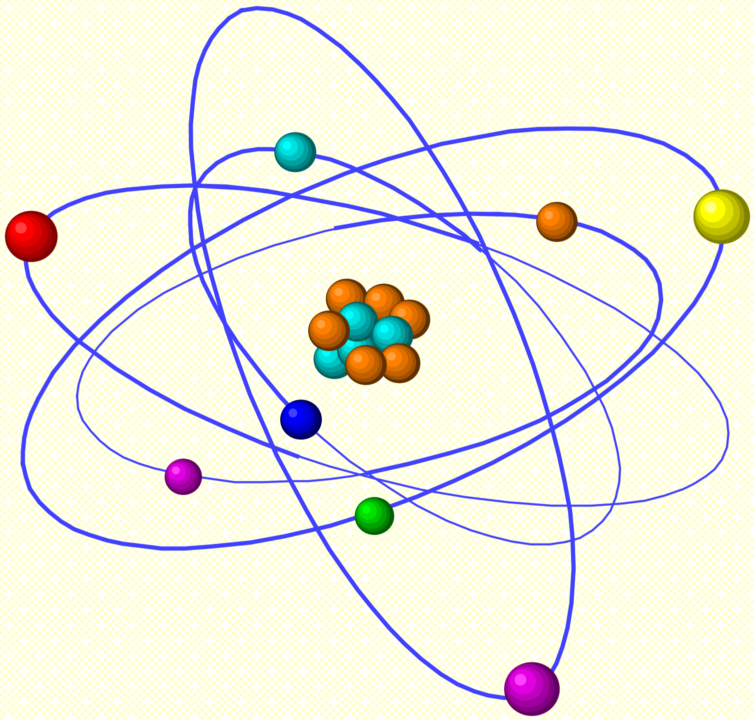


Elettrostatica

Esercizio – Calcolare il campo elettrico nel punto centrale tra due cariche, di valore $q_1=2\times10^{-7}$ C e $q_2= -5\times10^{-8}$ C, poste alla distanza di 10 cm.

Soluzione –

Dalla legge di Coulomb :

$$\left|\vec{E}_{tot}\right| = \left|\vec{E}_1\right| + \left|\vec{E}_2\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{\left(d/2\right)^2} - \frac{q_2}{\left(d/2\right)^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi\varepsilon_0 d^2}(q_1 - q_2) = \frac{2\times10^{-7} + 5\times10^{-8}}{\pi\times8.89\times10^{-12}\times(0.1)^2} = 9.04\times10^5\ N/C.$$

nella direzione della carica negativa.

Esercizio – Calcolare il campo elettrico nel punto centrale tra due cariche, di valore $q_1=2\times10^{-7}$ C e $q_2= +5\times10^{-8}$ C, poste alla distanza di 10 cm (identico al caso precedente, a parte il segno della seconda carica).

Soluzione –

Tutto identico al caso precedente, a parte i segni :

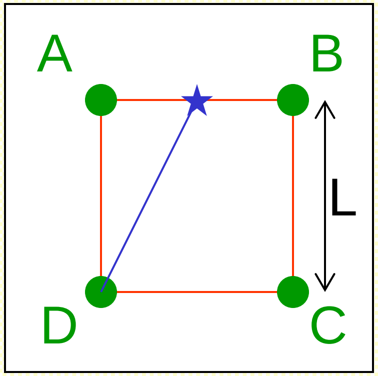
$$\left|\vec{E}_{tot}\right| = \left|\vec{E}_1\right| + \left|\vec{E}_2\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{\left(d/2\right)^2} - \frac{q_2}{\left(d/2\right)^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi\varepsilon_0 d^2}(q_1 - q_2) = \frac{2\times10^{-7} - 5\times10^{-8}}{\pi\times8.89\times10^{-12}\times(0.1)^2} = 5.4\times10^5\ N/C.$$

nella direzione della carica minore (cioè q_2).

Esercizio – Quattro cariche, ciascuna di valore 2×10^{-6} C, sono poste ai vertici di un quadrato di lato 2 m. Calcolare il valore del campo elettrico al centro del quadrato e al centro di ciascun lato.

Soluzione – Nel centro del quadrato, i campi si cancellano due a due e il campo totale è nullo. Per quanto riguarda il campo nel punto centrale tra A e B (gli altri tre casi sono analoghi), i campi delle cariche A e B si cancellano; i campi delle cariche C e D hanno componente orizzontale che si cancella e componente verticale che si somma. Essa vale :



$$E_{tot}^{y} = E_C^y + E_D^y = 2E_C^y = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}\cos\alpha =$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L^2+(L/2)^2}\frac{L}{\sqrt{L^2+(L/2)^2}} =$$

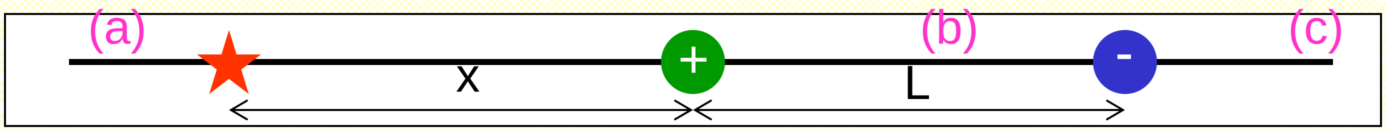
$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L^2}\frac{1}{1+(1/2)^2}\frac{1}{\sqrt{1+(1/2)^2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{8}{5\sqrt{5}}\frac{Q}{L^2} = 6405 \text{ V/m}.$$

Esercizio – Due cariche elettriche, di valore rispettivamente 1 C e -2 C, si trovano alla distanza di 2 m. Trovare i punti in tutto lo spazio in cui il campo elettrico totale è nullo.

