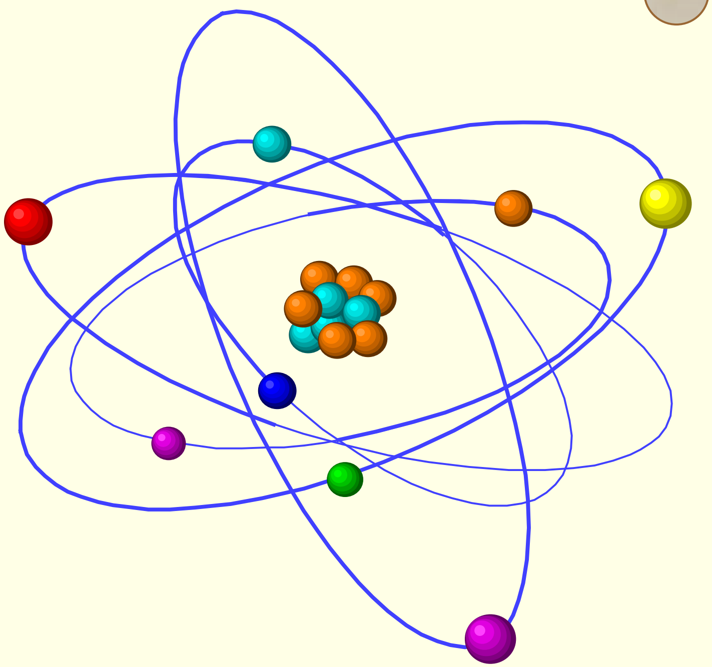
Paolo Bagnaia



Esercizi di Fisica

- Cinematica
- Meccanica del punto
- Meccanica dei sistemi
- Meccanica dei fluidi
- Termologia
- Termodinamica
- Elettrostatica
- Correnti continue
- Campo magnetico
- Ottica.

Esercizio – Un'automobile viaggia per un certo tempo T alla velocità di 40 Km/h e poi per lo stesso tempo alla velocità di 80 km/h. Trovare la velocità media.

Soluzione –

La velocità media si ottiene dalla definizione :

$$v_m = \frac{s_{tot}}{T_{tot}} = \frac{v_1 T + v_2 T}{T + T} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 60\ Km/h.$$

Non è necessario (ma non è neppure sbagliato) trasformare da *Km/h* a *m/s*.

Esercizio – Un'automobile viaggia per un certo tempo T alla velocità di 40 Km/h, percorrendo un cammino S, e poi per lo stesso tragitto alla velocità di 80 km/h. Trovare la velocità media.

Soluzione –

La velocità media si ottiene dalla definizione, ricordando che t=s/v :

$$v_m = \frac{s_{tot}}{T_{tot}} = \frac{S+S}{S/v_1 + S/v_2} = \frac{2}{1/v_1 + 1/v_2} =$$

$$= \frac{2}{(v_1+v_2)/(v_1 \cdot v_2)} = \frac{2\, v_1 \cdot v_2}{v_1+v_2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 80}{40+80} = 53.3\ Km/h.$$

NB – 1. È differente dal caso precedente (capire bene !!!);

2. Non occorre trasformare da *Km/h* a *m/s*.

Esercizio – Una barca naviga controcorrente dal punto A al punto B alla velocità costante v_1 = 10 Km/h rispetto alla riva. Successivamente torna indietro alla velocità v_2 = 16 Km/h rispetto alla riva. Sapendo che il motore della barca ha lavorato al massimo della potenza in entrambi i percorsi, trovare la velocità della corrente e la velocità della barca rispetto alla corrente.

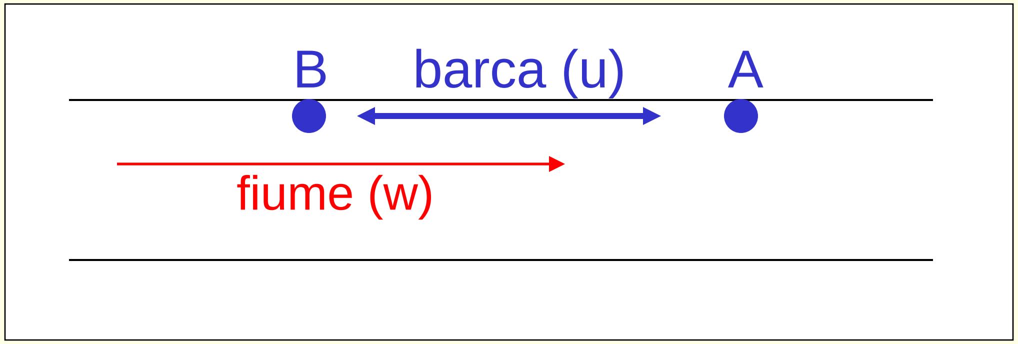
Soluzione –

La velocità della barca rispetto alla corrente (chiamata *u*) è la stessa nei due casi. Nel primo caso la velocità della corrente (chiamata *w*) si sottrae dalla velocità della barca, nel secondo si somma :

$$v_1 = u - w; \qquad v_2 = u + w;$$

$$u = \frac{v_1 + v_2}{2} = 13\ Km/h;$$

$$w = \frac{v_2 - v_1}{2} = 3\ Km/h.$$



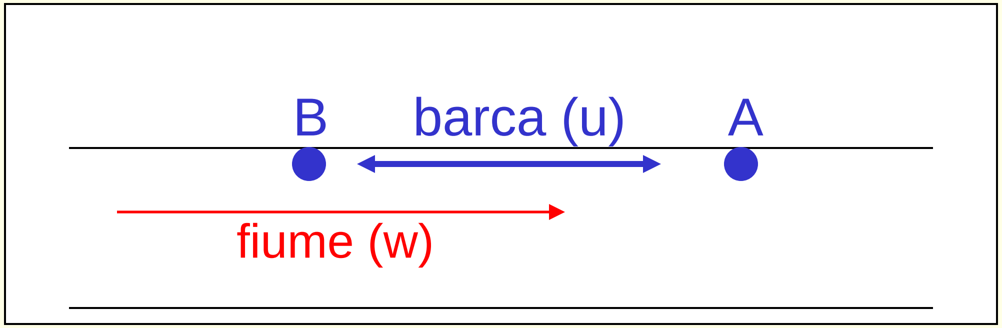
NB – Non c'è nessun bisogno di trasformare da *Km/h* a *m/s*, ma non è vietato.

Esercizio – Stessa situazione del caso precedente. Sono note la velocità della corrente (w=2Km/h) e la velocità della barca rispetto alla corrente (u=10Km/h). Calcolare la velocità media della barca.

Soluzione – Definendo S la distanza tra A e B, la barca compie un tragitto totale 2S. Il tempo totale è facile da calcolare :

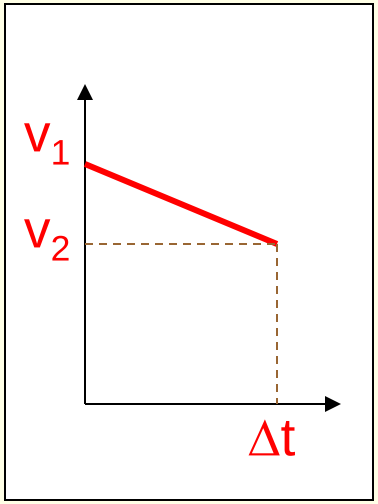
$$v_m = \frac{s_{tot}}{T_{tot}} = \frac{S+S}{S/v_1 + S/v_2} = \frac{S+S}{S/(u+w) + S/(u-w)} =$$

$$= \frac{2}{1/(u+w) + 1/(u-w)} = \frac{2(u^2-w^2)}{u-w+u+w} = \frac{u^2-w^2}{u} = \frac{100-4}{10} = 9.6\ Km/h.$$



Esercizio – Un'automobile, durante una frenata uniforme, passa in un minuto dalla velocità di 40 Km/h a quella di 28 Km/h. Trovare il valore della accelerazione e lo spazio percorso.

Soluzione –



v_1 = 40 Km/h = 11.11 m/s; v_2 = 28 Km/h = 7.78 m/s;

$a = (v_2 - v_1) / \Delta t = (7.78 - 11.11) / 60 = - 0.055\ \text{m/s}^2$;

[quale è il significato del segno "-" ???]

$s = 1/2\ a\ \Delta t^2 + v_1\ \Delta t = - 0.5 \cdot 0.055 \cdot 60^2 + 11.11 \cdot 60 = -100 + 666.6 = 566.6$ m.

