

ESPERIENZA 3

Misura dell'accelerazione di gravità g con carrello su piano inclinato

CLASSE A1: Consegna entro 18 Aprile

CLASSE A2: Consegna entro 19 Aprile

Nominare il file: Relazione-3_XX.pdf

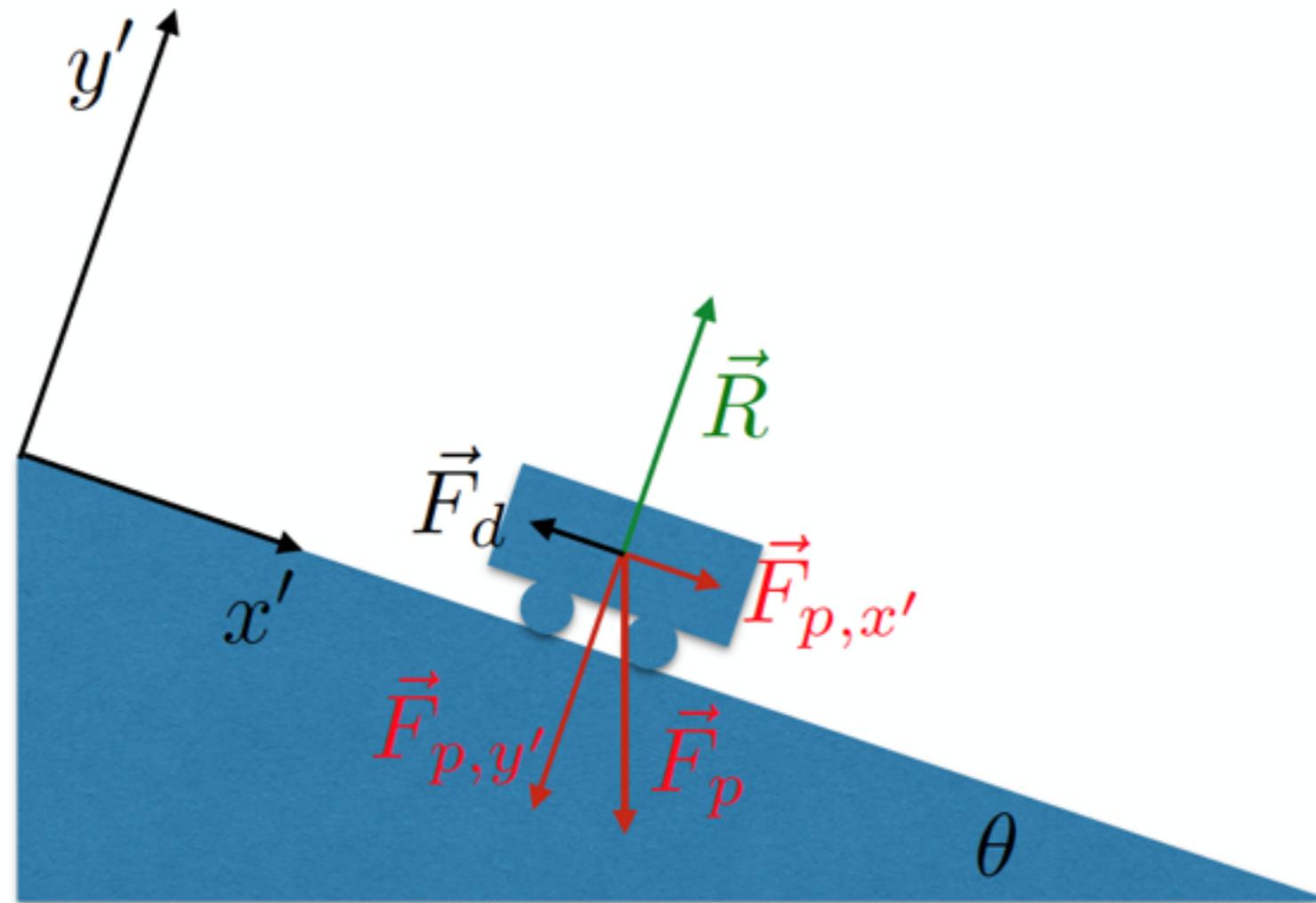
(XX numero gruppo con due cifre)

NON RIPORTARE TUTTI I DATI ACQUISTI NELLA RELAZIONE

Solo dati elaborati: grafici, istogrammi, stime

Scopo dell'esperienza

- Misura dell'accelerazione di gravità g
- Misura del coefficiente di attrito μ



Introduzione - moto di una massa lungo un piano inclinato

Il moto di un oggetto su un piano inclinato è determinato dall'azione di diverse forze (vedi Fig. 2):

1. La forza peso $\vec{F}_p = m\vec{g}$ diretta lungo la direzione verticale.
2. La reazione vincolare \vec{R} del piano inclinato, diretta lungo la direzione ortogonale al piano inclinato.
3. La forza di attrito dinamico, diretta nel verso opposto rispetto al moto. Nel caso del carrello, si schematizzi la forza di attrito come un attrito di tipo radente, quindi $F_d = \mu_d R$.

*Noi consideriamo
il carrello come puntiforme*

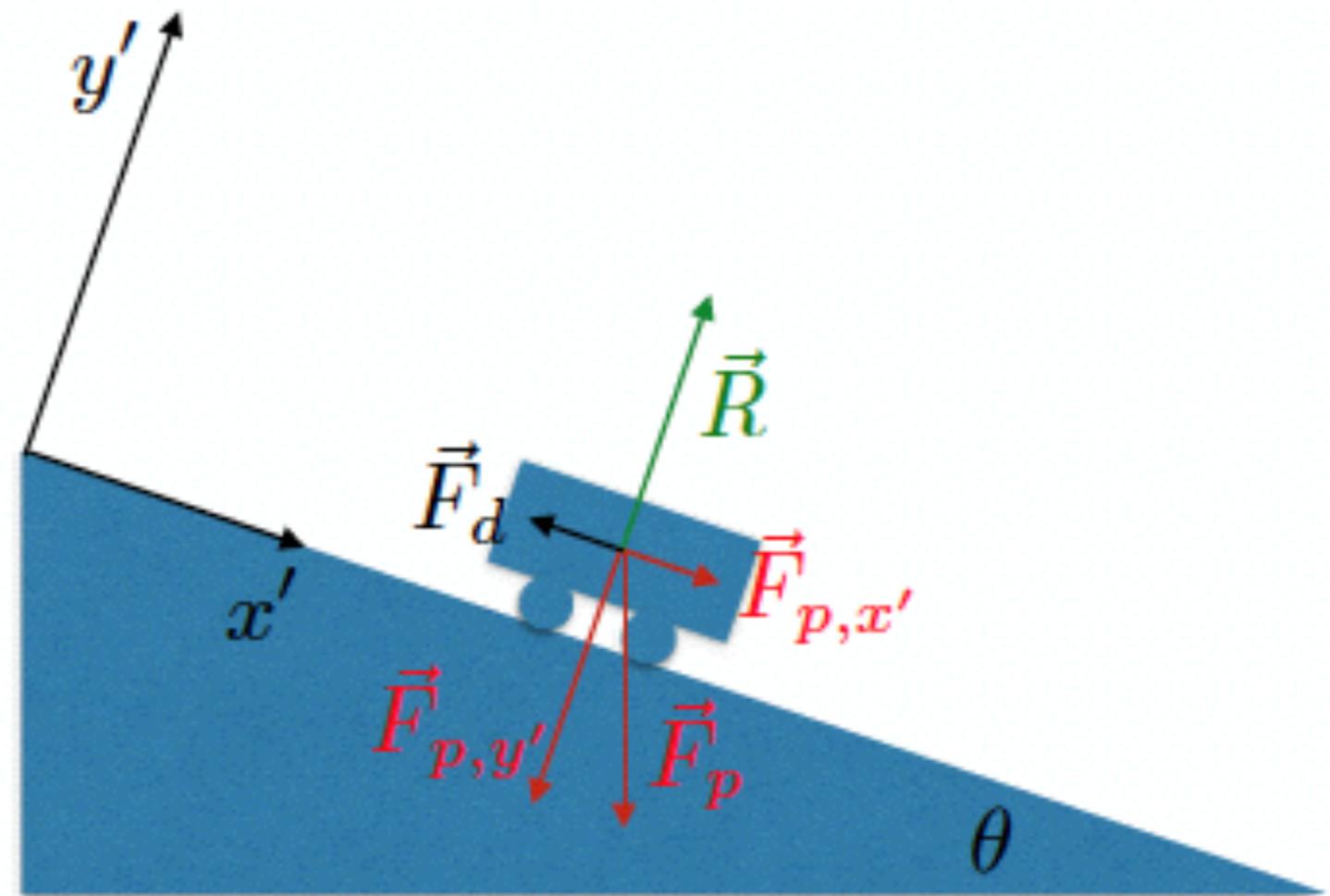


Figure 2: Schema delle forze per il moto su un piano inclinato.

Per ricavare le equazioni orarie è conveniente scomporre il moto nel sistema di riferimento (x', y') come in Fig. 2. I versori degli assi x' ed y' sono ortogonali tra loro, e sono rispettivamente rispettivamente paralleli (x') ed ortogonali (y') alla superficie del piano inclinato.

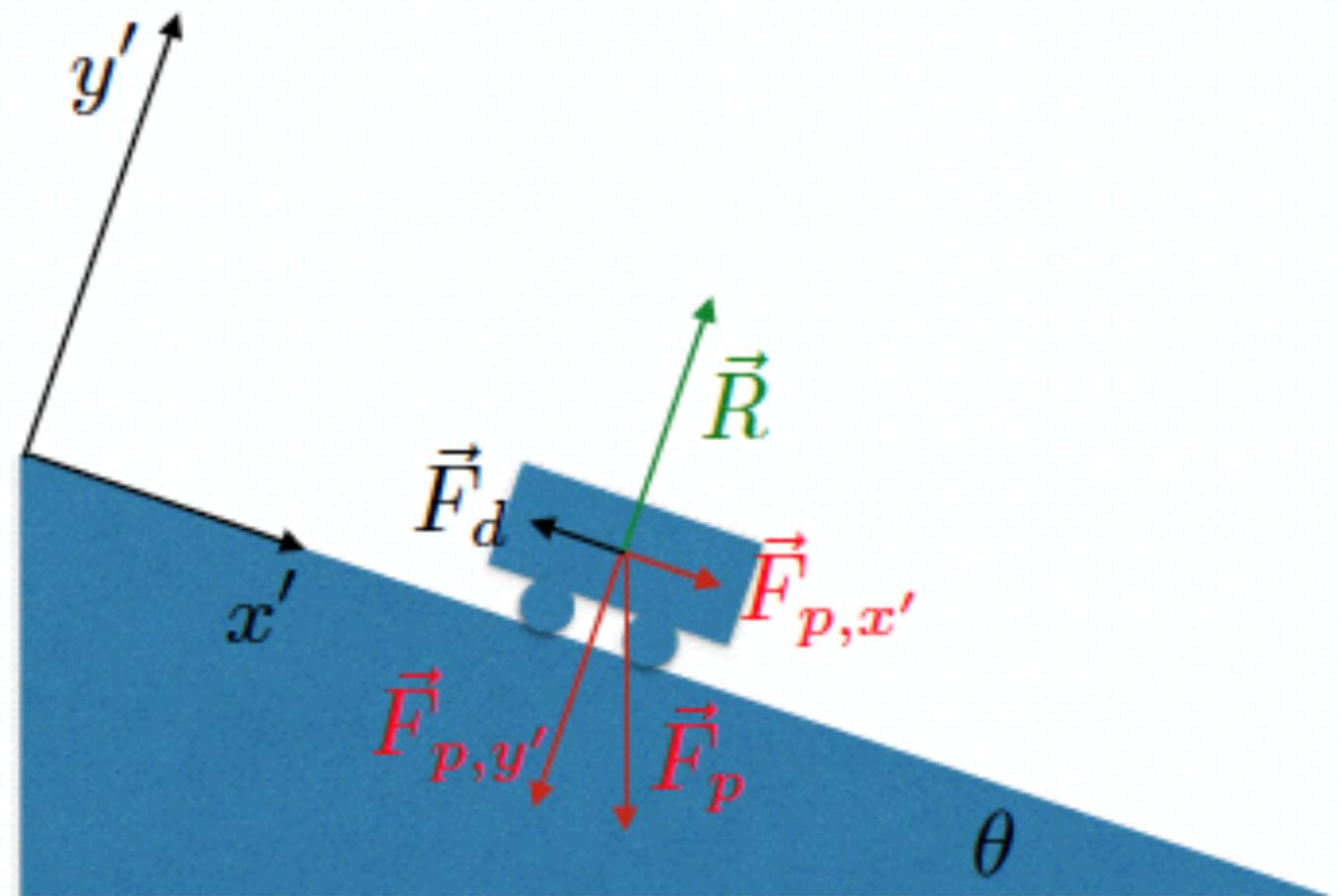
Lungo le direzioni x' ed y' agiranno le seguenti forze.

- **Asse x' .**

- La proiezione della forza peso lungo l'asse x' vale $F_{p,x'} = -mg \sin \theta$.
- La forza di attrito dinamico vale in modulo $F_d = \mu_d R$, il segno dipende dalla direzione del moto del carrello: negativo (positivo) se si muove verso il basso (l'alto) .

- **Asse y' .**

- La proiezione della forza peso lungo l'asse y' vale $F_{p,y'} = mg \cos \theta$.
- La reazione vincolare R .



Le equazioni del moto nel nuovo sistema di riferimento x' ed y' sono:

$$ma_{x'} = F_{p,x'} \pm F_d \quad (1)$$

$$ma_{y'} = F_{p,y'} + R \quad (2)$$

Dalla seconda equazione si ottiene $R = -F_{p,y'} = mg \sin \theta$, quindi $F_d = \mu_d R = \mu_d mg \sin \theta$.