Soluzione – Questi punti, se esistono, possono unicamente trovarsi sulla retta che passa per i due punti. Infatti, nel resto dello spazio, i campi delle due cariche non sono collineari, e pertanto la loro somma vettoriale non può essere nulla.
Sulla retta si possono inividuare tre zone : (a) tra infinito e prima carica, (b) tra le due cariche, (c) tra seconda carica e infinito. In (b) i campi sono paralleli e pertanto la somma non può essere nulla; in (c) il campo della seconda carica è sempre maggiore (carica più grande a distanza minore); viceversa in (a) i due campi possono compensarsi (q_1 e q_2 sono i moduli delle cariche) :

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x+L)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} - \frac{q_2}{(x+L)^2} = 0 \Rightarrow q_1 x^2 + q_1 L^2 + 2q_1 xL - q_2 x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2(q_2 - q_1) - 2q_1 xL - q_1 L^2 = 0 \Rightarrow x = L\frac{q_1 \pm \sqrt{q_1^2 + q_1(q_2 - q_1)}}{(q_2 - q_1)} = L\frac{q_1 \pm \sqrt{q_1 q_2)}}{(q_2 - q_1)} = 2(1 \pm \sqrt{2})m \to 4.8m$$



Esercizio – Come nel caso precedente, ma stavolta le cariche sono entrambe positive (+1 C e +2 C).

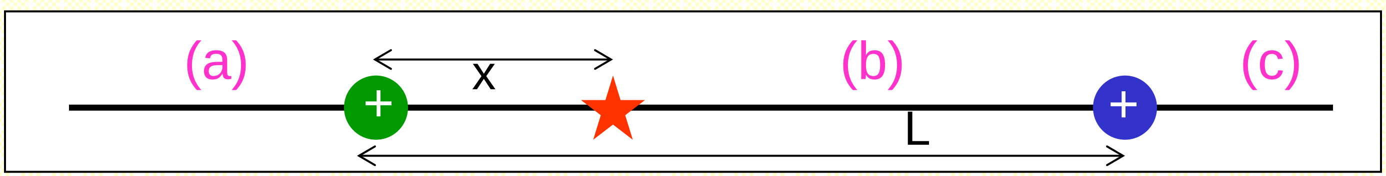
Soluzione – Identica al caso precedente, ma stavolta la soluzione è nella zona (b) tra le due cariche (q_1 e q_2 sono i moduli delle cariche) :

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(L-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} - \frac{q_2}{(L-x)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$q_1x^2 + q_1L^2 - 2q_1xL - q_2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(q_2 - q_1) + 2q_1xL - q_1L^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = L\frac{-q_1 \pm \sqrt{q_1^{\,2} + q_1(q_2 - q_1)}}{(q_2 - q_1)} = L\frac{-q_1 \pm \sqrt{q_1q_2)}}{(q_2 - q_1)} =$$

$$= 2(-1 \pm \sqrt{2})m \rightarrow 0.8\,m$$



Esercizio – Nel modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, l'elettrone orbita attorno al protone alla distanza di 0.5×10^{-8} cm. Trovare la forza di attrazione elettrostatica tra le due particelle e la velocità dell'elettrone.

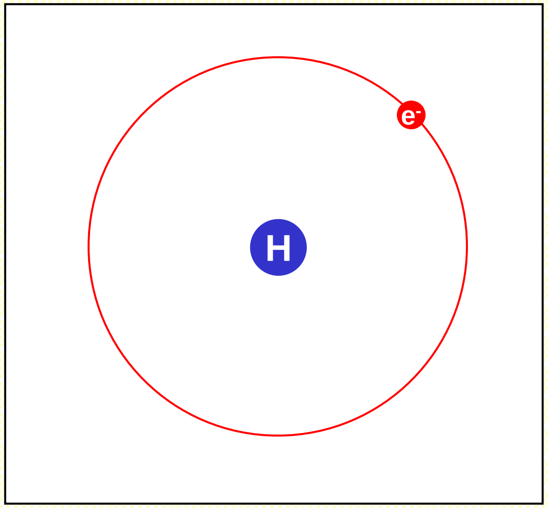
Soluzione –

Dalla legge di Coulomb :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{4\times\pi\times8.89\times10^{-12}\times(0.5\times10^{-10})^2} = 9.26\times10^{-8}\ N$$

$$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{Fr}{m}} = \sqrt{\frac{9.26\times10^{-8}\times0.5\times10^{-10}}{9.11\times10^{-31}}} = 2.25\times10^6\, m/s.$$



Esercizio – Due cariche, di valore $q_1=7\times10^{-9}$ C e $q_2= 14\times10^{-9}$ C sono poste alla distanza di 40 cm. Trovare il lavoro necessario per avvicinarle alla distanza di 25 cm.

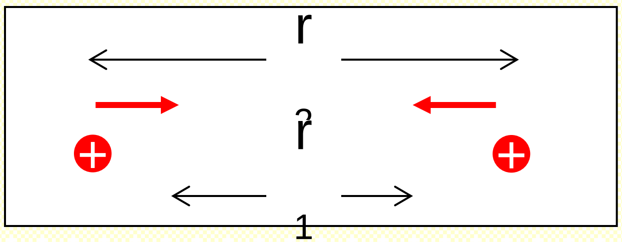
Soluzione –

Dalla definizione di energia potenziale elettrostatica :

$$L = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) =$$

$$= -\frac{7\times10^{-9}\times14\times10^{-9}}{4\times\pi\times8.89\times10^{-12}}\left(\frac{1}{0.25} - \frac{1}{0.40}\right) = -1.3\times10^{-6}\ J.$$

[perché L < 0 ?]



Esercizio – Un elettrone ($e=1.6\times10^{-19}$ C, $m=9.11\times10^{-31}$ Kg) è scagliato alla velocità di 10^6 m/s contro un secondo elettrone, che è mantenuto fermo. Trovare la minima distanza cui arrivano i due elettroni.

