

Meccanica dei fluidi



- definizioni;
- statica dei fluidi (principio di Archimede);
- dinamica dei fluidi (teorema di Bernoulli).

[importanti applicazioni in biologia / farmacia : ex. circolazione del sangue]

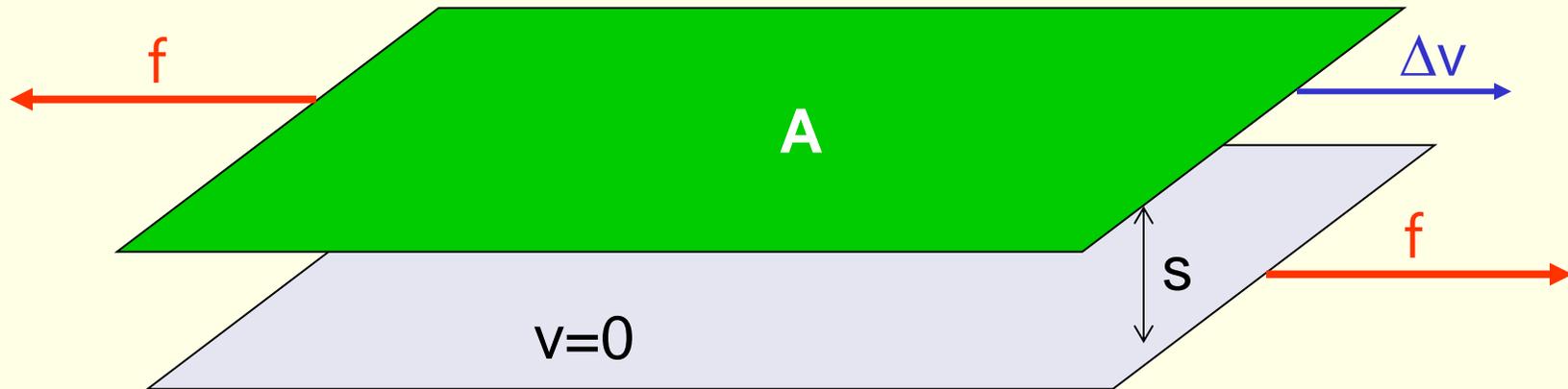
Definizioni

- fluido = sostanza che può scorrere, ed assumere la forma (=liquido) o le dimensioni (=gas) del contenitore;
- massa volumica : $\rho = dm / dV$ (= massa / volume, in Kg/m³, g/cm³) [*];
- pressione : $p = dF / dA$ (=forza/ area, in N/m² = pascal, dine/cm²) [**];
- viscosità : $|f| = \eta A v / s$ (forza “di taglio” tra superfici, vedi oltre).

[*] in alcuni testi vecchi, massa volumica \rightarrow densità (bello, ma meno chiaro);

[**] p non è un vettore, la pressione è isotropa (= la stessa in tutte le direzioni), vedi *principio di Pascal*.