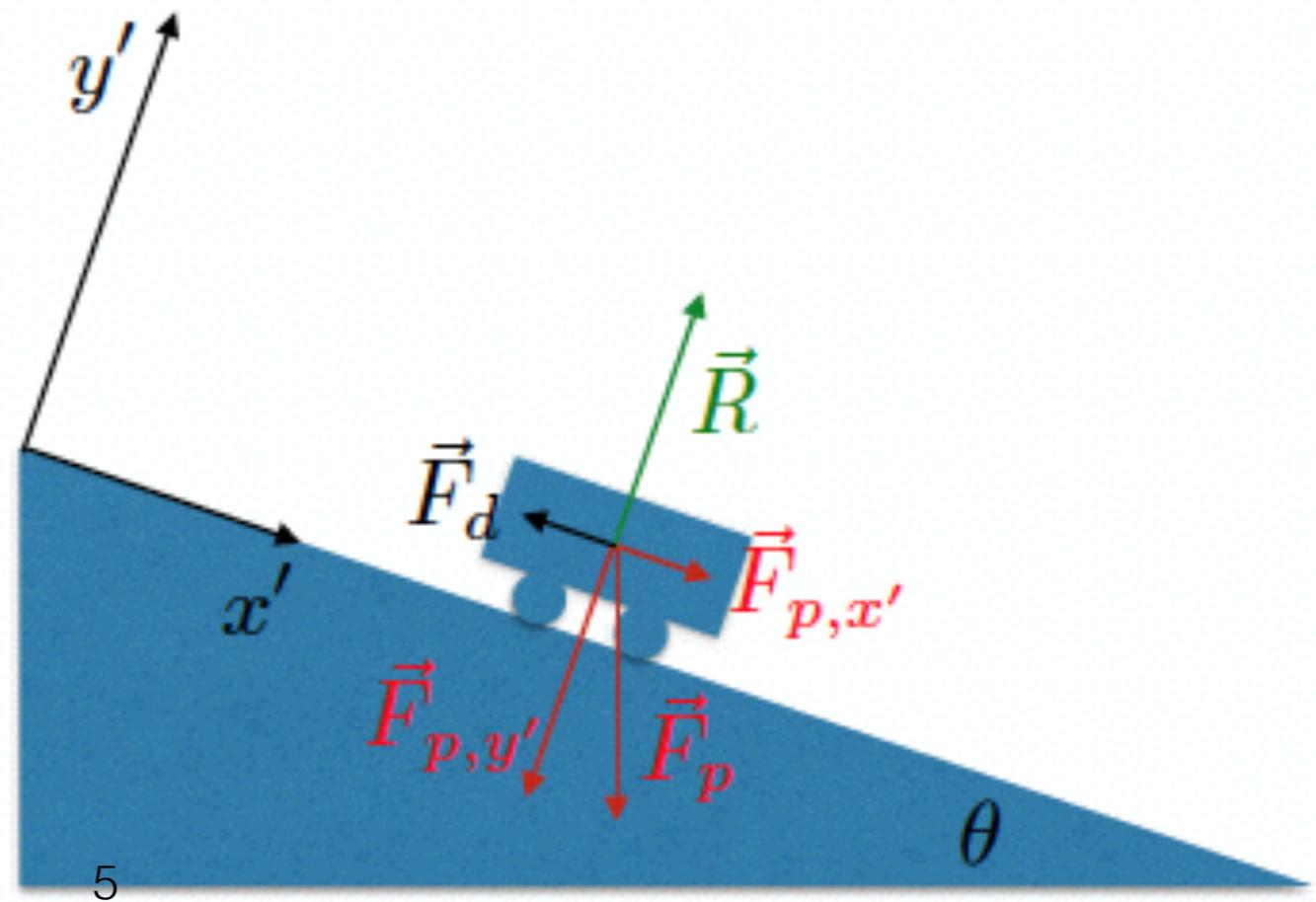
In conclusione le equazioni del moto nel nuovo sistema di riferimento x' ed y' sono:

$$ma_{x'} = F_{p,x'} \pm F_d \quad (3)$$

$$ma_{y'} = 0 \quad (4)$$

Segno positivo se forza dell'attrito rivolta verso il basso (carrello che si muove verso l'alto)

Segno negativo se forza dell'attrito rivolta verso l'alto (carrello che si muove verso il basso)



Il segno nella prima equazione (3) per l'attrito ($\pm F_d$) dipende dalla direzione del moto. In particolare:

- Se il moto è ascendente ($v_{x'} < 0$ nel sistema di riferimento x'), si ha $ma_{x'} = F_{p,x'} + F_d$.
- Se il moto è discendente ($v_{y'} < 0$ nel sistema di riferimento x'), si ha $ma_{x'} = F_{p,y'} - F_d$.

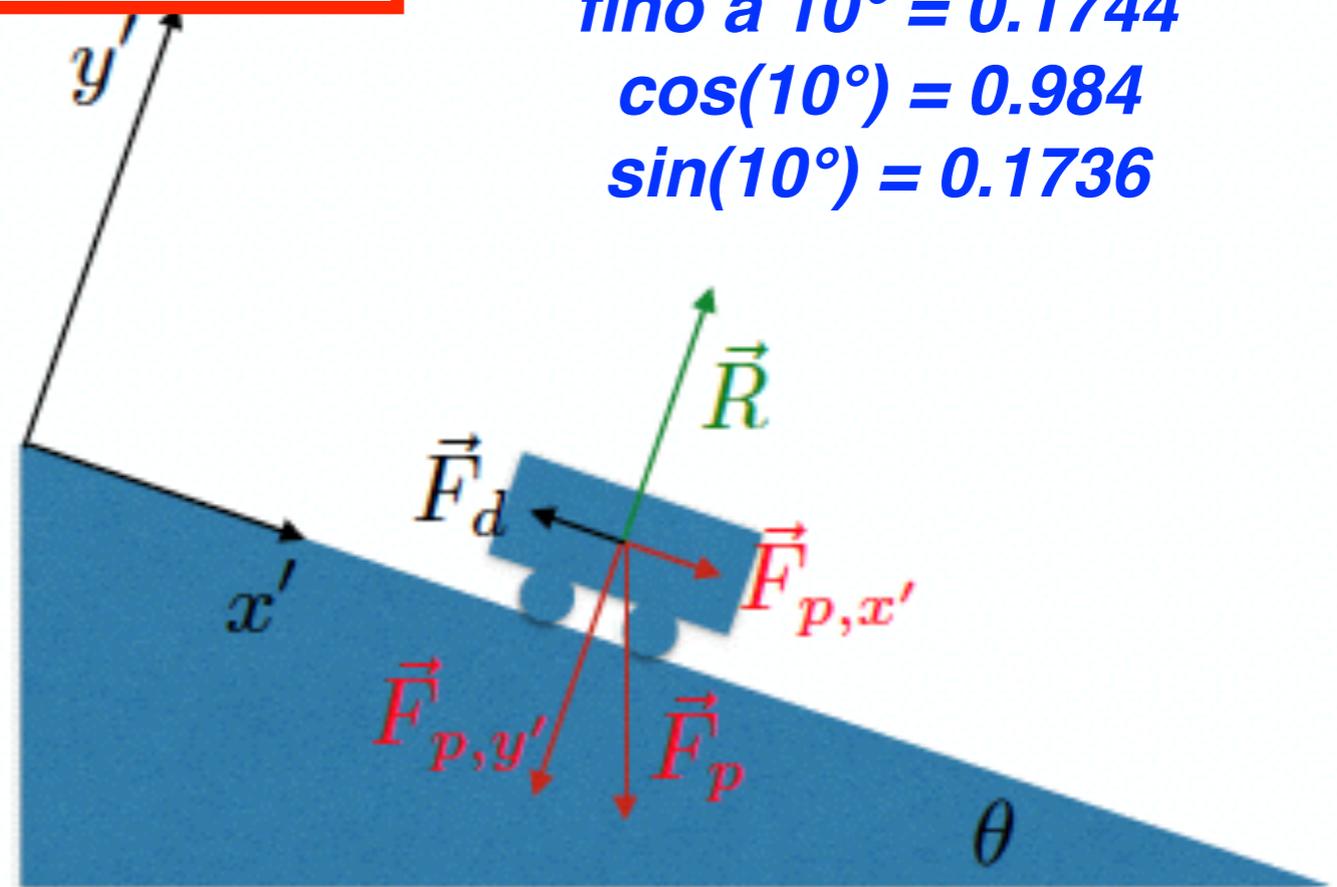
La soluzione delle equazioni del moto è quella di un moto uniformemente accelerato lungo x' con accelerazione:

$$a_{x'} = g \sin \theta \pm \mu_d g \cos \theta \quad (5)$$

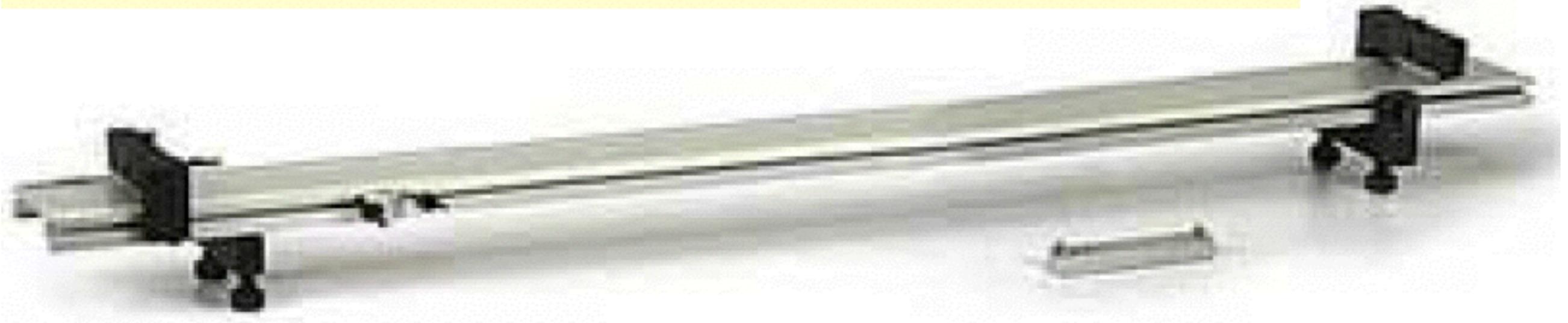
Per angoli piccoli si può usare l'approssimazione $\sin \theta \sim \theta$ e $\cos \theta \sim 1$. Si ottiene quindi una dipendenza lineare per l'accelerazione $a_{x'}$ rispetto all'angolo di inclinazione θ del piano:

$$a_{x'} = g(\theta \pm \mu_d)$$

***Approssimazione valida
per i nostri scopi
fino a $10^\circ = 0.1744$
 $\cos(10^\circ) = 0.984$
 $\sin(10^\circ) = 0.1736$*** (6)

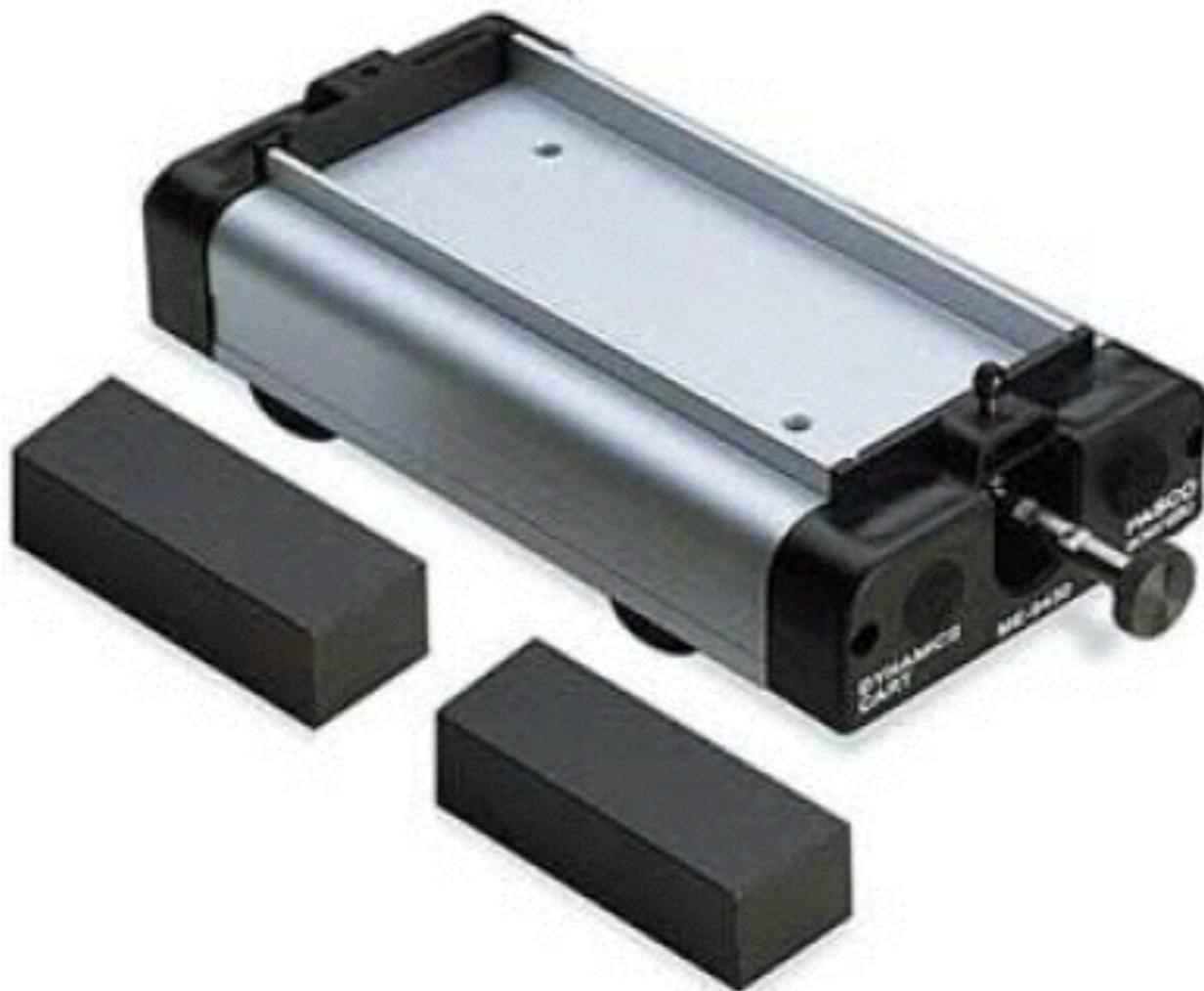


Rotaia meccanica 2.2m, alluminio estruso



Carrello a basso attrito con pistone a molla e zavorra supplementare.