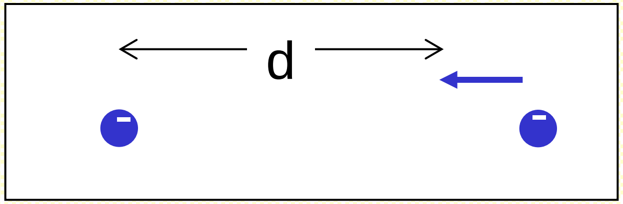
Soluzione – La distanza minima corrisponde alla completa trasformazione dell'energia cinetica in energia potenziale elettrostatica :

$$K_{ini} + U_{ini} = K_{fin} + U_{fin} = K_{ini} + 0 = 0 + U_{fin} =$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{d} \Rightarrow$$

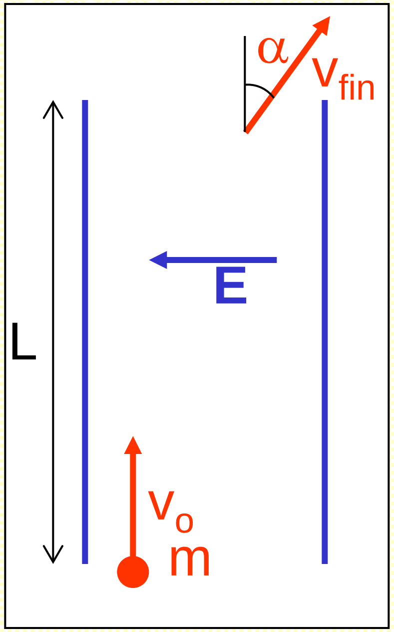
$$d = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{mv^2} = \frac{2\times(1.6\times10^{-19})^2}{4\times\pi\times8.89\times10^{-12}\times9.11\times10^{-31}\times(10^6)^2} =$$

$$= 5.08\times10^{-10} m.$$



Esercizio – Un condensatore piano ha un campo di 10^4 V/m e una lunghezza (parallela alle armature) di 5 cm. Un elettrone entra tra le armature con una velocità di 10^7 m/s ortogonale al campo. Calcolare l'angolo di deflessione all'uscita del condensatore e il modulo della velocità. Trascurare gli effetti di bordo.

Soluzione – La forza elettrostatica (lungo l'asse y) è ortogonale alla velocità iniziale dell'elettrone (asse x). Pertanto :

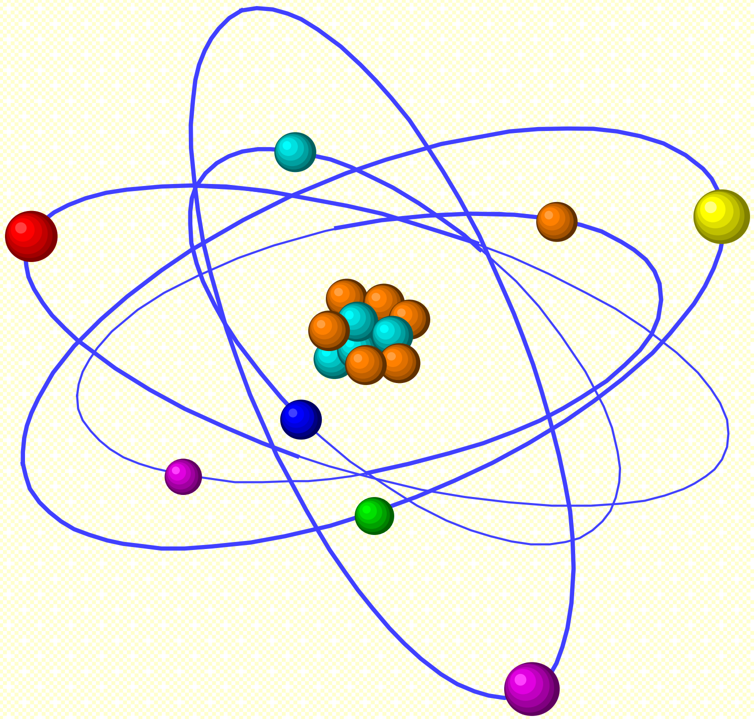


$$x = v_{0x} t \Rightarrow t = x / v_{0x} \Rightarrow T_{tot} = L / v_{0x}; \quad v_y = at \Rightarrow$$

$$v_{y,fin} = \frac{Ee}{m}\frac{L}{v_{0x}} = \frac{10^4 \times 1.6 \times 10^{-19} \times .05}{9.11 \times 10^{-31} \times 10^7} = 8.8 \times 10^6 \ m/s;$$

$$\alpha = a\tan\left(\frac{v_{y,fin}}{v_{0x}}\right) = a\tan\frac{8.8 \times 10^6}{10^7} = 41^\circ 3;$$

$$v_{tot,fin} = \sqrt{v_{y,fin}{}^2 + v_{0x}{}^2} = \sqrt{(8.8 \times 10^6)^2 + (10^7)^2} = 1.33 \times 10^7 \ m/s.$$



Correnti continue

Esercizio – Un conduttore di rame (peso atomico 63.5 g/mole, massa volumica 8.9 g/cm^3) ha una sezione costante di 1.3 cm^2 ed è percorso dalla corrente di 2 A. Calcolare la velocità media degli elettroni.

Soluzione –

$N_{moli}/m^3 : M_{rame}/(Vm_{mole}) = \rho / m_{mole} = 8.9\times10^3/(63.5\times10^{-3}) = 1.4\times10^5$ moli/m^3;

$N_{elettroni\ di\ conduzione}$ / mole : $N_{Avogadro} = 6.02\times10^{23}$;

$n = N_{elettroni} / m^3 : N_{Avogadro} \times \rho / m_{mole} = 6.02\times10^{23} \times 1.4\times10^5 = 8.44\times10^{28}$ m^{-3};

$i = nSev \Rightarrow v = i / (nSe) = 2 / (8.44\times10^{28}\times1.3\times10^{-4}\times1.6\times10^{-19}) = 1.14\times10^{-6}$ m/s.

Esercizio – Una stufa è alimentata da una d.d.p. di 240 V con una corrente da 10 A. Determinare la resistenza della stufa e la potenza dissipata.