Viscosità

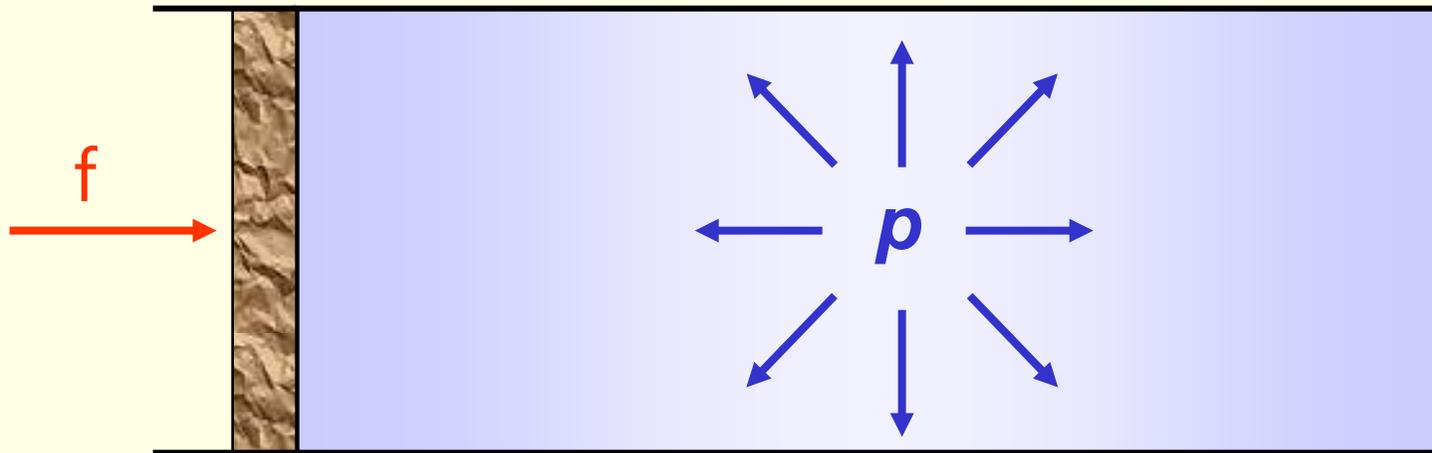


$$|f| = \eta A |\Delta v| / s$$

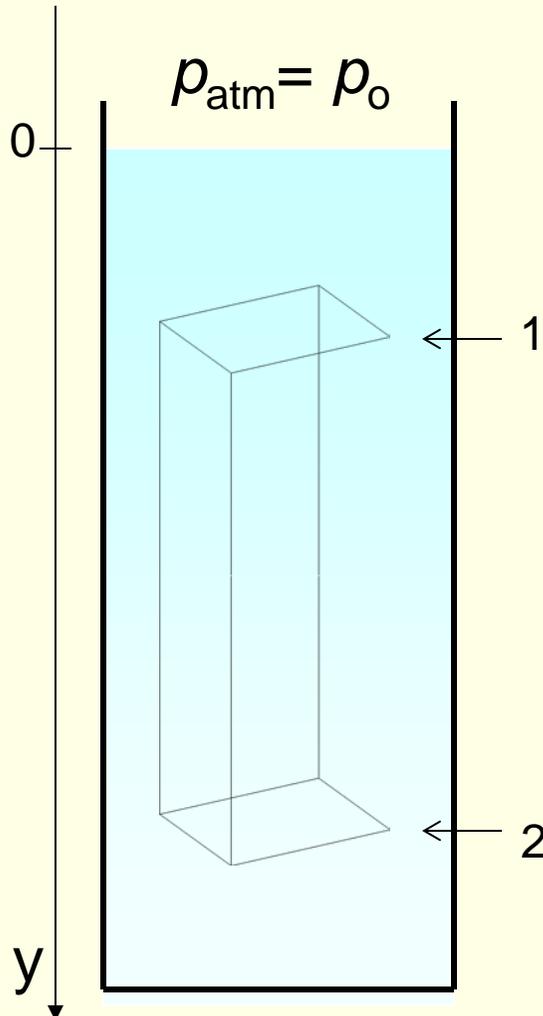
- A = area di due lamine di liquido, poste a distanza s ;
- Δv = velocità relativa delle lamine;
- η = coefficiente di viscosità del liquido (funzione anche di temperatura, pressione);
- f = forza di viscosità (due forze uguali ed opposte sulle due lamine).

Principio di Pascal

Un cambiamento di pressione in un fluido è trasmesso inalterato a tutte le porzioni del fluido ed alle pareti (→ la pressione è isotropa).



Statica dei fluidi



[il liquido è a riposo]