È composto da un corpo in alluminio lungo circa 17 cm, largo 8,5 cm e alto 4,5 cm con massa di circa 0,500 kg





Studio del piano inclinato con il carrello

Approssimazioni:

- 1) **Consideriamo il carrello come punto materiale di massa M**
- 2) **Consideriamo l'attrito come radente (si tratta di un corpo che rotola: dunque è un attrito volvente)**



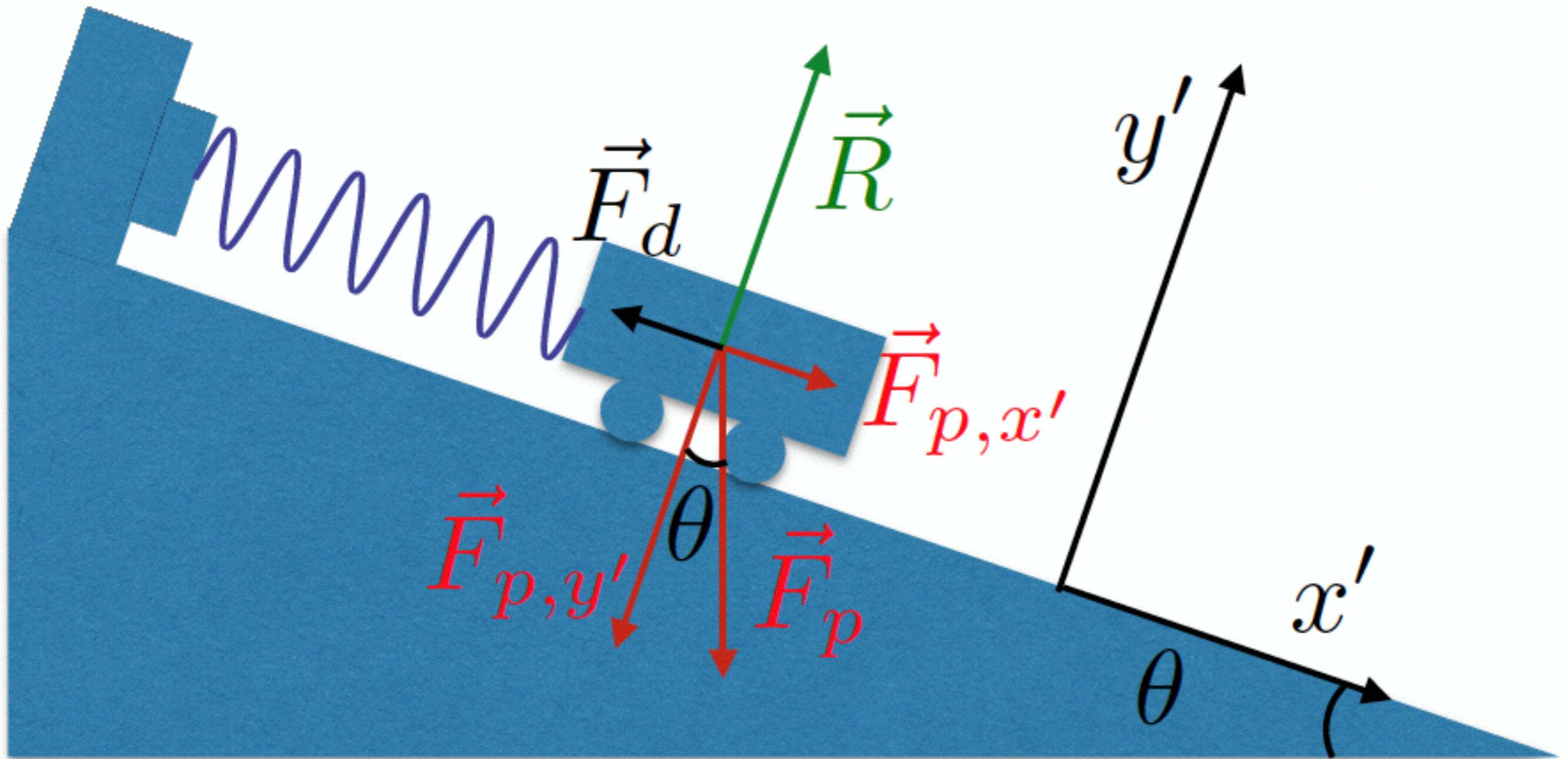
Studio del piano inclinato con il carrello

Al termine della fase di discesa del carrello sul piano inclinato, questo urterà anelasticamente il supporto di fine corsa risalendo sino ad una quota inferiore a quella da cui era stato lasciato partire.

Dopo un certo numero di urti, il carrello si fermerà al supporto di fine corsa stesso.

Come misuriamo la posizione in funzione del tempo per diversi istanti fra di loro ravvicinati?

Misura delle posizione mediante Sonar

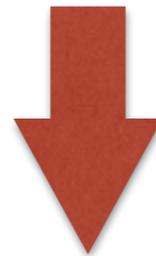


Come misuriamo la posizione in funzione del tempo per diversi istanti fra di loro ravvicinati?

Distanze ridotte (circa un metro distanza totale percorsa dal carrello):



misuriamo la posizione ogni 0.05s



frequenza di misura della posizioni pari a 20 Hz

Motion sensor CI-6742A

Troubleshooting

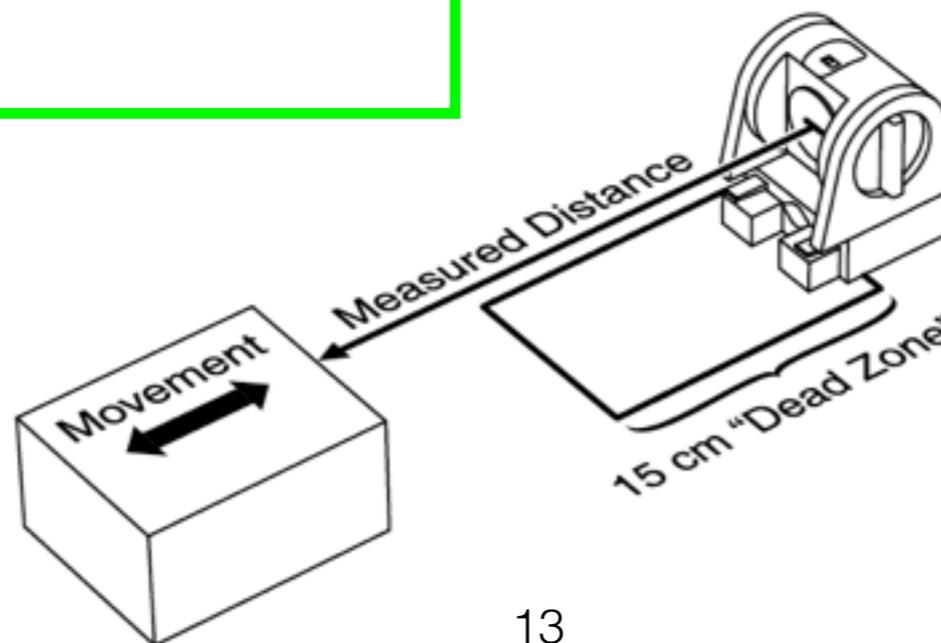
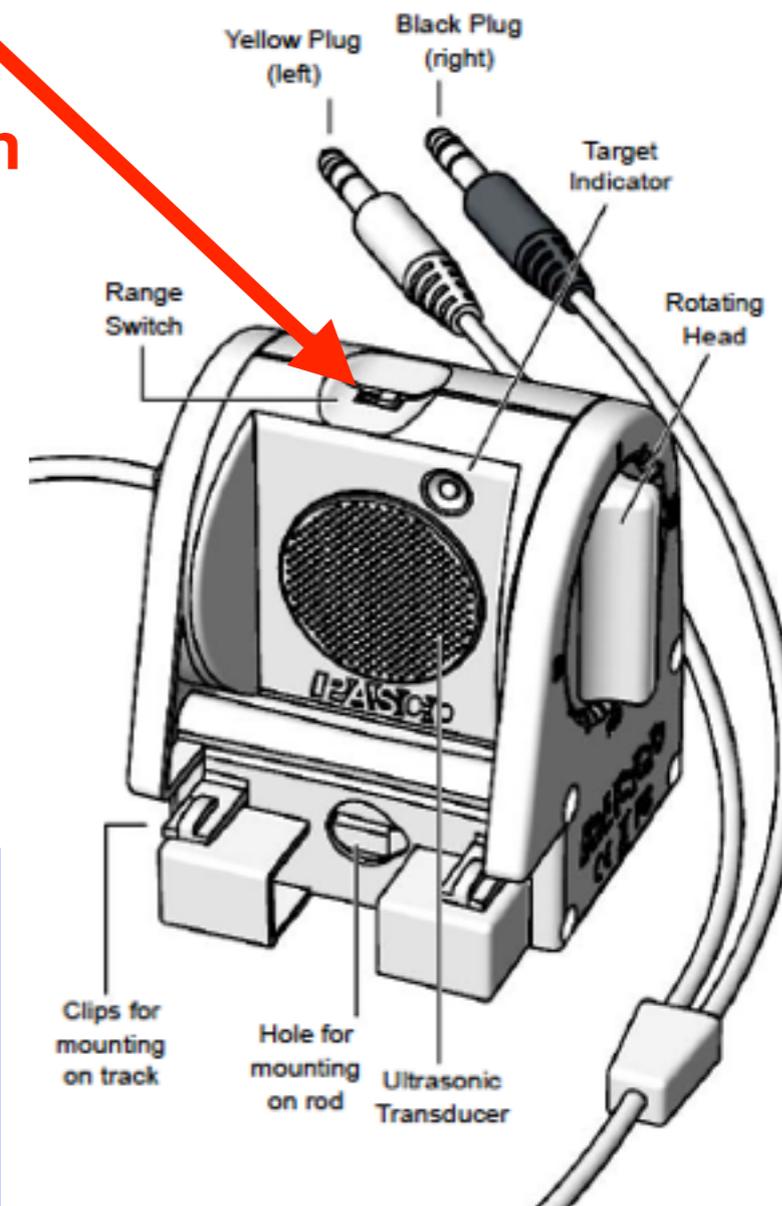
If the Motion Sensor fails to perform satisfactorily, try these steps:

- Ensure that the target object is no closer than 15 cm.
- Switch the range switch to the other setting.
- Adjust the aim left, right, up, or down. In some cases the Motion Sensor works best when it is aimed slightly to the side or above the target in order to exclude interfering objects.
- Improve the target by adding a larger or harder surface to reflect ultrasound. A small object can be a better reflector than large object if it has a harder surface.
- Remove interfering objects near the target object or sensor.
- Increase or decrease the sample rate.

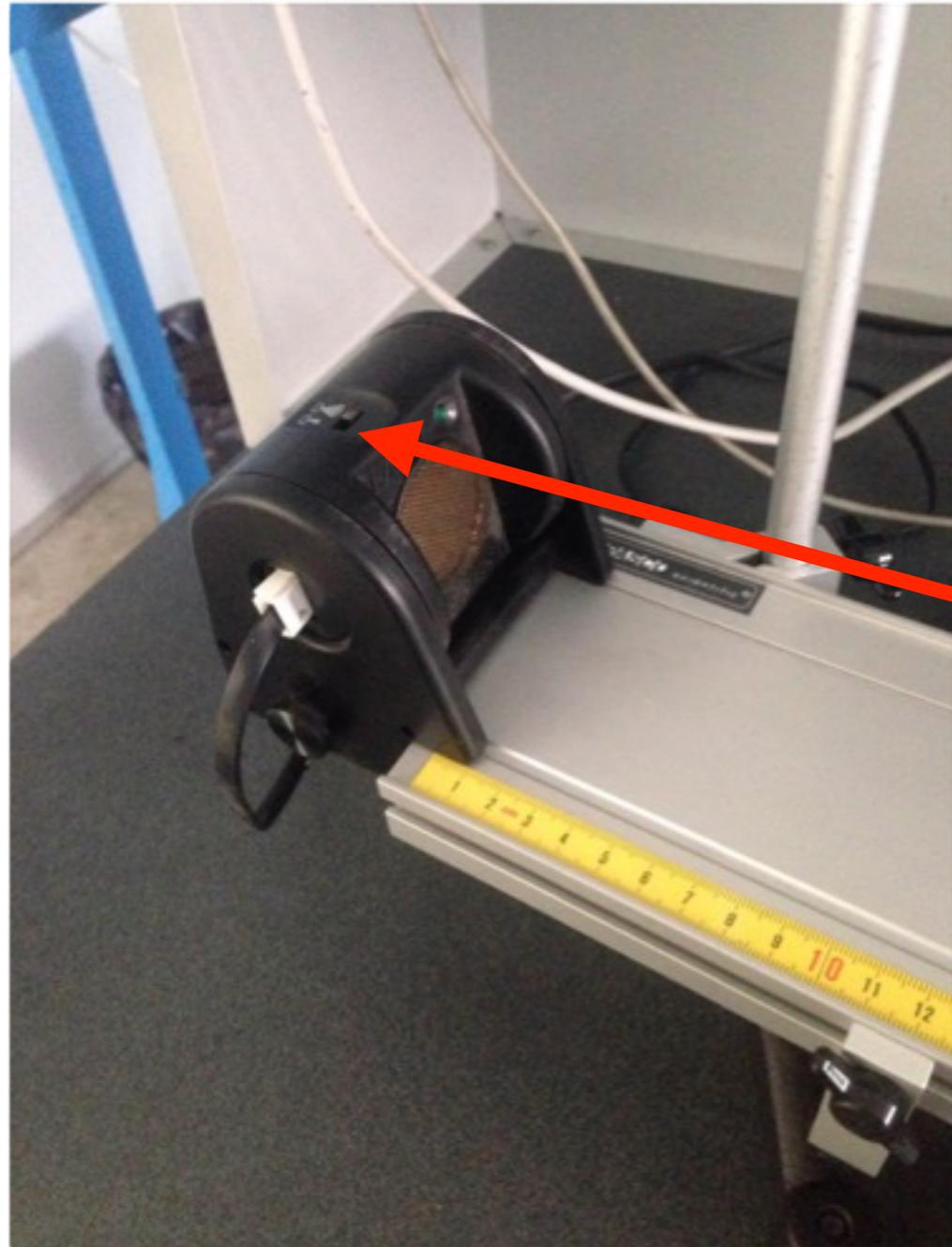
1. Set the range switch to short range (🚲) or long range (🧑) setting.

- Select 🚲 for measuring a cart on a track.
- Select 🧑 for measuring most other objects.

Range switch



Misura delle posizione mediante Sonar



1) Pulsante per selezionare il “cono” di funzionamento del sonar: ristretto o ampio (RANGE SWITCH)

