

Esame 3 Luglio 2018

Roberto Bonciani e Paolo Dore

Corso di Fisica Generale 1

Dipartimento di Matematica

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

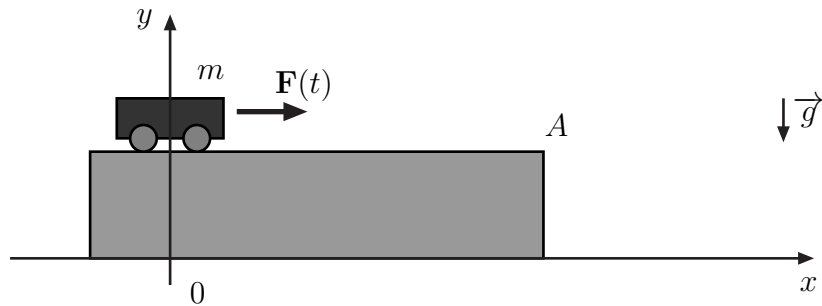
Anno Accademico 2017-2018

Esercizio 1

Un carrello di massa $m = 500$ g si muove su un binario posto su un piano orizzontale ad altezza $h = 50$ cm dal suolo, senza attrito, mosso da una forza dipendente dal tempo

$$F(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right), \quad F(t) = 0 \quad \text{per} \quad t > T,$$

con $F_0 = 0.1$ N e $T = 2$ s.



All'istante $t = 0$ il carrello è fermo nell'origine dell'asse x e all'istante $t = 2T$ il carrello esce dal binario in A e cade sul suolo per effetto della forza peso. Determinare:

1. la velocità con cui il carrello esce dal binario;
2. la distanza X percorsa sul binario;
3. l'energia cinetica con cui il carrello urta il suolo.

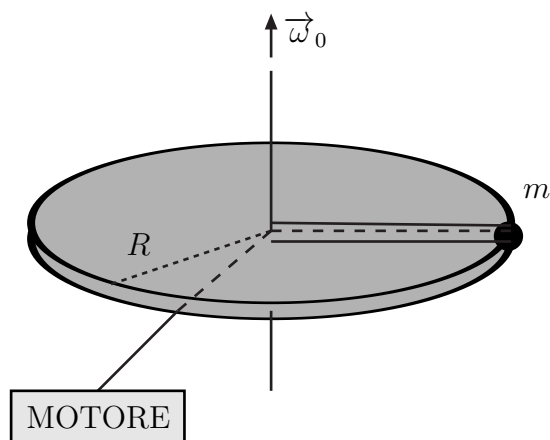
Esercizio 2

Un cannone spara proiettili con una velocità iniziale v_0 di modulo pari a $|v_0| = 50$ m/s. Se il cannone spara dal bordo di una postazione ad un'altezza di $h = 50$ m dal suolo e il proiettile alla massima quota raggiunta possiede una velocità v_1 di modulo pari a $|v_1| = 30$ m/s, calcolare la distanza R tra il cannone ed il punto di impatto al suolo del proiettile.



Esercizio 3

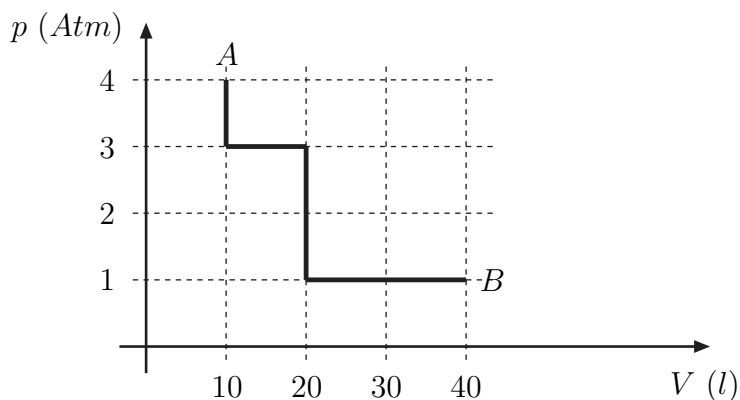
Una piattaforma cilindrica di massa $M = 25$ kg e raggio $R = 2$ m è libera di ruotare attorno ad un'asse verticale passante per il suo centro. Sul bordo della piattaforma, in una scanalatura radiale, è posta una massa puntiforme $m = 2$ kg.



La massa m può scorrere senza attrito nella scanalatura ed è connessa attraverso una fune ideale, che passa per un foro centrale, ad un motore esterno (vedi figura). Tutto il sistema (piattaforma più massa m) ruota inizialmente con velocità angolare $\omega_0 = 1$ rad/s. Trascurando tutti gli attriti, determinare il lavoro fatto dal motore per trascinare la massa m dal bordo al centro della piattaforma.

Esercizio 4

Una mole di gas perfetto monoatomico compie la trasformazione reversibile in Figura.