➤ $F_2 = F_1 + mg = F_1 + \rho Vg;$

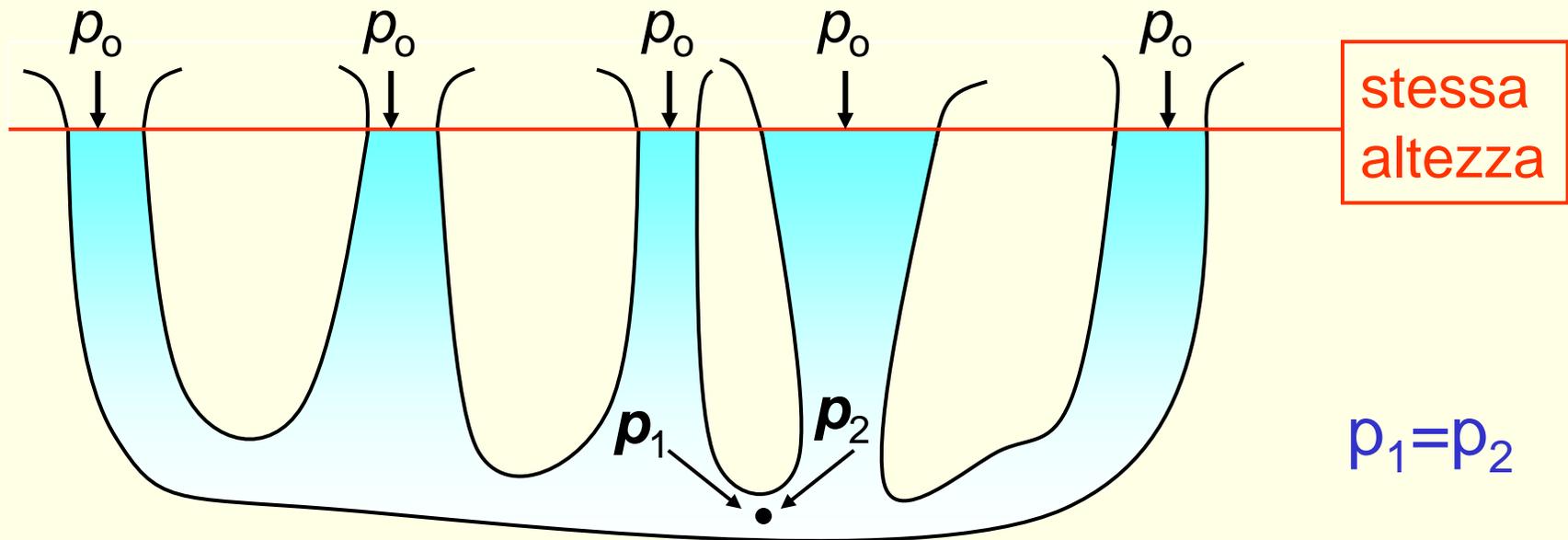
➤ $p_2 = F_2 / A = F_1 / A + \rho Vg / A =$
 $= p_1 + \rho g (y_2 - y_1);$

➤ $y_1 \rightarrow 0; y_2 - y_1 = h; p_1 = p_0 = p_{\text{atm}};$

➤ $p = p_0 + \rho gh.$

la pressione aumenta
linearmente con la profondità.

vasi comunicanti



il liquido è in quiete $\rightarrow p_1 = p_2$;

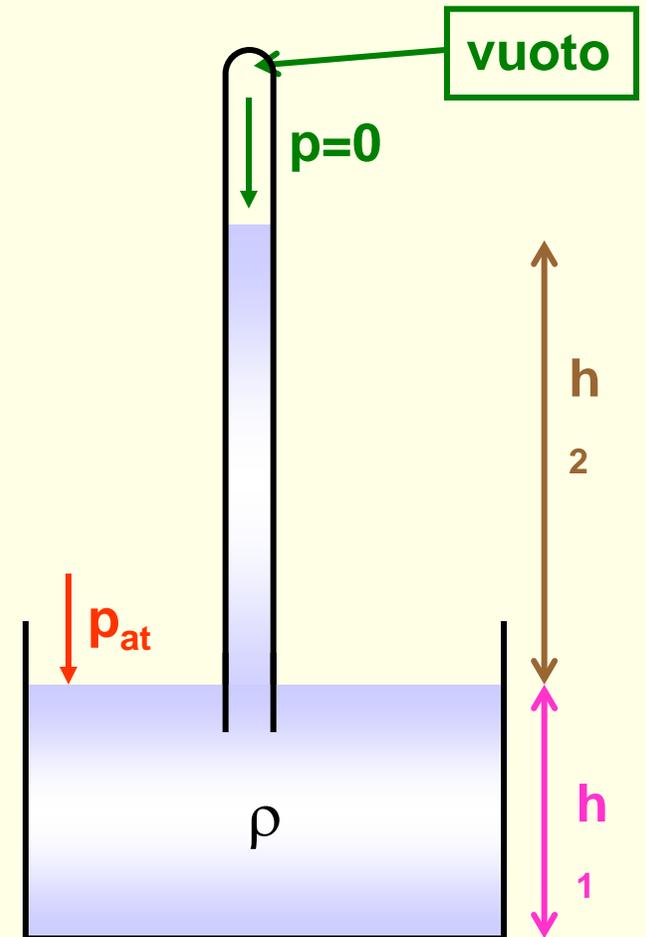
$\rightarrow h_1 = h_2 \rightarrow$ il liquido è alla stessa altezza in tutti i vasi;