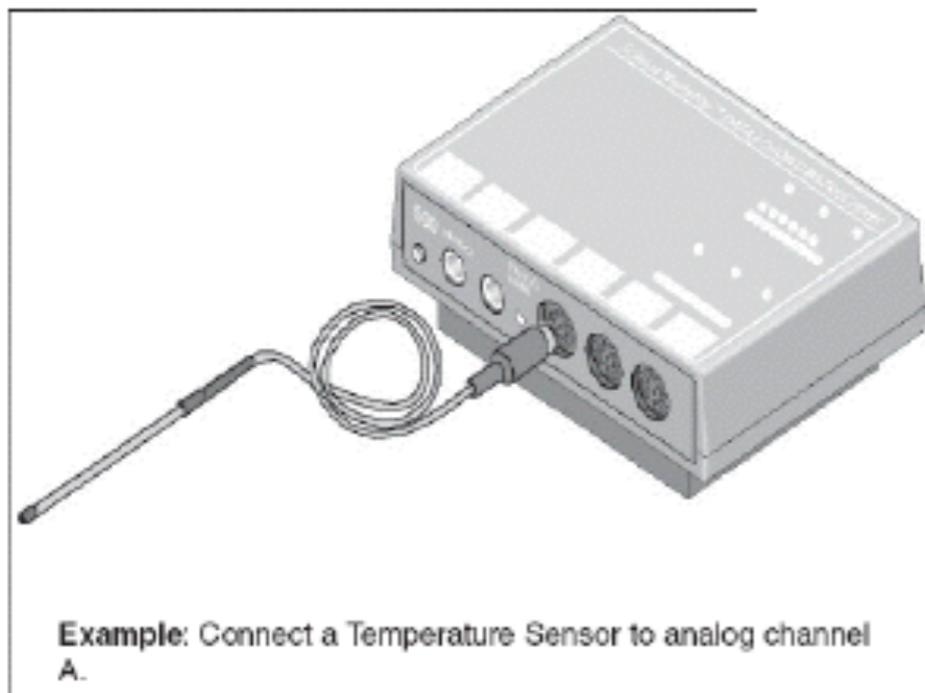
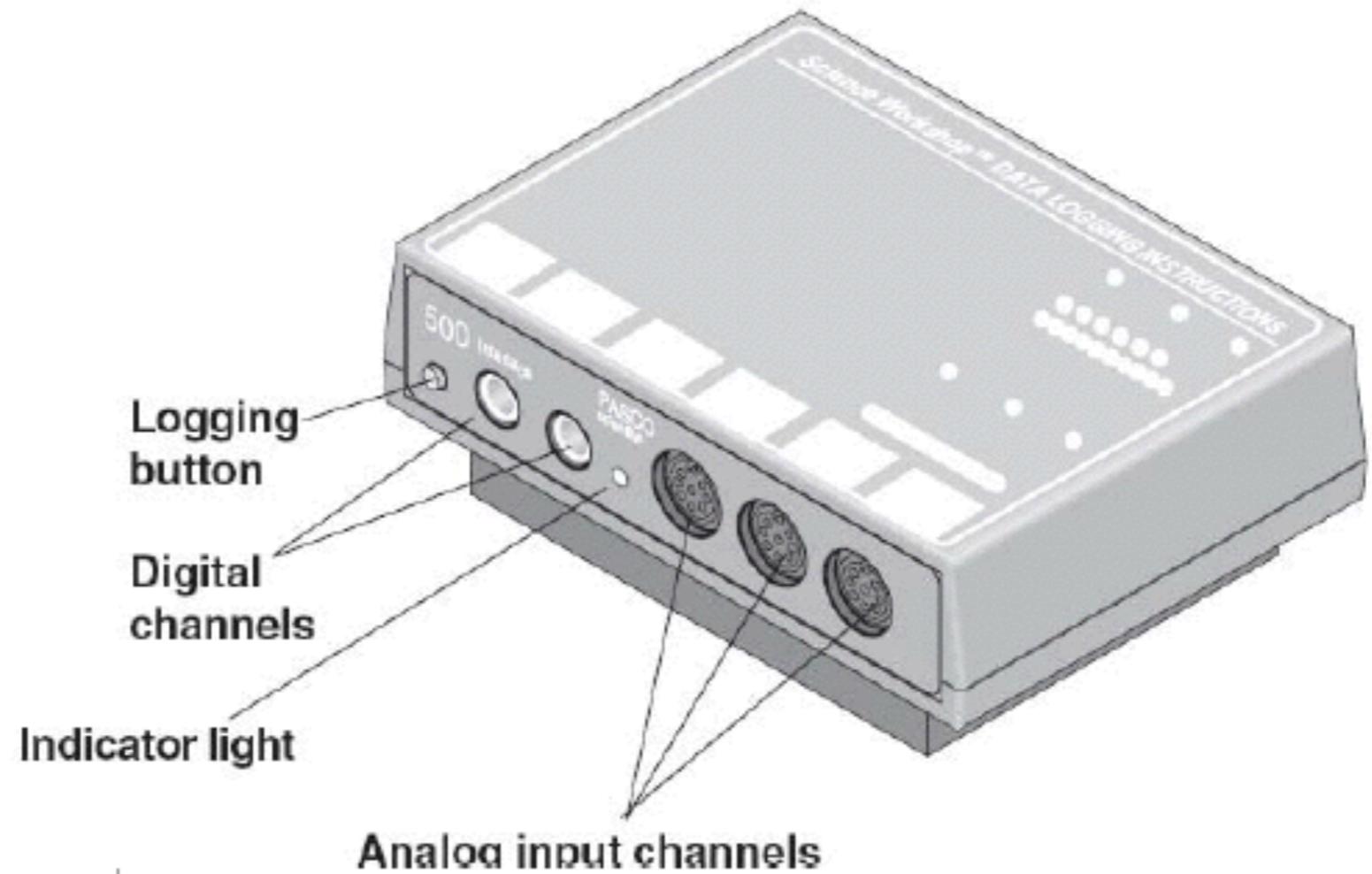
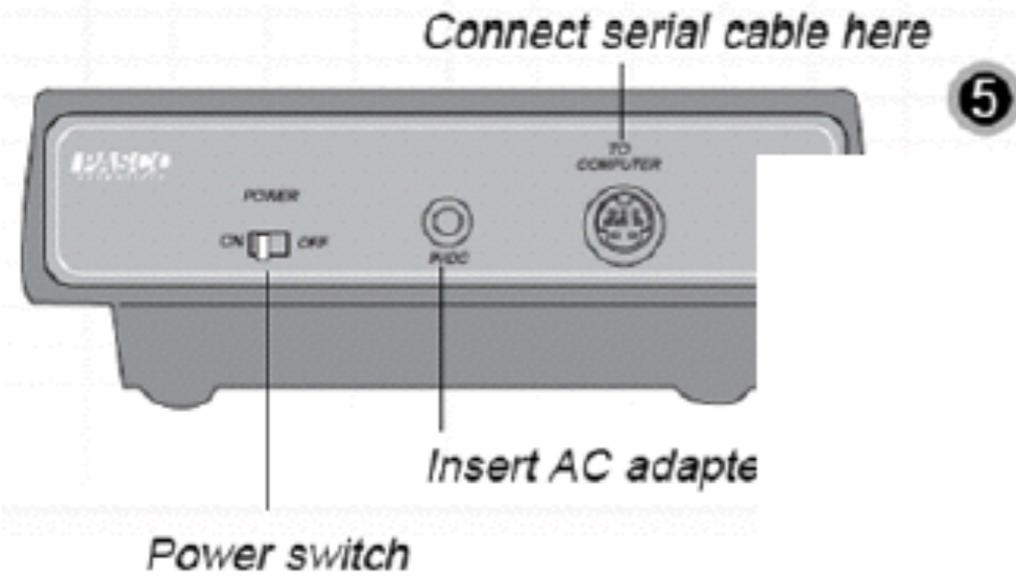
verificare che carrello sempre nel campo “visivo” del Sonar

(consigliata modalità *ristretta*)

2) Orientare il sonar parallelo alla rotaia

INTERFACCIA CON IL COMPUTER

ScienceWorkshop 500 Interface



dataSTUDIO[®]

Data Collection & Analysis Software

http://www.pasco.com/file_downloads/datastudio/ds_starter_manual.pdf

Double-clicking the DataStudio icon on your desktop will launch the DataStudio software.

When DataStudio opens, a Welcome to DataStudio navigator screen will appear with four options:



20

Scopo dell'esperienza

- Misura dell'accelerazione di gravità g
- Misura del coefficiente di attrito μ

3) Calibrazione della strumentazione

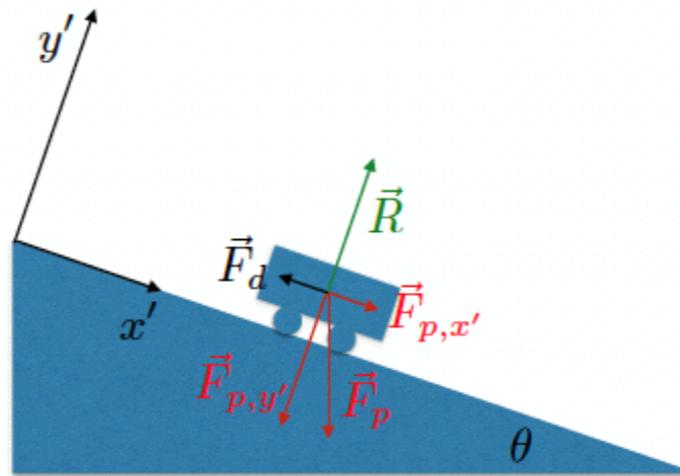


Figure 2: Schema delle forze per il moto su un piano inclinato.

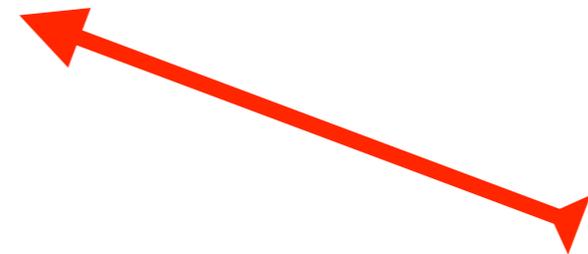
Procedura sperimentale

0. Operazioni preliminari - calibrazione del sistema di acquisizione e stima delle incertezze sulla posizione

a

Per accedere al sistema di acquisizione:

- Aprire il programma "Data Studio".
- Selezionare "Crea Esperimento".
- Selezionare "Aggiungi un Sensore o uno Strumento".
- Selezionare "Sensore di moto rettilineo".
- Selezione una frequenza di campionamento di **20** Hz.



Lavorare a 20 Hz

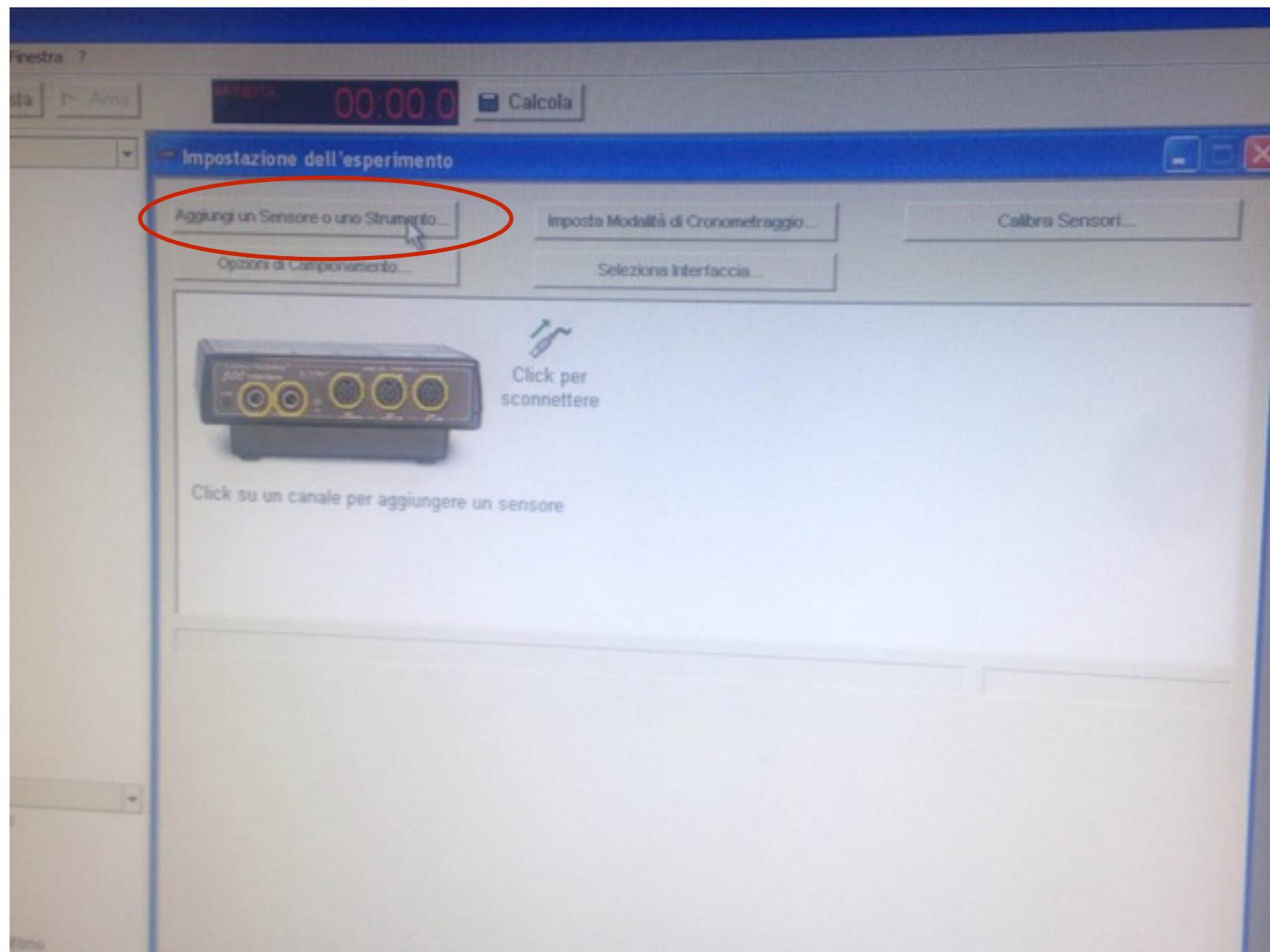
Software di acquisizione DataStudio

All'apertura del programma selezionare "Crea Esperimento"