Soluzione –

$V = R\,i \Rightarrow R = V / i = 240 / 10 = 24\ \Omega$;

$W = V\,i = 240 \times 10 = 2400$ W.

Esercizio – Una stufa è alimentata da una d.d.p. di 120 V con una corrente da 20 A. Determinare la resistenza della stufa e la potenza dissipata.

Soluzione –

$V = R\,i \Rightarrow R = V / i = 120 / 20 = 6\ \Omega$;

$W = V\,i = 120 \times 20 = 2400$ W.

Esercizio – Una stufa è alimentata da una d.d.p. di 120 V con una corrente da 10 A. Determinare la resistenza della stufa e la potenza dissipata.

Soluzione –

$V = R\,i \Rightarrow R = V / i = 120 / 10 = 12\ \Omega$;

$W = V\,i = 120 \times 10 = 1200$ W.

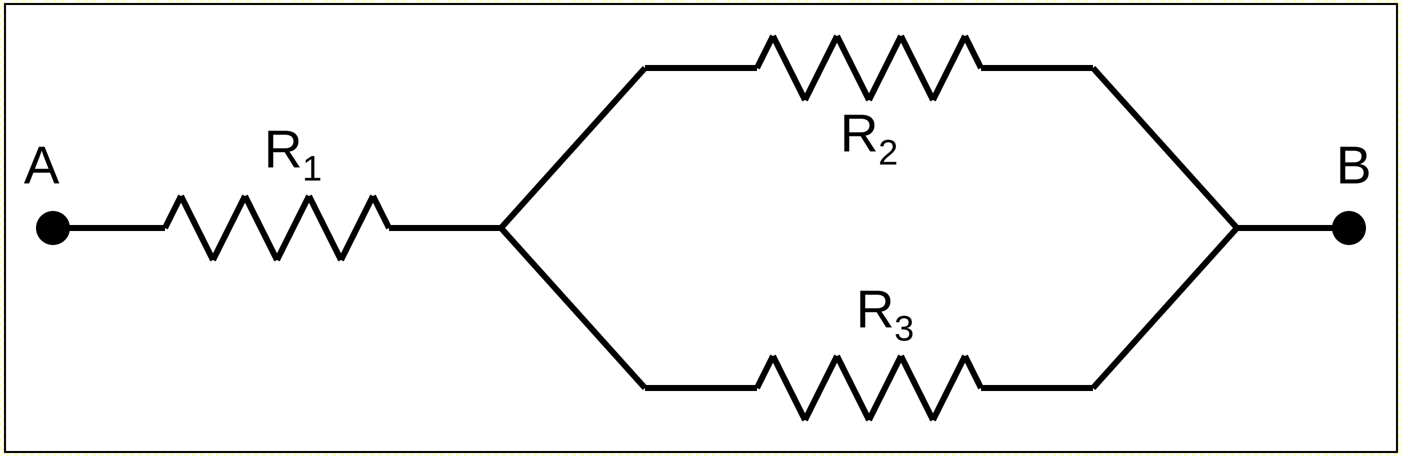
Esercizio –

Circuito :

$R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$;

$R_3 = 4\ \Omega$; $i_1 = 3$ A;

trovare i_2, i_3, ΔV_{AB}.



Soluzione –

$R_{tot} = R_1 + R_2\, R_3 / (R_2 + R_3) = 4 + 2\times4 / (2 + 4) = 16/3\ \Omega = 5.33\ \Omega$;

$\Delta V_{tot} = R_{tot}\, i_1 = 5.33\times3 = 16$ V;

$V_2 = \Delta V_{tot} - R_1\, i_1 = 16 - 4\times3 = 4$ V $\Rightarrow i_2 = V_2 / R_2 = 4 / 2 = 2$ A;

$V_3 = V_2 = 4$ V $\Rightarrow i_3 = V_3 / R_3 = 4 / 4 = 1$ A.

Esercizio – Circuito :

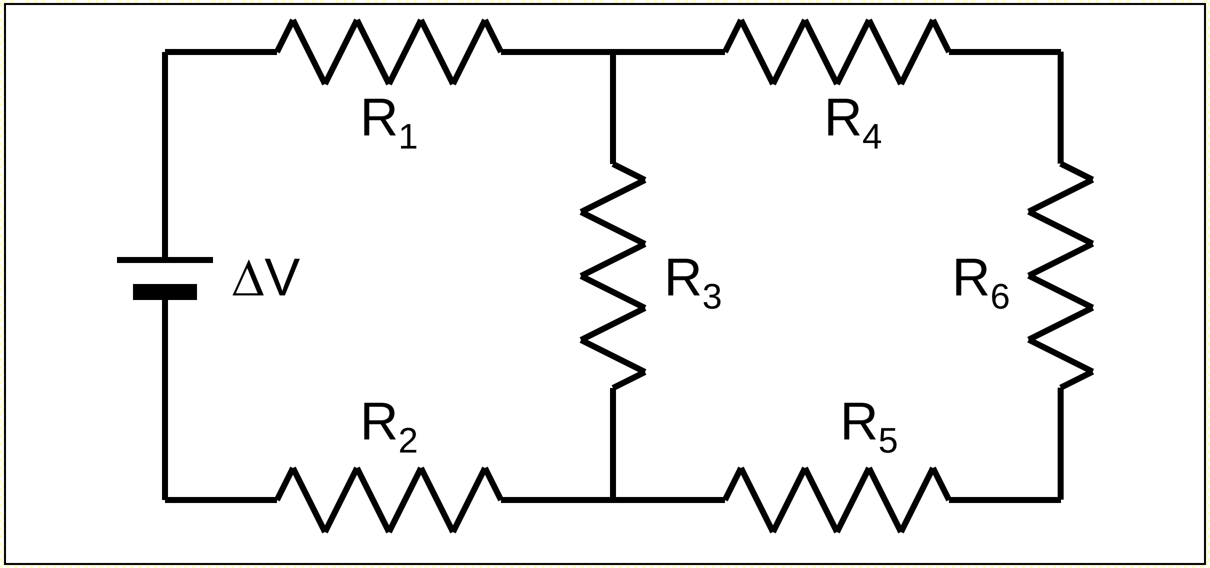
$R_1 = R_2 = R_6 = 4\ \Omega$;

$R_3 = 8\ \Omega$;

$R_4 = R_5 = 2\ \Omega$;

$\Delta V = 24V$;

trovare W_6, R_{tot}.