[NB : è necessario che tutta la superficie del liquido sia a pressione p_o]

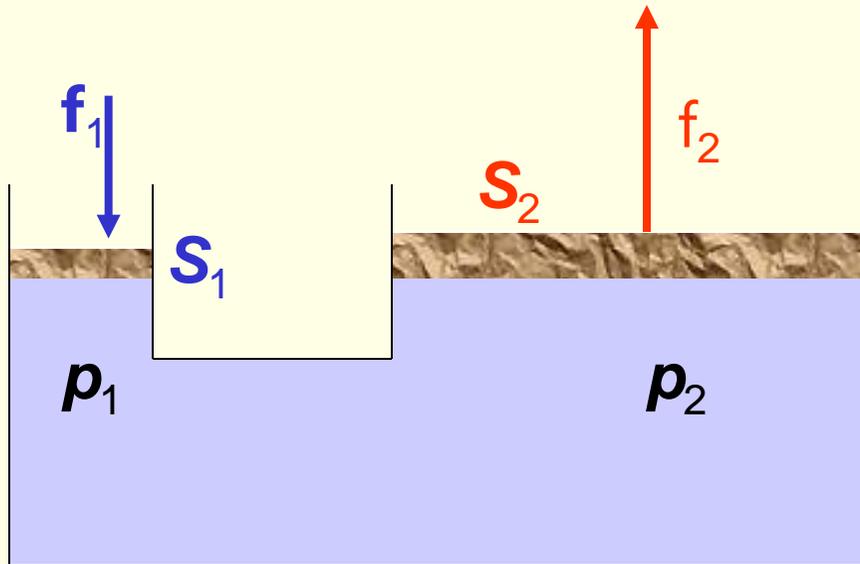
Il barometro

- $p_{\text{atm}} + \rho g h_1 = p_{=0} + \rho g (h_1 + h_2);$
- $p_{\text{atm}} = \rho g h_2 ;$

l'altezza della colonna di liquido (mercurio) non dipende né dalla forma dei tubi, né dall'altezza h_1 , ma solo dalla massa vol. ρ e dalla pressione atmosferica p_{atm} . Si può misurare p_{atm} in mm-Hg ($= h_2$ se Hg).



La pressa idraulica



$$p_1 = f_1 / S_1 = p_2 = f_2 / S_2;$$
$$f_2 = f_1 \times S_2 / S_1 \gg f_1;$$

È un moltiplicatore di forza
(una “leva idraulica”)

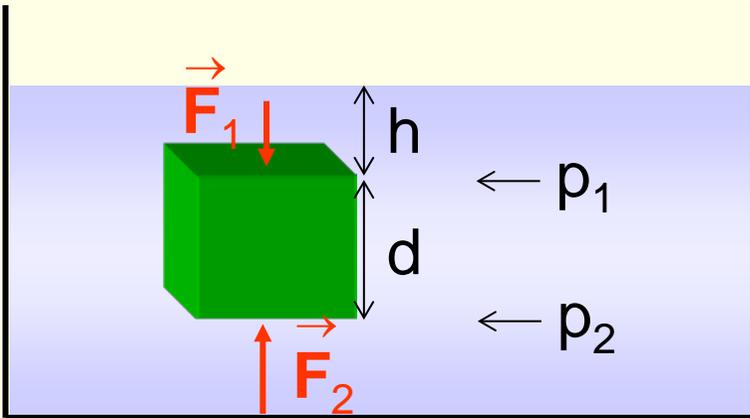
- incompressibilità $\rightarrow V_1 = S_1 \times d_1 = V_2 = S_2 \times d_2$;
- lavoro, per spostamenti d_1 e d_2 :

$$L_2 = f_2 \times d_2 = \left(\frac{f_1 S_2}{S_1} \right) \times \left(\frac{d_1 S_1}{S_2} \right) = f_1 \times d_1 = L_1$$