Esercizio – Un treno si muove tra due stazioni, poste ad 1.5 Km di distanza. Percorre la prima metà del tragitto di moto uniformemente accelerato e la seconda di moto uniformemente ritardato. Data la velocità massima (50Km/h), calcolare il valore dell'accelerazione e il tempo totale di percorrenza.

Soluzione – È sufficiente mettere a sistema le equazioni dello spazio e della velocità, e poi risolvere per *T*, *a*; prima bisogna trasformare la velocità in *m/s* :

$$v_{max} = \left(\frac{50 \times 10^3}{3.6 \times 10^3}\right) = 13.88\, m/s;$$

$$\begin{cases} \dfrac{d}{2} = \dfrac{1}{2} a \left(\dfrac{T}{2}\right)^2; \\ \\ v_{max} = a \dfrac{T}{2}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{T}{2}\right) = \dfrac{v_{max}}{a}; \\ \\ \dfrac{d}{2} = \dfrac{1}{2a} v_{max}^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{v_{max}^2}{d} = \dfrac{13.88^2}{1.5 \times 10^3} = 0.128\, m/s^2; \\ \\ T = \dfrac{2 v_{max}}{a} = 217\, s = 3 \min 37\, s. \end{cases}$$

Esercizio [S 2.39] – In una gara sui 100 m, due atleti impiegano lo stesso tempo di 10.2 s. Il primo impiega 2 s in accelerazione costante, poi mantiene la velocità costante fino alla fine, mentre il secondo accelera per 3 s, poi mantiene la velocità costante. Determinare per ciascun concorrente l'accelerazione e la velocità massima.

Soluzione –

Primo concorrente :

$$\tfrac{1}{2} a_1 t_1^2 + a_1 t_1 (T - t_1) = s_{tot} \Rightarrow$$

$$a_1 = s_{tot} / (\tfrac{1}{2} t_1^2 + t_1 T - t_1^2) = s_{tot} / (t_1 T - \tfrac{1}{2} t_1^2) =$$

$$= 100 / (2 \cdot 10.2 - 0.5 \cdot 2^2) = 5.43 \text{ m/s}^2;$$

$$v_1 = a_1 t_1 = 5.43 \cdot 2 = 10.86 \text{ m/s};$$

Secondo concorrente :

$$\tfrac{1}{2} a_2 t_2^2 + a_2 t_2 (T - t_2) = s_{tot} \Rightarrow$$

$$a_2 = s_{tot} / (\tfrac{1}{2} t_2^2 + t_2 T - t_2^2) = s_{tot} / (t_2 T - \tfrac{1}{2} t_2^2) =$$

$$= 100 / (3 \cdot 10.2 - 0.5 \cdot 3^2) = 3.83 \text{ m/s}^2;$$

$$v_2 = a_2 t_2 = 3.83 \cdot 3 = 11.5 \text{ m/s}.$$

Esercizio [S 2.39 parte 2] – Nella stessa gara dell'es. precedente, quale concorrente si trova in testa dopo un tempo di 6 secondi ?

Soluzione –

Primo concorrente : $s_1 = ½\, a_1\, t_1^2 + a_1 t_1\, (t^* - t_1) =$

$= 0.5 \cdot 5.43 \cdot 2^2 + 5.43 \cdot 2 \cdot (6 - 2) = 54.3$ m;

Secondo concorrente : $s_2 = ½\, a_2\, t_2^2 + a_2 t_2\, (t^* - t_2) =$

$= 0.5 \cdot 3.83 \cdot 3^2 + 3.83 \cdot 3 \cdot (6 - 3) = 51.7$ m;

È in testa il primo concorrente di una distanza d = 54.3 - 51.7 = 2.6 m.

Esercizio – Un'automobile viaggia a 120 Km/h. Visto un ostacolo, il conducente riesce a fermarsi in 110 m. Quale è l'accelerazione e quanto tempo impiega ?

Soluzione –

$v_o = 120$ Km/h $= 33.3$ m/s;

$s = v_o T - 1/2\ a T^2$; $v_{fin} = 0 = v_o - aT \quad \Rightarrow$

$T = v_o / a$; $s = v_o^2 / a - 1/2\ v_o^2 / a = 1/2\ v_o^2 / a \quad \Rightarrow$

$a = v_o^2 / 2\ s = 33.3^2 / (2 \cdot 110) = 5.040$ m / s^2 ;

$T = v_o / a = 33.3 / 5.040 = 6.60$ sec.

Esercizio – Una palla viene lanciata da terra verso l'alto con velocità iniziale di 12 m/s.

a) Quanto tempo impiega a raggiungere il punto più alto della traiettoria ?

b) Quanto vale la distanza da terra del punto più alto ?

c) Dopo quanto tempo ricade a terra ?

d) Con che velocità la palla tocca terra ?

e) Quanto vale lo spazio totale percorso dalla palla ?

Soluzione –

a) $v_f - v_i = gt \Rightarrow t = (v_f - v_i) / g = (0 - 12) / (-9.8) = 1.24$ s;

b) $s = -1/2\, g\, t^2 + v_i\, t = -0.5 \cdot 9.8 \cdot 1.24^2 + 12 \cdot 1.24 = 7.3$ m;

c) $t_2 = t$ [perché ???];

d) $v_{terra} = v_i = 12$ m/s [perché ???];

e) $s_{tot} = 2s = 14.6$ m.

Esercizio [S 2.27] – Un oggetto viene lanciato da terra ad un'altezza di 4 m. Il tragitto dura 1.5 s. Determinare la velocità dell'oggetto :

a) al momento del lancio;

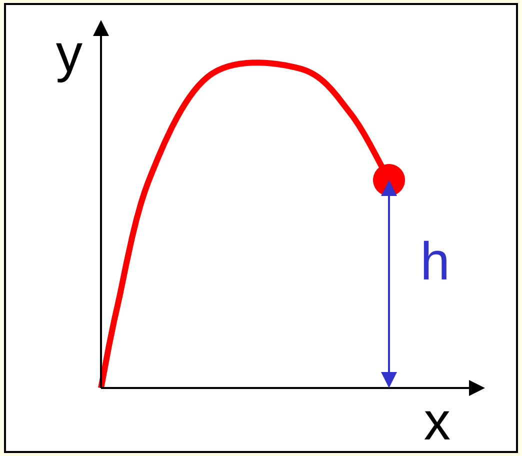
b) all'istante di arrivo.

Soluzione –

a) $h = v_o\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2 \Rightarrow v_o = (h + \frac{1}{2}\, g\, t^2) / t = (4 + 0.5 \cdot 9.8 \cdot 1.5^2) / 1.5 = 10$ m/s

b) $v_{fin} = v_o - g\, t = 10 - 9.8 \cdot 1.5 = -\ 4.70$ m/s;

che significa "-" 4.70 m/s ? (l'oggetto sta ricadendo).



Esercizio – Un uomo lancia un sasso dal tetto di un palazzo verso l'alto, con una velocità di 12.25 m/s. Il sasso raggiunge il suolo dopo 4.25 s. Si calcoli :

a) l'altezza del palazzo;

b) la massima altezza raggiunta dal sasso;

c) la velocità con cui il sasso tocca il suolo.

Soluzione –

a) $y = h + v_o t - ½\, gt^2$;

$$y = 0 \Rightarrow h = ½\, gt^2 - v_o t = 0.5 \cdot 9.8 \cdot 4.25^2 - 12.25 \cdot 4.25 = 36.4 \text{ m};$$

b) $v(t) = v_o - gt$;

$$v(t) = 0 \;\; \Rightarrow t^* = v_o/g \;;\; y_{max} = y(t^*) = h + v_o^2/g - ½\, v_o^2/g = h + ½\, v_o^2/g =$$
$$= 36.4 + 0.5 \cdot 12.25^2 \cdot / \, 9.8 = 44.1 \text{ m};$$

c) $v_{suolo} = v_o - gt_{suolo} = 12.25 - 9.8 \cdot 4.25 = -29.4$ m/s [che vuol dire "-" ?].