Soluzione –

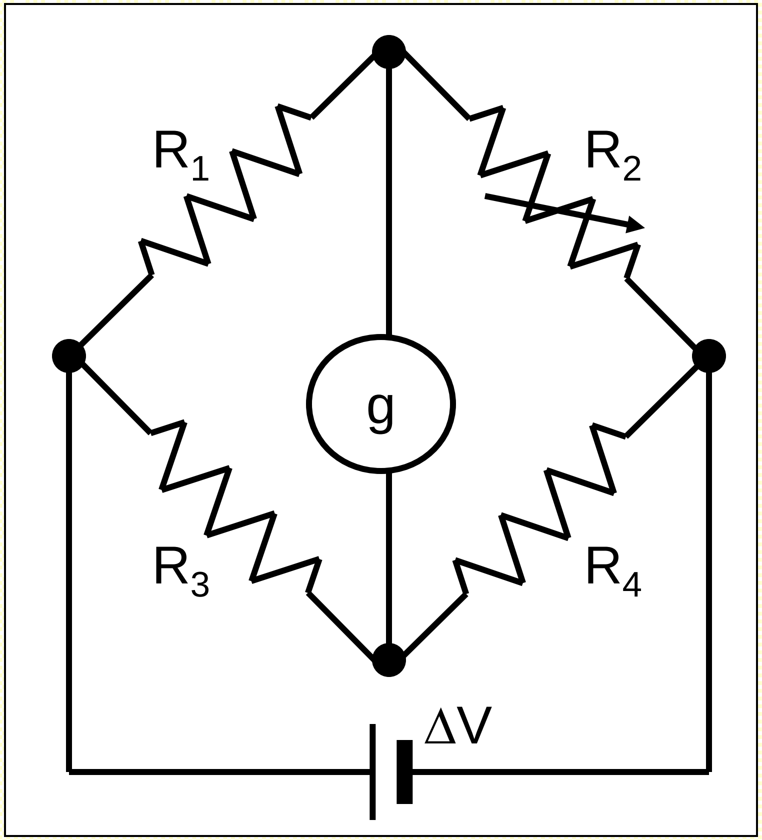
$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \frac{R_3(R_4 + R_5 + R_6)}{R_3 + R_4 + R_5 + R_6} = 4 + 4 + \frac{8 \times 8}{16} = 12\ \Omega;$$

$$i_{tot} = \Delta V / R_{tot} = 24/12 = 2\ A;$$

$$\begin{cases} i_3 + i_6 = 2; \\ R_3 i_3 = (R_4 + R_5 + R_6) i_6; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_3 + i_6 = 2; \\ 8i_3 - 8i_6 = 0; \end{cases} \Rightarrow i_3 = i_6 = 1\ A;$$

$$W_6 = i_6^2 R_6 = 4\ W.$$

Esercizio – Circuito (ponte di Wheatstone) :
$R_1 = 30\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $R_3 = 200\ \Omega$;
$\Delta V = 2V$; $i_g = 0$ (ruotare il potenziometro);
trovare R_4, i_1, i_2, i_3, i_4.



Soluzione –

$i_g=0 \rightarrow \Delta V_g=0 \rightarrow \Delta V_1 = R_1 i_1 = \Delta V_3 = R_3 i_3$;

analogamente $\Delta V_2 = R_2 i_2 = \Delta V_4 = R_4 i_4$;

analogamente $i_1 = i_2$; $i_3 = i_4$;

$R_1 i_1 = R_3 i_3$; $R_2 i_2 = R_4 i_4 \rightarrow$

$(R_1 / R_2) \times (i_1/i_2) = (R_3 / R_4) \times (i_3 / i_4)=(R_1 / R_2)=(R_3 / R_4)$;

$\rightarrow R_4 = R_3 R_2 / R_1 = 200 \times 45 / 30 = 300\ \Omega$;

$i_1 = i_2 = \Delta V / (R_1 + R_2) = 2 / (30+45) = 27$ mA;

$i_3 = i_4 = \Delta V / (R_3 + R_4) = 2 / (200+300) = 4$ mA.

Esercizio – Un fornello elettrico di potenza 500 W porta un litro di acqua dalla temperatura ambiente di 16 °C all'ebollizione in 20 minuti. Calcolare la frazione di calore dispersa nell'ambiente.

Soluzione –

$Q_{tot} = W\,t = 500 \times 20 \times 60 = 6\times10^5$ J $= 1.435\times10^5$ cal;

$Q_{acqua} = mc(T_{fin} - T_{ini}) = 1 \times 10^3\times(100 - 16) = 8.4\times10^4$ cal;

$\eta = (Q_{tot} - Q_{acqua}) / Q_{tot} = 1 - 8.4\times10^4 / (1.435\times10^5) = 41.5\ \%$.

Esercizio – Una teiera elettrica può essere riscaldata con due resistenze elettriche. Utilizzando la prima si prepara il tè in 15 minuti, mentre con la seconda occorrono 30 minuti. Trascurando la dispersione di calore nell'ambiente, calcolare il tempo necessario per fare il tè utilizzando le due resistenze in serie oppure in parallelo.