[le forze sono conservative \rightarrow l'energia meccanica si conserva

\rightarrow il lavoro speso sul pistone 1 viene integralmente restituito sul pistone 2]

Principio di Archimede



- cubetto, di lato d , parallelo alla verticale;
- 6 forze, dovute alla pressione, sulle faccie;
- 4 forze (due coppie sui lati) si annullano;
- restano $F_1 = p_1 \times d^2$ e $F_2 = p_2 \times d^2$;
- $F_{TOT} = F_1 - F_2 = (p_1 - p_2) \times d^2$;
- $p_1 - p_2 = \rho_{liquido} g [(h+d) - h] = \rho_{liquido} g d$.

$$F_{TOT} = (p_1 - p_2) \times d^2 = \rho_{liquido} g d \times d^2 = V_{corpo} \rho_{liquido} g = m_{liquido} g;$$

“la forza di Archimede è pari alla forza peso del liquido spostato, ed è diretta verso l’alto”

la forza totale sul corpo è

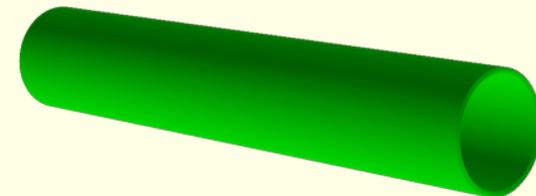
$$F_{Arch} + F_{peso} = (m_{liquido} - m_{corpo}) g = (\rho_{liquido} - \rho_{corpo}) V g \quad [\rightarrow \text{navi, etc.}]$$

fluido ideale

in fluidodinamica si definisce il “fluido ideale” :

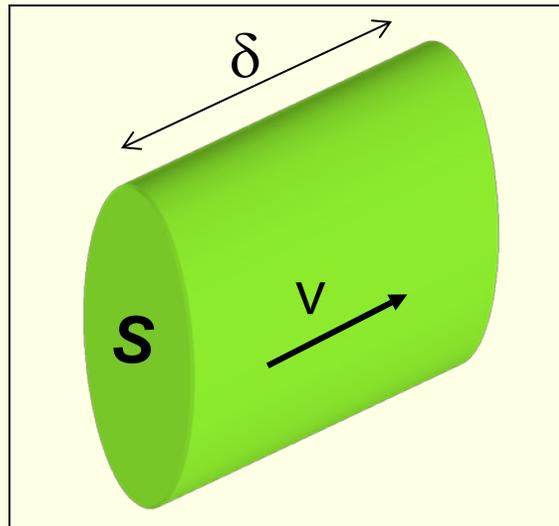
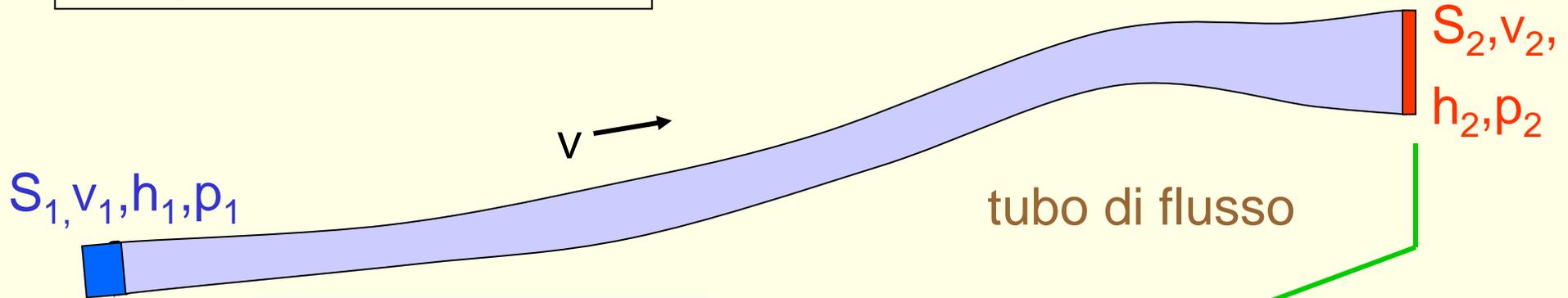
- incompressibile (i.e. ρ è costante, indipendente da p , v , T , h , ...);
- viscosità nulla ($\eta = 0$, lavoro di scorrimento nullo);
- moto non rotazionale (cfr. i vortici nei fiumi);
- moto “laminare” (= le traiettorie delle molecole del fluido sono linee che non si chiudono e non variano nel tempo).