Calcolare:

1. il lavoro totale L_{AB} fatto nella trasformazione $A \rightarrow B$;
2. la differenza di energia interna ΔU_{AB} ;
3. la differenza di Entropia ΔS_{AB} ;

Soluzione esercizio 1

1. Per trovare la velocità basta considerare il fatto che il carrello parte da fermo ed accelera con accelerazione dipendente dal tempo uscendo dal carrello all'istante $t = 2T$. La forza agisce sul carrello fino all'istante T e poi, non essendoci attrito, il carrello continua a muoversi con la stessa velocità finché non esce dalla guida. Allora

$$\begin{aligned} v(T) &= \int_0^T a(t) dt = \int_0^T \frac{1}{m} F(t) dt = \frac{1}{m} \int_0^T F_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) dt = \frac{F_0}{m} \left(T - \frac{T^2}{2T}\right) \\ &= \frac{F_0 T}{2m} = 0.2 \text{ m s}^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

e

$$v(2T) = v(T) = 0.2 \text{ m s}^{-1}. \quad (2)$$

2. Per trovare la distanza percorsa sulla guida dobbiamo integrare la velocità. Si ha

$$\begin{aligned} X &= \int_0^{2T} v(t) dt = \int_0^T \frac{F_0}{m} \left(t - \frac{t^2}{2T}\right) dt + \int_T^{2T} \frac{F_0 T}{2m} dt \\ &= \frac{F_0}{m} \left(\frac{T^2}{2} - \frac{T^3}{6T}\right) + \frac{F_0 T}{2m} T = \frac{F_0 T^2}{3m} + \frac{F_0 T^2}{2m} = \frac{5F_0 T^2}{6m} = 0.67 \text{ m}. \end{aligned} \quad (3)$$

3. L'energia si conserva. All'istante $2T$ l'energia meccanica del carrello è

$$E(2T) = \frac{1}{2} m v^2 + V = \frac{m}{2} \frac{F_0^2 T^2}{4m^2} + mgh = \frac{F_0^2 T^2}{8m} + mgh = 2.46 \text{ J}, \quad (4)$$

avendo posto $V(y=0) = 0$. Quando il carrello tocca il suolo, quindi, la sua energia cinetica sarà

$$T = E(2T) = 2.46 \text{ J}. \quad (5)$$

Soluzione esercizio 2

La velocità iniziale del proiettile è $\mathbf{v}_0 = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta)$. Le equazioni del moto quindi sono date da

$$\begin{cases} x(t) &= v_0 \cos \theta t, \\ y(t) &= -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \theta t + h. \end{cases} \quad (6)$$

Il moto lungo le x è un moto uniforme, quindi la velocità al picco è pari alla componente x della velocità $\mathbf{v}_0$:

$$v_1 = v_0 \cos \theta, \quad (7)$$

da cui

$$\cos \theta = \frac{v_1}{v_0} = \frac{3}{5} \quad (8)$$

e quindi

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}. \quad (9)$$

L'istante t^* in cui il proiettile tocca terra è dato dall'equazione $y(t^*) = 0$, ovvero

$$\frac{1}{2}gt^2 - v_0 \sin \theta t - h = 0, \quad (10)$$

che ha come soluzione positiva (la negativa non ha senso fisico e quindi si scarta)

$$t^* = \frac{v_0 \sin \theta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}}{g} = 9.26 \text{ s}. \quad (11)$$

Quindi, la distanza percorsa dal proiettile è

$$R = x(t^*) = v_0 \cos \theta t^* = 277.94 \text{ m}. \quad (12)$$

Soluzione esercizio 3

Poiché nessun momento esterno viene applicato al sistema, il momento angolare (che è diretto lungo l'asse di rotazione) si conserva:

$$L_{in} = L_{fin}. \quad (13)$$

Si ha

$$L_{in} = I_{tot}\omega_0, \quad (14)$$

dove

$$I_{tot} = I_{disco} + I_m = M\frac{R^2}{2} + mR^2. \quad (15)$$

Inoltre

$$L_{fin} = I_{disco}\omega_{fin}. \quad (16)$$

e quindi

$$\omega_{fin} = \left(1 + \frac{2mR^2}{MR^2}\right)\omega_0 = \left(1 + \frac{2m}{M}\right)\omega_0 = 1.16 \text{ s}^{-1}. \quad (17)$$

Il lavoro fatto dal motore si trova utilizzando il teorema delle forze vive:

$$L_{motore} = T_{fin} - T_{in} = \frac{1}{2}I_{tot}\omega_0^2 - \frac{1}{2}I_{disco}\omega_{fin}^2 = 4.5 \text{ J}. \quad (18)$$

Soluzione esercizio 4

1. Il lavoro si trova subito calcolando l'area sotto la curva nel piano di Clapeyron

$$L = 50 \text{ l} \cdot \text{Atm}. \quad (19)$$

2. Dalla figura si vede che

$$p_A V_A = p_B V_B, \quad (20)$$

ovvero che $T_A = T_B$. Quindi, trattandosi di un gas perfetto

$$\Delta U_{AB} = 0. \quad (21)$$

3. Siccome $T_A = T_B$, possiamo calcolare ΔS_{AB} utilizzando una isoterma reversibile. Abbiamo

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_A} \int_A^B p dV = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = 2R \ln 2 = 11.5 \text{ J/K}. \quad (22)$$