Esercizio – Una barca naviga in un fiume, che ha una corrente di 1 m/s. Il suo motore è in grado di produrre una velocità di 2 m/s rispetto alla corrente. Trovare la velocità della barca rispetto alla riva in tre casi :

a) barca in favore di corrente;

b) barca contro corrente;

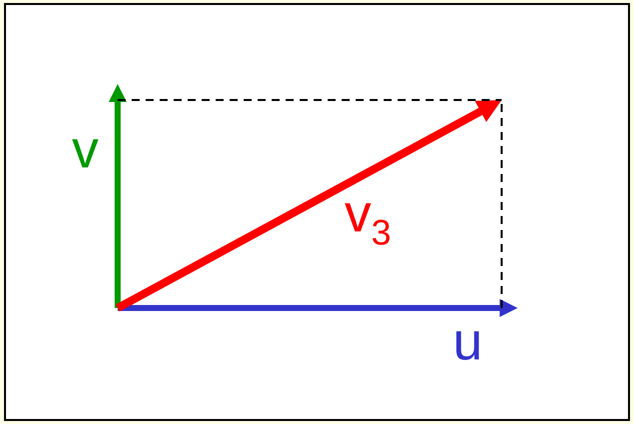
c) barca che naviga a 90° rispetto alla corrente.

Soluzione -

$$a)\ v_1 = u + w = 3\ m/s;$$

$$b)\ v_2 = u - w = 1\ m/s;$$

$$c)\ v_3 = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{5} = 2.23\ m/s.$$



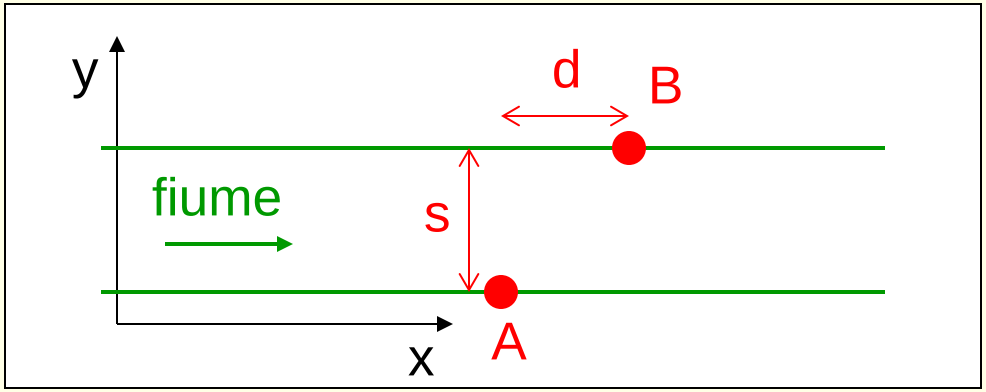
Esercizio – Una barca a motore si dirige a 7.2 Km/h, in direzione perpendicolare alla riva. Però la corrente la fa approdare a 150 m più a valle di un fiume largo 500 m. Trovare la velocità della corrente e il tempo totale di attraversamento del fiume.

Soluzione – I moti lungo gli assi sono indipendenti, ma durano lo stesso tempo totale T. Pertanto :

$v_y = v_{motore} = 7.2$ Km/h = 2 m/s;

$v_y = v_{motore} = s\,/\,T \Rightarrow T = s\,/\,v_y = 500\,/\,2 = 250$ s = 4 min 10 s;

$v_x = v_{corrente} = d/\mathrm{T} = 150\,/\,250 = 0.6$ m/s.



Esercizio – Un oggetto viene lanciato da una torre, alta 25 m, in direzione orizzontale, con velocità 15 m/s. A che distanza cade, rispetto al bordo della torre ? In quanto tempo ?

Soluzione –

in orizzontale : $x = v_x\, t$;

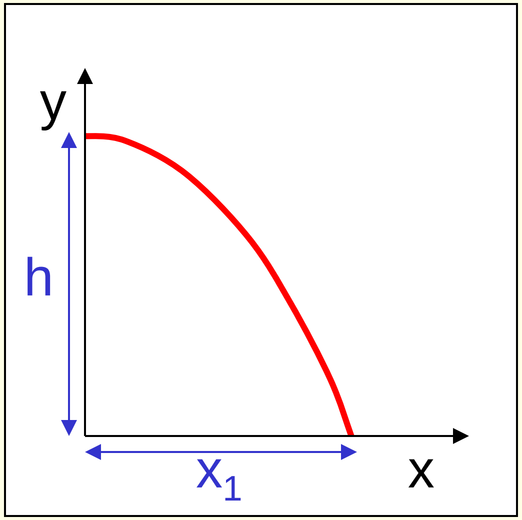
in verticale : $y = h - \frac{1}{2}\, g\, t^2$;

di conseguenza : $y = h - \frac{1}{2}\, g\, (x/v_x)^2$

$$y=0 \Rightarrow h = \tfrac{1}{2}\, g\, (x_1/v_x)^2 \Rightarrow x_1^2 = 2\, h\, v_x^2 / g \Rightarrow$$

$$x_1 = v_x\, (2\, h / g)^{1/2} = 15\, (2 \cdot 25 / 9.8)^{1/2} = 33.9 \text{ m};$$

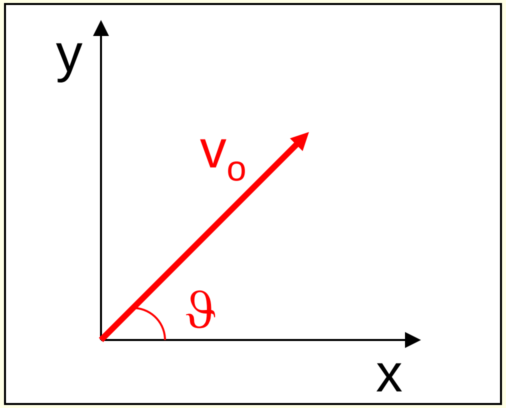
$$t = x_1 / v_x = 33.9 / 15 = 2.26 \text{ s}.$$



Esercizio – Un cannone spara un proiettile alla velocità di 100 m/s ad un certo angolo con il piano orizzontale. Si calcoli l'angolo che causa la gittata massima e il valore della gittata. Si calcoli inoltre l'angolo necessario per colpire un bersaglio a 500 m di distanza.

Soluzione –

$$\begin{cases} x = vT\cos\vartheta \\ y = vT\sin\vartheta - \frac{1}{2}gT^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = x/(v\cos\vartheta) \\ y = x\tan\vartheta - \frac{1}{2}\dfrac{gx^2}{v^2\cos^2\vartheta}; \end{cases}$$



$$y = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{oppure} \quad x = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\frac{2v^2\cos^2\vartheta}{g} = \frac{2v^2\sin\vartheta\cos\vartheta}{g} = \frac{v^2\sin 2\vartheta}{g};$$

gittata max per sin(2ϑ) = 1 $\Rightarrow$ ϑ = 45° $\Rightarrow$ $y_{max} = v^2/g$ = 1020 m;

d = v^2sin(2ϑ)/g $\Rightarrow$ ϑ = asin(gd/v^2)/2 = asin(9.8·500/100^2)/2 = asin(0.49)/2 =

= 14° 40' 13" (o 75° 19' 47") [perché 2 sol. ???]

Esercizio – Trovare la velocità angolare nei seguenti casi :

a) la Terra che ruota attorno al Sole (supporre il moto circolare uniforme);

b) la Terra che ruota attorno a se stessa;

c) la lancetta delle ore;

d) la lancetta dei minuti;

e) la lancetta dei secondi.

Soluzione –

a) $\omega_1 = 2\pi / T_1 = 2\pi / (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 1.99 \cdot 10^{-7}$ rad/s;

b) $\omega_2 = 2\pi / T_2 = 2\pi / (24 \cdot 60 \cdot 60) = 7.27 \cdot 10^{-5}$ rad/s;

c) $\omega_3 = 2\pi / T_3 = 2\pi / (12 \cdot 60 \cdot 60) = 1.45 \cdot 10^{-4}$ rad/s;

d) $\omega_4 = 2\pi / T_4 = 2\pi / (60 \cdot 60) = 1.7 \cdot 10^{-3}$ rad/s;

e) $\omega_5 = 2\pi / T_5 = 2\pi / 60 = 0.104$ rad/s.

Esercizio – Determinare la velocità e la velocità angolare che deve mantenere un aeroplano all'equatore affinché il sole appaia fisso all'orizzonte. L'aereo deve volare verso est o verso ovest ?

Soluzione –

$\omega_{aereo} = - \omega_{Terra} = 7.27 \cdot 10^{-5}$ rad/sec (vedi esercizio precedente);

il segno "-" significa che l'aereo deve andare da est verso ovest;

$v_{aereo} = \omega \cdot r_{Terra} = 7.27 \cdot 10^{-5} \cdot 6.37 \cdot 10^{6} = 463$ m/s $= 1670$ Km/h.