Concetto di “tubo di flusso” :



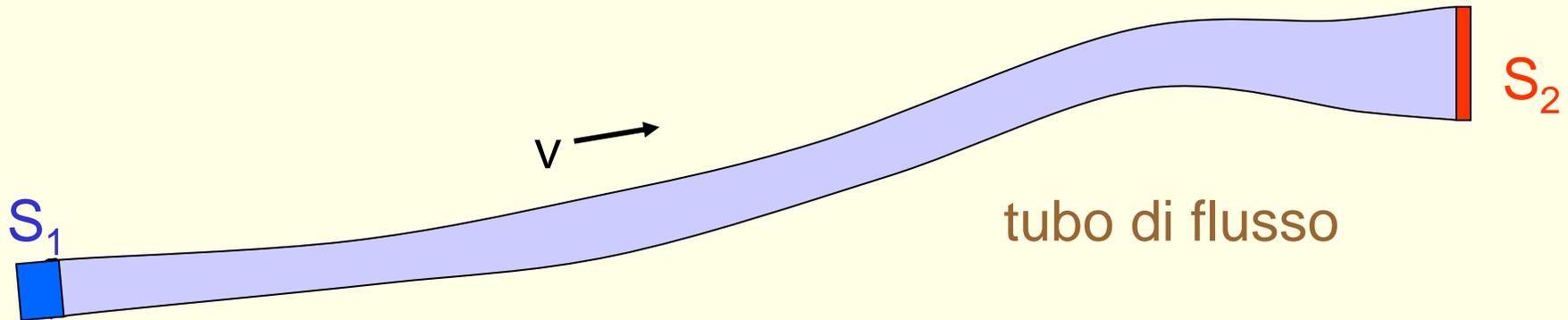
dinamica dei fluidi (1)

spiegazione dei termini :



$h_{1,2}$ = quota (\rightarrow energia potenziale);
 $p_{1,2}$ = pressione;
 $v_{1,2}$ = velocità;
 $S_{1,2} \times \delta_{1,2} = V = m / \rho$.

dinamica dei fluidi (2)



nel tempo Δt , dati due volumi uguali, di area $\perp S_1$ e S_2 :

- attraverso S_1 : $m_1 = \rho V_1 = \rho d_1 S_1 = \rho v_1 \Delta t S_1$;
- attraverso S_2 : $m_2 = \rho V_2 = \rho d_2 S_2 = \rho v_2 \Delta t S_2$;
- $\rho_1 = \rho_2 \rightarrow m_1 = m_2 \rightarrow v_1 S_1 = v_2 S_2$;

NB :

