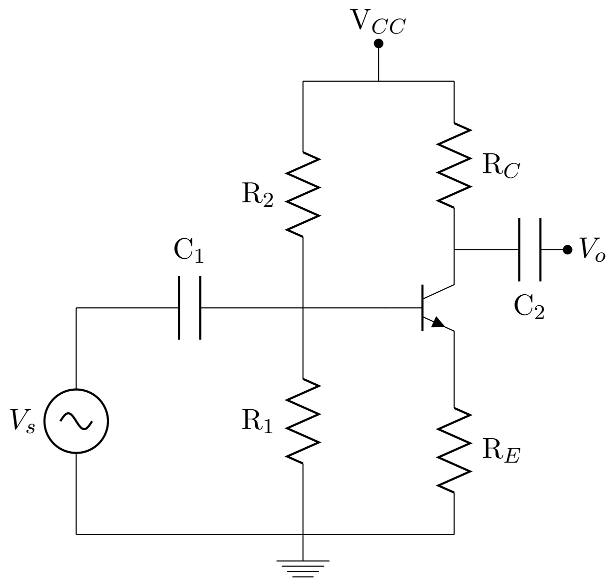
$$T(s) = \frac{1}{1 + s\tau_1} \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

e le corrispondenti frequenze di taglio sono $f = 1/2\pi\tau$. Il diagramma di Bode approssimato è:



Esercizio 3:

Dobbiamo realizzare un amplificatore ad emettitore comune senza capacità. Lo schema è quindi il seguente:



La condizione sull'amplificazione $|A_V| = -R_C/R_E$ impone $R_C = 9R_E$. Visto che $R_{out} = R_C = 9$ K, $R_E = 1$ K. Dalla condizione su V_{CE} possiamo calcolare V_E: $V_{CC} - I_C R_C - V_{CE} - I_E R_E = V_{CC} - 10V_E - V_{CE} = 0$. Pertanto $V_E = (V_{CC} - V_{CE})/10 = 0.5$ V. Per quanto riguarda la base avremo $V_B = 1.2$ V che possono essere ottenuti scegliendo ad esempio $R_1 = 1.2$ K e $R_2 = 8.8$ K. Per quanto riguarda i capacitori possiamo sceglierli a seconda delle necessità della risposta in frequenza, dell'ordine del μF o delle centinaia di nF.

Esercizio 4:

Dallo schema del disegno si evince:
$I_C = I_E$ ed inoltre si ha che $I_B = I_E/\beta = I_E/h_{FE} = I_E/300 \simeq 0$.
Possiamo quindi trascurare la caduta di potenziale sulla resistenza di base. Per risolvere il problema sfruttiamo l'uguaglianza delle correnti $I_C = I_E$, allora possiamo scrivere:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_C}{R_C} \qquad I_E = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \tag{7}$$

ora risolvendo rispetto a V_{CC} si ha

$$\frac{V_{CC} - V_C}{R_C} = \frac{-0.7 + V_C - V_{EE}}{R_E} \qquad V_{CC} - V_C = \frac{R_C}{R_E}(V_C - V_{EE} - 0.7) \tag{8}$$

$$V_{CC} - V_C = 5\,(V_C - 0.7 - V_{EE}) \qquad V_C = \frac{-15 - 3.5 + 50}{-6} = -5.25V \tag{9}$$

a questo punto è facile determinare I_E=$I_C = \frac{V_{CC}-V_C}{R_C}$=(15+5.25)/10k=2.025 mA.