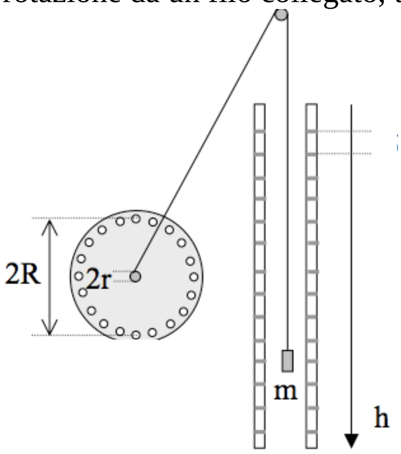
Laboratorio di Meccanica: esercitazione n.7

Studio del moto di un volano

1) Introduzione.

Consideriamo il sistema rappresentato in figura. Il volano può ruotare liberamente intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro di massa ed è messo in rotazione da un filo collegato, tramite una carrucola, ad un peso in caduta.



Consideriamo dapprima il caso in cui l'unica forza passiva presente è quella dell'attrito tra il volano e l'asse di rotazione.
Scrivendo le due equazioni del moto per il peso in caduta e per il volano in rotazione e osservando che, in virtù dell'inestensibilità del filo, l'accelerazione del peso a è legata all'accelerazione angolare del volano α tramite la semplice relazione $a = \alpha r$, si ottiene un moto uniformemente accelerato in cui l'accelerazione del peso è data da:

$$a = \frac{mgr^2 - rM_a}{I_0 + mr^2}$$

In questa formula, oltre ai simboli definiti in figura, abbiamo introdotto il momento delle forze resistenti M_a (assunto costante) ed il momento di inerzia del volano I_0.
Nei fori praticati in prossimità del bordo del volano (ad una distanza R dal centro) possono essere inserite coppie di bulloni di massa μ in posizione simmetrica in modo tale che il momento d'inerzia complessivo del volano diventa pari a $I_0 + 2\mu R^2 n$ se n è il numero di coppie di bulloni. Si ottiene dunque la relazione:

$$\frac{1}{a} = \frac{I_0 + mr^2}{mgr^2 - rM_a} + \frac{2\mu R^2}{mgr^2 - rM_a} n = A + Bn$$

Dalla misura dell'andamento dell'accelerazione con il numero di coppie di bulloni si ottengono il coefficiente angolare B e l'intercetta A e da questi, combinandoli opportunamente, il momento delle forze resistenti M_a e il momento d'inerzia del volano I_0.
Se invece vengono montate delle "palette" (concettualmente simili alle "vele" dell'esperienza 5), si aggiunge una forza di attrito viscoso che cambia le caratteristiche del moto. Il moto non è più uniformemente accelerato ma presente la tipica forma del moto in presenza di attrito viscoso e la soluzione per la velocità del peso in caduta è data da:

$$v(t) = v_{\lim}(1 - e^{-t/\tau})$$

in cui, detto k il coefficiente del termine di attrito viscoso introdotto, si ha:

$$v_{\lim} = \frac{mgr^2 - M_a r}{k}$$

$$\tau = \frac{I_0 + mr^2}{k}$$

2) Strumentazione a disposizione.

Per le misure preliminari si ha a disposizione la bilancia digitale il calibro centesimale e un metro.

Per la misura del moto del peso in caduta si ha a disposizione un sonar posto al fondo della discesa che consente di verificare che il moto è uniformemente accelerato e di misurare l'accelerazione. Per la messa in funzione del sonar si utilizzi il metodo visto nelle precedenti esperienze. Per la calibrazione della distanza si dispone il peso ad una distanza nota misurata con il metro.

Ciascuna misura va effettuata lasciando il peso con velocità iniziale nulla dalla posizione più alta e attendendo che giunga nella posizione più bassa.

3) Sequenza di operazioni in laboratorio.

(A) Preliminarmente alla misura si determini i parametri che intervengono nella trattazione sopra esposta: la massa *m* del peso in caduta e le masse μ dei bulloni, il raggio *r* della puleggia e il raggio *R* a cui sono posti i bulloni. Come accelerazione di gravità *g* si suggerisce di usare il valore scritto nel cartello del laboratorio.

(B) Si effettuano misure di accelerazione al variare del numero *n* dei bulloni e si riportano su grafico gli inversi delle accelerazioni in funzione di *n*. Per la stima dell'incertezza su *a* si suggerisce di ripetere ciascuna misura e di determinare la deviazione standard dei valori ottenuti.

Dette A e B rispettivamente l'intercetta all'origine ed il coefficiente angolare che si ottengono tramite un fit, da queste si ottengono i valori di M_a e I_0 tramite le relazioni:

$$M_a = mgr - \frac{2\mu R^2}{rB}$$

$$I_0 = 2\mu R^2 \frac{A}{B} - mr^2$$

In entrambi i casi si determinino le incertezze sulle due grandezze trovate.

(C) Si montano le "palette" e si procede ad una misura di caduta del peso. Si suggerisce di ripetere la misura per almeno 10 volte e di registrare su file i valori delle velocità in funzione del tempo per ogni misura. Da ciascun grafico si determina il valore di v_{lim} e da questo il valore del coefficiente *k*:

$$k = \frac{mgr^2 - M_a r}{v_{\lim}}$$

utilizzando le grandezze precedentemente misurate.

Infine si riporta su carta semilogaritmica l'andamento di $(v_{\lim} - v(t))/v_{\lim}$ in funzione del tempo *t* e dalla pendenza di questo grafico si determina τ.