Esercizio – Un treno, affrontando una curva di raggio 150 m, nei 15 s che impiega a percorrere la curva rallenta da 90 Km/h a 50 Km/h. Calcolare l'accelerazione tangenziale e normale nel momento in cui la velocità è 50 Km/h, assumendo che il treno continui a decelerare.

Soluzione –

a) trasformiamo da Km/h a m/s :

v_1 = 90 Km/h = 25.0 m/s; v_2 = 50 Km/h = 13.9 m/s;

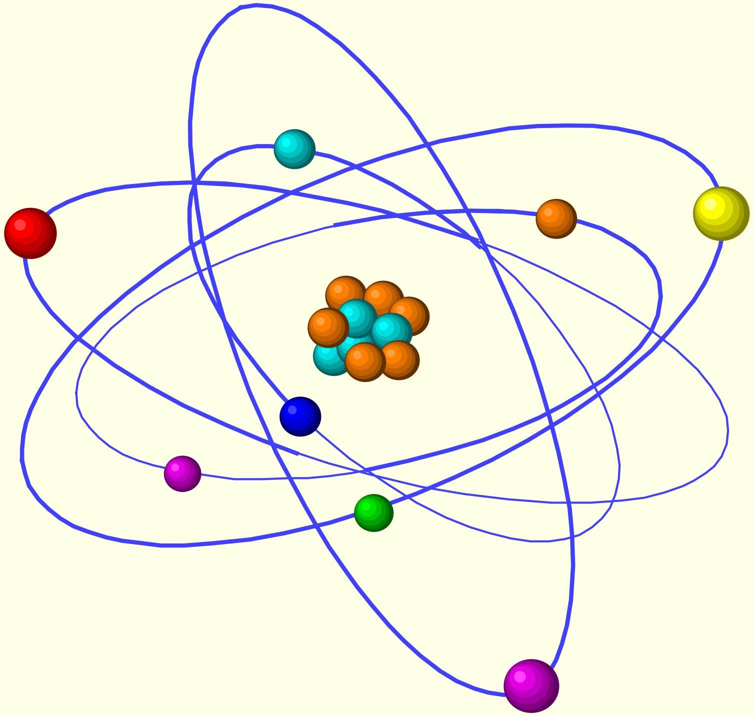
b) l'accelerazione tangenziale : $a_T^{media} = (v_2 - v_1) / T = -0.74 \text{ m/s}^2$;

c) accelerazione radiale : $a_R^{centripeta} = v_2^2 / r = 1.29 \text{ m/s}^2$;

d) accelerazione totale (modulo), poiché a_T e a_R sono ortogonali :

$$a_{tot} = \sqrt{a_T^2 + a_R^2} = \sqrt{(-0.74)^2 + 1.29^2} = 1.49\, m/s^2.$$

NB – se il treno non continuasse a decelerare, a_T=0, a_{tot}=a_R.



Meccanica del punto

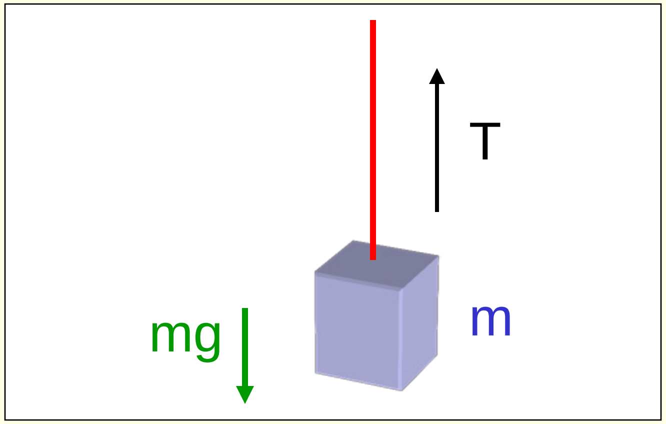
Esercizio – Un filo di ferro si spezza ad una tensione massima di 4400 N. Quale accelerazione massima verso l'alto può imprimere ad un oggetto di 400 Kg ?

Soluzione –

Per il corpo : $ma = T - mg$;

pertanto : $T = m\,(a + g) \Rightarrow T_{max} = m\,(a_{max} + g) \Rightarrow$

$a_{max} = T_{max}\,/m - g = 4400\,/\,400 - 9.8 = 1.2\ m/s^2$.



Esercizio – Una fune, collegata ad una carrucola, connette due masse identiche, una delle quali è libera di muoversi su un piano inclinato di angolo ϑ (ϑ = 30°), mentre l'altra penzola nel vuoto. Calcolare l'accelerazione su entrambe le masse.

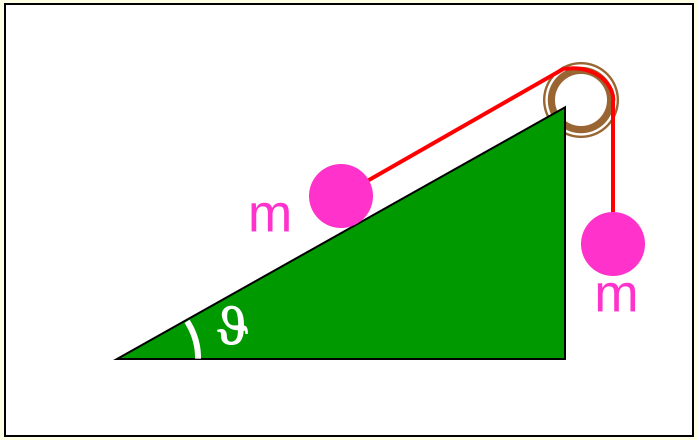
Soluzione –

L'accelerazione è identica per entrambe le masse. Il bilancio delle forze dà :

$(m_1 + m_2)\, a = m_2\, g - m_1\, g \sin\vartheta \Rightarrow m_1 = m_2 = m \Rightarrow$

$a = m\, g\, (1 - \sin\vartheta) / (2m) = g\, (1 - \sin\vartheta) / 2 = 9.8 \times (1 - 0.5) / 2 = 2.45\ m/s^2$;

l'accelerazione è diretta verso il basso per la massa libera e verso l'alto del piano per quella sul piano inclinato.



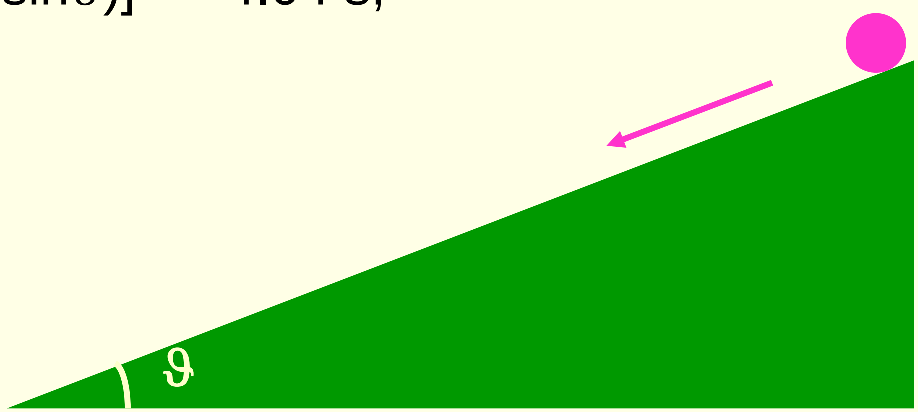
Esercizio – Un corpo scivola senza attrito su un piano inclinato di angolo 30°, lungo 40 m, partendo da fermo. Determinare il tempo totale del tragitto e la velocità finale.