Soluzione –

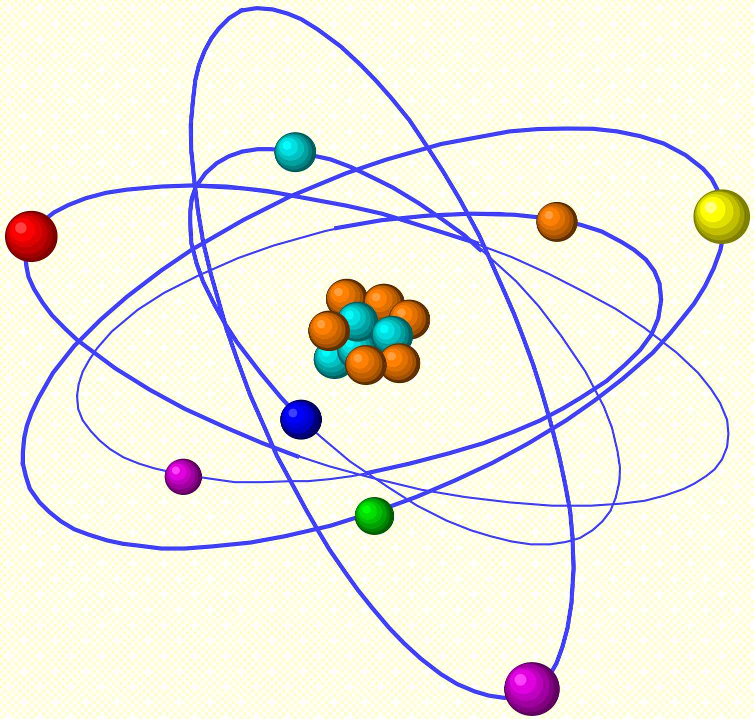
1° caso : $W_1 = \Delta V^2 / R_1$; $Q = W_1 t_1 = \Delta V^2 t_1 / R_1$;

2° caso : $W_2 = \Delta V^2 / R_2$; $Q = W_2 t_2 = \Delta V^2 t_2 / R_2$; [Q e ΔV sono gli stessi !!!]

rapporto : $t_1 / t_2 = R_1 / R_2 = ½ \Rightarrow R_1 = ½ R_2$;

a) serie : $R_{tot;a} = R_1+R_2 = 1.5\ R_2 \Rightarrow t_a/ t_2 = R_{tot;a} / R_2 \Rightarrow t_a = t_2 R_{tot;a} / R_2 = 45$ min.

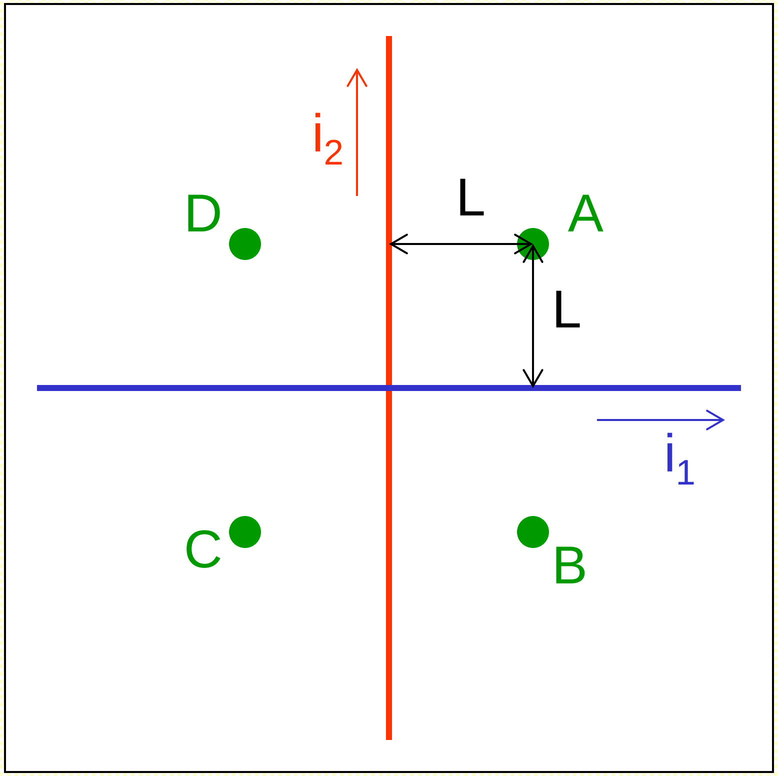
b) parallelo : $R_{tot;b} = R_1 R_2 /(R_1+R_2) = R_2/3 \Rightarrow t_b = t_2 R_{tot;b} / R_2 = 10$ min.



Campo magnetico

Esercizio – Due conduttori rettilinei, in cui passa una corrente di 2 A e 3 A rispettivamente, formano una croce, sfiorandosi senza toccarsi. Calcolare il valore del campo magnetico nei quattro punti posti a 2 cm da entrambi i conduttori.

Soluzione – I campi sono tutti ortogonali al piano; chiamiamo "+" il verso uscente :



A) $$B^z_{tot} = B^z_1 - B^z_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_1}{L} - \frac{i_2}{L}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi L}(i_1 - i_2) =$$

$$= \frac{2 \times 10^{-7}}{0.02} \times (2-3) = -1 \times 10^{-5}\ T;$$

B) $$B^z_{tot} = -B^z_1 - B^z_2 = -5 \times 10^{-5}\ T;$$

C) $$B^z_{tot} = -B^z_1 + B^z_2 = 1 \times 10^{-5}\ T;$$

D) $$B^z_{tot} = B^z_1 + B^z_2 = 5 \times 10^{-5}\ T;$$

Esercizio – Una bobina rettangolare, di lati 5 cm e 3 cm, composta da 100 spire, ruota compiendo 10 giri al secondo all'interno di un campo magnetico di 2 T, ortogonale all'asse di rotazione della spira. Calcolare la f.e.m. indotta.