E' necessario indicare al software che tipo di sensore utilizzare

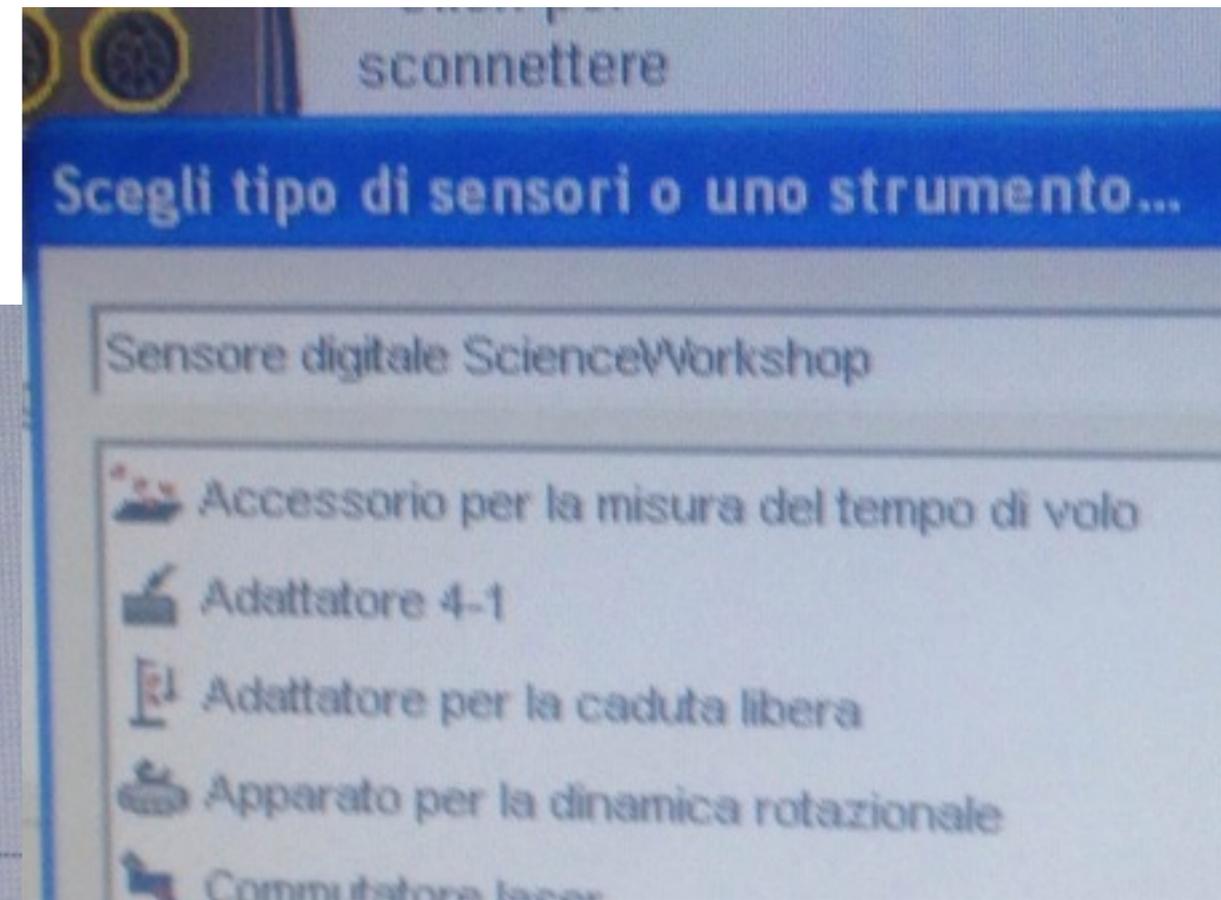
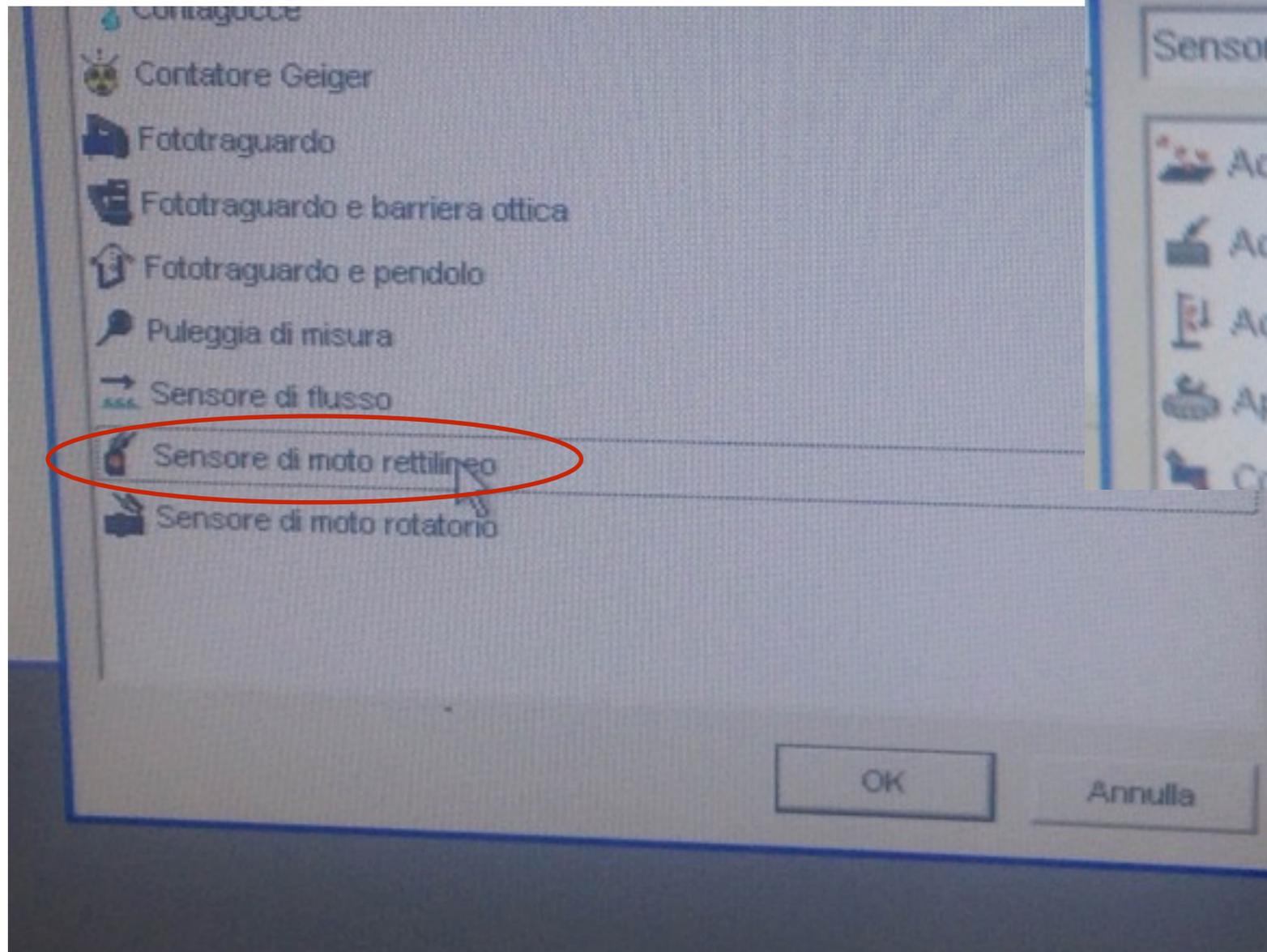
Selezionare "Aggiungi un Sensore o uno Strumento"



Software di acquisizione DataStudio

Scelta del sensore

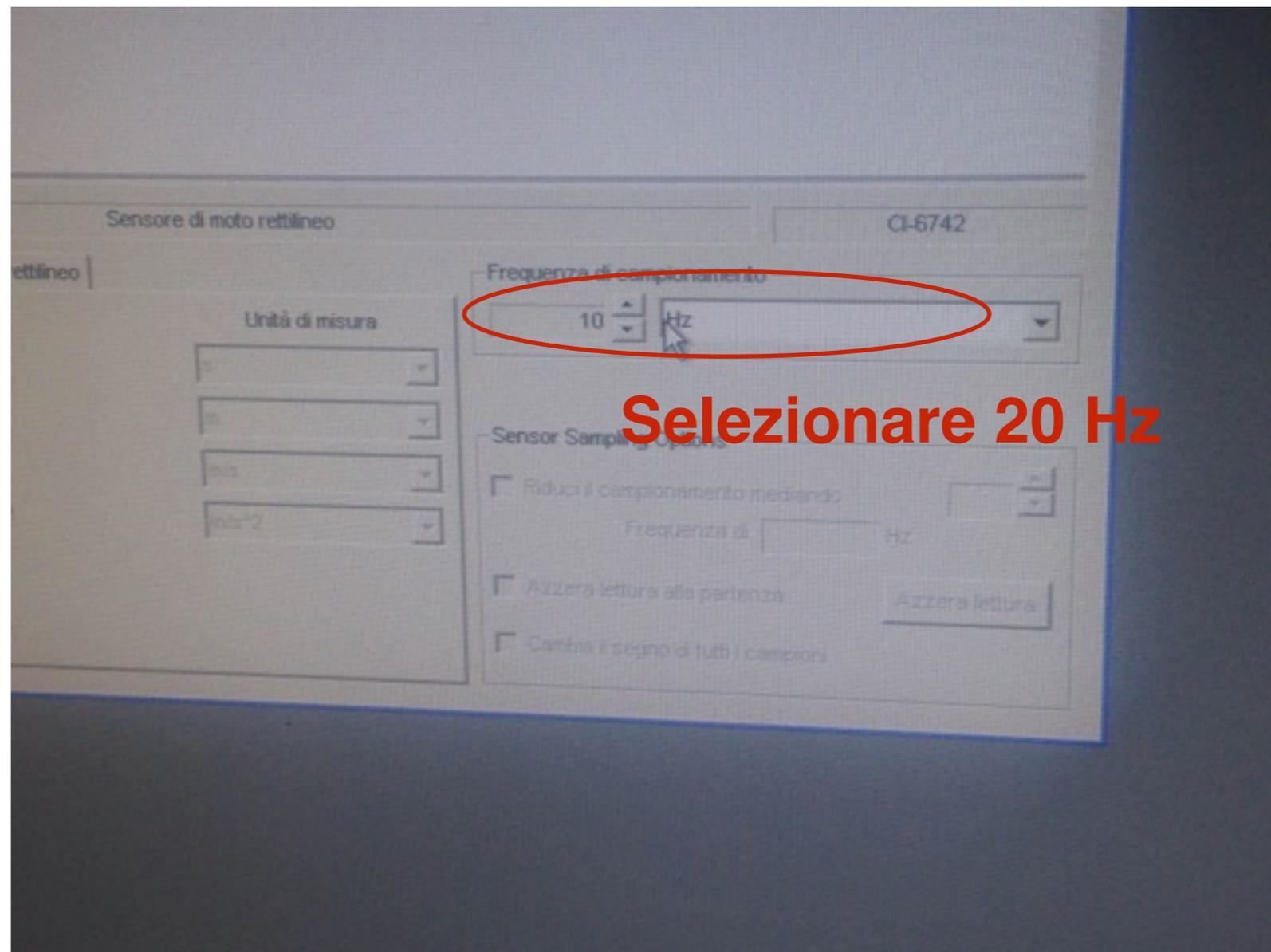
Il sensore da utilizzare è
“Sensore di moto rettilineo”



Software di acquisizione DataStudio

Scelta della frequenza di campionamento

Una volta selezione è possibile scegliere la frequenza di campionamento del sonar - corrisponde a quante posizioni al secondo vengono campionate



Determinare la configurazione corrispondente ad un angolo $\theta = 0$. Verificare che il piano inclinato sia ad angolo $\theta = 0$ utilizzando la livella, ed effettuando misure di quota rispetto al tavolo in diversi punti.

Procedura di calibrazione:

- 1) Posizionare il piano inclinato all'angolo $\theta = 0$ determinato precedentemente.
- 2) Utilizzare il programma in modalità calibrazione.
- 3) Posizionare il carrello a distanza di 1 m, letta sulla scala graduata solidale al piano inclinato, rispetto al sonar.
- 4) Impostare sul programma la distanza di 1 m per il sensore.

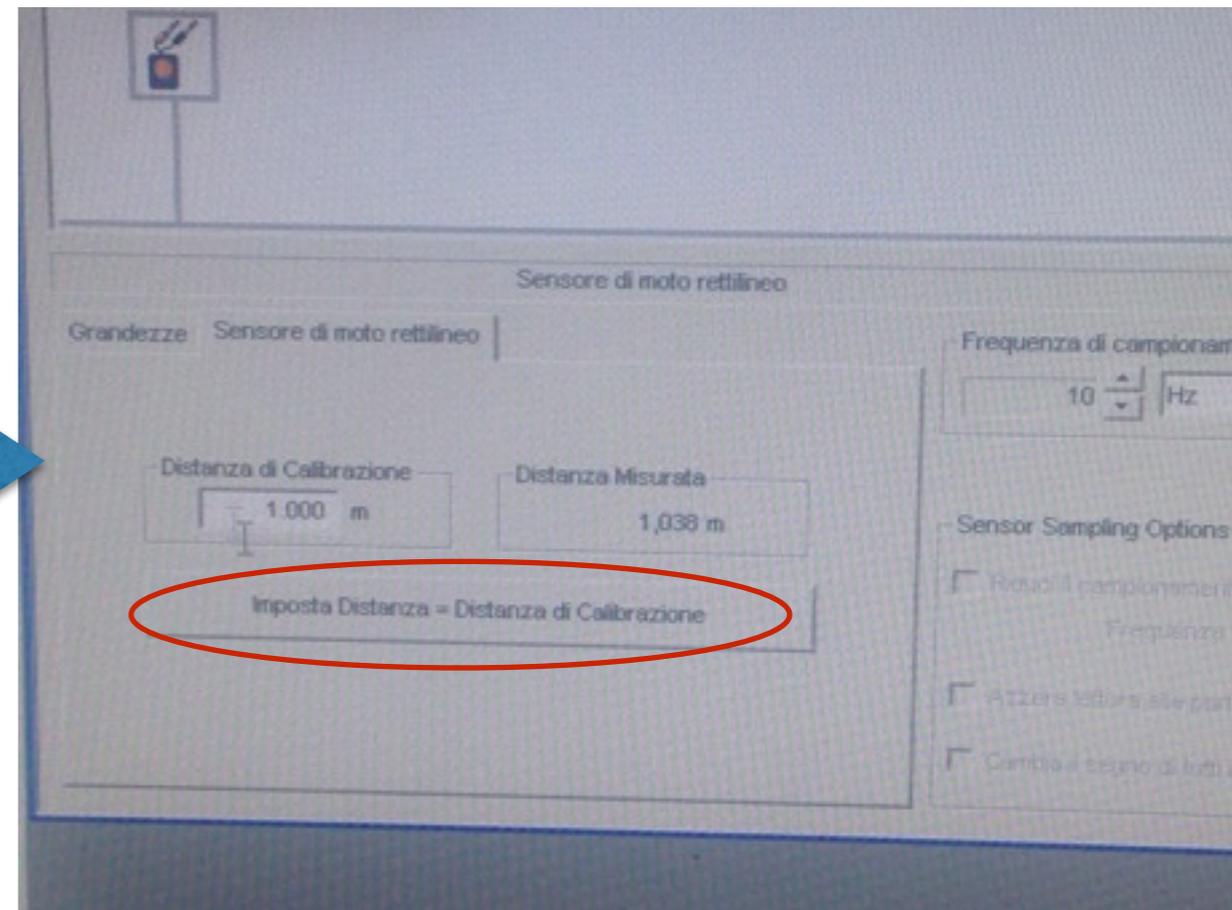
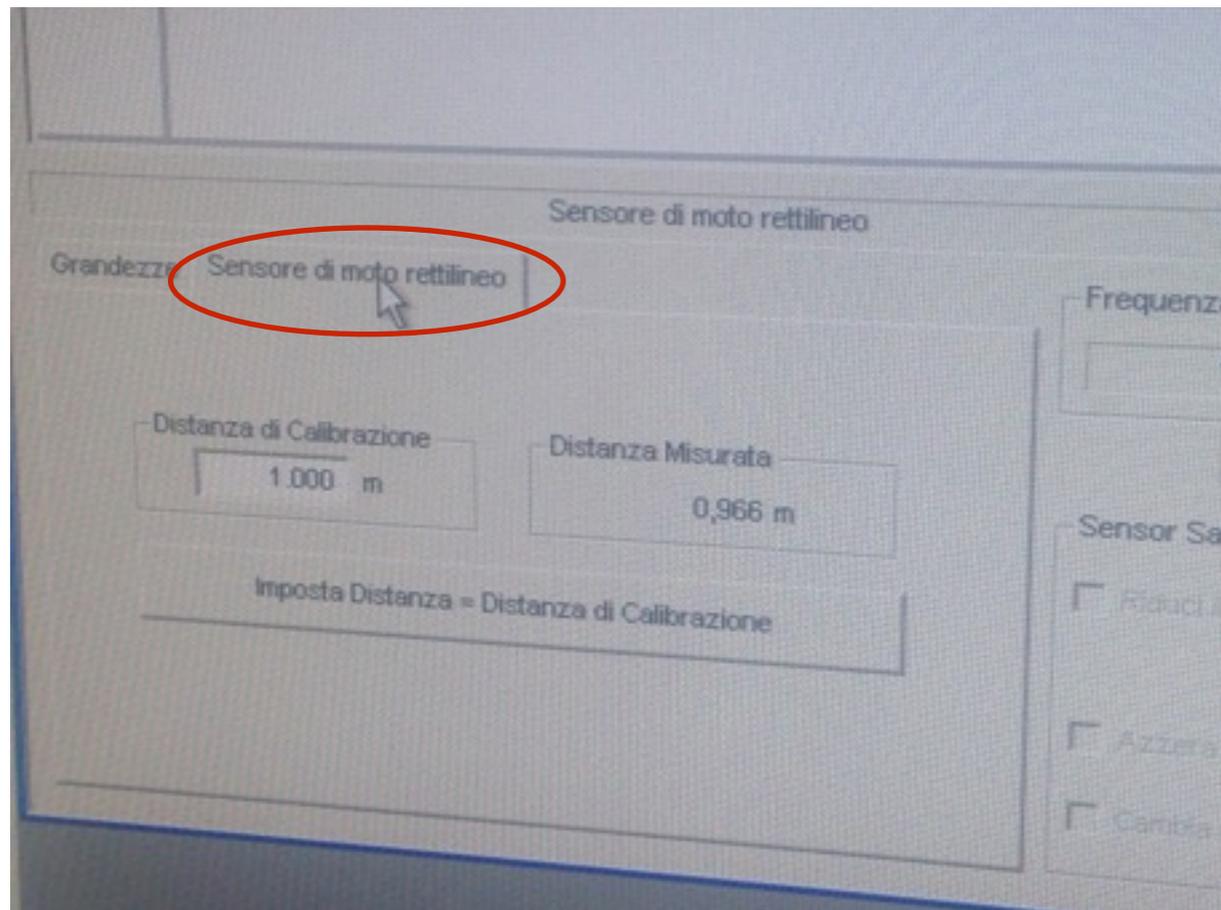
Software di acquisizione DataStudio

Calibrare il sensore

Per calibrare il sensore, posizionare il carrello ad 1m sulla scala graduata



Nel programma di acquisizione, si deve impostare quale distanza letta dal sonar corrisponde ad 1m (distanza a cui si è posizionato il carrello)



Determinare la configurazione corrispondente ad un angolo $\theta = 0$. Verificare che il piano inclinato sia ad angolo $\theta = 0$ utilizzando la livella, ed effettuando misure di quota rispetto al tavolo in diversi punti.