Soluzione –

$a = g \sin\vartheta;$

$L = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} g \sin\vartheta \, t^2 \Rightarrow t = [2 L / (g \sin\vartheta)]^{1/2} = 4.04 \text{ s};$

$v = a t = g \sin\vartheta \, t = 19.8 \text{ m/s}.$



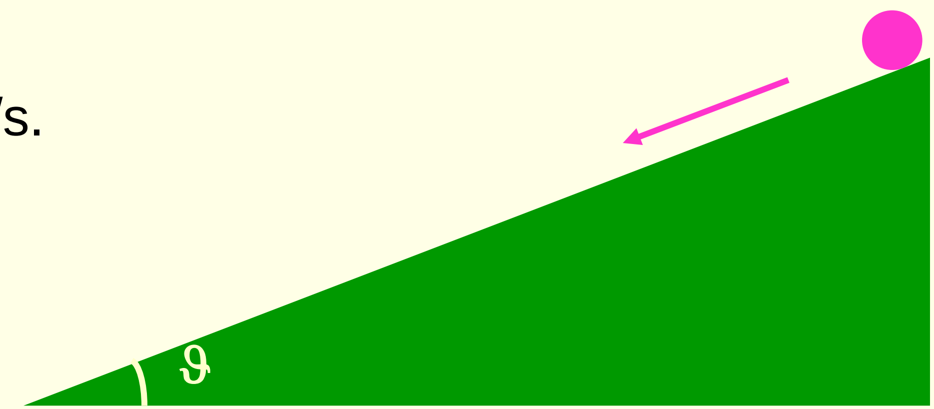
Esercizio – [stesso esercizio del caso precedente] C'è un attrito dinamico, di coefficiente k_d = 0.5. Determinare il tempo totale del tragitto e la velocità finale.

Soluzione –

$ma = m\,g \sin\vartheta - k\,m\,g \cos\vartheta \Rightarrow a = g \sin\vartheta - kg \cos\vartheta = g\,(\sin\vartheta - k \cos\vartheta);$

$L = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,(g \sin\vartheta - kg\cos\vartheta)\,t^2 \Rightarrow t = [2\,L\,/\,(g\sin\vartheta - kg\cos\vartheta)]^{1/2} = 11.03$ s;

$v = a\,t = g\,(\sin\vartheta - k\cos\vartheta)\,t = 7.24$ m/s.



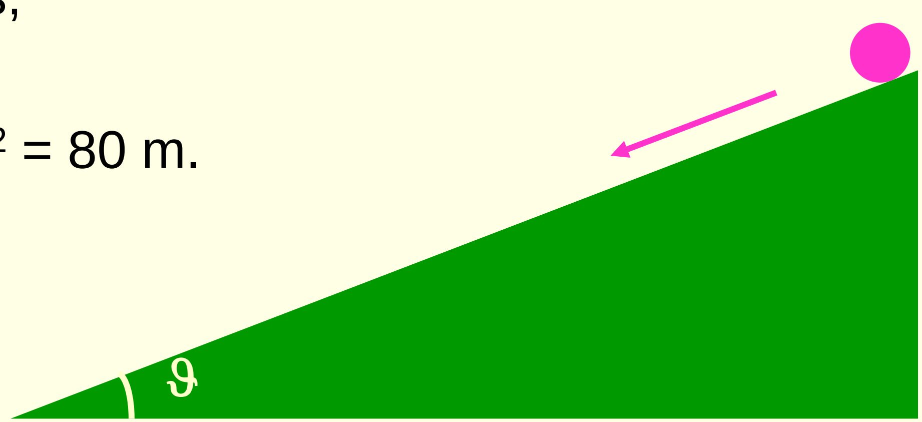
Esercizio – [stesso esercizio del caso precedente, senza attrito] Al termine del piano inclinato [senza attrito] c'è un tratto piano, con attrito dinamico di coefficiente k_d = 0.25. Determinare la distanza percorsa dal corpo sul tratto piano del tragitto e il tempo impiegato prima di fermarsi.

Soluzione –

$ma = F = -k\,m\,g \Rightarrow a = -k\,g;$

$v(t) = v_o - k\,g\,t \;\Rightarrow t_{fin} = v_o / k\,g = 8.08\ s;$

$L_{tot} = v_o\,t_{fin} + ½\,a\,t_{fin}^2 = v_o\,t_{fin} - ½\,k\,g\,t_{fin}^2 = 80\ m.$



Esercizio – Trovare il lavoro necessario per portare un corpo di massa 2 Kg dalla velocità di 2 m/s a quella di 5 m/s.

Soluzione –

$L = ½\ m\ v_{fin}^2 - ½\ m\ v_{ini}^2 = 0.5 \times 2 \times (5^2 - 2^2) = 21$ J.

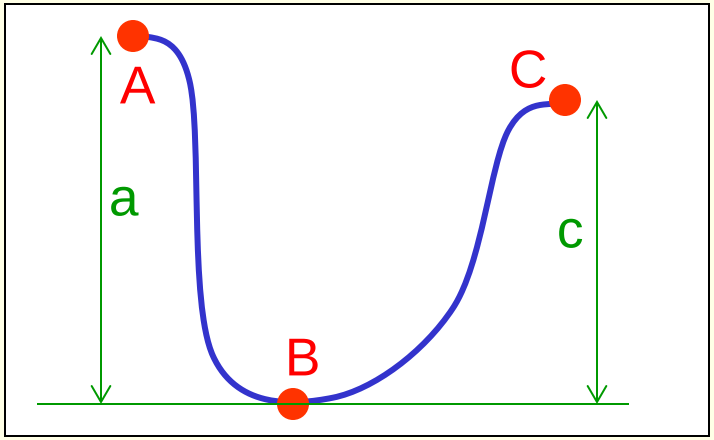
Esercizio – Trovare il lavoro necessario a fermare un corpo di massa 2 Kg, che procede alla velocità di 8 m/s.

Soluzione –

$L = - \frac{1}{2}\, m\, v_{ini}^2 = - 0.5 \times 2 \times 8^2 = - 64$ J.

[perché “-” ?]

Esercizio – Un carrello di massa 100 Kg compie il percorso indicato in figura, passando dal punto A al punto C. Nota la velocità iniziale (v_A=0) e le differenze di quota tra A e B (a=20 m) e tra C e B (c=18m), calcolare il valore dell'energia potenziale in A e della velocità in B e in C.



Soluzione – Scegliamo la costante dell'energia potenziale in modo che E^{pot}_B=0. In tal caso :

$$E^{pot}_A = m\ g\ a = 100 \times 9.8 \times 20 = 19600\ J;$$

$$E^{pot}_A + ½\ m\ v_A^2 = E^{pot}_B + ½\ m\ v_B^2 = mga = ½\ m\ v_B^2 \Rightarrow$$

$$v_B^2 = 2\ g\ a \Rightarrow v_B = (2 \times 9.8 \times 20)^{½} = 19.8\ m/s;$$

$$m\ g\ a = ½\ m\ v_C^2 + mgc \Rightarrow$$

$$v_C^2 = 2\ g\ (a - c) \Rightarrow v_C = [2 \times 9.8 \times (20\text{-}18)]^{½} = 6.26\ m/s.$$

Esercizio – Un corpo di massa 2 Kg cade dall'altezza di 2 m su una molla di costante elastica 200 N/m. Di quanto si abbassa la molla ? Dopo un po', le oscillazioni si smorzano. Dove è il punto di riposo della molla ?

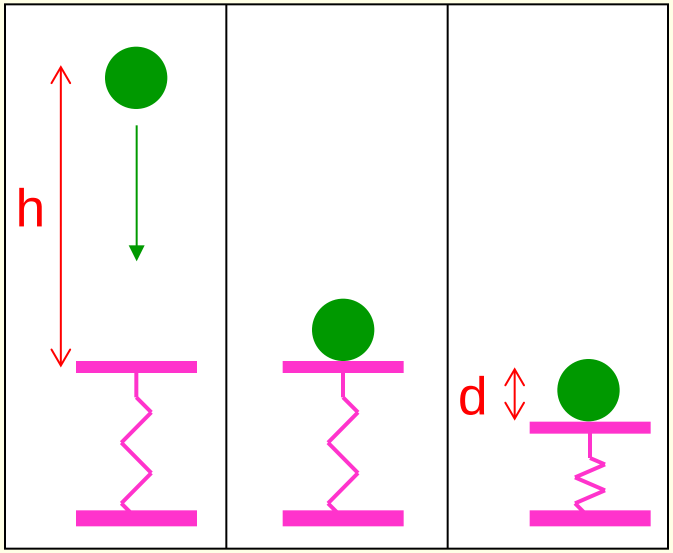
Soluzione – ~~Si può scrivere : mgh = ½ k d^2 ⇒ d^2 = 2mgh / k~~; **no ! sbagliato !**

mg (h + d) = ½ k d^2 ⇒ k d^2 - 2mgd - 2mgh = 0 ⇒

$$d = \frac{mg \pm \sqrt{m^2 g^2 + 2kmgh}}{k} = \frac{mg}{k}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}}\right) \qquad \text{scegliere il segno "+" [perche'?]}$$

$$d = \frac{mg}{k}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}}\right) = \frac{2 \times 9.8}{200}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 200 \times 2}{2 \times 9.8}}\right) =$$

$$= 0.73\, m$$



Il punto di riposo si ottiene da : mg = kb

⇒ b = mg/k = 2 ×9.8 / 200 = 9.8 cm.

