Esercizi

1. Scrivere esplicitamente gli sviluppi di Taylor delle seguenti funzioni nell'intorno del punto z_0 e indicare il raggio di convergenza

$$f(z) = \frac{\sin(cz)}{z} \quad \text{in} \quad z_0 = 0 \ , \ c \in \mathbb{C}$$

$$f(z) = \frac{z+i}{z-1} \quad \text{in} \quad z_0 = 1+i$$

$$f(z) = z^c \quad \text{in} \quad z_0 = 1 \ , \ c \in \mathbb{C}$$

2. Si determini lo sviluppo di Laurent di $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ in $0 < |z| < +\infty$

3. Studiare lo sviluppo di

$$f(z) = -\frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

in $z=0$ (nelle varie regioni di convergenza).

4. Considerando per il logaritmo il ramo principale, determinare il dominio di analiticità di

$$f(z) = (z+1) \ln(1+z^2)$$

e sviluppare f in serie di Taylor in $z=0$.
Determinare il raggio di convergenza

5. Sviluppare in serie di Laurent in $z_0 = i$ la

$$f(z) = \frac{1}{(1+z^2)^2} \quad e$$

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2}$$

6. Sviluppare in serie di Laurent in $z=0$ e determinare la parte principale di Laurent(*) di

$$f(z) = \frac{1}{z^2 \sinh(z)}$$

7. Determinare la parte principale di Laurent(*) di

$$f(z) = \frac{\cos z}{\sin(z^2)\,(e^z - 1)} \quad \text{in} \quad z=0$$

(*) parte princ. di Laurent: serie a potenze negative dello sviluppo di Laurent.