Soluzione – Calcoliamo il flusso del campo attraverso la spira, in funzione del tempo, poi deriviamo :

$$\Phi_B = N\vec{B}\cdot\vec{S} = NBab\,\sin(\omega t) = NBab\,\sin(2\pi\nu\, t);$$

$$\Im = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}\left[NBab\,\sin(2\pi\nu\, t)\right] = 2\pi\nu NBab\,\cos(2\pi\nu\, t);$$

$$\Im_{\text{max}} = 2\times\pi\times10\times100\times2\times0.05\times0.03 = 18.8\ V;$$

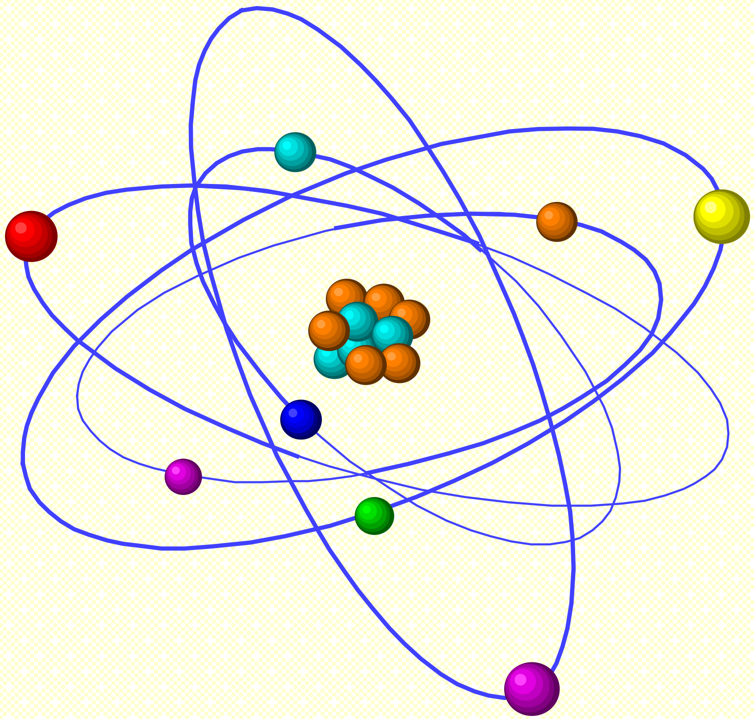
$$\omega = 2\pi\nu = 2\times\pi\times10 = 62.8\, s^{-1}.$$

Esercizio – Una bobina quadrata, di lato 20 cm, ha un lato che è libero di scorrere rispetto agli altri. La bobina è fatta di materiale conduttore con resistenza 2 Ω, indipendente dalla posizione del lato mobile. La bobina si trova in un campo magnetico di 3 T, ortogonale ad essa, con il lato mobile che si muove alla velocità di 4 m/s verso l'esterno. Calcolare la corrente indotta.

Soluzione – Calcoliamo il flusso in funzione del tempo, poi deriviamo :

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = Ba(a + vt);$$

$$i = \frac{1}{R}\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{R}\frac{d}{dt}\left[Ba(a+vt)\right] = \frac{Bav}{R} = \frac{3 \times 0.2 \times 4}{2} = 1.2\ A.$$



Acustica

Esercizio – Un aeroplano emette suoni con la potenza di 5 W. Quale è l'intensità sonora a 1 m, 10 m, 1 Km ? Se la soglia auditiva è a 50 dB, a che distanza è udibile ?

Soluzione – Dalla definizione di intensità sonora :

$\beta = 10 \text{ Log}_{10} I/I_0 = 10 \text{ Log}_{10} [W/(4\pi R^2 I_0)] \quad [I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2];$

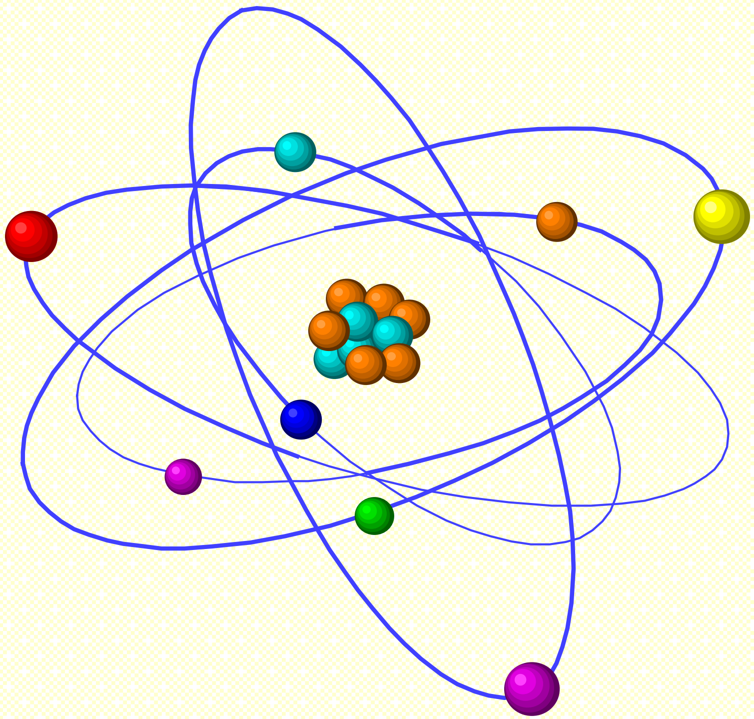
a) $\beta_1(1 \text{ m}) = 10 \text{ Log}_{10} [W/(4\pi R^2 I_0)] = 10 \text{ Log}_{10} [5 / (4\times\pi\times1^2\times10^{-12})] = 116 \text{ dB};$

b) $\beta_2(10 \text{ m}) = 10 \text{ Log}_{10} [5 / (4\times\pi\times10^2\times10^{-12})] = 96 \text{ dB};$

c) $\beta_3(1 \text{ Km}) = 10 \text{ Log}_{10} [5 / (4\times\pi\times1000^2\times10^{-12})] = 56 \text{ dB};$

d) $\beta_4 = 10 \text{ Log}_{10} [W/(4\pi x^2 I_0)] \Rightarrow$

$x = [W / (4\pi I_0 10^{\beta/10})]^{½} = [5 / (4\times\pi\times10^{-12}\times10^5)]^{½} = 1995 \text{ m} = 1.99 \text{ Km}.$



Ottica

Esercizio – In quale direzione un subacqueo vede il sole che tramonta ? (n_{acqua} = 1.33)

Soluzione –

L'effetto è causato dal cambio di direzione della luce che entra nell'acqua.