Esercizio – Un trattore di massa 1200 Kg percorre una salita di pendenza 30°; il motore eroga una potenza di 9800 W. Calcolare la velocità massima disponibile.

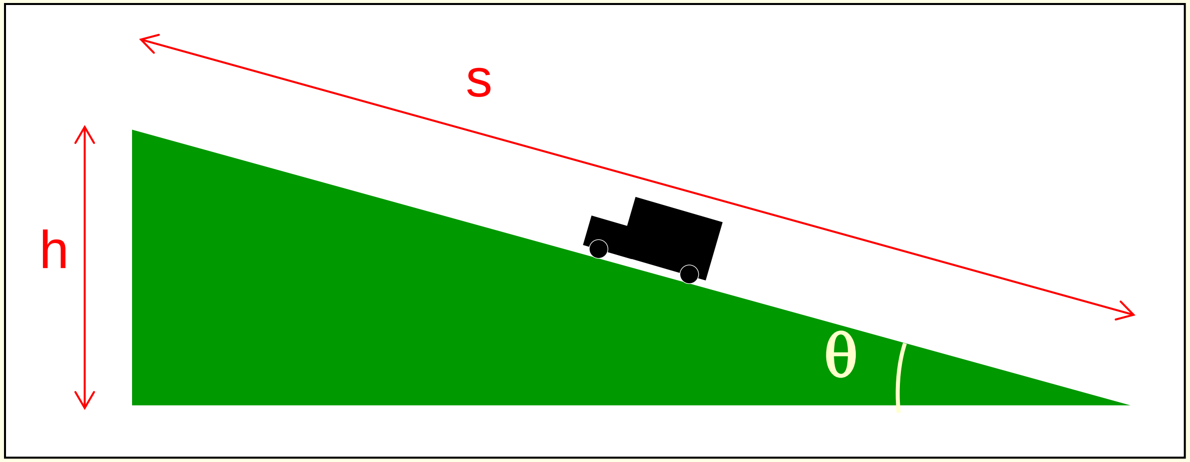
Soluzione –

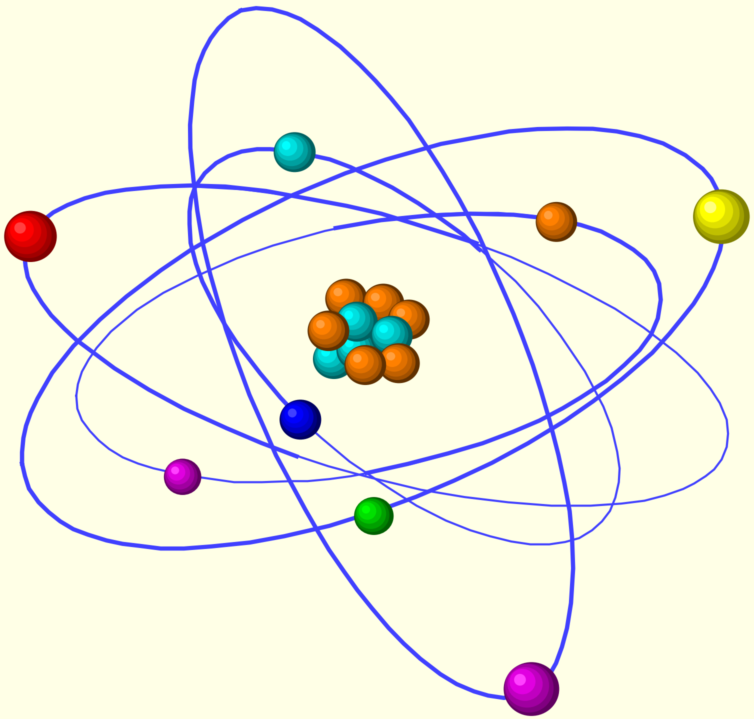
In un tempo t :

$L = W\,t = m\,g\,h = m\,g\,s\,\sin\vartheta \Rightarrow$

$s / t = v = W / (m\,g\,\sin\vartheta) = 9800 / (1200 \times 9.8 \times 0.5) =$

$= 1.67$ m/s $= 6$ Km/h.





Meccanica dei sistemi

Esercizio – Una pallina di massa 1 Kg urta alla velocità di 1 cm/s una seconda pallina ferma, di massa 2 Kg. Dopo l'urto, le palline si appiccicano. Trovare la loro velocità e la variazione di energia cinetica nell'urto.

Soluzione –

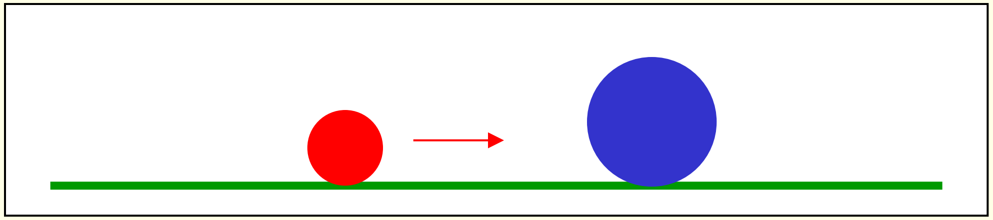
$m_1 v_{ini} = (m_1 + m_2)\, v_{fin} \Rightarrow$

$v_{fin} = v_{ini} \times m_1 / (m_1 + m_2) = .01 \times 1 / (1 + 2) = 0.33$ cm/s;

$\Delta T = T_{fin} - T_{ini} = ½(m_1 + m_2)\, v_{fin}{}^2 - ½\, m_1\, v_{ini}{}^2 =$

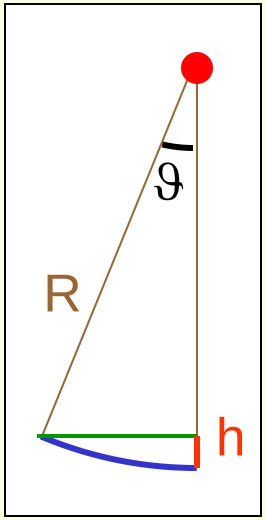
$= 0.5 \times (1000 + 2000) \times 0.33^2 - 0.5 \times 1000 \times 1^2 = -333$ erg;

[perché "-" ???]



Esercizio – Un oggetto di massa 20 Kg è attaccato con una fune lunga 4 m. Una pallottola di massa 50 g lo urta, restandovi conficcata. L'oggetto si alza di un angolo di 30°. Trovare la velocità iniziale della pallottola.

Soluzione –



Nel primo urto anelastico vale : $mv = (M+m)w \Rightarrow w = v\ m\ /\ (M+m)$

L'energia cinetica dei due corpi si converte poi in energia potenziale :

$½(M+m)w^2 = ½(M+m)\ v^2\ m^2\ /\ (M+m)^2 = ½\ m^2\ v^2\ /\ (M+m) =$

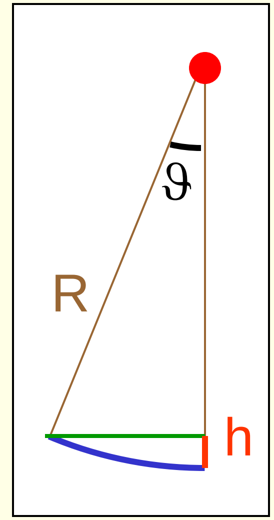
$= (M+m)\ g\ h = (M+m)\ g\ R\ (1 - \cos\vartheta) \Rightarrow$

$v^2 = 2\ (M+m)^2\ g\ R\ (1 - \cos\vartheta)\ /\ m^2 \Rightarrow$

$$v = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gR(1-\cos\vartheta)} = \frac{20+0.050}{0.050}\sqrt{2\times 9.8\times 4\times(1-\cos 30^\circ)} = 1300 m/s.$$

Esercizio – Un oggetto di massa 20 Kg è attaccato con una fune lunga 4 m. Una pallottola di massa 50 g, che procede alla velocità di 1000 m/s, lo urta, perforandolo, e proseguendo alla velocità di 300 m/s. Trovare l'angolo di cui si alza l'oggetto.