Procedura di calibrazione:

- 1) Posizionare il piano inclinato all'angolo $\theta = 0$ determinato precedentemente.
- 2) Utilizzare il programma in modalità calibrazione.
- 3) Posizionare il carrello a distanza di 1 m, letta sulla scala graduata solidale al piano inclinato, rispetto al sonar.
- 4) Impostare sul programma la distanza di 1 m per il sensore.
- 5) Posizionare il carrello ad una distanza l sulla scala graduata.
- 6) Acquisire per 10 s la posizione del carrello con il sonar.
- 7) Determinare dai risultati ottenuti la migliore stima della posizione letta dal sonar corrispondente alla distanza l sulla scala graduata. In questo modo si determina anche l'incertezza sulla misura della posizione.
- 8) Ripetere le operazioni 5)-7) per 10 distanze diverse nell'intervallo tra 50 e 150 cm.
- 9) Sia x_{rif} la posizione letta sulla scala graduata e x_{sonar} la posizione letta dal sonar. Riportare su un grafico l'andamento:

$$x_{\text{rif}} = \alpha x_{\text{sonar}} + \beta \quad (7)$$

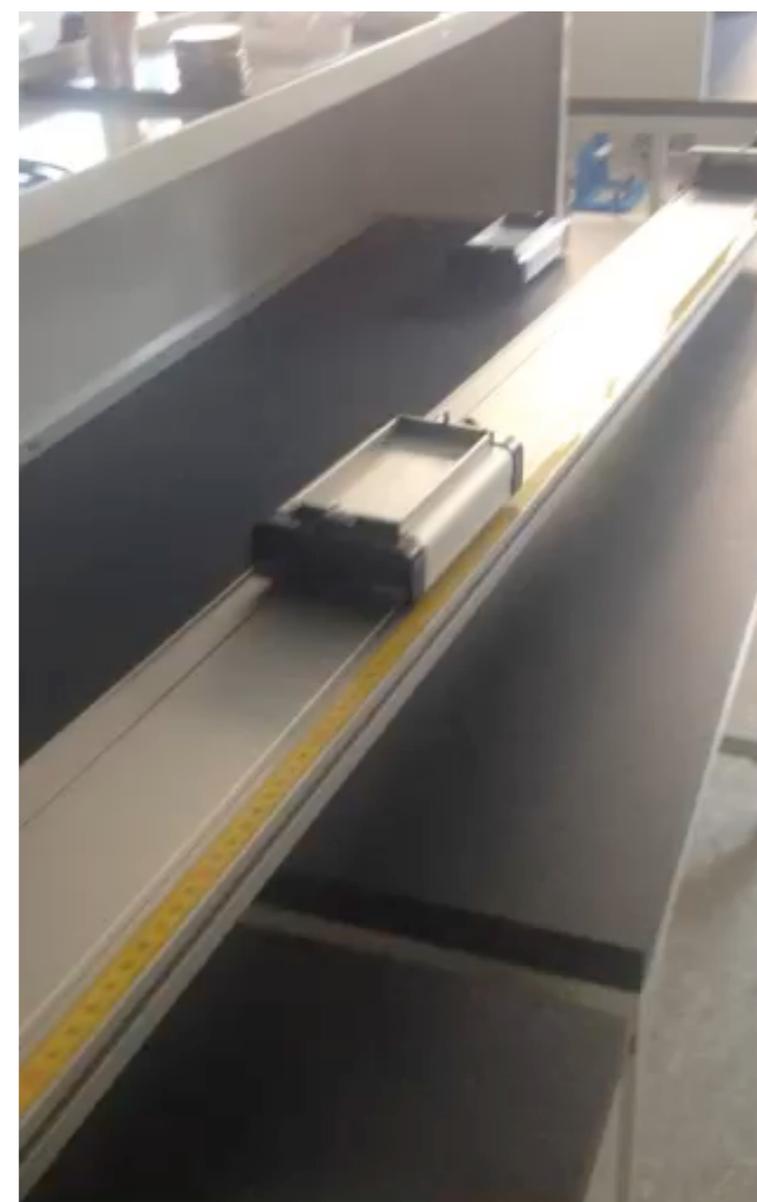
- 10) Determinare il valore del coefficiente angolare α e dell'intercetta β , con le relative incertezze, da un fit dell'andamento lineare di x_{rif} VS x_{sonar} .
- 11) Correggere le successive misure di posizione in base all'Eq. (7) e la stima di g secondo il coefficiente α :

$$g \rightarrow \alpha g \tag{8}$$

Nella correzione tenere conto in modo opportuno dell'incertezza su α .

6.3 Misura di $g\mu_d$

1. Con il piano orizzontale misurare l'accelerazione del carrello dopo averlo messo in moto con una velocità piccola. Ripetere l'operazione 5 volte. Estrarre $g\mu_d$.
2. fare un istogramma dell'accelerazione per individuare eventuali dati spuri ed escluderli



Software di acquisizione DataStudio

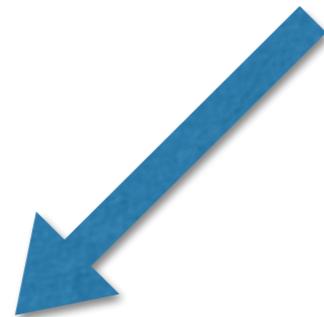
Acquisire un run di dati - la catalogazione

Per iniziare l'acquisizione premere il tasto AVVIA

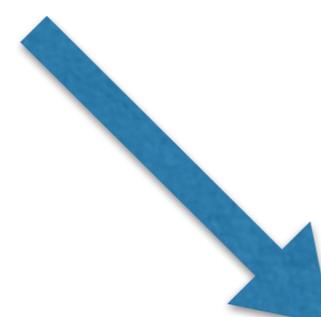


Per chiudere l'acquisizione, premere il tasto ARRESTA

Per ogni acquisizione, viene creata una Raccolta dati



Le Raccolte dati sono numerate
con un numero progressivo



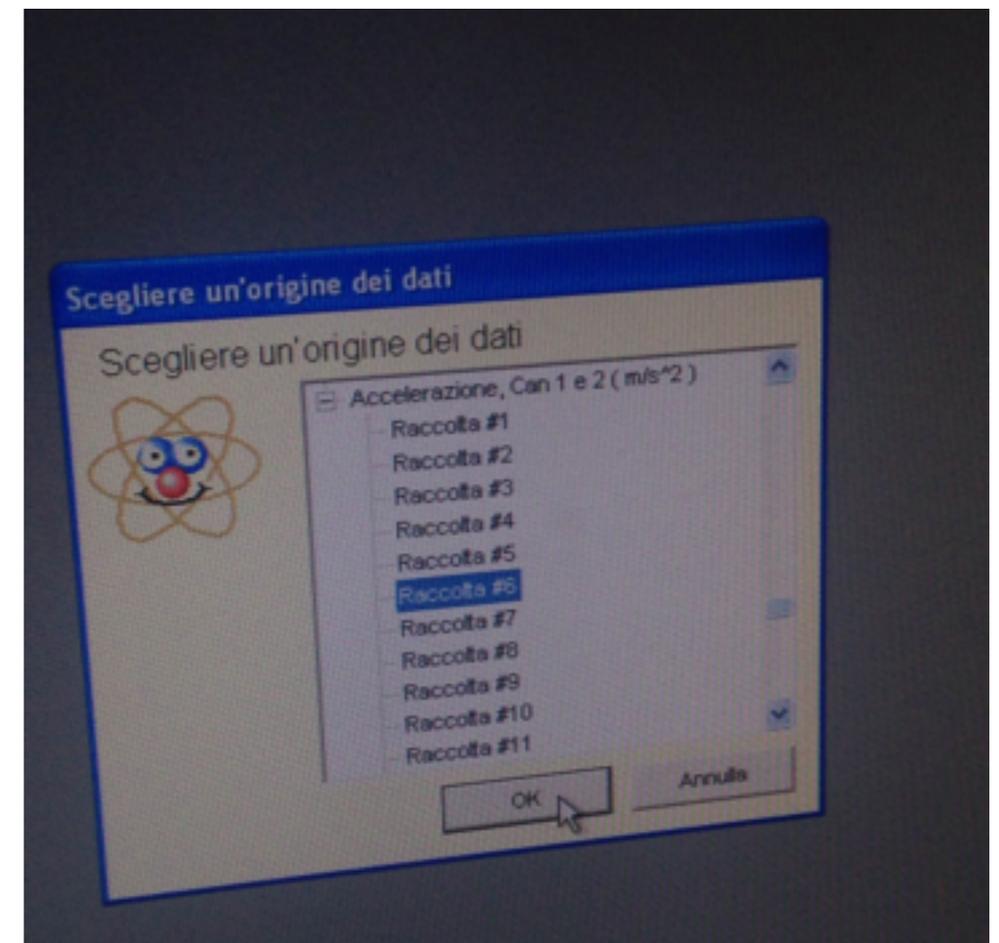
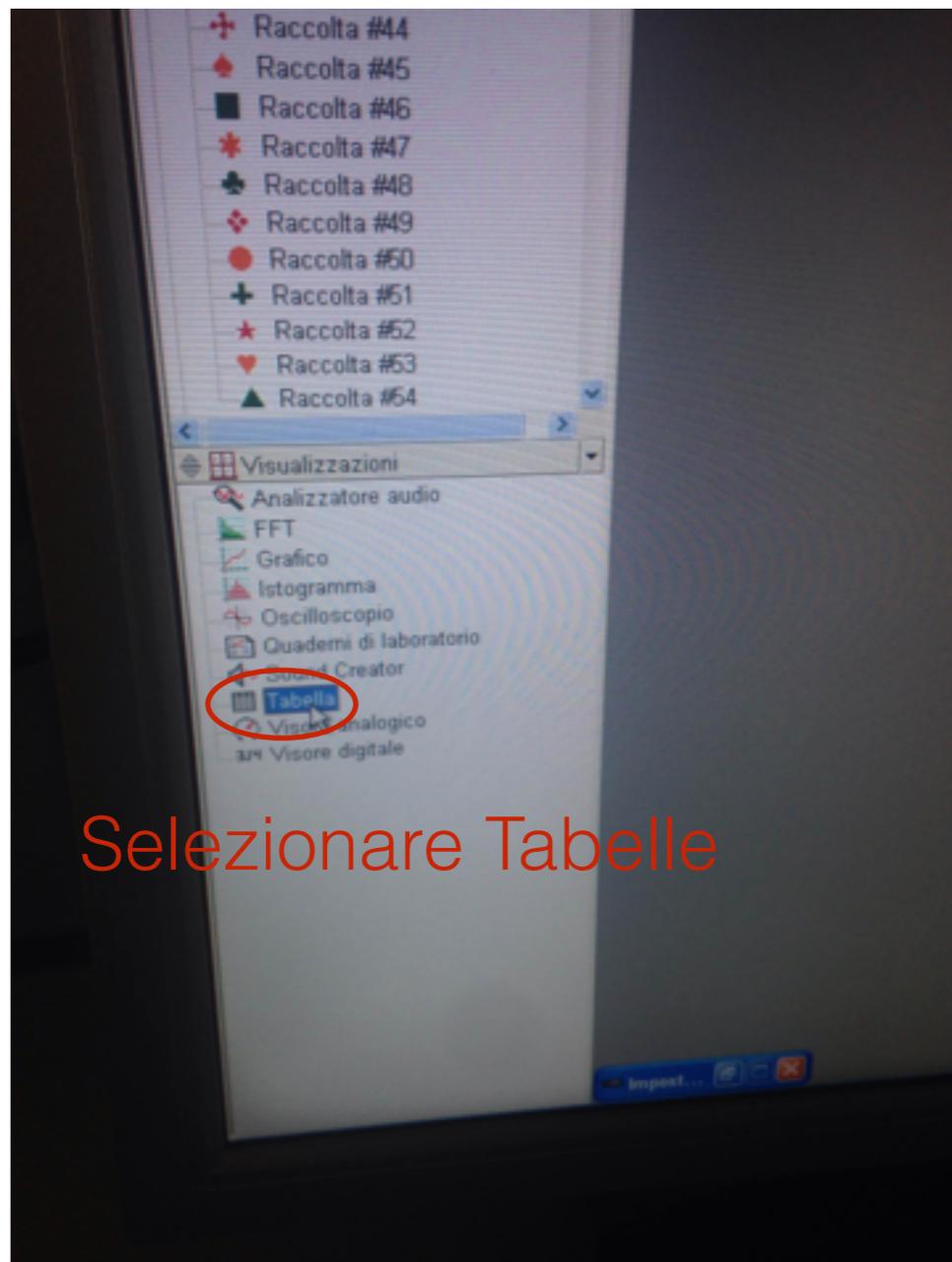
Per ogni singola Raccolta dati
vengono registrate Posizione,
Velocità ed Accelerazione

Importante: Le raccolte dati dell'esperienze sono in numero elevato. E' fondamentale catalogarle in maniera attenta e precisa per poter procedere con l'analisi dei dati

Software di acquisizione DataStudio

Visualizzare le tabelle di dati

E' possibile visualizzare le tabelle di dati, corrispondenti alle Raccolte acquisite