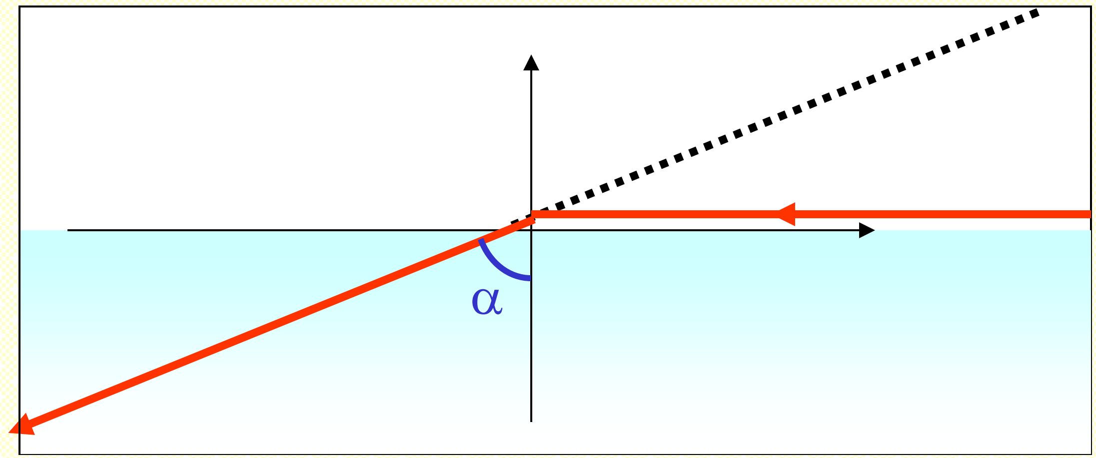
Dalla legge di Snell :

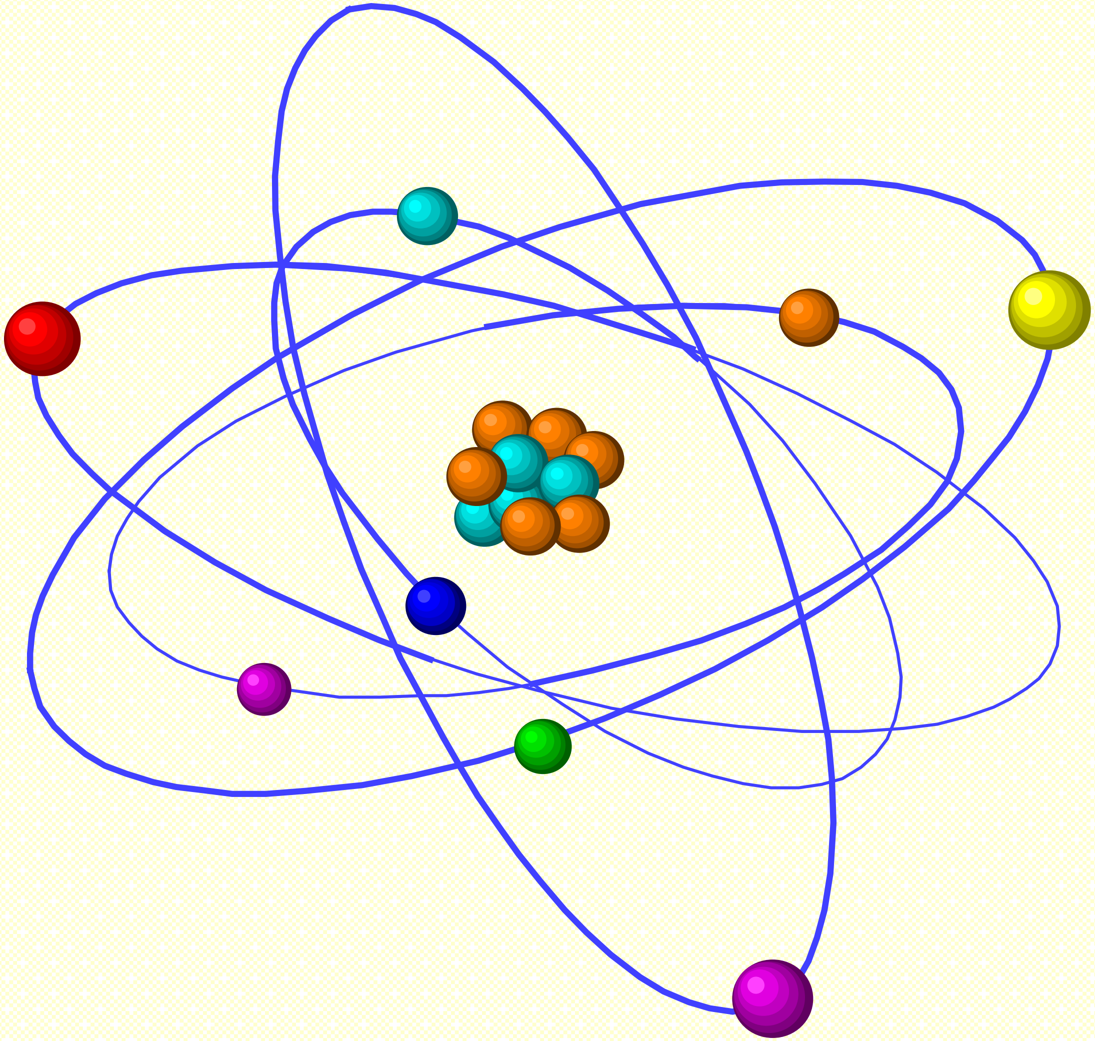
$\sin i / \sin r = n_r / n_i \Rightarrow$

$\sin 90° / \sin \alpha = n_{acqua} / n_{aria} \Rightarrow$

$\sin \alpha = 1 / 1.33 = 0.752 \Rightarrow$

α = 48° 75.





Fine