Soluzione –



Nel primo urto anelastico vale : mv = MW +mw $\Rightarrow$

W = m (v - w) / M = 1.75 m/s;

L'energia cinetica dell'oggetto si converte poi in energia potenziale :

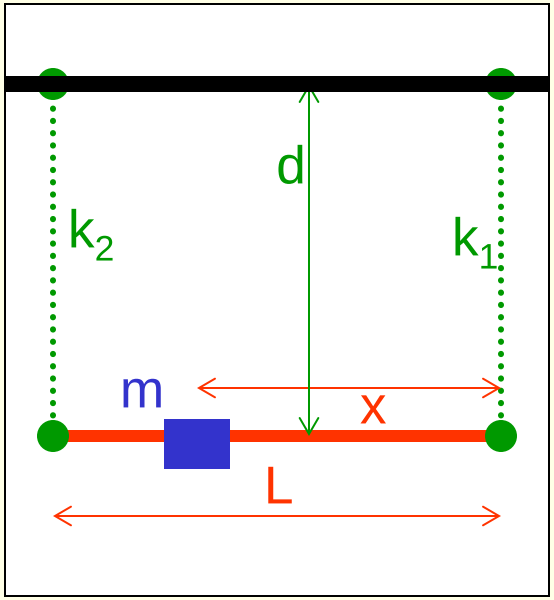
$\frac{1}{2}MW^2 = M\,g\,h = M\,g\,R\,(1 - \cos\vartheta) \Rightarrow$

$1 - \cos\vartheta = \frac{1}{2}W^2 / (gR) \Rightarrow$

$$\cos\vartheta = \frac{gR - \frac{1}{2}W^2}{gR} = \frac{9.8 \times 4 - 0.5 \times 1.75^2}{9.8 \times 4} = 0.961 \Rightarrow \vartheta \approx 16^\circ$$

Esercizio – Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza 50 cm è attaccata agli estremi con due elastici, di costanti 200 N/m e 300 N/m rispettivamente. In quale punto della sbarra bisogna porre un corpo puntiforme di massa 5 Kg, in modo che la sbarra rimanga orizzontale ? Di quanto si allungano gli elastici ?

Soluzione – Se la sbarra è orizzontale, l'allungamento di entrambi gli elastici è identico (chiamiamolo *d*); le forze sono $k_1 d$ e $k_2 d$. Affinché la sbarra rimanga ferma, occorre che il momento totale delle forze sia nullo. Calcolando il momento rispetto al punto in cui è posto il corpo, si ha (notare i segni +-) :



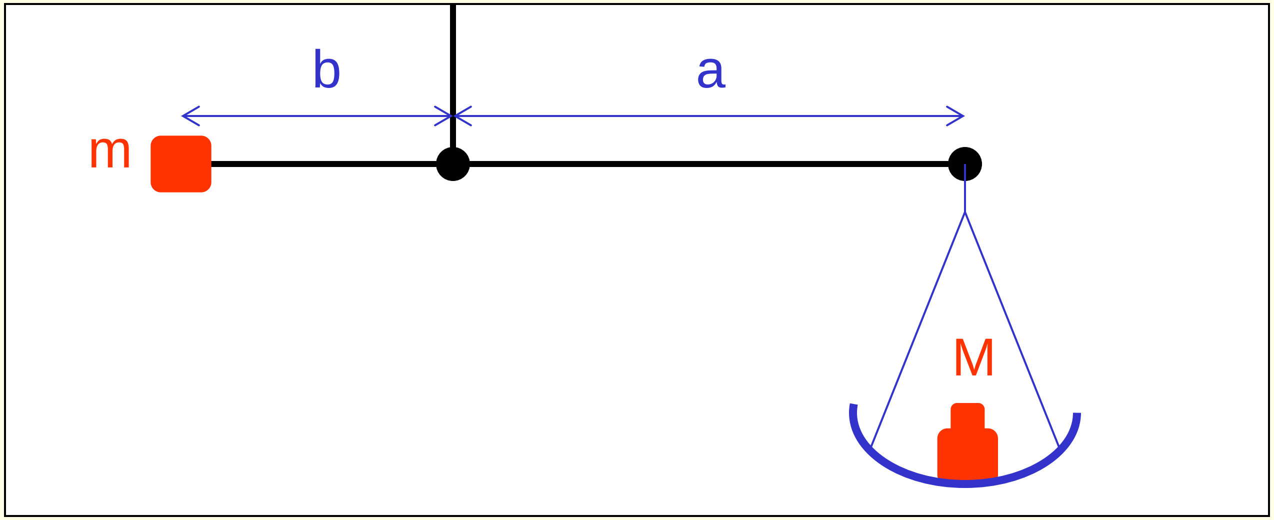
$k_1 d x - k_2 d(L-x) + mg \cdot 0 = 0 \Rightarrow$

$x = k_2 d L \,/\, (k_1 d + k_2 d) = k_2 L \,/\, (k_1 + k_2) = 30$ cm;

L'allungamento si ottiene ponendo la somma vettoriale delle forze uguale a zero (asse positivo verso l'alto) :

$k_1 d + k_2 d - mg = 0 \Rightarrow d = mg \,/\, (k_1 + k_2) = 9.8$ cm.

Esercizio – Una bilancia a statera (vedi figura) di massa trascurabile ha la massa scorrevole (m) di 500 g, il braccio del piatto (a) di 40 cm. Quando una certa massa M è posta sul piatto, l’equilibrio richiede che la massa m venga posta a 20 cm dal punto di sospensione. Quanto segna la bilancia ?



Soluzione –

Eguagliamo a zero il momento totale delle forze :

$Mga - mgb = 0 \Rightarrow M = mb / a = 500 \times 20 / 40 = 250$ g.

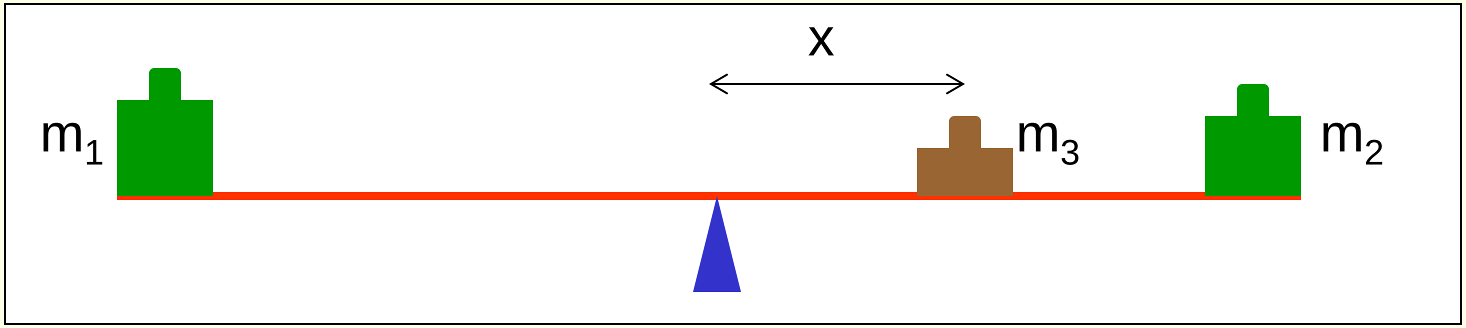
Esercizio – Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza 2 m è fissata al centro e libera di ruotare. Ha alle estremità due masse, rispettivamente di 80 Kg e 60 Kg. Dove bisogna mettere una terza massa, di 30 Kg, in modo che la sbarra resti orizzontale ?

Soluzione –

Eguagliamo a zero il momento totale, calcolato rispetto al punto centrale (fulcro) :

$m_1gL/2 - m_2gL/2 - m_3gx = 0 \Rightarrow$

$x = (m_1L/2 - m_2L/2) / m_3 = L/2\ (m_1 - m_2) / m_3 = 66$ cm.

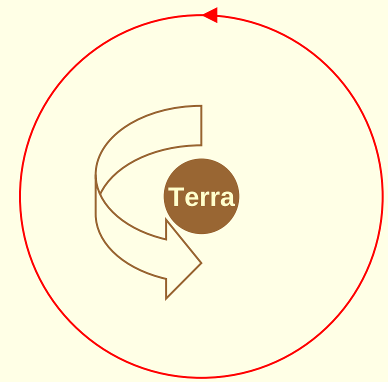


Esercizio – Trovare il raggio dell'orbita di un corpo che percorre un'orbita circolare geostazionaria [dati raggio terrestre : 6.37×10^6 m].