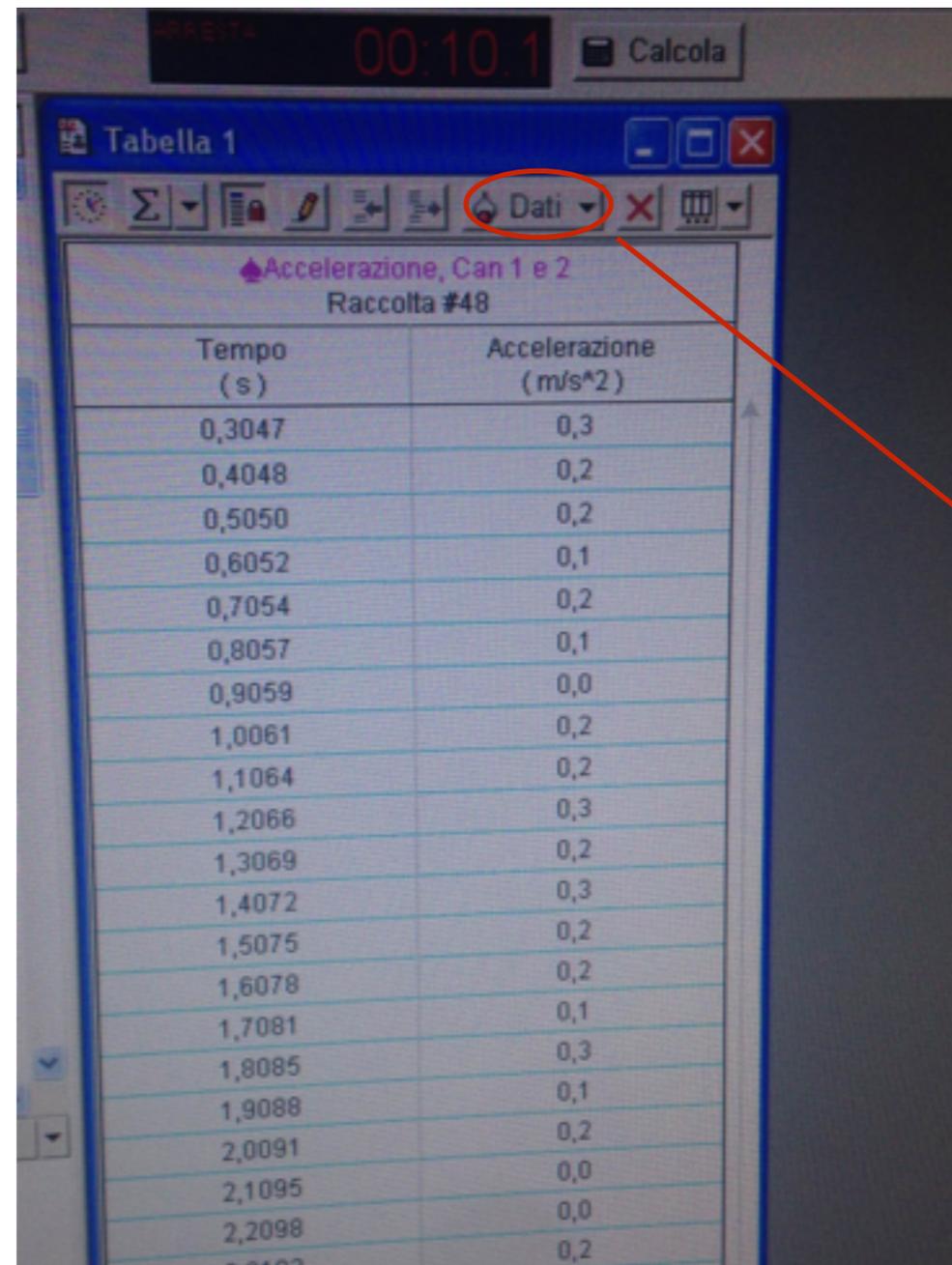


Selezionare:

- Quale Raccolta visualizzare
- Se si vogliono visualizzare le posizioni, le velocità o le accelerazioni

Software di acquisizione DataStudio

Esempio di tabella - Raccolta #48, Accelerazioni in funzione del tempo



00:10 1 Calcola

Tabella 1

Accelerazione, Can 1 e 2
Raccolta #48

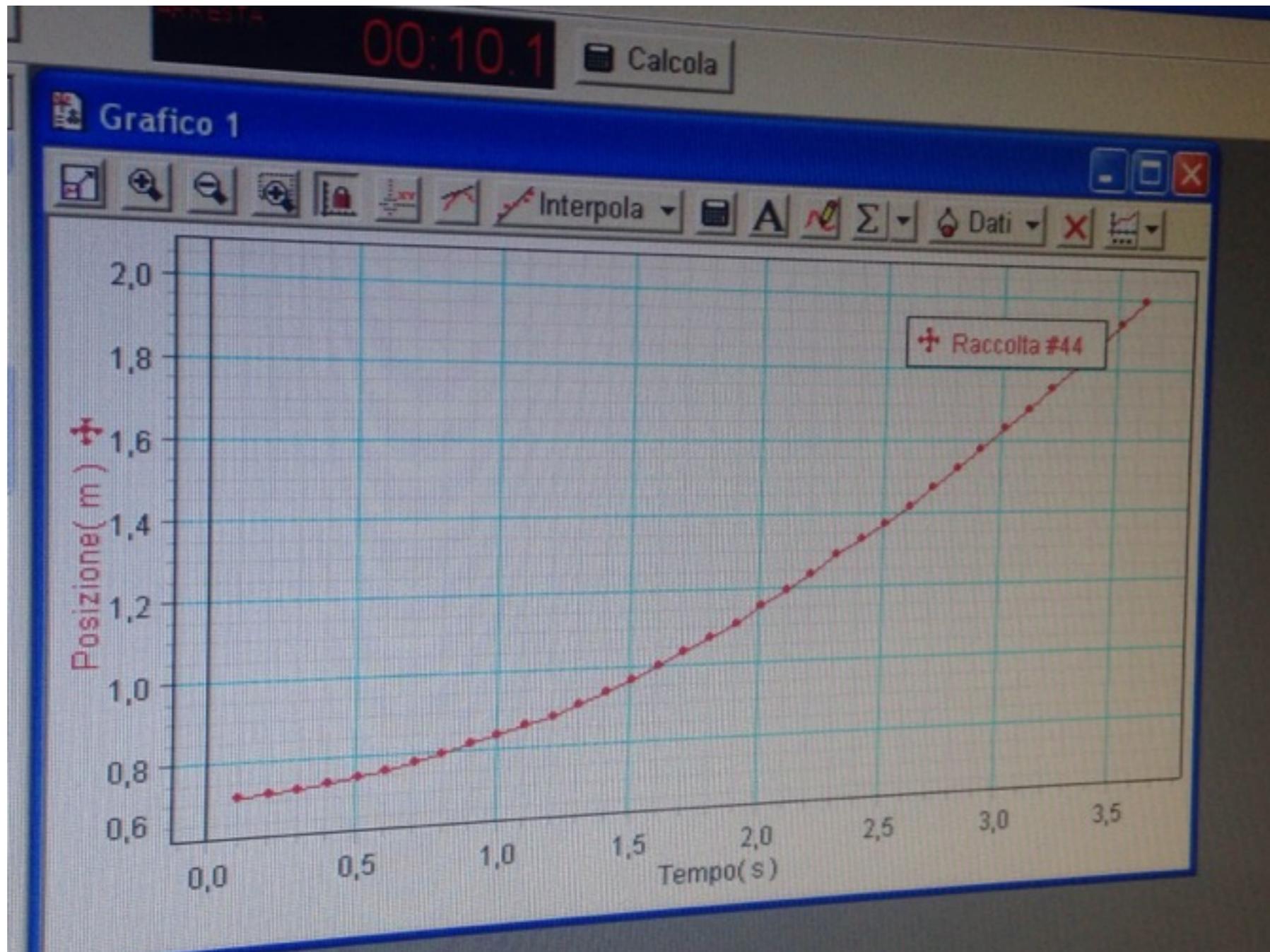
Tempo (s)	Accelerazione (m/s ²)
0,3047	0,3
0,4048	0,2
0,5050	0,2
0,6052	0,1
0,7054	0,2
0,8057	0,1
0,9059	0,0
1,0061	0,2
1,1064	0,2
1,2066	0,3
1,3069	0,2
1,4072	0,3
1,5075	0,2
1,6078	0,2
1,7081	0,1
1,8085	0,3
1,9088	0,1
2,0091	0,2
2,1095	0,0
2,2098	0,0
2,3102	0,2

Selezionando dati
si può scegliere di
visualizzare più
raccolte
simultaneamente

Software di acquisizione DataStudio

Grafici

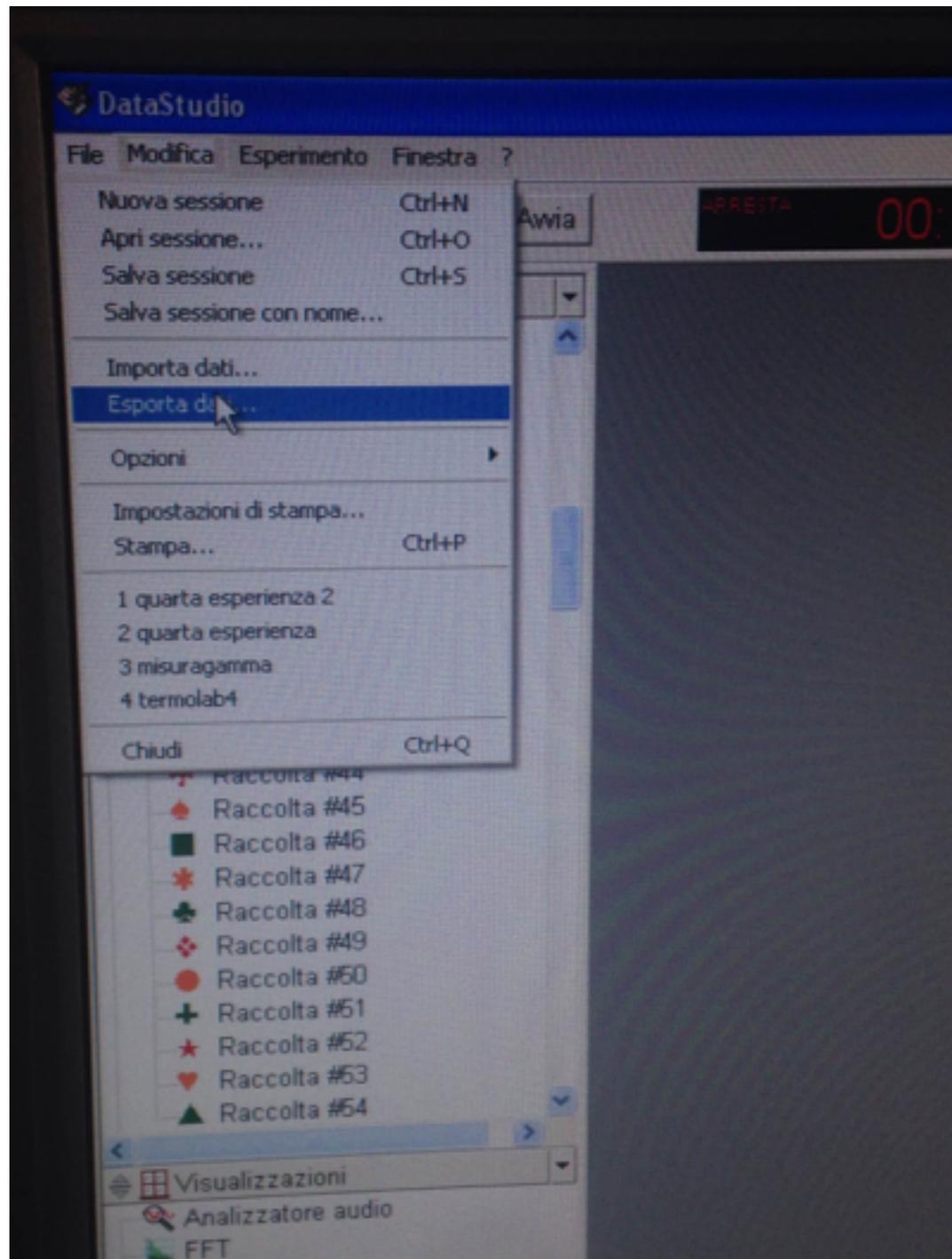
Con funzionamento analogo alle tabelle è possibile visualizzare i grafici delle differenti Raccolte di dati (posizioni, velocità e accelerazioni)



Software di acquisizione DataStudio

Come esportare i dati

Selezionare “File” -> “Esporta dati”



Selezionare quale Raccolta dati esportare, e se esportare posizione, velocità o accelerazioni

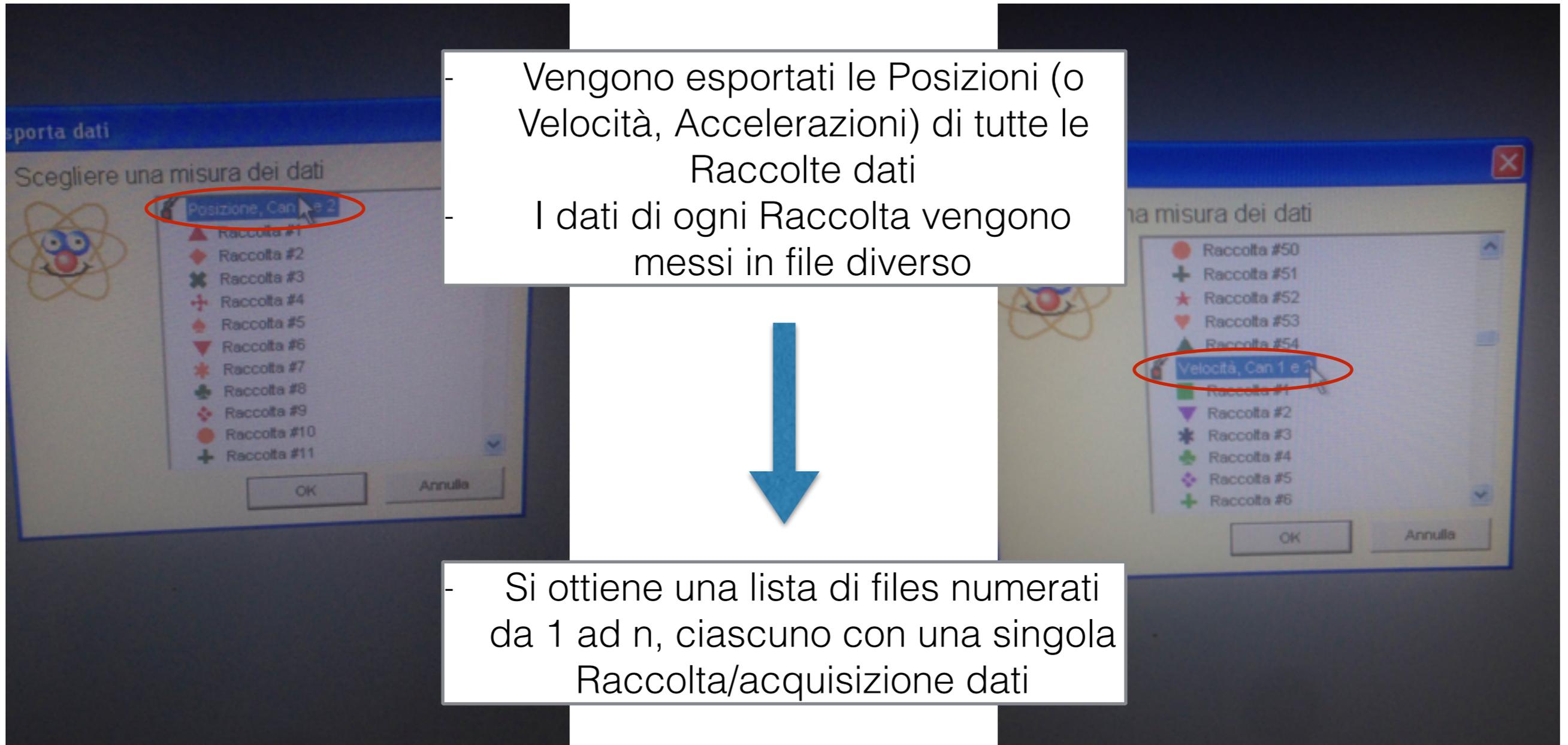


In questo caso:
- Posizioni
- Raccolta #6

Software di acquisizione DataStudio

Esportare set multipli di dati

Selezionando “*Posizione, Can 1 e 2*” (oppure “*Velocità, Can 1 e 2*” o “*Accelerazione, Can 1 e 2*”)



Vengono esportati le Posizioni (o Velocità, Accelerazioni) di tutte le Raccolte dati

I dati di ogni Raccolta vengono messi in file diverso

Si ottiene una lista di files numerati da 1 ad n, ciascuno con una singola Raccolta/acquisizione dati

Importante: controllare sempre che l'esportazione è andata a buon fine
(ci sono tutti i file, non sono corrotti, ...)