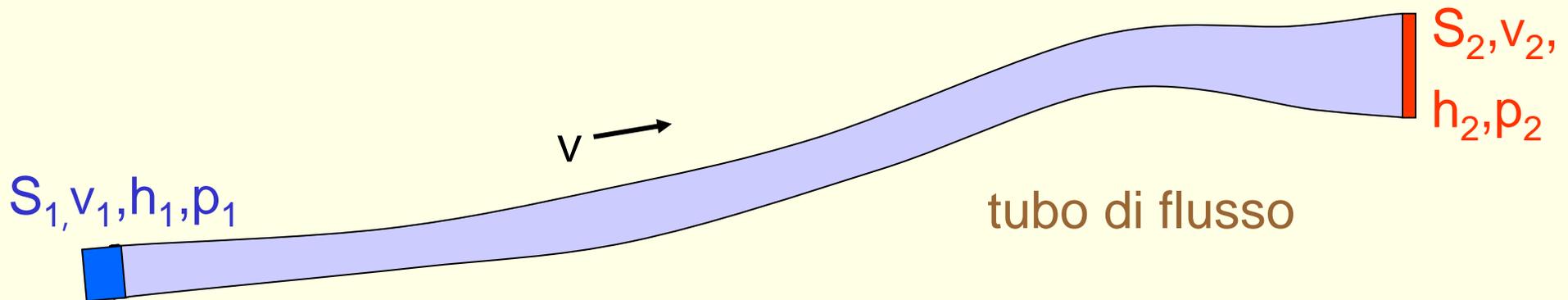
$$\rho_1 = \rho_2 \equiv \rho$$
$$V_1 = V_2 \equiv V$$

→ portata $Q = dV / dt [= |v_1| S_1 = |v_2| S_2] = \text{costante}$.

NB : $|v| \sim 1 / S$ (!!!), cfr. le automobili in autostrada ! quale è la differenza ?

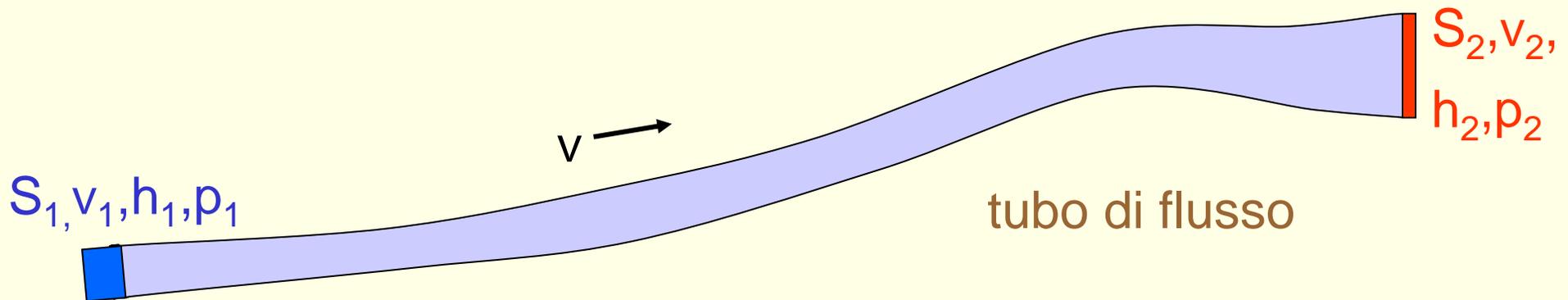
Soluzione : per le automobili, $\rho \neq \text{costante}$

legge di Bernoulli (1)



- esprime la conservazione dell'energia nel moto dei fluidi;
- calcoliamo **variazione di energia cinetica**, **lavoro della gravità**, lavoro delle forze di pressione tra i punti 2 e 1, per una piccola massa m , che occupa un volume V ($m = \rho V$):
 - $\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2)$;
 - $\Delta L_G = L_{12,G} = - mg (h_2 - h_1) = - \rho V g (h_2 - h_1)$;
 - $\Delta L_P = L_{2,P} - L_{1,P} = - (p_2 S_2 \delta_2 - p_1 S_1 \delta_1) = - (p_2 - p_1) V$;

legge di Bernoulli (2)



- teorema dell'energia cinetica : $\Delta K = \Delta L_G + \Delta L_P \rightarrow$

$$\frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2) = - \rho V g (h_2 - h_1) - (p_2 - p_1) V; \quad [\text{dividere } / V]$$

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = - \rho g (h_2 - h_1) - (p_2 - p_1); \quad [\text{riarrangiare i termini}]$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1; \quad [\text{i due punti sono generici}]$$

$$\underline{\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{costante};}$$

NB : "costante" \rightarrow la somma dei tre termini è la stessa, se calcolata in tutti i punti del tubo di flusso; inoltre, non varia nel tempo.



Fine parte 2