Soluzione – Si eguaglia la forza di gravità a quella necessaria per un moto circolare uniforme; si impone inoltre che la velocità angolare sia la stessa della rotazione terrestre :

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{m_T m}{R^2} = G\frac{m_T}{R_T^2}\cdot\frac{mR_T^2}{R^2} = g\frac{mR_T^2}{R^2}; \qquad v = \frac{2\pi R}{T} \quad \Rightarrow$$

$$v^2 = \left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = g\frac{R_T^2}{R} \Rightarrow R^3 = \frac{gR_T^2 T^2}{4\pi^2} \Rightarrow$$



$$R = \sqrt[3]{\frac{gR_T^2 T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9.8\times(6.37\times10^6\cdot 24\times3600)^2}{4\pi^2}} = 42.2\times10^3 Km$$

NB – In genere, un'orbita non deve necessariamente essere tutta al di sopra dell'equatore; deve però avere come centro il centro della Terra [perché ???].

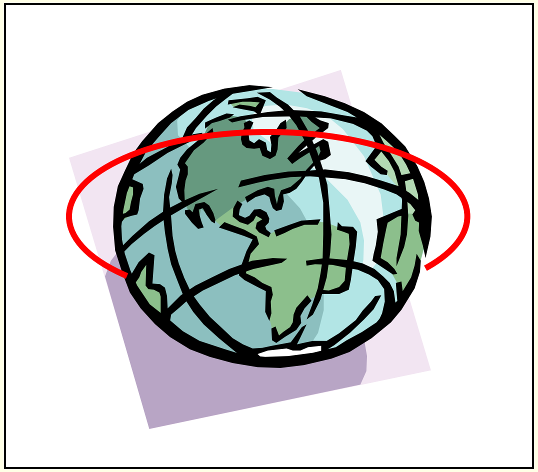
Esercizio – Determinare la velocità di un corpo che, senza usare alcun motore, gira attorno alla Terra ad una quota di 100 m sul livello del mare. Trascurare la resistenza dell'aria e approssimare la Terra con una sfera perfetta di raggio $R_T = 6.37 \times 10^6$ m.

Soluzione –

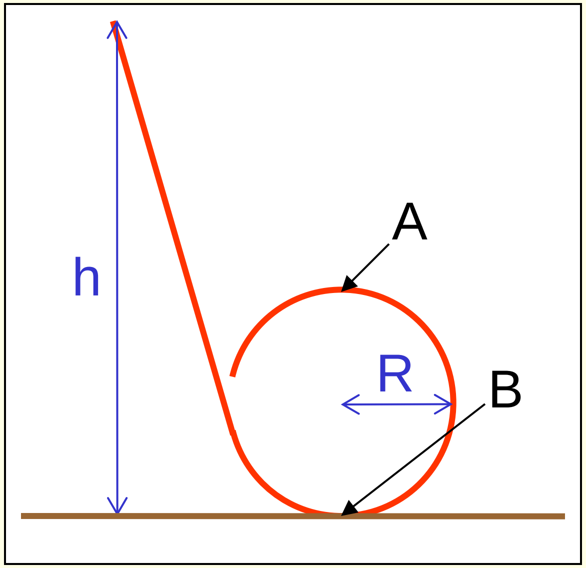
Si eguaglia la forza peso subita dal corpo con la forza centripeta necessaria a compiere il moto in questione :

$$mg = \frac{mv^2}{R} = \frac{mv^2}{R_T + h} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{g(R_T + h)} = \sqrt{9.8 \cdot (6.37 \cdot 10^6 + 10^2)} = 7.9 \cdot 10^3 \; m/s$$



Esercizio – Partendo da fermo, un atleta compie il percorso indicato in figura, composto da un tratto in discesa e da una circonferenza di raggio 4 m. Trascurando gli attriti, trovare il valore minimo della quota *h*, affinché il percorso riesca. In tale ipotesi, trovare la velocità nei punti più alto e più basso della circonferenza.



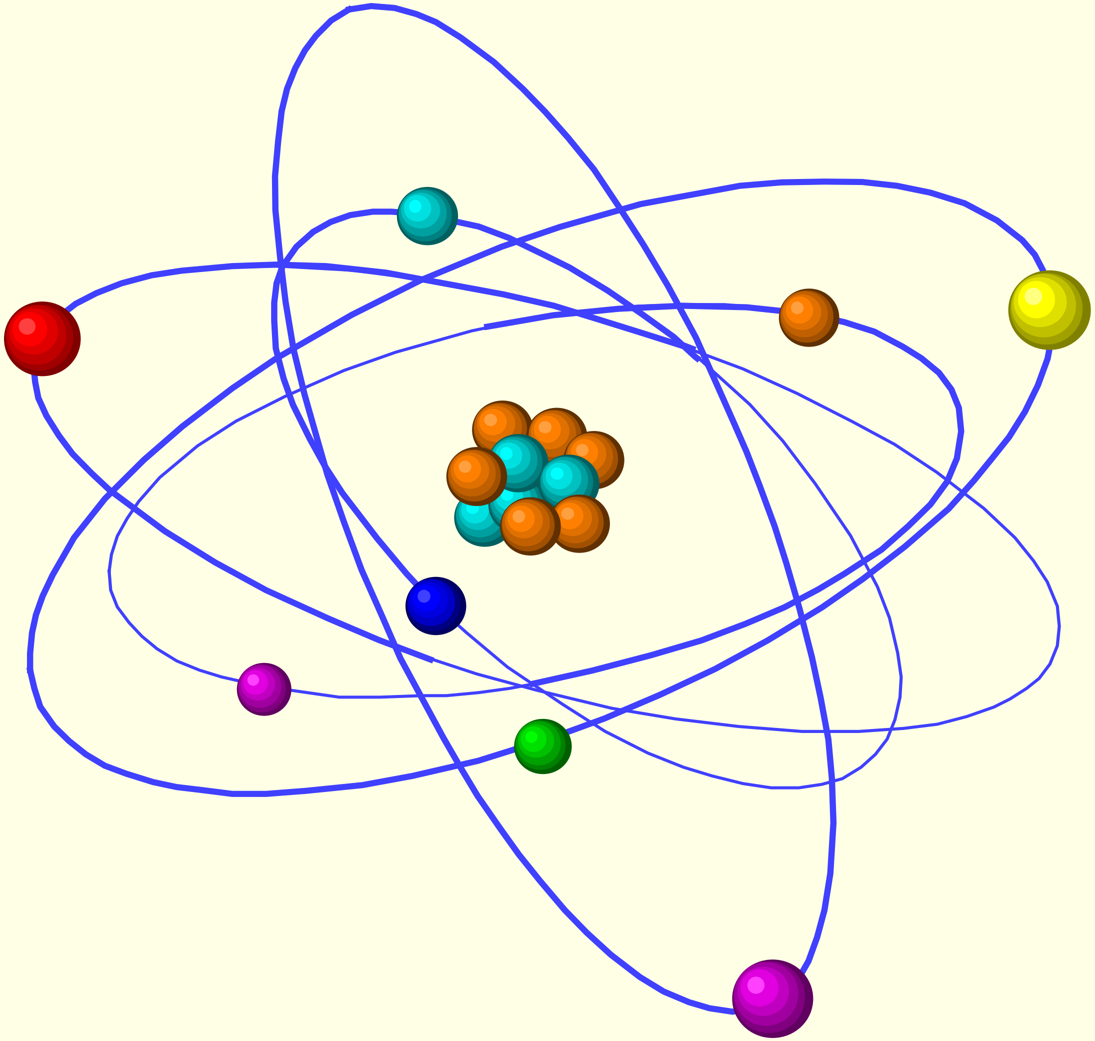
Soluzione – Il punto critico è quello chiamato "A" nella figura; in A, per mantenere la traiettoria circolare, l'accelerazione di gravità deve essere al più uguale a quella richiesta dal moto circolare uniforme ($mg \leq m v_A^2/R$). Pertanto :

$$\tfrac{1}{2} m v_A^2 + mg2R = mgh = \tfrac{1}{2} mgR + mg2R = \tfrac{5}{2} mgR \Rightarrow$$

$$h = \tfrac{5}{2} R = 10\ m;$$

$$v_A = \sqrt{2g(h-2R)} = \sqrt{2 \times 9.8 \times (10 - 2 \times 4)} = 6.3\, m/s;$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14\, m/s.$$



Fine