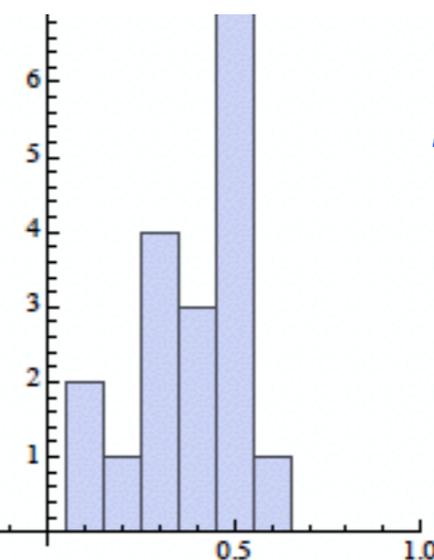
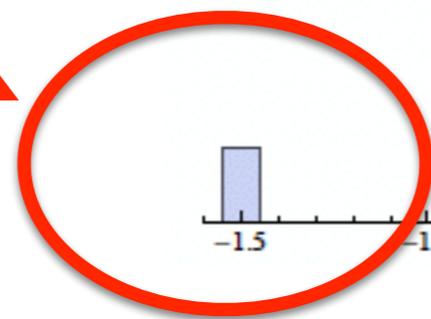
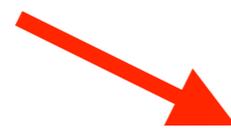
6.4 Misura dell'accelerazione di gravità con la misura dell'accelerazione ad un angolo specifico

1. Fissare un angolo (per esempio $\theta = 0.02$) e misurare l'accelerazione (media dei valori misurati prima che il carrello sbatta sul sostegno).
2. Ripetere l'operazione per almeno
3. Estrarre l'accelerazione di gravità combinando con $g\mu_d$ trovato nel punto precedente.

6.4 Misura dell'accelerazione di gravità con la misura dell'accelerazione ad un angolo specifico

1. Fissare un angolo (per esempio $\theta = 0.02$) e misurare l'accelerazione (media dei valori misurati prima che il carrello sbatta sul sostegno).
2. Ripetere l'operazione per almeno 10 volte (riposizionare il piano inclinato ogni volta e rimisurare l'angolo).
3. Estrarre l'accelerazione di gravità combinando con $g\mu_d$ trovato nel punto precedente.

Dato anomalo



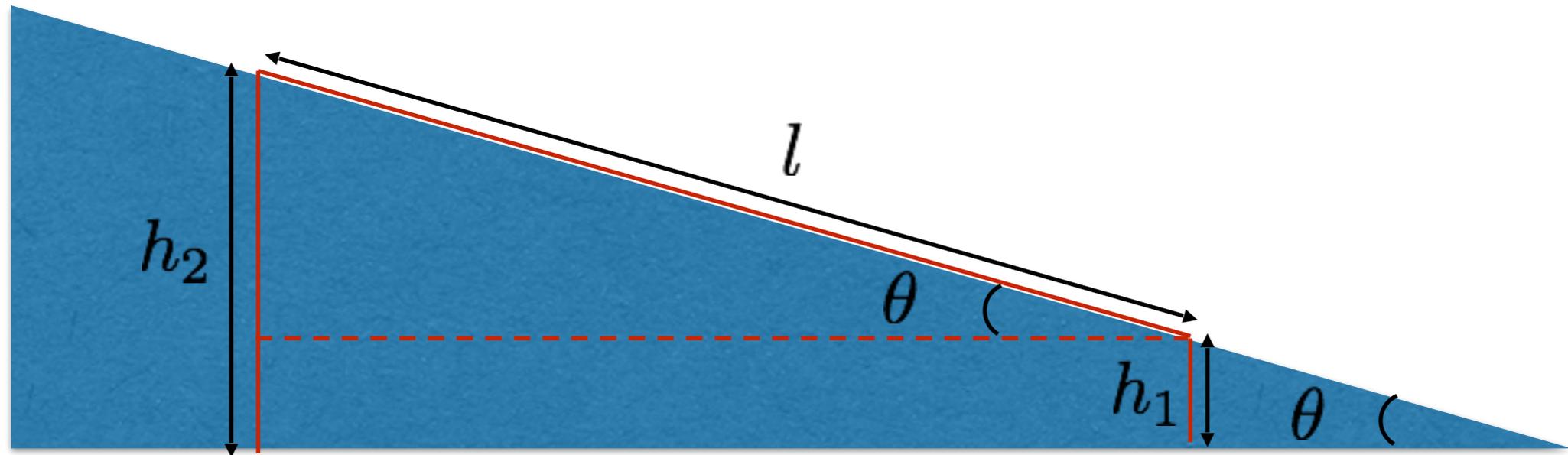
*Routine con R
per eliminare dati
anomali...*

6.5 Determinazione simultanea dell'accelerazione di gravità e del coefficiente di attrito variando l'angolo del piano inclinato

1. Misurare l'accelerazione al variare dell'angolo di inclinazione. Prendere misure per una decina di angoli fino a un massimo di $\theta = 0.1$.
2. Fare un grafico dell'accelerazione in funzione dell'angolo di inclinazione.
3. Estrarre l'accelerazione di gravità dal coefficiente angolare della retta che meglio approssima i punti

Misura dell'angolo

Per misurare l'angolo di inclinazione, misurare la quota in due diversi punti



l può essere letta sulla scala graduata presente sul piano inclinato

Sfruttando le relazioni trigonometriche si ottiene

$$\sin \theta = \frac{h_2 - h_1}{l} \rightarrow \theta = \arcsin \left(\frac{h_2 - h_1}{l} \right)$$

L'incertezza $\Delta\theta$ si ottiene dalla propagazione delle incertezze su h_1, h_2, l

2. Misura dell'accelerazione di gravità g e del coefficiente di attrito μ_d dallo studio del moto al variare di θ

Per angoli piccoli, richiamiamo il risultato ottenuto per l'accelerazione in funzione dell'angolo θ del piano inclinato:

$$a_{x'} = g\theta \pm g\mu_d \quad (9)$$

Si può quindi misurare l'accelerazione di gravità g ed il coefficiente di attrito dinamico μ_d dallo studio del variare dell'accelerazione $a_{x'}$ in funzione dell'angolo θ .

Ripetere quindi la seguente serie di operazioni:

- 1) Posizionare il piano inclinato ad un angolo $\bar{\theta}$.
- 2) Misurare l'angolo $\bar{\theta}$ a partire dalla misura della quota in due punti, ed associare la relativa incertezza.

6.6 Determinazione dell'accelerazione di gravità dalla differenza tra l'accelerazione nel tratto discendente e quella del tratto ascendente.

1. Con un angolo di circa 0.05 radianti, misurare tutto il moto, anche nei successivi rimbalzi. Ripetere per circa 10 volte.
2. Misurare l'accelerazione nei tratti discendente e ascendente.
3. Dalla differenza, estrarre l'accelerazione di gravità.

6.7 Facoltativo: misurare coefficiente di restituzione (ϵ) dell'urto del carrello con il sostegno ($E' = \epsilon^2 E$ dopo l'urto)

6 Accorgimenti e consigli

- Salvare tutta la cartella dei dati su una penna USB, incluse le tabelle di dati come file di testo per successive analisi. (File → esporta dati)
- Visto l'elevato numero di dati acquisiti, verificare di tanto in tanto che i dati sperimentali siano correttamente salvati, e fare dei backup su penna USB. Ogni ~30 acquisizioni il PC potrebbe bloccarsi. In questo caso bisogna chiudere il programma e riaprirlo. Bisogna rifare il punto di zero. Usate la calibrazione precedentemente ricavata (non rifate le misure di calibrazione)
- Su Datastudio, dalle impostazioni della tabella, scegliere un numero di cifre significative congruo con la misura.
- Datastudio può calcolare media e deviazione standard.
- Quando si esportano i dati fate attenzione che le cifre significative siano sufficienti. Altrimenti i dati risultano inutilizzabili
- Utilizzate in Datastudio direttamente i grafici dell'accelerazione (interpolazione con una costante) anziché quella della posizione. Utilizzando il cursore potete eliminare le regioni in cui i punti non sono attendibili. Facendo percorrere 2 metri al carrello la parte da eliminare corrisponderà circa ai primi e agli ultimi 50 cm.
- Non posizionate la guida vicino alle colonne in quanto il sensore di posizione misura la posizione della colonna quando il carrello gli passa vicino. Non mettetevi nel campo del sensore durante le misure.
- Le livelli disponibili sono poche, in caso usate un programma che funga da livella del vostro smartphone.
- Per mettere in piano la guida potete rimuovere il sostegno vicino al sensore.
- Non usate i pesi per bloccare il carrello in posizione, in quanto deformano la guida.

Analisi dati

Importazione dei dati su R

```
mydata = read.table("nomefile.txt", sep="\t", dec=",",  
skip=2, col.names=c("t", "a"))
```

```
sep="\t"
```

```
#il separatore tra i  
dati nei file  
esportati da data  
studio è il tab
```

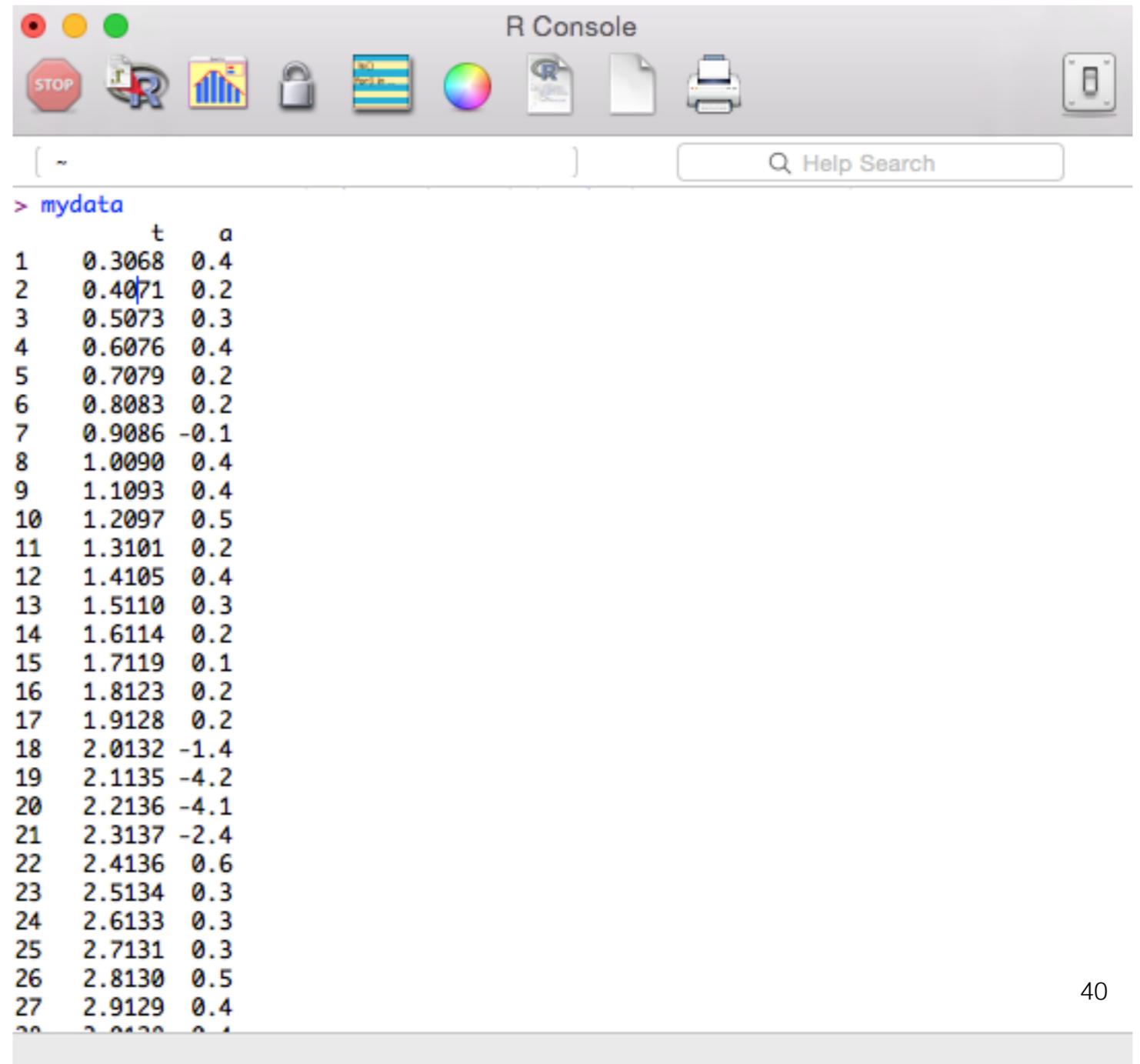
```
dec=", "
```

```
#separatore del  
decimale è la ,
```

```
skip=2
```

```
#salta le prime 2  
righe del file
```

```
col.names=c("t", "a"))
```



```
> mydata  
      t      a  
1 0.3068 0.4  
2 0.4071 0.2  
3 0.5073 0.3  
4 0.6076 0.4  
5 0.7079 0.2  
6 0.8083 0.2  
7 0.9086 -0.1  
8 1.0090 0.4  
9 1.1093 0.4  
10 1.2097 0.5  
11 1.3101 0.2  
12 1.4105 0.4  
13 1.5110 0.3  
14 1.6114 0.2  
15 1.7119 0.1  
16 1.8123 0.2  
17 1.9128 0.2  
18 2.0132 -1.4  
19 2.1135 -4.2  
20 2.2136 -4.1  
21 2.3137 -2.4  
22 2.4136 0.6  
23 2.5134 0.3  
24 2.6133 0.3  
25 2.7131 0.3  
26 2.8130 0.5  
27 2.9129 0.4  
28 3.0128 0.4
```